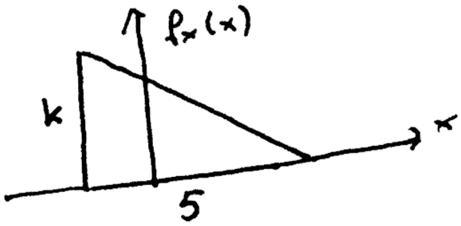
ETSMP Reeksamen E16

Opg. 1

1) For at $f_X(x)$ er en gyldig tæthedsfunktion skal

$$\int_{-2}^{3} f_X(x)\,dx = 1$$

Vi leder efter k:



Areal under kurven skal være 1.

Vi bruger formel for retvinklet trekant

$$\text{Areal} = 1 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot 5 \Leftrightarrow k = \frac{2}{5} = \underline{\underline{0,4}}$$

2) cdf findes ved for $-2 \leq x \leq 3$

$$F_X(x) = \int Ax + B\,dx = \frac{A}{2}x^2 + Bx + C$$

fordi $F_X(x) = \int f_X(x)\,dx$.

ETSMP Reeksamen E16

Opg. 1 (fortsat)

3) Forventningsværdi $E|x|$

$$E|x| = \int_{-2}^{3} x \, f_x(x)\,dx = \int_{-2}^{3} x \cdot \left(-\frac{2}{15}x + \frac{6}{25}\right) dx$$

$$= \left| \frac{1}{3}\left(-\frac{2}{25}\right)x^3 + \frac{6}{25}\cdot\frac{1}{2}x^2 \right|_{-2}^{3}$$

$$= \frac{1}{3}\left(-\frac{2}{25}\right)3^3 + \frac{3}{25}3^2 - \frac{1}{3}\left(-\frac{2}{25}\right)(-2)^3 + \frac{3}{25}(-2)^2$$

$$= \underline{\underline{-\frac{1}{3}}}$$

Varians $\quad \sigma_x^2 = E|x^2| - E|x|^2$

$$E|x^2| = \int_{-2}^{3} x^2 \left(-\frac{2}{25}x + \frac{6}{25}\right) dx$$

$$= 1,5$$

$$\sigma_x^2 = 1,5 - 0,333^2 = \underline{\underline{1,39}}$$

4) $\Pr(x < 0) = F_x(x = 0)$

$$= \frac{A}{2}\cdot 0^2 + B\cdot 0 + C$$

$$= C = \frac{16}{25}$$

ETSMP Reeksamen E16

opg. 2

1) Én realisation af X(n).

i matlab skrives

```
n = 0 : 10;
x1 = unidrnd (3, 1, 11) - 2 + 0,7;
plot (n, x1)
```

se bilag A.

2) Ensemble middelværdi

$$E[x(n)] = E[w(n)] + 0,7$$

$$E[w(n)] = \sum_{w} w \, f_w(w)$$

$$= -1 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} = 0$$

derved:

$$E[x(n)] = 0 + 0,7 = \underline{\underline{0,7}}$$

ETSMP Reeksamen E16

opg. 2 (fortsat)

Ensemble varians

$$\sigma^2_{x(n)} = E[w(n)^2] - E[w(n)]^2 = E[w(n)^2]$$

$$= \sum_w w^2 f_w(w) = (-1)^2 \cdot \frac{1}{3} + 0^2 \cdot \frac{1}{3} + 1^2 \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

3) Bestemme autokorrelationen

$$R_{xx}(\tau) = \sum_n x(n) x(n-\tau) f_x(n)$$

hvor $f_x(x) = f_w(w + 0,7)$.

4) Processen er WSS da middel~~[illegible]~~ værdi og autokorelation ikke er tids afhængige.

Processen er ergodisk da pmf kan bestemmes udfra én realisation.

