

ESTUDO DE CASO: SUSPENSÃO ATIVA

MARIA EDUARDA SOARES ROMANA SILVA,*TIAGO FERNANDES SOUCEK,*THOMAZ MALDONADO BONFIM,*VITOR LUIZ DE CASTRO VIANA*

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Apucarana, Paraná, Brasil

Emails: silva.2003@alunos.utfpr.edu.br, tiago.2004@alunos.utfpr.edu.br,
thomazbonfim@alunos.utfpr.edu.br, vitorviana@alunos.utfpr.edu.br

Abstract— In this case study, a PID controller was developed for an active suspension system, aiming to quickly attenuate vehicle vibrations caused by disturbances on public roads, providing greater comfort to passengers and stability to the car. The project was based on the work of Queiroz, L.F.B (2003), who used a Quarter-car model (representing a quarter of a car). Newton's laws of classical physics were applied to derive a mathematical equation for the active suspension system. Subsequently, system control techniques were applied, opting for the Ziegler-Nichols method due to its effectiveness and lower complexity compared to other controllers. To validate the project, simulations were conducted in the MATLAB/Simulink environment from MathWorks INC. ***** The results demonstrated that the desired performance was achieved with the PID controller tuned by the Ziegler-Nichols method, despite the differences between the theoretical model and the actual active suspension plant used in the studies.

Keywords— PID Controllers, Ziegler-Nichols, Active Suspension.

Resumo— Neste estudo de caso, foi desenvolvido um controlador PID para um sistema de suspensão ativa, com o objetivo de atenuar rapidamente as vibrações dos veículos causadas por perturbações em vias públicas, proporcionando maior conforto aos passageiros e estabilidade ao carro. O projeto baseou-se no trabalho de Queiroz, L.F.B (2003), que utilizou um modelo *Quarter-car* (representação de um quarto de um carro). Foram aplicadas as leis de Newton da Física clássica para derivar uma equação matemática para o sistema de suspensão ativa. Em seguida, utilizamos técnicas de controle de sistemas, optando pelo método de Ziegler-Nichols devido à sua eficácia e menor complexidade em comparação com outros controladores. Para validar o projeto, realizamos simulações no ambiente MATLAB/Simulink da MathWorks INC. ***** Os resultados demonstraram que o desempenho desejado foi alcançado com o controlador PID sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols, apesar das diferenças entre o modelo teórico e a planta real de suspensão ativa utilizada nos estudos.

Palavras-chave— Controladores PID, Ziegler-Nichols, Suspensão Ativa .

1 Introdução

A suspensão ativa é um marco na engenharia automotiva, um sistema que oferece equilíbrio entre conforto, segurança e desempenho, tanto do carro quanto os ocupantes do veículo. À medida que a tecnologia avança, espera-se que sua aplicação se torne ainda mais ampla, beneficiando um número maior de motoristas ao redor do mundo (SABKA, 2017).

Ao contrário da suspensão convencional (suspensão passiva), que faz uso de molas e amortecedores passivos, a suspensão ativa utiliza tecnologia eletrônica para ajustar automaticamente a rigidez da suspensão conforme as condições da estrada. Esse ajuste em tempo real ajuda a reduzir vibrações, melhorar o controle do veículo e proporcionar uma viagem mais confortável aos passageiros. Além disso, essa tecnologia também contribui para a estabilidade do carro, especialmente em curvas e durante frenagens.

A suspensão ativa é um conjunto de molas, amortecedores, atuadores e um controlador. Ela suprime vibrações causadas principalmente pelo movimento do automóvel em vias irregulares, proporcionando conforto ao passageiro e mantendo o contato das rodas com a estrada, que fornece melhor

controle do carro. A suspensão ativa apresenta a aplicação de um atuador (geralmente pneumático ou hidráulico) que aplica força adicional ao sistema (BECKERS; DUTRA; GUIETERREZ, 2019).

