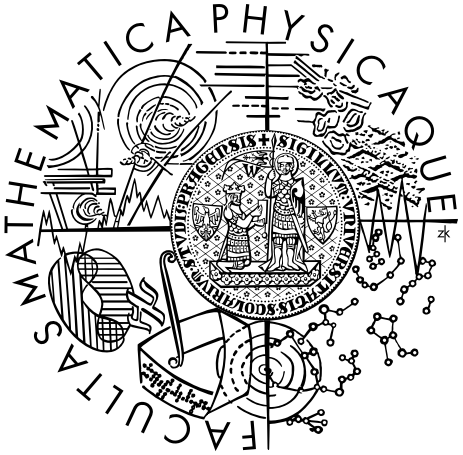
Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Martin Dvořák

Šifrování pomocí celulárních automatů

Katedra teoretické informatiky a matematické logiky

Vedoucí bakalářské práce: PhD. Otakar Trunda
Studijní program: Informatika
Studijní obor: Obecná informatika

Praha 2016

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V ..... dne ..... Podpis autora

Název práce: Šifrování pomocí celulárních automatů

Autor: Martin Dvořák

Katedra teoretické informatiky a matematické logiky: Katedra teoretické informatiky a matematické logiky

Vedoucí bakalářské práce: PhD. Otakar Trunda, Katedra teoretické informatiky a matematické logiky

Abstrakt: Abstrakt.

Klíčová slova: celulární automaty šifrování protahování klíčů

Title: Cryptography using cellular automata

Author: Martin Dvořák

Department of Theoretical Computer Science and Mathematical Logic: Department of Theoretical Computer Science and Mathematical Logic

Supervisor: PhD. Otakar Trunda, Department of Theoretical Computer Science and Mathematical Logic

Abstract: Abstract.

Keywords: cellular automata cryptography key stretching

Děkuji svému vedoucímu za ochotnou pomoc.

Obsah

Úvod

Toto je implementačně-experimentální práce. Cílem mojí práce je vytvořit šifrovací algoritmus využívající celulární automaty.

1. Celulární automaty

1.1 Co jsou to celulární automaty

Celulární automat je diskrétní model, který se skládá z pravidelné mřížky buněk. Buňky se nacházejí v určitých stavech, přičemž množina stavů a pravidla pro přechod mezi stavy jsou společná pro celý automat. Celulární automat se vyvíjí diskrétně v čase (celý najednou).

Specialitou celulárních automatů je to, že i velmi jednoduchá sada pravidel může vést k velmi komplexnímu chování. Celulární automaty našly využití jako modely v biologii, chemii, fyzice, ale také třeba jako nástroj při procedurálním generování terénu pro počítačové hry.

1.2 Elementární celulární automaty

Wofram popisuje 256 elementárních celulárních automatů. Jedná se o binární 1D automaty, kde nový stav každé buňky závisí pouze na jejím stavu a stavu přímých sousedů. Formálně by se dal přechod zapsat jako:

$$x_i(t+1) = f(x_{i-1}(t), x_i(t), x_{i+1}(t))$$

, kde

$$f : \{0,1\}^3 \to \{0,1\}$$

, tudíž existuje $2^{2^3} = 2^8 = 256$ takových funkcí f.

1.3 Jiné 1D celulární automaty

- Nemusíme se omezovat jen na těsné sousedy.
- Můžeme povolit více než 2 stavy.
- Významným druhem celulárních automatů jsou totalistické automaty. Nehledě na to, jak velké se používá okolí a kolik stavů buňlky nabývají, v totalistických automatech se pouze číselně posčítají hodnoty hodnoty buňky s celým jejím okolím a podle součtu hodnot se přiřadí výsledná hodnota. Přechodová funkce pro totalistický automat s okolím velikosti o a počtem stavů s se tedy dá vyjádřít jako:

$$f : \{0,..,(s-1)(o+1)\} \to \{0,..,s-1\}$$

1.4 Dvourozměrné celulární automaty

V oblasti 2D celulárních automatů se používají hlavně totalistické automaty, protože vytváření jiných typů pravidel by bylo příliš složité. Typických příkladem totalistického 2D automatu je Game Of Life. To je dvourozměrný automat nad binární abecedou používající 8-okolí, který se řídí pravidlem, že živá buňka přežívá, pokud má 2 až 3 zivé sousedy

(jinak umírá), zatímco mrtvá buňka obžije, pokud má právě 3 živé sousedy. Game Of Life se stal zdrojem mnoha různých hříček. Nicméně pro účely šifrování se nezdá být moc užitečný, protože nejde dostatečně parametrizovat.

1.5 Implementace celulárních automatů

V teorii se typicky uvažují celulární automaty na nekonečném hřišti. V počátečním stavu mají se však všechny nenulové hodnoty vyskytují jen uvnitř nějaké konečné oblasti buněk. Nenulové hodnoty se pak ale mohou neomezeně rozrůstat do všech stran. Rychlost tohoto rozšiřování lze zhora omezit na základě velikosti okolí aplikovaného pravidla.

V praxi implementujeme celý automat na konečném hřišti. Možnosti jsou dvě. Buď celý automat zacyklíme a jeho vývoj v čase „pokresluje nekonečnou válcovou plochu“, nebo automat na stranách ohraničíme a při aplikaci pravidel na okraji hřiště čteme nulové hodnoty za jeho okrajem.

Výhodou je snadná implementace a nízké paměťové nároky. Nevýhodou je, že se vývoj celého automatu periodicky opakuje, pokud provedeme dostatečný počet kroků. Délku této periody lze bohužel odhadnout pouze zhora.

2. Šifrování

Věda zabývající se šifrováním se nazývá *kryptografie*. Lámáním šifer se zase zabývá *kryptoanalýza*. Úkolem šifrování je uchovat a předat tajnou zprávu tak, aby ji mohl přečíst ten, pro koho je určena, ale už nikdo jiný. Dále se někdy za cíl dává ověřitelnost autora zprávy.

Původní čitelná zpráva se nazývá *plaintext*. Data po zašifrování se nazývají *ciphertext*. Pro převod plaintextu na ciphertext je potřeba použít šifrovací algoritmus. Ten by měl zároveň být schopen převézt ciphertext zpět na plaintext (tzv. dešifrování). Protože fungování šifrovacího algoritmu se velmi snadno vyzradí, zásadní roli hraje *šifrovací klíč*. Pokud se jedná o *symetrickou kryptografii*, tak stejný klíč slouží i k dešifrování. V případě *asymetrické kryptografie* se používají dva různé klíče. Šifrovací resp. dešifrovací klíče v asymetrické kryptografii se s ohledem na jejich použití nazývají jako *veřejný* resp. *tajný* klíč.

Před zašifrováním zprávy se často provádí její *komprese*. To má za následek nejen úsporu přenosového pásma a množství práce (času) šifrovacího algoritmu, ale velkou výhodou je dosažení výrazně rovnoměrnějšího pravděpodobnostního rozdělení na prostoru plaintextů, což výrazně komplikuje kryptoanalýzu.

2.1 Několik ukázek

bla bla bla

V této práci se budeme věnovat vytvoření algoritmu na protahování klíčů (anglicky key stretching). Cílem je z krátkého klíče (který lze například v krátkém čase přenést pomocí RSA) vygenerovat dlouhý klíč (kterým lze přeXORovat celý soubor). Je to tedy podobný úkol jako naprogramovat *Key Stream Generator*, akorát my budeme dopředu vědět cílenou délku výsledného klíče.

Jako Key Stream Generator se dá použít například mnoho blokových šifer. U blokových šifer záleží na módu operace. Při *Cipher Block Chaining* (CBC, PCBC) či *Cipher Feedback* (CFB) módu zašifrování druhé části plaintextu záleží na výsledku zašifrování první části, tudíž to není Key Stream Generator. Ale při zapojení jako třeba *Counter* (CTR) vzniká proud bitů bez znalosti plaintextu, takže získáme Key Stream Generator. Dobrým příklalem je třeba AES-CTR.

2.2 Testy

Je příliš obtížné ukázat o šifrovacím algoritmu, že je doopravdy kvalitní. Jako záruka kvality se proto v praxi používá spíše jeho zveřejnění na několik let, aby ho měli šanci oponovat nejlepší odborníci. Pokud se ani po několika letech neukáže jeho slabina, je šifrovací algoritmus považován za dost dobrý. Naštěstí alespoň ty velmi špatně šifrovací algoritmy je možné rychle rozpoznat statistickými testy. Na to se zaměříme v této práci.

