

Résolution de problèmes à contraintes temporelles

Maëlle Gautrin

Année scolaire 2021-2022

Table des matières

- ① Introduction
- ② Etude d'un cas particulier (STP)
 - Méthode de Floyd-Warshall
 - Obtention d'une solution particulière
- ③ Résolution du cas général(TCSP)
 - Méthode naïve
 - Approximation de la solution

Exemple d'introduction

Modélisons une situation de prélèvement d'organe :

Exemple d'introduction

Modélisons une situation de prélèvement d'organe :

- ▶ Liste des événements ponctuels :
 - ▶ X1 : le donneur décède à l'hôpital
 - ▶ X2 : début du prélèvement
 - ▶ X3 : fin du prélèvement

Exemple d'introduction

Modélisons une situation de prélèvement d'organe :

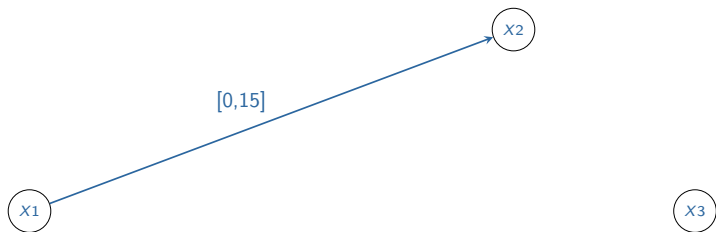
- ▶ Liste des événements ponctuels :
 - ▶ X1 : le donneur décède à l'hôpital
 - ▶ X2 : début du prélèvement
 - ▶ X3 : fin du prélèvement



Exemple d'introduction

Modélisons une situation de prélèvement d'organe :

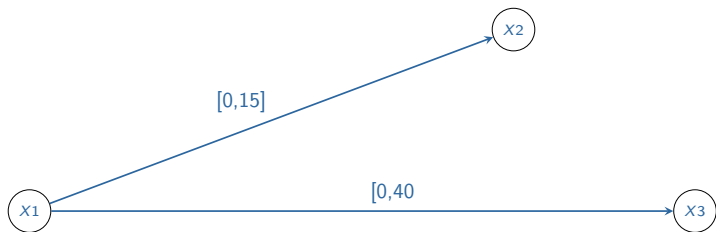
- ▶ Liste des événements ponctuels :
 - ▶ X1 : le donneur décède à l'hôpital
 - ▶ X2 : début du prélèvement
 - ▶ X3 : fin du prélèvement



Exemple d'introduction

Modélisons une situation de prélèvement d'organe :

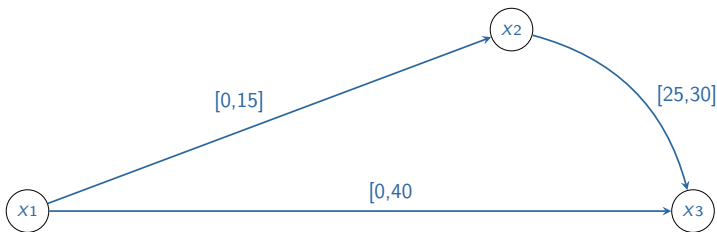
- Liste des événements ponctuels :
 - X1 : le donneur décède à l'hôpital
 - X2 : début du prélèvement
 - X3 : fin du prélèvement



Exemple d'introduction

Modélisons une situation de prélèvement d'organe :

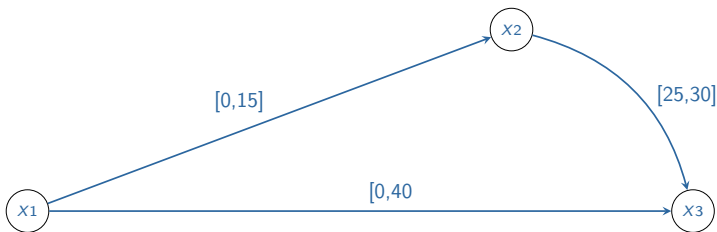
- Liste des événements ponctuels :
 - X1 : le donneur décède à l'hôpital
 - X2 : début du prélèvement
 - X3 : fin du prélèvement



