Assignment 1

Mads Petersen
010486-2071
DM 535
S17
TA: Rojin Kianian

06-11-2013

1

Afgør, om udsagnet $(\neg p \land (p \lor q)) \Rightarrow q$ er en tautologi, en modstrid eller en kontingens.
For at gøre dette vill jeg opstille en sandhedstabel

p	q	$\neg p$	$p \lor q$	$\neg p \land (p \lor q)$	$\neg p \land (p \lor q)) \Rightarrow q$
F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T
T	T	F	T	F	T

Udfra sandhedstabellen kan det ses at dette er en tautologi da udsagnet altid er sandt. Dette kan også udledes ved at kigge lidt nærmere på udsagnet $(\neg p \land (p \lor q)) \Rightarrow q$. Hvis $p \Rightarrow q$ skal være falsk, så skal p være sand og q være falsk, dvs. at i vores udtryk skal $\neg p \land (p \lor q)$ være sand og q skal være falsk. Hvis q er falsk betyder det at p skal være sand for at $p \lor q$ kan være sand, og når p er sand så er $\neg p$ falsk, og derfor kan $\neg p \land (p \lor q)$ ikke være sand når q er falsk.

2

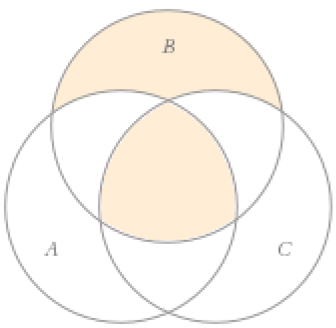
Betragt de to udsagn P og Q:
P : $\exists x \in \mathbb{N} : \forall y \in \mathbb{N} : x = y$
Q : $\forall x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{N} : x = y$
a)
P er sand hvis der eksisterer et x in de naturlige tal sådan at for alle y i de naturlige tal gælder det at $x = y$, dvs. $x_0 = y_0 \land x_0 = y_1 \land x_0 = y_n, n \in \mathbb{N}$. Dette er ikke sandt for nogen x værdier, så udsagnet er falsk.
b)
Q er sand hvis der for alle x i de naturlige tal gælder at der eksisterer mindst en y i de naturlige tal sådan at $x = y$, dvs at $x_0 = y_0 \land x_1 = y_1 \land x_n = y_n, n \in \mathbb{N}$ dette er sandt for alle x værdier, så udsagnet er sandt.
c)
$\neg P \equiv \forall x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{N} : x \neq y$

3

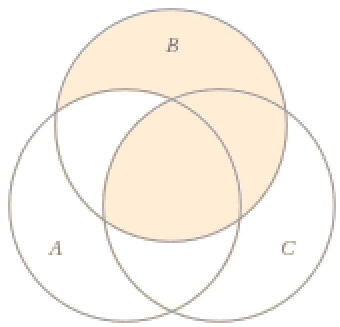
Lad n være et heltal. Vis, at $n^2 + 1$ er ulige, hvis og kun hvis n er lige.
Lad et lige-tal $= 2k$ hvor k er et heltal, og et ulige-tal $= 2k + 1$, fra dette kan det ses at et lige-tal+1 = et ulige-tal, og et ulige-tal+1 = et lige-tal. Derfor hvis og kun hvis n^2 er lige vil $n^2 + 1$ være ulige. Så hvis n^2 er et lige tal når n er et lige tal er dette altså sandt. $n = 2k \Rightarrow n^2 = (2k)^2 \Rightarrow n^2 = 4k^2 \Rightarrow n^2 = 2(2k^2)$
Da n^2 passer på formen $n = 2k$ hvis $k = 2k^2$ er da altså et lige tal, derfor er det sandt.

4

Betragt de to mængder
$S_1 = (A \cap B \cap C) \cup (B - (A \cup C))$
$S_2 = (B - A) \cup (B \cap C)$
Afgør, om $S_1 = S_2$.



S1



S2

Som det ses fra de 2 venn diagrammer af S_1 og S_2 kan det ses at de ikke er ens.