2.2.1 Testy na úrovni jednotlivých výstupů

Pro kryptografii je potřeba, aby dlouhé klíče měly vlastnosti pseudonáhodných posloupností. Pochopitelně zde není možné dosáhnout, aby všechny dlouhé klíče byly stejně pravděpodobné a dosáhli bychom tak „pravé náhodnosti“, ale můžeme alespoň otestovat konkrétní výstup, jestli se podobá náhodné posloupnosti.

Třída Crypto.RandomnessTesting obsahuje následující metody.

- EntropyTest(BitArray b, byte lengthLimit) : Testuje entropii bloků o velikosti od 1 po lengthLimit. Jde o sledování frekvence jednotlivých bloků. V náhodné posloupnosti by měly být všechny bloky stejné délky přibližně stejně časté. Pro krátké posloupnosti (zde pod 10 tisíc bitů) samozřejmě není možné, aby se všechny bloky (zde délky 10) vyskytly, takže jsou všechny výsledky porovnány s maximálním možným výsledkem. Výstupem je vážený průměr, kde mají testy entropií všech délek výsledky v rozsahu 0 až 1. Optimální hodnota je 1.

- CompressionTest(BitArray b) : Zkusí data zkomprimovat pomocí programu gzip s optimální úrovní komprese a vrátí poměr mezi novou a původní velikostí. O posloupnostech, které lze zkomprimovat, je známo, že nejsou dokonale náhodné. Konkrétně velikost dat po kompresi je horním odhadem na Kolmogorovskou složitost. Optimální hodnota je 1.

2.2.2 Testy na úrovni celého zobrazení

Skutečnost, že výstupem algoritmu je pseudonáhodná posloupnost čísel, je jistě dobrá. Ale co když algoritmus všem vstupům přiřadí stejnou pseudonáhodnou posloupnost? Nebo jeden konkrétní bit na vstupu neovlivní výsledek? Takovou nekvalitu musí objevit druhá skupina testů.

Budeme zde zkoumat vlastnosti algoritmů jako vlastnosti celého zobrazení z krátkých klíčů do dlouhých klíčů. Protože si budeme často klást otázky typu „Jak moc se liší výstup A od výstupu B?“, tak by bylo vhodné zavést nějaké hodnocení, ideálně s vlastností metriky. Porovnávat budeme vždy jen výstupy stejné délky. Oblíbenými metrikami pro řetězce jsou *Hammingova vzdálenost* a *Levenshteinova vzdálenost*. Hamming měří počet pozic, na kterých se řetězce liší. Levenshtein měří minimální počet potřebných změn k tomu, abychom z jednoho řetězce dostali ten druhý. Jako změnu je možné provést záměnu znaku, smazání znaku, nebo dopsání znaku na libovolné místo.

Hammingova vzdálenost je triviálně horním odhadem na Levenshteinovu vzdálenost. V případě náhodných binárních řetězců je jejich hodnota občas stejná, ale někdy můžu být Levenshtein výrazně nižší. Například když zrotujeme řetězec o jednu pozici, tak Levenshtein dává vzdálenost 2, zatímco Hamming může dát hodně vysoké číslo (až délka řetězce). Významná pro nás bude rychlost výpočtu. Hammingovu vzdálenost lze triviálně určit v lineárním čase, ale výpočet Levenshteinovy vzdálenosti zabere čas kvadratický. Že to rychleji nejde, se nelze divit, protože Levenshtein vlastně spouští prohledávání prostoru editací. Díky dynamickému programování to lze provést alespoň v tom kvadratickém čase.

Program ještě obě vzdálenosti vydělí délkou řetězce, aby výsledky měly hodnotu v rozmezí 0 (shodné řetězce) až 1 (například řetězec samých nul porovnán se řetězcem samých jedniček). Střední hodnota pro dvojici náhodných binárních posloupností je u Hamminga

triviálně 0,5. Nesrovnatelně těžší je odhadnout střední hodnotu Levenshteinovy vzdálenosti. Posloupnost středních hodnot Levenshteina se vzrůstající délkou vstupu roste jako subaditivní posloupnost. Relativní hodnota proto může pro delší vstupy pouze klesat. Limitní hodnotu se zdá být příliš těžké odhadnout, ale orientační experimenty i diskuze na internetu naznačují, že můžeme počítat s hodnotou kolem 0,29.

Třída Crypto.FunctionTesting obsahuje následující metody. Podle nastavení v konstruktoru mohou všechny testy používat buď Hammingovu, nebo Levensteinovu vzdálenost. Dále uváděno podle Hamminga.

- TestBitChange(IKeyExtender algorithm, int ratio) : Testuje, jak velká část bitů výstupu se změní při změně jednoho bitu vstupu. Metoda sampluje náhodné vstupy a pro každý z nich zkouší změnit zvlášť všechny bity. Optimální hodnota je 0,5.

- TestAverageDistance(IKeyExtender algorithm, int ratio) : Testuje průměrnou vzdálenost výstupů příslušející dvěma různým náhodně zvoleným vstupům. Optimální hodnota je 0,5.

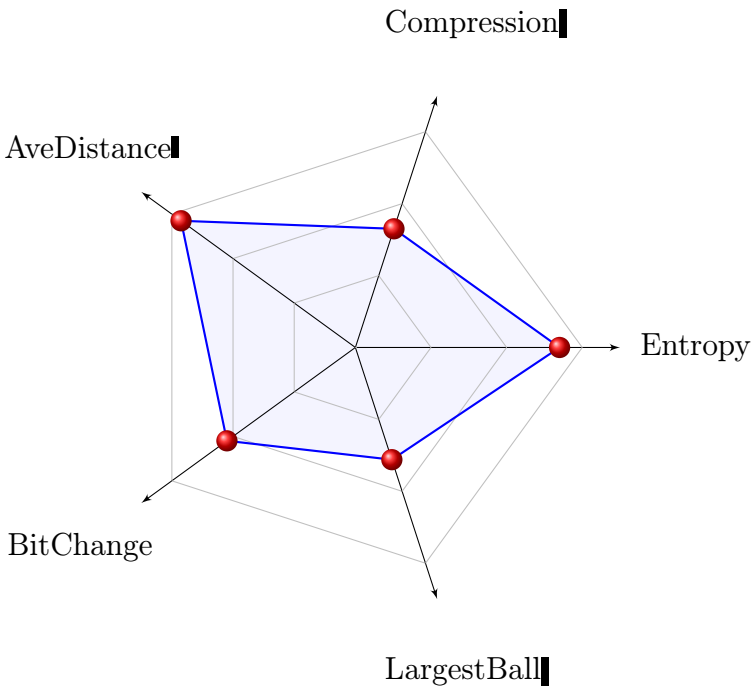
- TestLargestBallExactly(IKeyExtender algorithm) : Testuje, jaká největší koule se dá vměstnat do prostoru výstupů tak, aby neobsahovala žádný vygenerovatelný dlouhý klíč. Zkouší úplně všechny vstupy na malém prostoru a ty natahuje na dvojnásobek. Motivací je, že pokud zobrazení nazaplňuje prostor dostatečně rovnoměrně, pak to rozpoznáme tak, že se do prostoru vejde velká koule.

- TestLargestBallApprox(IKeyExtender algorithm) : Testuje to samé, ale používá delší vstupy, které už nezvládá vyzkoušet všechny, takže je sampluje náhodně.

2.3 Grafické znázornění

Výsledky jednotlivých algoritmů ve výše uvedených testech budeme znázorňovat na diagramech jako je tento:

Pro diagramy jsou hodnoty přeškálovány. S výjimkou testů největších koulí, kde neznáme optimální hodnotu, je škálování takové, aby optimální hodnota byla 1. Tedy například když TestBitChange vrátí hodnotu x, pak je do diagramu zobrazeno $\min\{2x, 2(1-x)\}$, aby optimum (zanesené jako hodnota 1) byl výsledek 0,5 a odchylky na obě strany „stejně vážné“.