Exemple d'introduction

Modélisons une situation de prélèvement d'organe :

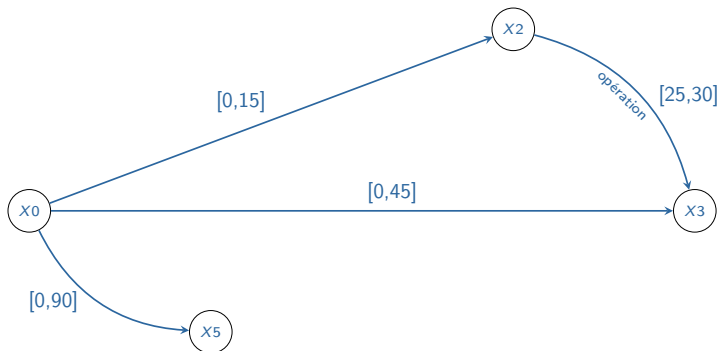
- Liste des événements ponctuels :
 - X1 : le donneur décède à l'hôpital
 - X2 : début du prélèvement
 - X3 : fin du prélèvement



- Peut-on récupérer l'organe ?
- En combien de temps au minimum ?
- Quelles instructions donner aux soignants pour qu'ils se coordonnent ?

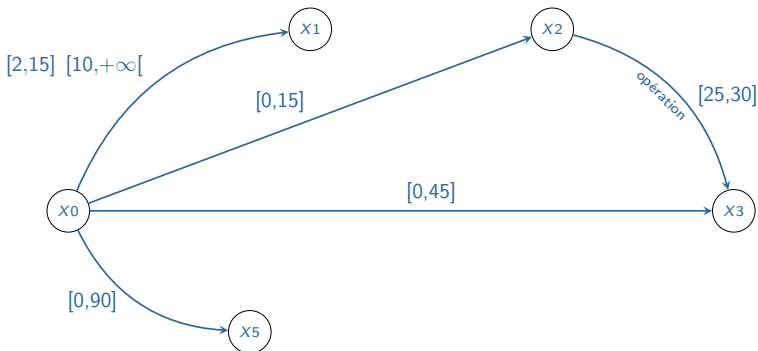
Mise en situation d'un problème temporel

- ▶ X0 : décès du donneur
- ▶ X1 : arrivée du chirurgien
- ▶ X2 : début de l'opération
- ▶ X3 : fin de l'opération et préparation de l'organe
- ▶ X4 : fin de la préparation
- ▶ X5 : arrivée de l'organe à destination



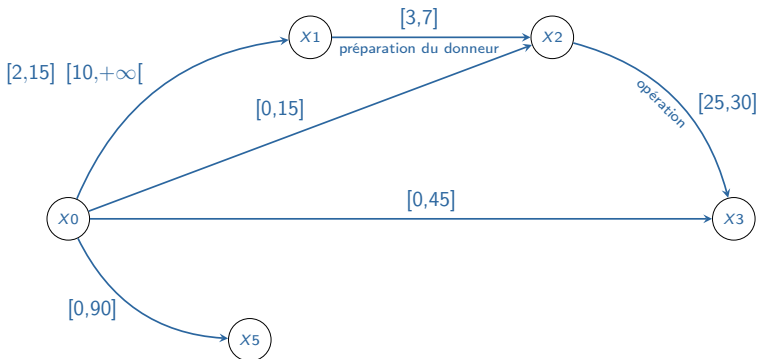
Mise en situation d'un problème temporel

- ▶ X0 : décès du donneur
- ▶ X1 : arrivée du chirurgien
- ▶ X2 : début de l'opération
- ▶ X3 : fin de l'opération et préparation de l'organe
- ▶ X4 : fin de la préparation
- ▶ X5 : arrivée de l'organe à destination



