Compte rendu du TP4

Exploitation durable de la forêt

Groupe : *Maël Verbois, Jules Onée, Reyen Selmi*
Cours : ROB

18 octobre 2025

1 Compte Rendu

L'objectif de ce travail pratique est d'étudier un problème d'optimisation combinatoire inspiré de la gestion durable d'une forêt. L'exploitation forestière doit être planifiée de manière à préserver deux espèces animales dont les habitats dépendent des parcelles coupées ou conservées. Ce TP vise à formuler ce problème sous forme d'un programme linéaire en variables mixtes, puis à en proposer une version quadratique et sa linéarisation totale. Nous comparerons ensuite les performances des différentes approches sur plusieurs instances et analyserons l'impact de contraintes supplémentaires sur la structure du problème.

2 Formulation du modèle initial (P1)

2.1 Présentation du modèle

$$\max_{x,d} \quad w_1 \sum_{(i,j)\in M\times N} t_{ij}(1-x_{ij}) + w_2 g l \sum_{(i,j)\in M\times N} (4x_{ij} - d_{ij})$$

$$\text{sous contraintes} \quad \begin{cases} d_{ij} \geq \sum_{(k,l)\in A_{ij}} x_{kl} - |A_{ij}|(1-x_{ij}) & \forall (i,j) \in M \times N, \\ d_{ij} \geq 0, \quad x_{ij} \in \{0,1\} \end{cases}$$

2.2 Interprétation des variables et paramètres

- M et N : dimension de la matrice représentant la forêt
-
- A_{ij} : ensemble des indices (k,l) correspondant aux parcelles adjacentes à (i,j) dans la matrice $M \times N$.
- g : population attendue de l'espèce e_2 par kilomètre de lisière.
- l : longueur du côté d'une parcelle carrée.
- $x_{ij} \in \{0,1\}$: variable binaire associée à la parcelle (i,j)
  - $x_{ij} = 1$ si la parcelle (i,j) est **non coupée**
  - $x_{ij} = 0$ si la parcelle (i,j) est **coupée**
- $d_{ij} \geq 0$: variable continue valant à l'optimum :
  - 0 si la parcelle x_{ij} est coupée ($x_{ij} = 0$) car le terme $|A_{ij}|(1-x_{ij})$ désactive la contrainte

— $\sum_{(k,l)\in A_{ij}} x_{kl}$ sinon soit le nombre de côtés de la parcelle s_{ij} qui sont adjacents à des parcelles non coupées

Tout cela garantit bien que dans l'objectif les termes $(4x_{ij} - d_{ij})$ représentent le nombre de côtés étant une lisière pour les parcelles (s_{ij}) et donc $gl \sum_{(i,j)\in M\times N}(4x_{ij} - d_{ij})$ est la population attendue de l'espèce 2

— $t_{ij} \geq 0$: population attendue de l'espèce e_1 dans la parcelle (i, j) si elle est coupée. Donc $\sum_{(i,j)\in M\times N} t_{ij}(1 - x_{ij})$ est la population attendue le l'espèce 1

— w_1, w_2 : coefficients de pondération correspondant à l'importance relative des deux espèces dans la fonction objectif.

3 Programme quadratique (P2)

4 Linéarisation du programme (P2)

5 Résolution numérique

5.1 Description des instances

5.2 Résultats expérimentaux

5.3 Comparaison des approches

6 Étude de sensibilité

7 Conclusion