Obrázek 2.1: Ukázkový radar chart

3. Způsoby protahování klíčů

Bylo vytvořeno několik různých algoritmů na protahování klíčů využívajících celulární automaty. Je možné si zvlášť zvolit algoritmus (případně některé z nich lze parametrizovat) a zvlášť do něj vložit libovolný binární celulární automat. Některé z agoritmů přímo generují dlouhý klíč zadané délky. Jiné vždy prodlouží klíč na dvojnásobek a obecné natažení realizují iterací tohoto postupu.

Kromě opravdových algoritmů byly vytvořeny ještě dva falešné algoritmy pro účely testování. Jeden z nich jen kopíruje kratší klíč dokola. Jeho výsledek znázorňuje obrázek 3.1. Druhý generuje pseudonáhodnout posloupnost bez ohledu na vstup, což je podvod. Jak hezky vypadá výsledek podvodného generátoru, si můžete prohlédnout na obrázku 3.2.

3.1 KeyExtenderSimpleLinear

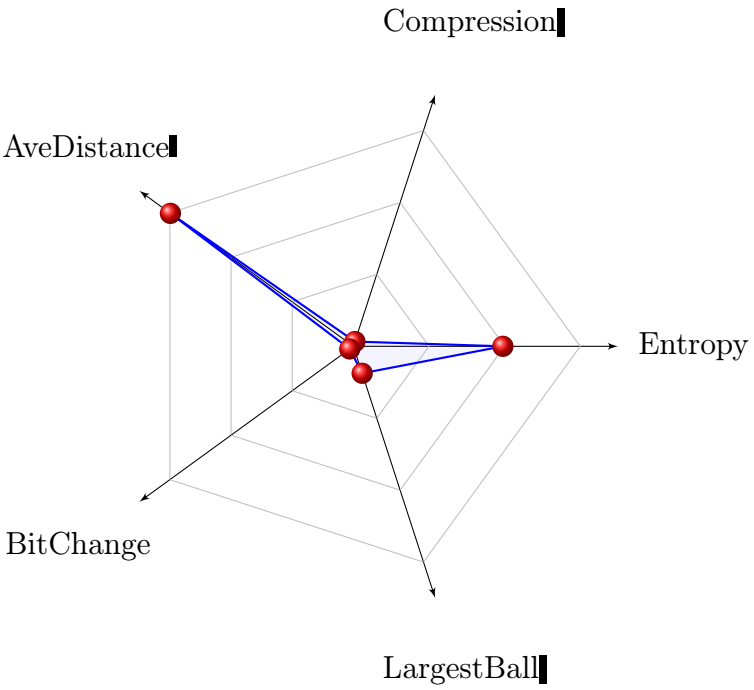
Nejjednodušší způsob, jak natáhnout klíč na dvojnásobek. Tento algoritmus použije vstup jako počáteční konfiguraci celulárního automatu. Pak udělá krok a uloží jeho stav do první poloviny dlouhého klíče (postupně ze všech buněk). Pak udělá druhý krok a načte druhou polovinu dlouhého klíče. Kombinace jednoduchého algoritmu a automatu s jednoduchým chováním vede pochopitelně ke špatným výsledkům (viz obrázek 3.3). Ovšem výsledky automatu, který na vstupu s jedinou jedničkou generuje fraktály, není tak špatný (viz obrázek 3.5).

3.2 KeyExtenderSimpleQuadratic

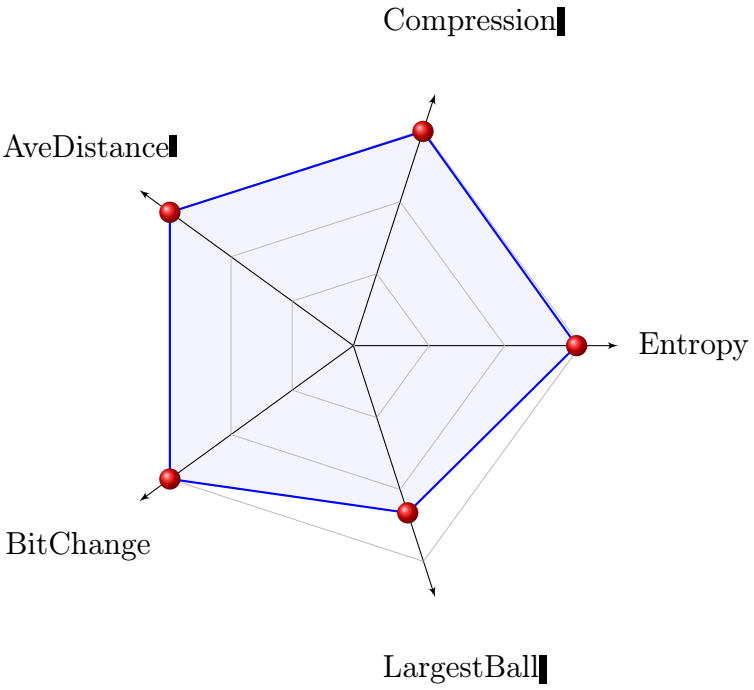
Tento algoritmus natahuje klíč na dvojnásobek způsobem, který je mnohem lepší, ale mnohem pomalejší. Nejprve vytvoří celulární automat, který je dva a půl krát širší, než délka krátkého klíče. Ten krátký klíč uloží do jeho prostředních buněk. Tedy klíč délky n se uloží do stavu automatu s $2{,}5n$ buňkami a to od $0{,}75n$ po $1{,}75n$. Pak automat udělá $2n$ kromů. Výstup se čte z prostřední buňky (1 bit po každém kroku automatu). Je to způsob, o kterém Stephen Wolfram ukázal, že generuje pseudonáhodné posloupnosti, které při volbě správného celulárního automatu splňují všechna měřítka náhodnosti. Jeho návrh používal nekonečnou plochu, ale protože nám stačí natažení na $2n$, tak plocha o šířce $2{,}5n$ funguje stejně, jako kdyby se automat mohl rozpínat do nekonečna.

3.3 KeyExtenderInterlaced

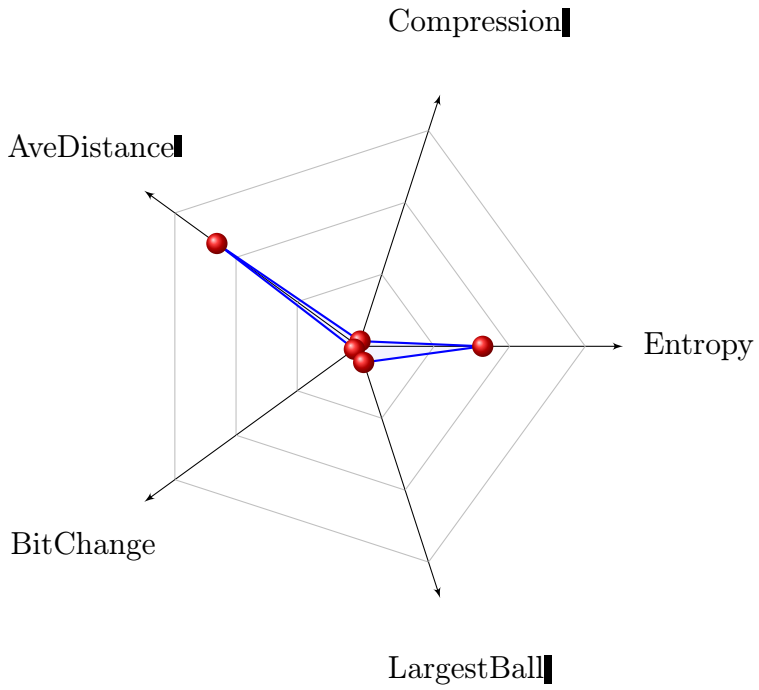
Tento algoritmus se tváří jako kompromis, ale blíží se spíše první (lineární variantě). Algoritmus je parametrizován počtem řad p, ze kterých má dlouhý klíč generovat, a údajem q, kolik kroků navíc má automat vždy provést mezi generováním využívaných stavů. Pokud se spustí s parametry $p = 2$, $q = 0$, potom generuje totožný klíč jako lineární algoritmus. Jeho časová složitost je lineární ve velikosti vstupu a ještě lineární v součinu $p(q + 1)$.