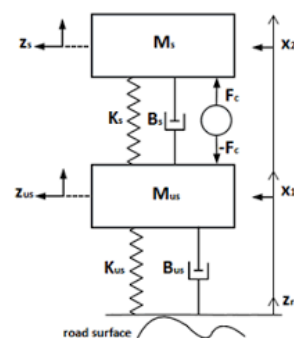


Figura 1: Diagrama suspensão ativa

Para este sistema (Figura 1), algumas observações serão tomadas:

- . O carro está parado para $t < 0$;
- . O sistema massa-mola-amortecedor está parado para $t < 0$;
- . Para $t=0$ a velocidade do carro é constante;
- . m é a massa do carro;
- . B é o coeficiente de atrito viscoso;

- . K é a constante da mola;
- . A força de atrito do amortecedor $\frac{d(X_2)}{dt} - \frac{d(X_1)}{dt}$.
- . A força da mola é porcional a $X_2 - X_1$

No contexto acadêmico, diversos estudos têm explorado o uso de controladores PID (proporcional-integral-derivativo) aplicados à suspensão ativa. Sabraka (2017) emprega o controlador PID para melhorar o conforto dos passageiros e a segurança durante a condução do veículo. Os resultados indicaram uma redução significativa nas amplitudes máximas de movimento linear, confirmando a eficácia dos parâmetros de controle fundamentais. Adicionalmente, o desempenho do controlador foi testado em um veículo completo, apresentando impactos positivos na diminuição dos movimentos lineares e angulares

2 Materiais e métodos

2.1 Modelagem matemática do sistema do amortecedor e cálculo da função transferência

De acordo com Queiroz(2023), segundo a segunda lei de Newton em sistemas translacionais

$$ma = \sum F \quad (1)$$

nesse meio m é a massa do conjunto automóvel e $\sum F$ é o somatório das forças que atuam sobre esse conjunto. Ao aplicar a segunda lei de Newton ao sistema, temos:

$$M_{us} \frac{d^2 x_2}{dt^2} = K_s(x_2 - x_1) + B_s \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) + F_c - M_s g \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_{us} \frac{d^2 x_1}{dt^2} = & K_{us} x_1 + B_{us} \left(\frac{dx_1}{dt} \right) - K_s(x_2 - x_1) \\ & - B_s \left(\frac{dx_2}{dt} - M_{us} g - F_c + F_{road} \frac{dx_1}{dt} \right) \\ & \frac{dx_1}{dt} + F_c - M_s g \end{aligned} \quad (3)$$

A equação 2 mostra a segunda lei de Newton aplicada no sistema massa carro, já a equação 3 mostra a segunda lei aplicada ao sistema massa pneu.

$$K_s(X_{20} - X_{10}) = M_s g \quad (4)$$

$$X_{20} = \frac{M_s g}{K_s} + X_{10} \quad (5)$$

$$X_{20} = \frac{M_s}{K_s} g + \left(\frac{M_s + M_{us}}{K_{us}} \right) g \quad (6)$$

$$X_{20} = \left(\frac{M_s}{K_s} + \frac{M_s + M_{us}}{K_{us}} \right) g \quad (7)$$

$$\begin{aligned} K_{us} X_{10} &= K_s(X_{20} - X_{10}) + M_{us} g \\ &= M_s g + M_{us} g X_{10} = \frac{M_s + M_{us}}{K_{us}} g \end{aligned} \quad (8)$$

Com isso, após alterar as variáveis passa-se a equação do domínio do tempo para o domínio da frequência. Após isso, utiliza-se a transformada de laplace:

$$Z_{us} = - \frac{(s^2 M_s + s B_s + K_s) Z_s + F_c - F_{ext}}{(K_s + s B_s)} \quad (9)$$

A equação 2 apresenta um modelo matemático que descreve o comportamento do sistema de amortecimento massa-mola-amortecedor. Considerando que as condições iniciais do sistema são nulas, podemos aplicar a transformada de Laplace, onde:

$$(ms^2 + bs + K)Y(s) = (bs + k)U(s) \quad (10)$$

Onde:

- m é a massa,
- b é o coeficiente de viscosidade,
- K é a constante da mola,
- Y é o sinal de entrada,
- U é o sinal de saída.

