# Orthogonal Range Searching in 2D using Ball Inheritance

Mads Ravn

Computer Science, Aarhus University

2015



- Introduction
  - Orthogonal Range Searching
  - Previous data structures.

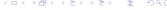
- 2 Ball Inheritance Search
  - Ball Inheritance Problem
  - Ball Inheritance Search Data Structure



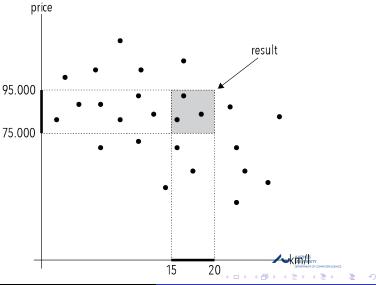
- Introduction
  - Orthogonal Range Searching
  - Previous data structures

- 2 Ball Inheritance Search
  - Ball Inheritance Problem
  - Ball Inheritance Search Data Structure





# Orthogonal Range Searching



### **Preleminaries**

- Alle koordinater er unikke
- Rank space
- *n* er en potens af 2



## Orthogonal Range Searching

Vi er givet n punkter fra  $\mathbb{R}^2$  som vi ønsker at indsætte i en datastruktur sådan at vi kan svare effektivt på forespørgslen  $q = [x_1, x_2] \times [y_1, y_2]$ .



- Introduction
  - Orthogonal Range Searching
  - Previous data structures.

- 2 Ball Inheritance Search
  - Ball Inheritance Problem
  - Ball Inheritance Search Data Structure



#### kd-træ

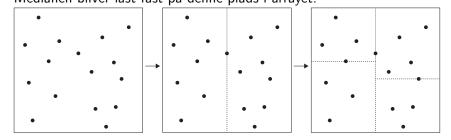
#### kd-træ

- $\mathcal{O}(n)$  plads
- $\mathcal{O}(\sqrt{n}+k)$  tid

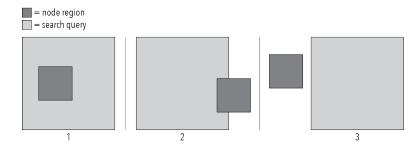
Givet n punkter: Punkterne bliver sorteret efter x eller y på skift. Median bliver fundet og punkterne mindre end medianen bliver givet til venstre barn og punkterne højere end medianen bliver givet til højre barn. Et punkt per blad i træet.

## Opbygning af kd-træ

Det  $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ 'te element bliver valgt som median. Dette element fungerer som en skille-linje mellem de to punkt-mængder. Medianen bliver låst fast på denne plads i arrayet.



## Søgning i kd-træ





### **BISintro**

Ball Inheritance Search, BIS, er en datastruktur bygget som en simplificering af den datastruktur chanetal laver i ARTIKEL



- Introduction
  - Orthogonal Range Searching
  - Previous data structures

- Ball Inheritance Search
  - Ball Inheritance Problem
  - Ball Inheritance Search Data Structure





• Vi er givet et perfekt balanceret søgetræ.



- Vi er givet et perfekt balanceret søgetræ.
- Roden indeholder n punkter(bolde) som er blevet fordelt sådan at hvert blad lagrer et punkt.

- Vi er givet et perfekt balanceret søgetræ.
- Roden indeholder n punkter(bolde) som er blevet fordelt sådan at hvert blad lagrer et punkt.
- Hver intern knude har en liste over hvilke af de bolde der er gået igennem som er blevet givet til venstre og højre barn.

- Vi er givet et perfekt balanceret søgetræ.
- Roden indeholder n punkter(bolde) som er blevet fordelt sådan at hvert blad lagrer et punkt.
- Hver intern knude har en liste over hvilke af de bolde der er gået igennem som er blevet givet til venstre og højre barn.
- Vi kan nu følge en bold fra roden til et blad med lg n skridt.

- Vi er givet et perfekt balanceret søgetræ.
- Roden indeholder n punkter(bolde) som er blevet fordelt sådan at hvert blad lagrer et punkt.
- Hver intern knude har en liste over hvilke af de bolde der er gået igennem som er blevet givet til venstre og højre barn.
- Vi kan nu følge en bold fra roden til et blad med lg n skridt.
- Det er  $n \cdot \lg n$  bits.

- Vi er givet et perfekt balanceret søgetræ.
- Roden indeholder n punkter(bolde) som er blevet fordelt sådan at hvert blad lagrer et punkt.
- Hver intern knude har en liste over hvilke af de bolde der er gået igennem som er blevet givet til venstre og højre barn.
- Vi kan nu følge en bold fra roden til et blad med lg n skridt.
- Det er  $n \cdot \lg n$  bits.
- Løs: Givet en knude og et index i knudens liste, hvilket blad ender denne bold ved? Vi kan følge bolden



## **Faster Queries**

Vis koncept, tid og plads her



### LCA

Vis hvordan LCA virker og hvordan vi går ned og hvordan vi finder alle punkter mellem  $[x_1, x_2]$ .



## yrange

Vis hvordan vi finder den korrekt y-range. Og hov, det her er jo netop det information vi skal bruge for at løse ball inheritance



- Introduction
  - Orthogonal Range Searching
  - Previous data structures

- 2 Ball Inheritance Search
  - Ball Inheritance Problem
  - Ball Inheritance Search Data Structure



#### Ball Inheritance Search

#### **Ball Inheritance Search Data Structure**

- $\mathcal{O}(n)$  plads
- $\mathcal{O}(\lg n + k \cdot \lg^{\epsilon} n)$  tid, hvor  $\epsilon > 0$  er en arbitrær lille konstant