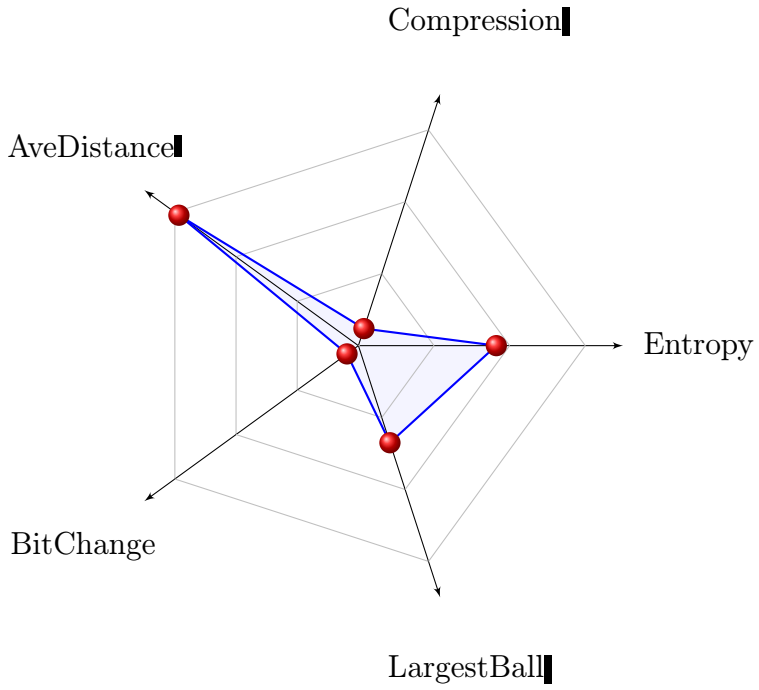
Obrázek 3.1: KeyExtenderCopy



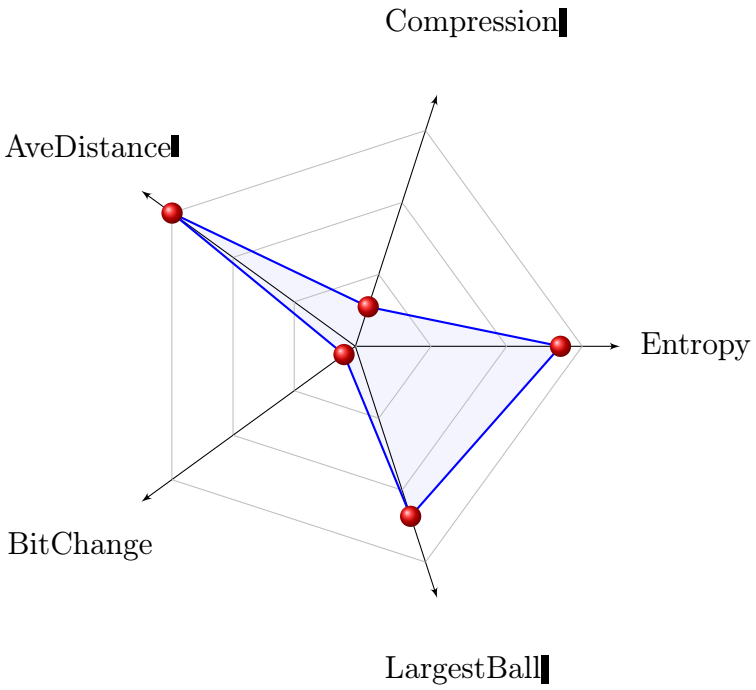
Obrázek 3.2: KeyExtenderCheating



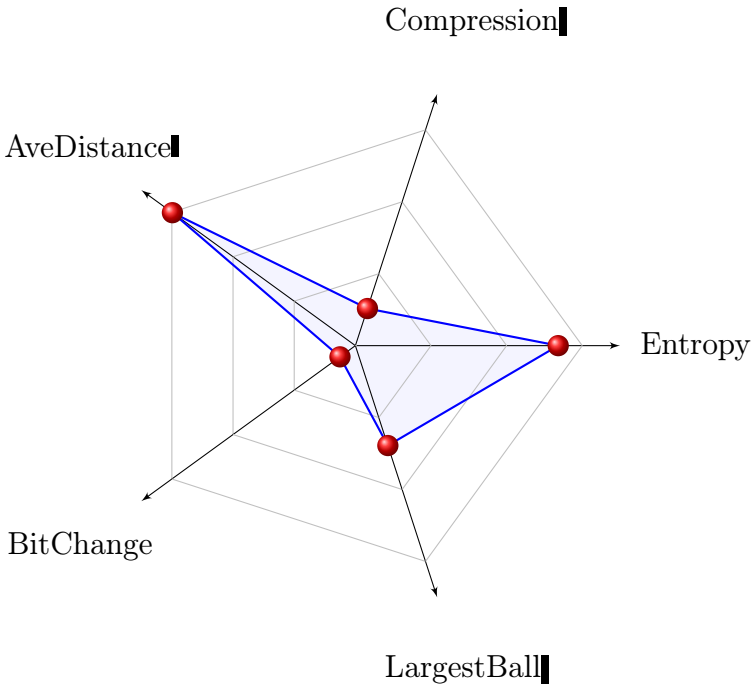
Obrázek 3.3: KeyExtenderSimpleLinear na automat 220



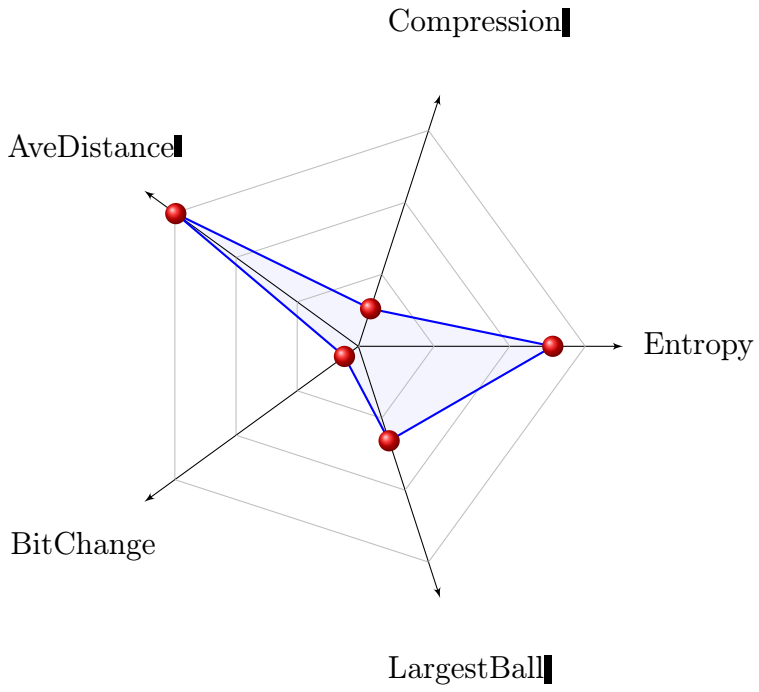
Obrázek 3.4: KeyExtenderSimpleLinear na automat 94



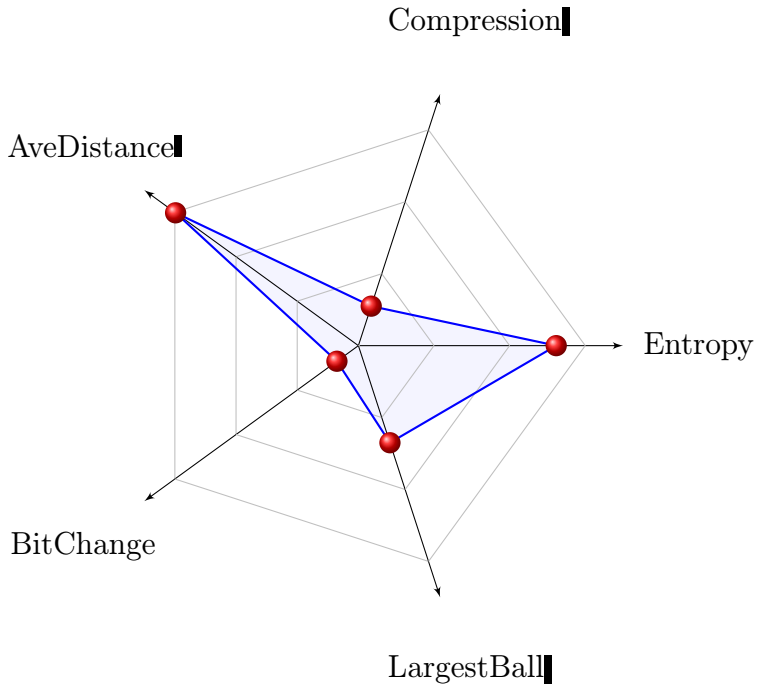
Obrázek 3.5: KeyExtenderSimpleLinear na automat 90