A partir dessa equação, obtemos a função de transferência do sistema, sendo portanto:

$$\frac{Z_s}{F_{ext}} = \frac{s^2 M_{us}(B_s + B_{us}) + (K_s + K_{us})}{s^4 M_s M_{us} + s^3(a) + s^2(b) + s(c) + K_s k_{us}} \quad (11)$$

Onde:

- $a = M_s B_s + M_s B_{us} + M_{us} B_s$
- $b = M_s K_s + M_s K_{us} + M_{us} K_s + B_s B_{us}$
- $c = K_{us} B_s + K_s B_{us}$

2.2 Controlador PID

O controlador PID tem a seguinte função transferência:

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (12)$$

Vários métodos analíticos estão disponíveis para o projeto de um controlador PID. Neste caso, optamos por utilizar a regra de sintonia de Ziegler-Nichols para determinar os parâmetros K_p , T_i e T_d , conforme mencionado por Ogata (1970).

3 Resultados e discussão

Tendo como base a monografia de Queiroz(2023), se faz necessário ter valores dos parâmetros físicos para o sistema de suspensão. Para isso, consideramos os parâmetros disponibilizado na planta do sistema quarter-car:

$$M_s = 208Kg$$

$$M_{os} = 28Kg$$

$$K_s = 18700N/m$$

$$K_{us} = 127200N/m$$

$$B_s = 1300N/(m/s)$$

$$B_{us} = 10N/(m/s)$$

O sistema foi montado e simulado os resultados de amortecimento no Simulink.

O modelo foi criado a partir do exemplo apresentado nas aulas de análise de sistemas lineares, e os valores da função do PID foram retirados de Queiroz (2023) modelo para garantir uma implementação consistente e adequada às especificações do sistema em questão.

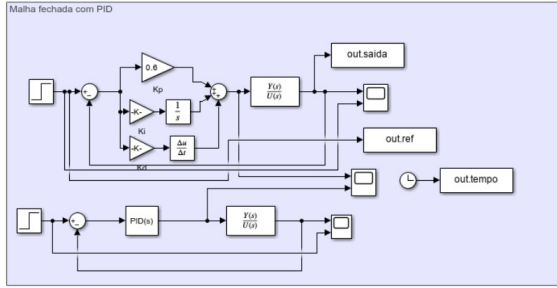


Figura 2: Diagrama malha fechada

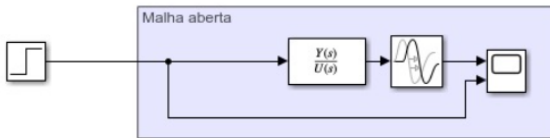


Figura 3: Diagrama malha aberta

3.1 Valores integral e derivativo

Para obter os valores de ganho iterativo e ganho derivativo, Queiroz (2023) a principio usa a tabela de Ziegler-Nichols.

Com a tabela (Figura 4) é possível achar o tempo integral e derivativo, entretanto, é necessário calcular o ganho derivativo e integrativo.

Temos que:

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad (13)$$

$$K_d = K_p T_d \quad (14)$$

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0,5K_{cr}$	∞	0
PI	$0,45K_{cr}$	$\frac{1}{1,2}P_{cr}$	0
PID	$0,6K_{cr}$	$0,5P_{cr}$	$0,125P_{cr}$

Figura 4: Tabela de regras de sintonia de Ziegler-Nichols baseada no ganho K_{cr} e no período P_{cr} . Fonte: Ogata(1970)

Assim , temos que:

$$K_i = 6,309 \times 10^5$$

$$K_d = 7700$$

3.2 Malha Fechada

Após a modelagem (Figura 2), simulamos a resposta do sistema a uma entrada de função degrau. Isso nos permitiu analisar o comportamento dinâmico do sistema em diferentes condições de entrada e validar a eficácia do controlador PID projetado.

