

EKSAMEN

Kursus:	ETSMP - Stokastisk modellering og behandling
Eksamensdato:	11. juni 2018, kl. 09.30-12.30 (FP 09.30 – 13.30)
Eksamenstermin:	Vinter 2017/18 reeksamen + Sommereksamen 2018
Ingeniørhøjskolen udleverer:	4 stk. hvidt papir
Praktiske informationer:	<p>Digital eksamen Opgaven tilgås og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen skal digitaliseres og afleveres i den digitale eksamensportal. Opgavebesvarelsen skal afleveres i PDF-format.</p> <p>Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokumenttitel/filnavn.</p> <p>Husk at uploade og aflevere i Digital eksamen. Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret.</p> <p>Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes dispensationsansøgning.</p>
Hjælpemidler:	Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt.
Særlige bemærkninger:	Alle delspørgsmål vægtes ens
Ansvarlig underviser:	Lars Mandrup, Gunvor Elisabeth Kinkelund

Opgave 1: Sandsynlighedsregning

Et system er udviklet til at registrere om RFID tags er defekte. En undersøgelse viser, at givet et RFID tag ikke er defekt, er sandsynligheden for, at systemet registrerer, at det ikke er defekt, lig med 0,4. Og givet et RFID tag er defekt, er sandsynligheden for, at systemet registrerer, at det er defekt, lig med 0,999.

Vi ved at 1 ud af 100 RFID tags er defekte.

- a) Hvad er sandsynligheden for at et RFID tag ikke er defekt?
- b) Hvad er den totale sandsynlighed for at systemet registrerer et RFID tag som defekt?
- c) Hvad er sandsynligheden, givet at et RFID tag registreres som defekt, at det også er defekt?
- d) Hvad er sandsynligheden, givet at et RFID tag registreres som defekt, at det ikke er defekt?

Opgave 2: Stokastiske variable

En tæthedsfunktion (pdf) for en stokastisk variabel er defineret til at være:

$$f_X(x) = \begin{cases} K \cdot (x^2 + 7) & \text{if } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

- a) Vis at $K = \frac{3}{44}$, for at $f_X(x)$ er en gyldig tæthedsfunktion (pdf). Skitsér $f_X(x)$.
- b) Opstil udtrykket for og find middelværdien (forventningsværdien) af X .
- c) Opstil udtrykket for og find standard afvigelsen af X .
- d) Opstil udtrykket for og find fordelingsfunktionen (cdf'en) for X .

Opgave 3: Stokastiske processer

En kontinuert stokastisk proces er givet ved:

$$y(t) = x(t) + w$$

hvor $x(t) \sim \mathcal{N}(0, t^2)$ og $w \sim \mathcal{N}(3, 1)$, og x og w er uafhængige.

- a) Tegn 3 realisationer af y , der er samlet med en periodetid på 1s, i intervallet $0s \leq t \leq 10s$. Skriv hvorledes realisationerne er fremkommet ved brug af en Gauss generator, f.eks. `randn()` i Matlab.
- b) Opskriv et udtryk og udregn ensemble middelværdien for processen $y(t)$.
- c) Opskriv et udtryk og udregn ensemble variansen for processen $y(t)$.
- d) Opskriv udtryk for den tidslige middelværdi og varians for én realisation af processen $y(t)$.
- e) Er processen $y(t)$ stationær i den brede forstand (WSS)? Er den ergodisk? Begrund dine svar.

Opgave 4: Statistik

Til kvalitetssikring af en produktion er udviklet et automatisk overvågningssystem, der skal registrere om en komponent er monteret korrekt. Overvågningssystemet skal i 95% af tilfældene registrere komponenterne korrekt, dvs. fejl-monterede komponenter registreres som fejl og korrekt-monterede komponenter registreres som korrekte.

For at undersøge om systemet overholder dette krav laves en række måleserier på et produkt A, hvor der testes om overvågningssystemets succesrate er præcis 95%. Testen består af i alt 15 måleserier. Hver serie består af 100 enheder, hvor antallet af korrekte registreringer (successer) noteres.

Testdata:

Måleserie A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Antal korrekte registreringer	98	98	93	96	95	92	99	95	95	94	98	93	99	94	98

- Bestem fra testen den estimerede succesrate (sandsynligheden for korrekt registrering).
- Hvilken test-statistik kan bruges til at teste om overvågningssystemet overholder kravet til korrekt registrering. Der skal gøre rede for, at betingelserne for den benyttede test-statistik er opfyldt, samt hvilken NULL-hypotese og alternative hypotese, der opstilles til testen.
- Bestem p-værdien for de målte testdata. Opfylder overvågningssystemet kravet med et signifikans-niveau på 5%.
- Bestem 95% konfidensintervallet for overvågningssystemet med de målte testdata.

For at undersøge om der er forskel på overvågningssystemets succesrate ved forskellige typer produkter, laves en tilsvarende test på et andet produkt B. Her laves en test med 12 måleserier på hver 100 enheder. Det kan antages, at målinger på produkt A og B har samme varians.

Testdata:

Måleserie B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Antal korrekte registreringer	99	94	89	92	90	91	92	96	92	90	90	95

- Hvilken test skal laves for at undersøge om de to datasæt er forskellige?
- Opstil NULL-hypotese, beregn p-værdien og konkluder om de to datasæt er ens med 5% signifikansniveau.