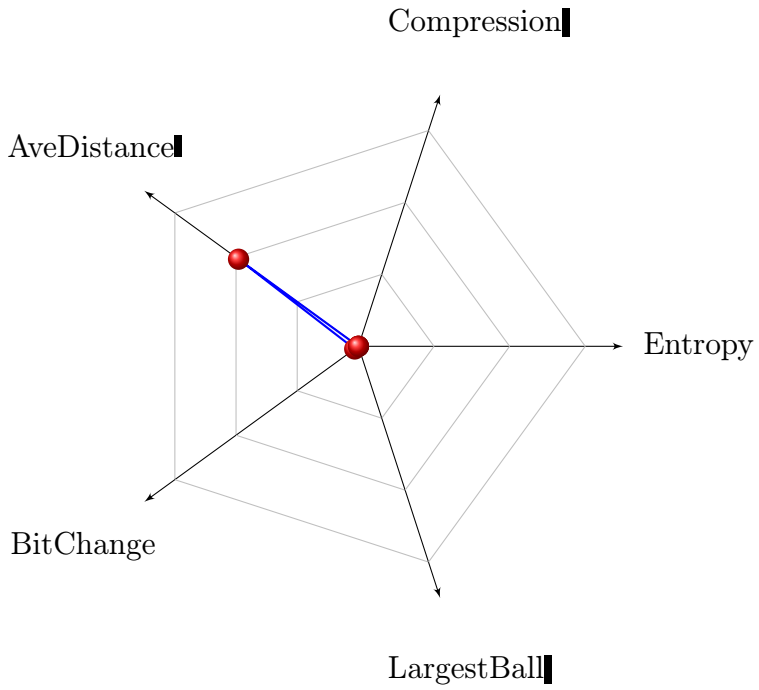
Obrázek 3.6: KeyExtenderSimpleLinear na automat 30



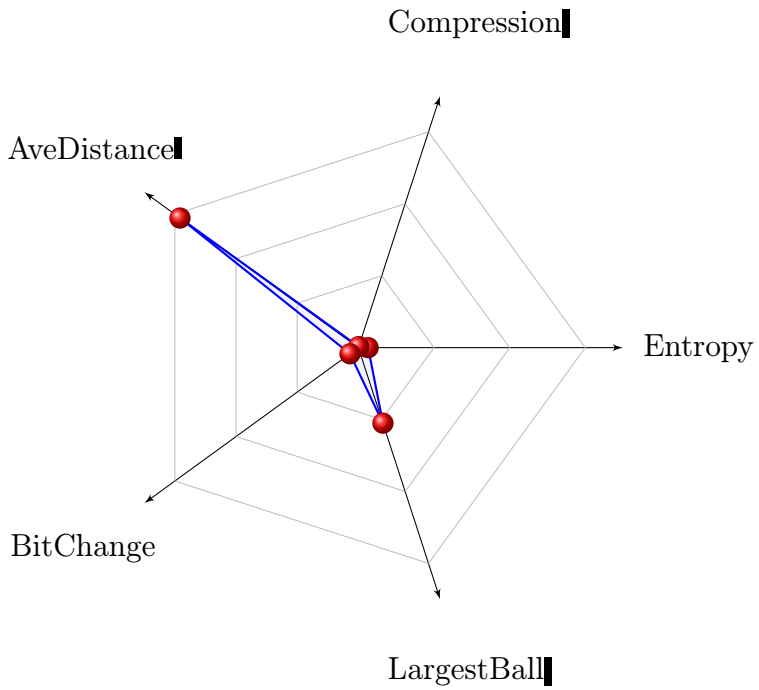
Obrázek 3.7: KeyExtenderSimpleLinear na automat 110



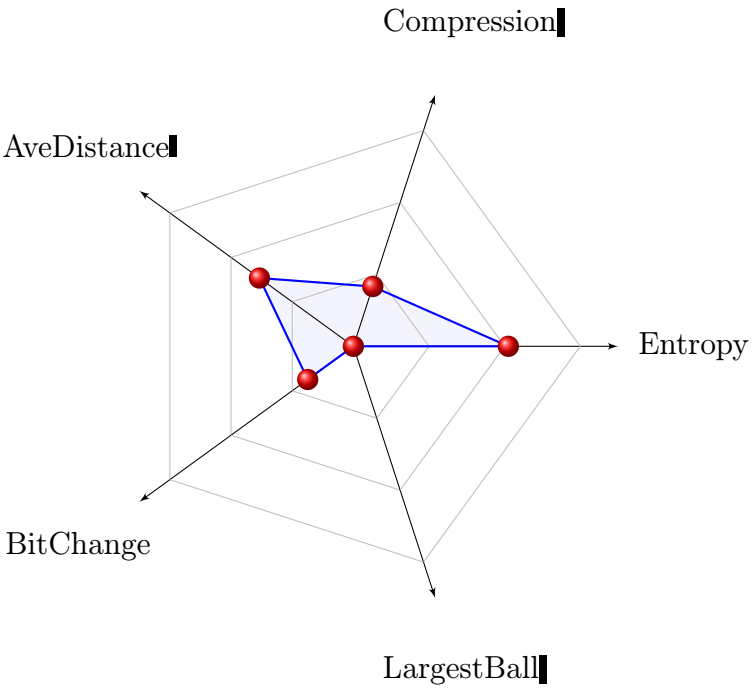
Obrázek 3.8: KeyExtenderSimpleLinear na cyklický automat s 2-okolím



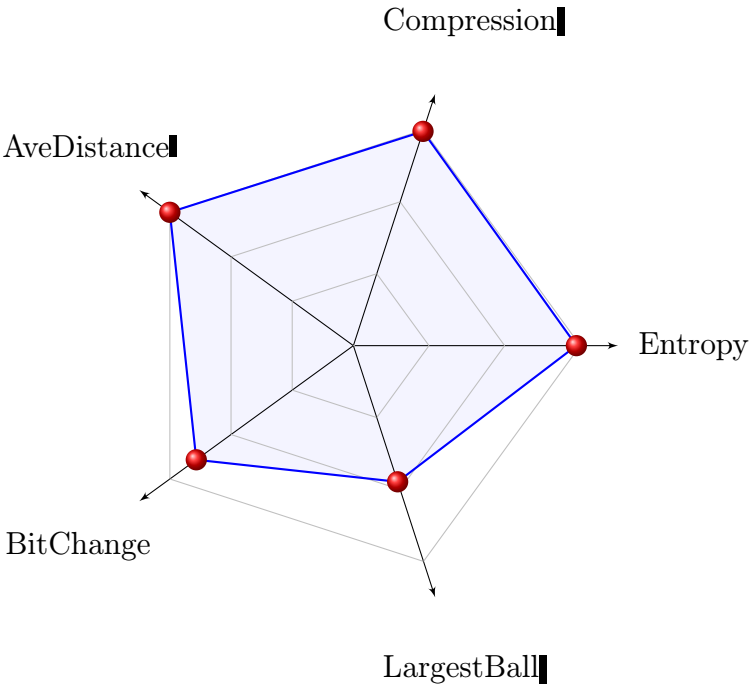
Obrázek 3.9: KeyExtenderSimpleQuadratic na automat 220