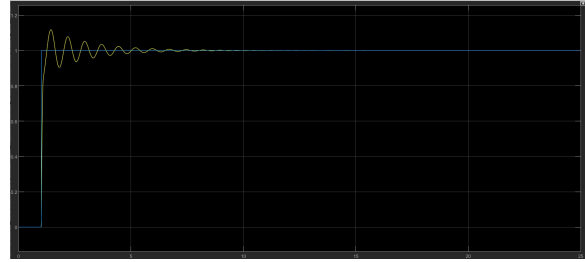


Figura 5: Resposta do sistema: função degrau

O sistema foi modelado para responder a uma entrada em forma de uma senoide de amplitude 1 e frequência 1 Rad/s. Essa análise nos proporcionou uma visão mais ampla do desempenho do sistema sob condições dinâmicas mais realistas, permitindo ajustes e refinamentos no controlador PID conforme necessário para atender aos requisitos de controle específicos.

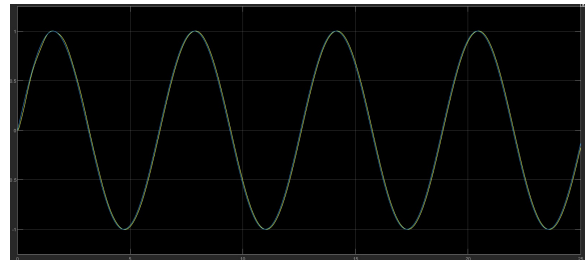


Figura 6: Resposta do sistema: senoide amplitude = 1 e frequência = 1 Rad/s

Uma função foi modelada para gerar múltiplos degraus, permitindo uma análise abrangente do comportamento dinâmico do sistema. Essa abordagem é fundamental para compreender como o sistema responde a mudanças bruscas nas condições de entrada e para ajustar o controlador PID de forma a garantir uma resposta estável e precisa em todas as situações operacionais previstas.

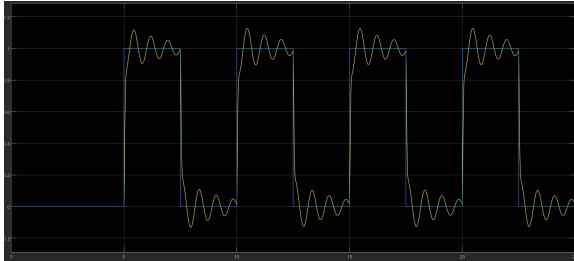


Figura 7: Resposta do sistema: função de vários degraus

Observamos que, ao aplicarmos uma entrada em degrau, o sistema inicialmente apresenta uma pequena turbulência antes de convergir para a estabilidade. Essa transição suave é um indicativo da capacidade do controlador PID em corrigir o erro inicial e manter a resposta do sistema dentro dos parâmetros desejados ao longo do tempo.

Para a entrada em forma de uma senoide, notamos que a resposta do sistema acompanha bem a entrada. Isso pode ser atribuído à equação da função de transferência, que foi cuidadosamente projetada para garantir uma resposta precisa e sem oscilações excessivas.

Ao analisarmos a resposta do sistema a uma entrada composta por vários degraus, observamos que a resposta não tem tempo suficiente para convergir para a estabilidade. Essa observação indica que o sistema pode estar operando próximo ou além dos limites de sua capacidade de resposta dinâmica. Esse comportamento pode ser um sinal de que ajustes adicionais no controlador PID ou mesmo no projeto geral do sistema são necessários para garantir uma resposta estável e precisa em todas as condições operacionais previstas.

3.3 Malha aberta

Após a modelagem (Figura 3) do sistema em malha aberta, notamos que o Simulink fornecia uma resposta constante para a entrada degrau. Para investigar essa discrepância, optamos por plotar a função no MATLAB como uma alternativa. Isso nos permitiu obter uma representação mais precisa da resposta do sistema e identificar possíveis problemas ou limitações na modelagem ou na configuração do Simulink.