ETS MP Reeksamen E16

Opg. 3

Hændelse A: Blade

Hændelse B: signalfejl

Hændelse C: personalemangel

$Pr(A) = \frac{1}{4}$ $\quad$ $Pr(B) = \frac{1}{2}$ $\quad$ $Pr(C) = \frac{1}{4}$

1) Hændelserne er ikke disjunkte,

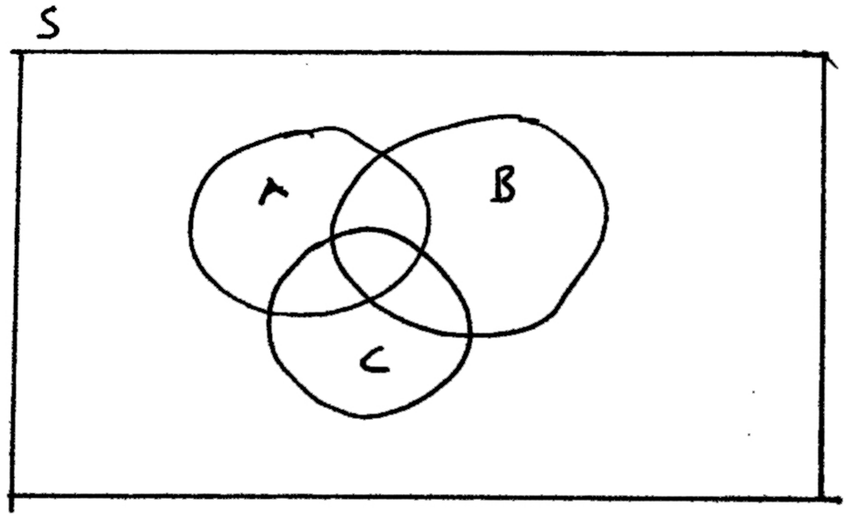
dvs: $Pr(A \cap B) \neq \phi$ $\quad$ $Pr(B \cap C) \neq \phi$

og $Pr(A \cap C) \neq \phi$

Ikke delmængder, dvs. $A \not\subset B$, $B \not\subset A$

$A \not\subset C$, $C \not\subset A$

$B \not\subset C$, $C \not\subset B$



ETSMP Reeksamen E16

Opg 3

2) $$Pr(A \cap B) = Pr(A|B)\,Pr(B)$$

da A og B er uafhængige

$$Pr(A|B) = Pr(A)$$

$$Pr(A \cap B) = Pr(A)Pr(B) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$$

3) $$Pr(A \cup B) = Pr(A) + Pr(B) - Pr(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \underline{\underline{\frac{5}{8}}}$$

4) $$Pr(A \cup B \cup C) = Pr(A) + Pr(B) + Pr(C) - Pr(A \cap B) - Pr(B \cap C) - Pr(A \cap C) + Pr(A \cap B \cap C)$$

da A, B og C er uafhængige:

$$Pr(A \cup B \cup C) = Pr(A) + Pr(B) + Pr(C) - Pr(A)Pr(B) - Pr(B)Pr(C) - Pr(A)Pr(C) + Pr(A)Pr(B)Pr(C)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}$$

$$= \underline{\underline{\frac{23}{32}}}$$

opg. 4

Forskel i vægt:

-10, -17, 17, -53, -33, 1, 1, 8, 3, -37

1) Null hypotese:

δ = forventet vægtændring

H_0 : $\delta = 0$

Alternativ hypotese

H_1 : $\delta \neq 0$

2) parret test, da det er før og efter ved den samme patient.

3) $$\bar{d} = \hat{\delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_{1i} - x_{2i}$$

$$= \frac{1}{10}(-10 - 17 + 17 \ldots - 37)$$

$$= \underline{\underline{-12}}$$

Opg. 4 (fortsat)

4) $s_d^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2$

$= \frac{1}{10-1} \left((-10+12)^2 + (-17+12)^2 + \dots (-37+12)^2 \right)$

$= \underline{\underline{508,8}}$

5) parret t-test, 2 sidet test.

$t = \frac{\bar{d} - \delta}{s_d/\sqrt{n}} = \frac{-12-0}{\sqrt{508,8}/\sqrt{10}} = -1,682$

$1,682 \sim t(10-1)$

p-værdi: $p = 2 \cdot (1 - \text{tcdf}(|t|, n-1))$

$= 2(1 - 0,9366) = 0,1269$

Ho kan ikke afvises da p-værdi er større end 0,05.

6) 95% konfidens interval

$t_0 = \text{tinv}(0,975, n-1) = 2,26$

nedre:

$\xi_- = \bar{d} - t_0 \cdot {s_d}/{\sqrt{n}}$

$= -12 - 2,26 \cdot \frac{\sqrt{508,8}}{\sqrt{10}} = \underline{\underline{-28,13}}$

øvre:

$\xi_+ = \bar{d} + t_0 \cdot {s_d}/{\sqrt{n}}$

$= -12 + 2,26 \cdot \frac{\sqrt{508,8}}{\sqrt{10}} = \underline{\underline{4,13}}$