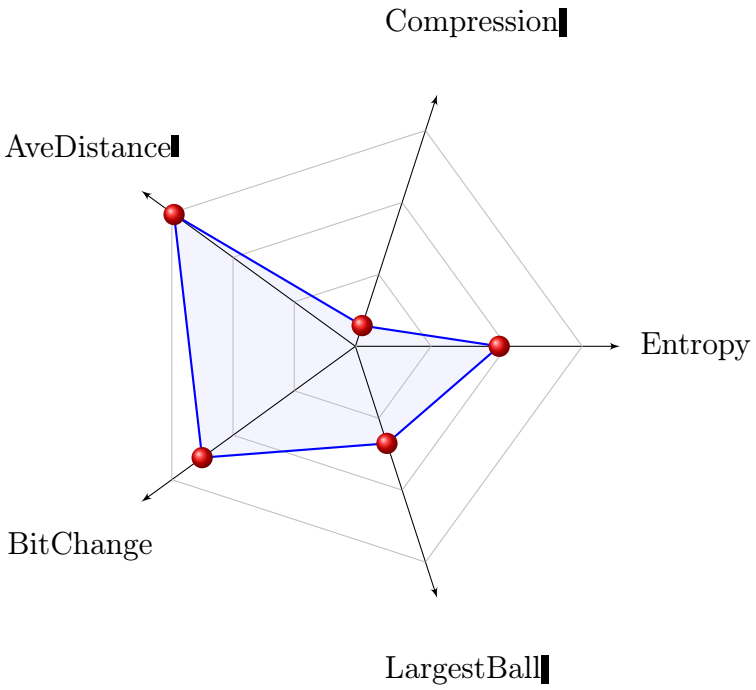
Obrázek 3.10: KeyExtenderSimpleQuadratic na automat 94



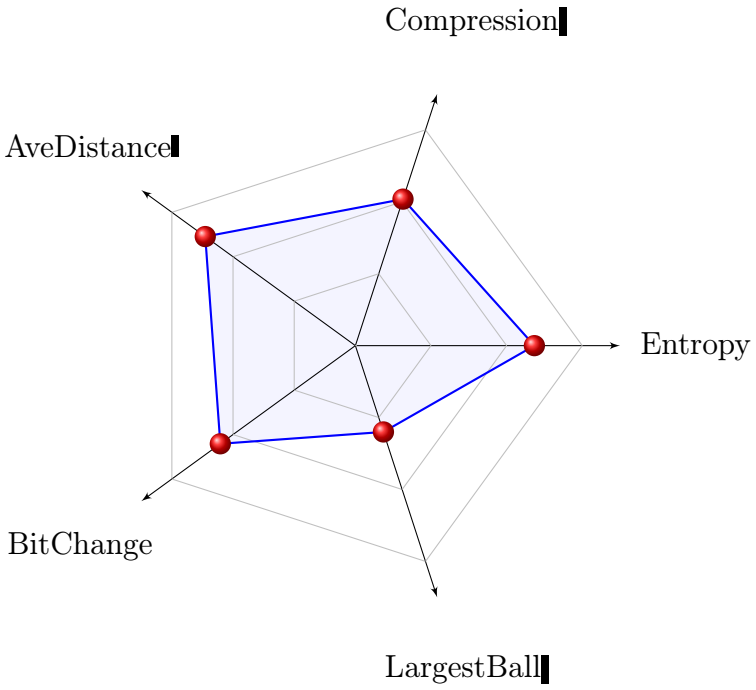
Obrázek 3.11: KeyExtenderSimpleQuadratic na automat 90



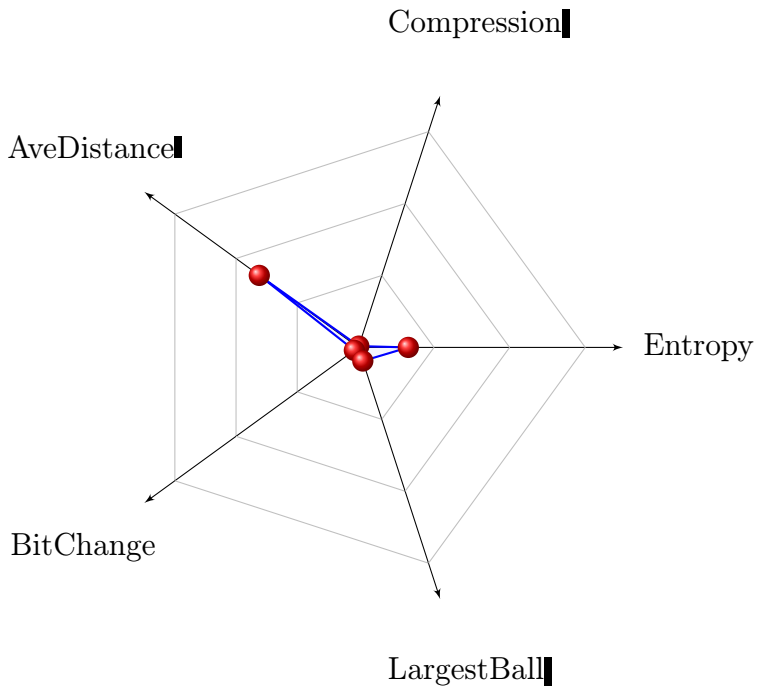
Obrázek 3.12: KeyExtenderSimpleQuadratic na automat 30



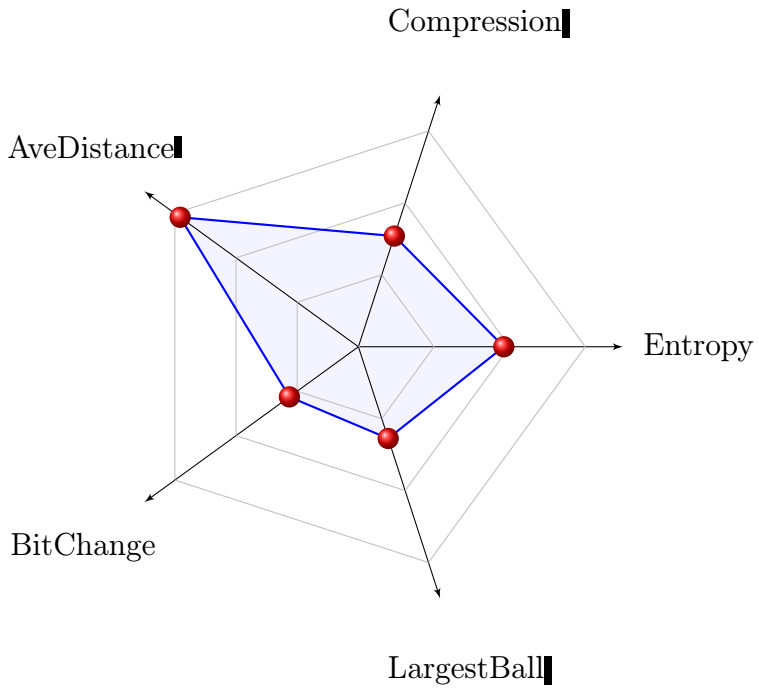
Obrázek 3.13: KeyExtenderSimpleQuadratic na automat 110



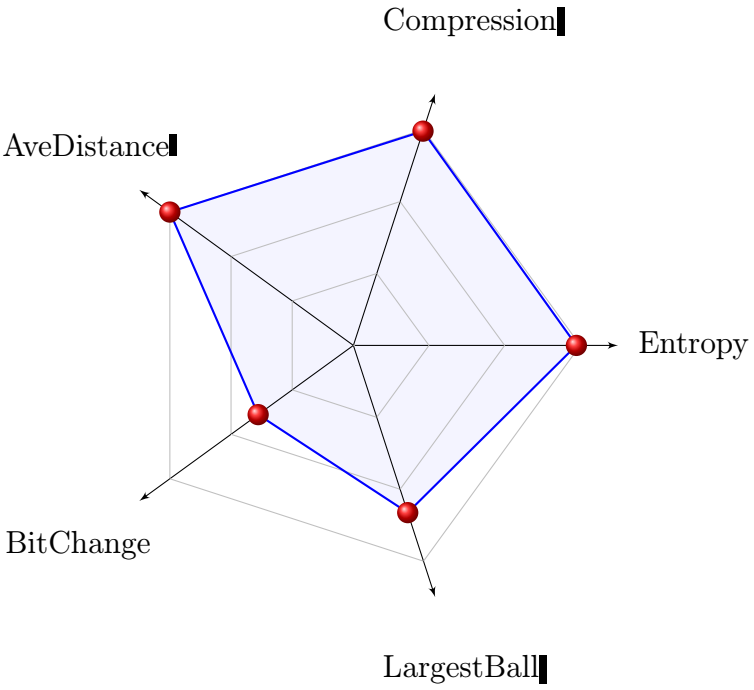
Obrázek 3.14: KeyExtenderSimpleQuadratic na cyklický automat s 2-okolím