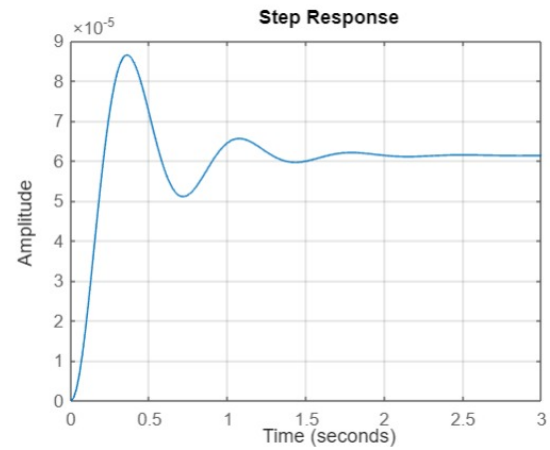


Figura 8: Resposta do sistema: função degrau

3.4 Análise de raízes

A Figura 9 mostra um gráfico de análise de raízes de um sistema dinâmico no plano complexo. No eixo horizontal (real), temos a parte real dos polos do sistema, medida em segundos⁻¹, e no eixo vertical (imaginário), a parte imaginária, também em segundos⁻¹.

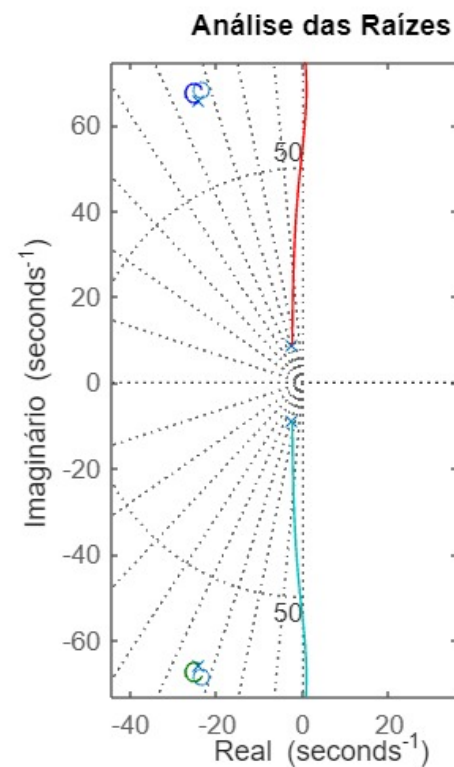


Figura 9: Análise das raízes

O gráfico mostra polos no semiplano esquerdo, sugerindo que o sistema é estável. Portanto, o sistema é estável.

3.5 Diagrama de Bode Malha Aberta

O diagrama de Bode ilustra a resposta em frequência do sistema em malha aberta, apresentando dois gráficos: magnitude (em dB) e fase (em graus) em função da frequência (em rad/s).

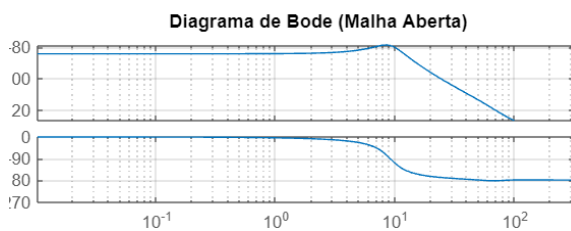


Figura 10: Diagrama de Bode para Malha Aberta

3.6 Gráfico de Magnitude

- **Baixas Frequências (10^{-1} a 10^0 rad/s):**
 - Ganho aproximadamente constante, indicando estabilidade para sinais de baixa frequência.
- **Médias Frequências (10^0 a 10^1 rad/s):**
 - Aumento do ganho seguido por um pico, sugerindo a presença de ressonância.
- **Altas Frequências (acima de 10^1 rad/s):**
 - Ganho decrescente, indicando que o sistema atenua sinais de alta frequência.

3.7 Gráfico de Fase

- **Baixas Frequências (10^{-1} a 10^0 rad/s):**
 - Fase próxima de zero graus, indicando pouca defasagem entre entrada e saída.
- **Médias Frequências (10^0 a 10^1 rad/s):**
 - Aumento da defasagem para valores negativos, devido a elementos dinâmicos no sistema.
- **Altas Frequências (acima de 10^1 rad/s):**
 - Fase estabiliza em torno de -90 graus, mostrando atraso significativo da saída em relação à entrada.

3.8 Diagrama de Bode Malha Fechada

O diagrama de Bode ilustra a resposta em frequência do sistema em malha fechada, apresentando dois gráficos: magnitude (em dB) e fase (em graus) em função da frequência (em rad/s).

3.9 Gráfico de Magnitude

- **Baixas Frequências (10^{-1} a 10^0 rad/s):**

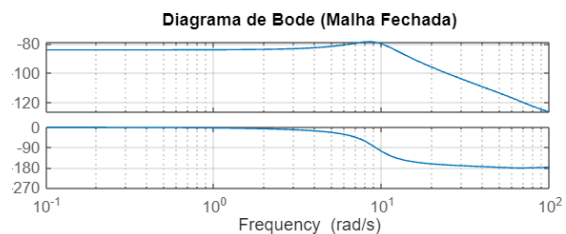


Figura 11: Diagrama De Bode Malha Fechada

- Ganho aproximadamente constante, indicando estabilidade para sinais de baixa frequência.
- **Médias Frequências (10^0 a 10^1 rad/s):**
 - Aumento do ganho seguido por um pico, sugerindo a presença de ressonância.
- **Altas Frequências (acima de 10^1 rad/s):**
 - Ganho decrescente, indicando que o sistema atenua sinais de alta frequência.

3.10 Gráfico de Fase

- **Baixas Frequências (10^{-1} a 10^0 rad/s):**
 - Fase próxima de zero graus, indicando pouca defasagem entre entrada e saída.
- **Médias Frequências (10^0 a 10^1 rad/s):**
 - Aumento da defasagem para valores negativos, devido a elementos dinâmicos no sistema.
- **Altas Frequências (acima de 10^1 rad/s):**
 - Fase estabiliza em torno de -180 graus, mostrando atraso significativo da saída em relação à entrada.

O diagrama de Bode revela que o sistema é estável para baixas frequências, possui ressonância em frequências médias, e atenua sinais em altas frequências. A análise de fase confirma a introdução de defasagem conforme a frequência aumenta, típico de sistemas com dinâmica complexa.

4 Conclusões

Como foi observado no desenvolvimento desse artigo, o tratamento do sinal recebido pelo sistema por meio da transformada de Laplace gerou uma resposta controlada que permite o funcionamento correto de um sistema de suspensão ativa. Assim, em virtude da ação do controlador PID o sistema consegue estabilizar o sinal de entrada.

Nesse meio, para explorar as configurações do sistema foi aplicado uma função degrau no sistema de malha aberta e fechada que geraram respostas satisfatórias. A simulação da malha fechada foi

realizada utilizando a plataforma Simulink, entretanto para a malha aberta o software teve complicações para gerar os gráficos e por isso foi utilizado o próprio matlab para essa função. Além disso, foi aplicado a função senoide apenas no sistema de malha fechada que resultou na estabilidade do sistema. porém, na aplicação da função de múltiplos degraus, o sistema consumiu tempo em excesso para convergir e causou instabilidade. Com isso, pode-se observar que a aplicação da transformada de laplace oferece uma solução versátil para o sistema.

Em suma, o desenvolvimento desse artigo permitiu a visualização do funcionamento de um sistema de suspensão ativa e permitiu o entendimento dos sinais e como são afetados por um controlador PID. Além disso, o processo de desenvolvimento também permitiu a cristalização da aplicabilidade prática da transformada de laplace em situações reais.

Referências

BACKES, I.; DUTRA, D. A. A.; GUTIERREZ, J. C. H (2019). "Técnicas de controle para suspensão ativa: Um comparativo do desempenho dos controladores pid, lqr e h ∞ ". COBISA - Congresso Brasileiro de Instrumentação, Sistema e Automação.

SABKA, Matheus Rogério Roesler (2017). "Análise computacional de um controlador PID aplicado a uma suspensão ativa veicular". Trabalhos de Conclusão de Curso de Graduação - Universidade Federal de Santa Catarina. Campus Joinville

QUEIR, L. F. B. (2023). "Modelagem e controle PID de sistema automotivo de suspensão ativa". Trabalhos de Conclusão de Curso de Graduação - Universidade Federal de Ouro Preto.

OGATA, K.(1970) "Engenharia de Controle Moderno". 5. ed. [S.l.]: Pretince Hall do Brasil.