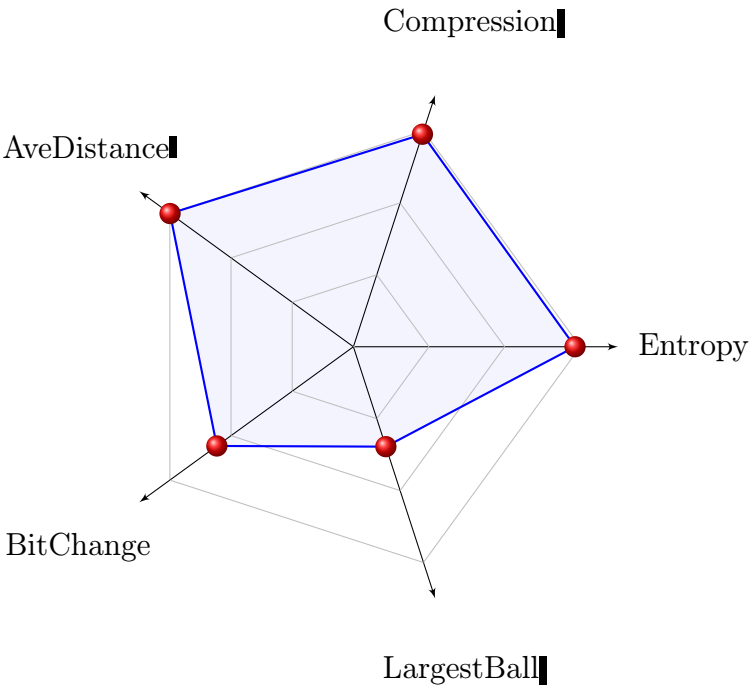
Obrázek 3.15: KeyExtenderInterlaced(10, 0) na automat 220



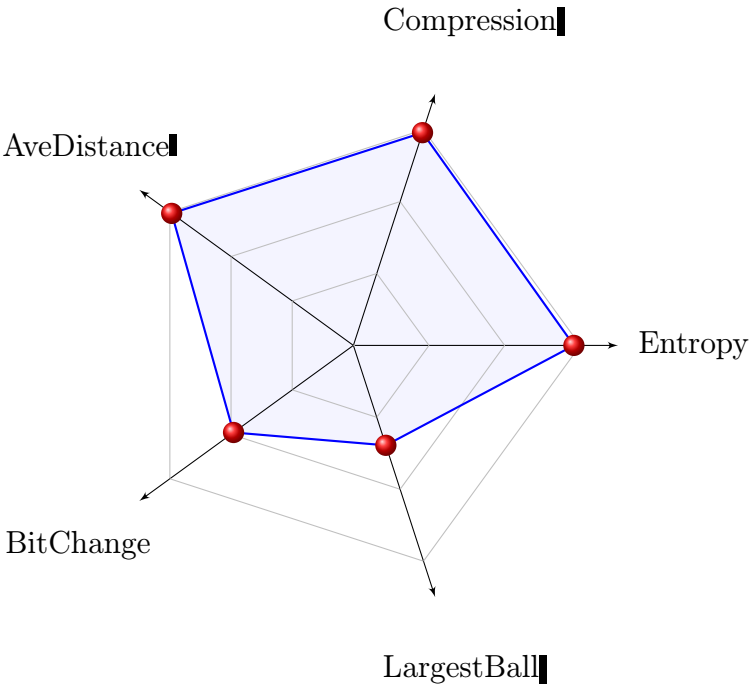
Obrázek 3.16: KeyExtenderInterlaced(10, 0) na automat 94



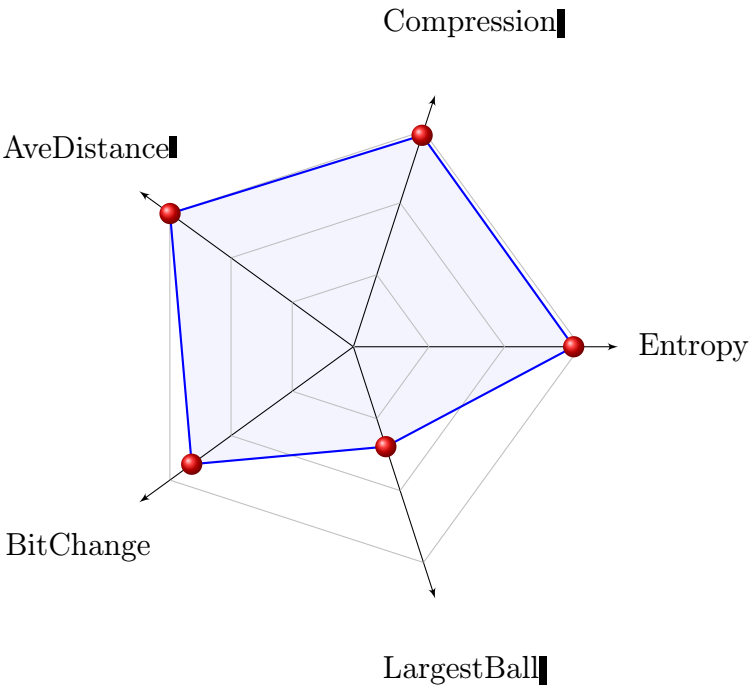
Obrázek 3.17: KeyExtenderInterlaced(10, 0) na automat 90



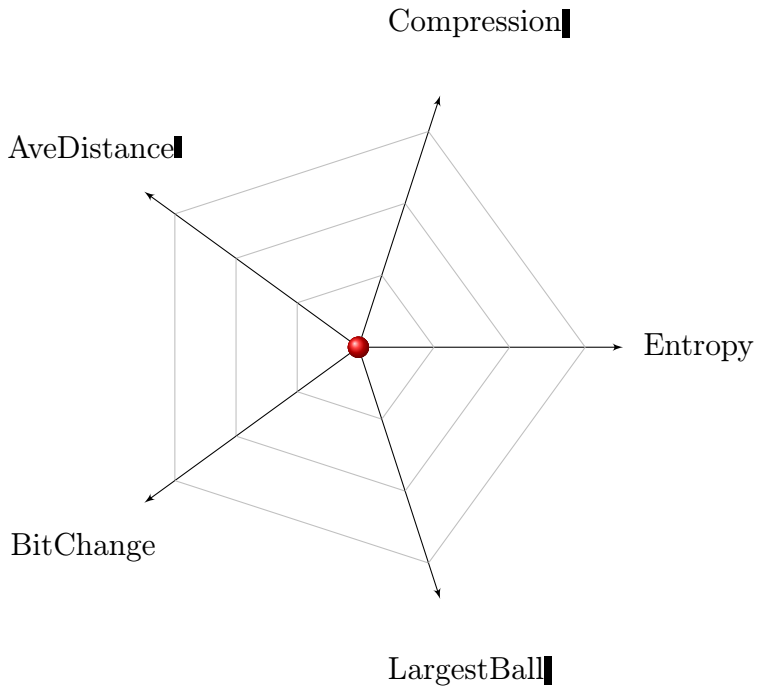
Obrázek 3.18: KeyExtenderInterlaced(10, 0) na automat 30



Obrázek 3.19: KeyExtenderInterlaced(10, 0) na automat 110



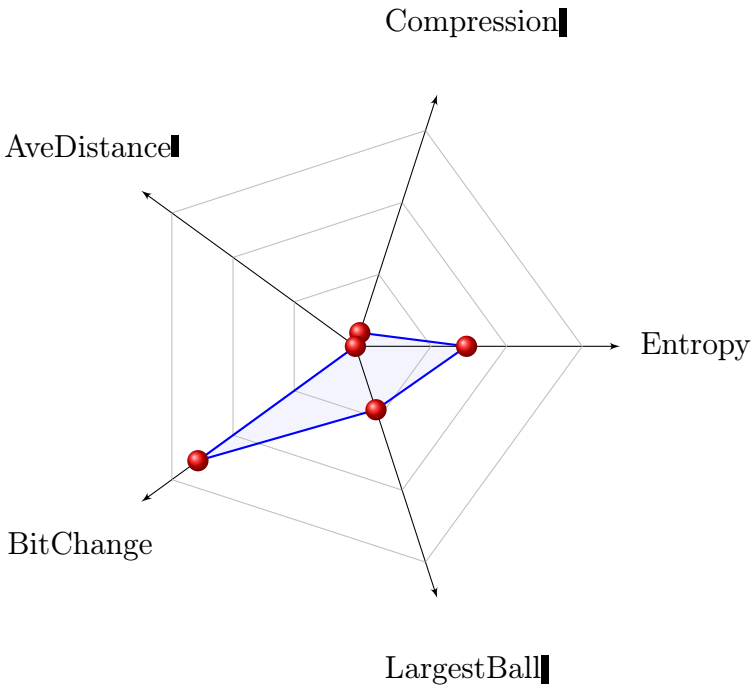
Obrázek 3.20: KeyExtenderInterlaced(10, 0) na cyklický automat s 2-okolím



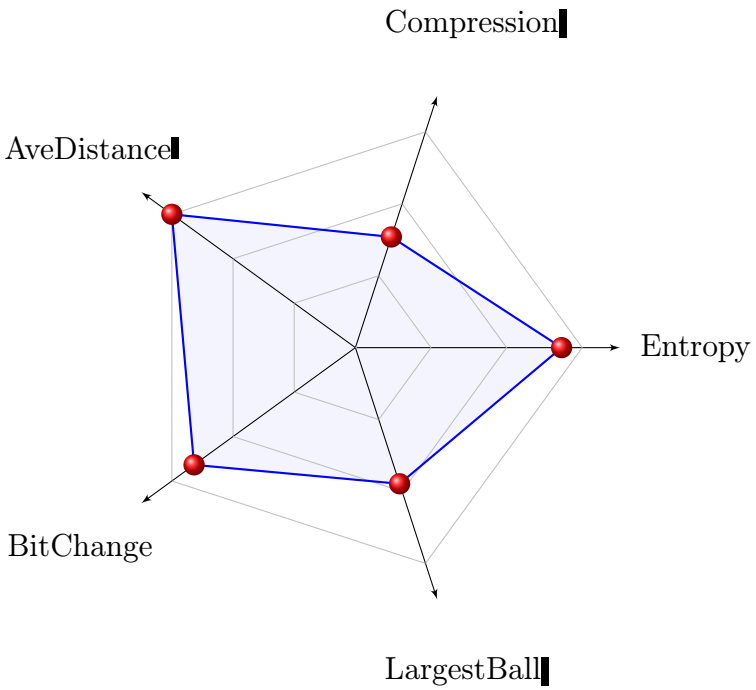
Obrázek 3.21: KeyExtenderUncertain na automat 220

3.4 KeyExtenderUncertain

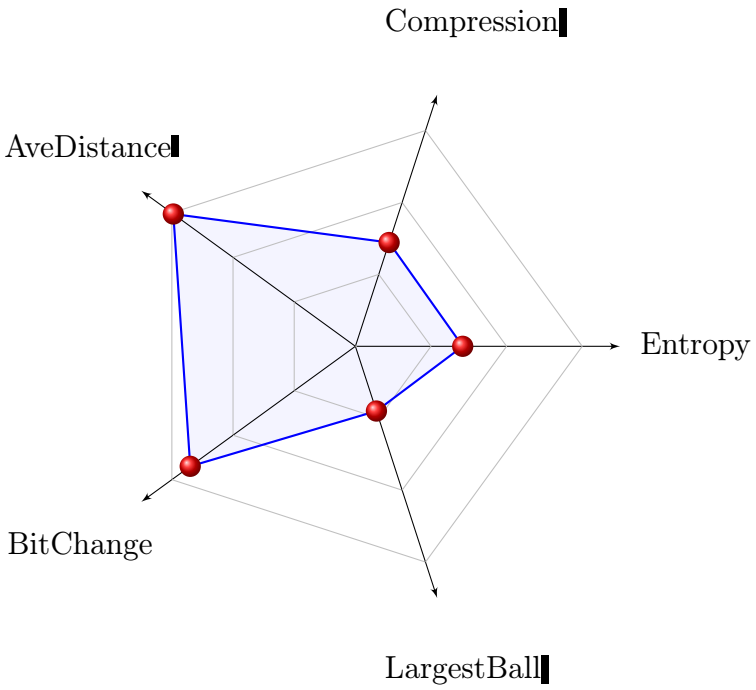
Tento algoritmus řeší častou neřest, kterou vykazují celulární automaty – různý počet 0 a 1. Algoritmus zase využívá celý stav automatu. Jsou čteny vždy dvojice bitů, přičemž dvojice 00 a dvojice 11 jsou zahazovány. Vždy, když algoritmus narazí na dvojici 01, tak pošle na výstup 0. A za každou dvojici 10 pošle na výstup 1. Počet kroků automatu, který bude algoritmus muset provést, není předem známý.



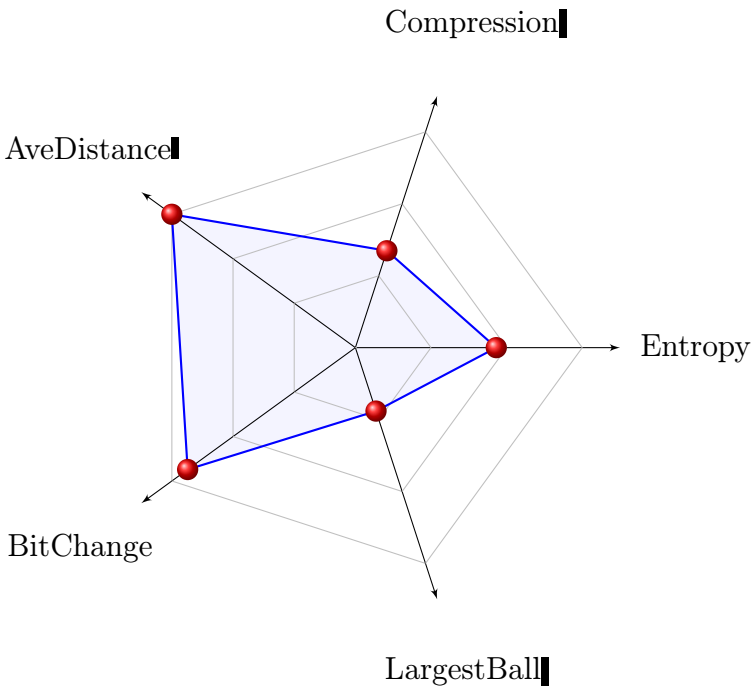
Obrázek 3.22: KeyExtenderUncertain na automat 94



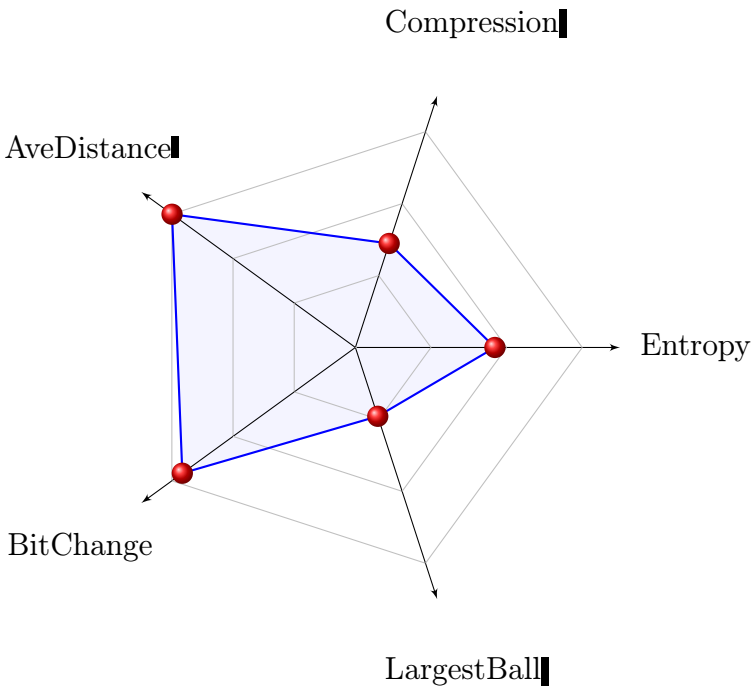
Obrázek 3.23: KeyExtenderUncertain na automat 90



Obrázek 3.24: KeyExtenderUncertain na automat 30



Obrázek 3.25: KeyExtenderUncertain na automat 110



Obrázek 3.26: KeyExtenderUncertain na cyklický automat s 2-okolím

Závěr

http://mathoverflow.net/questions/128903/expected-edit-distance?rq=1

http://math.stackexchange.com/questions/375505/what-is-the-average-levenshtein-distance-between-two-random-binary-strings-of-le

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam použitých zkratek

Pdž″dž″lohy