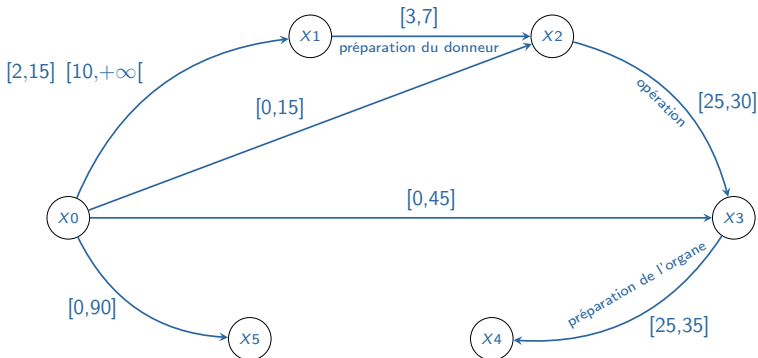
Mise en situation d'un problème temporel

- ▶ X0 : décès du donneur
- ▶ X1 : arrivée du chirurgien
- ▶ X2 : début de l'opération
- ▶ X3 : fin de l'opération et préparation de l'organe
- ▶ X4 : fin de la préparation
- ▶ X5 : arrivée de l'organe à destination



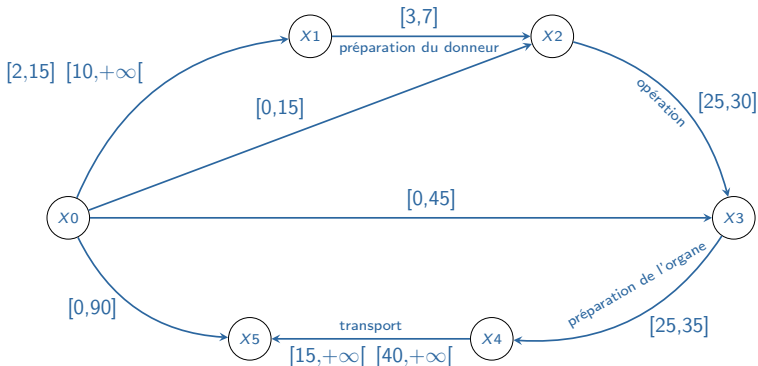
Mise en situation d'un problème temporel

- ▶ X0 : décès du donneur
- ▶ X1 : arrivée du chirurgien
- ▶ X2 : début de l'opération
- ▶ X3 : fin de l'opération et préparation de l'organe
- ▶ X4 : fin de la préparation
- ▶ X5 : arrivée de l'organe à destination

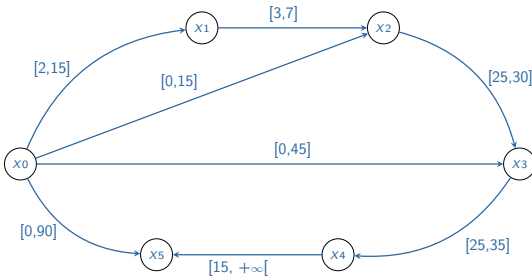
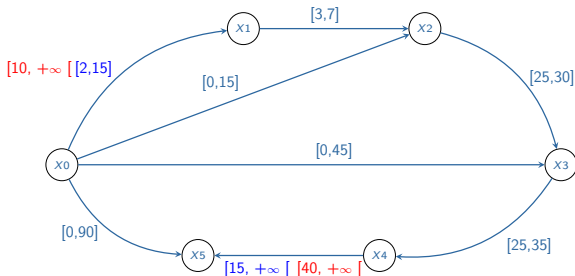


Mise en situation d'un problème temporel

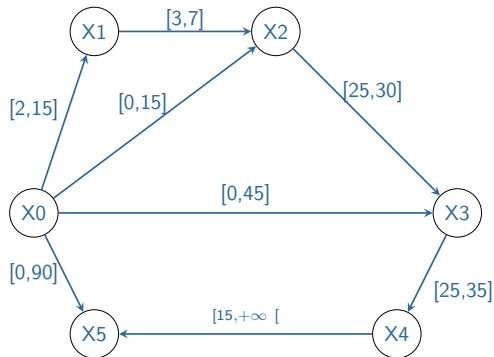
- ▶ X0 : décès du donneur
- ▶ X1 : arrivée du chirurgien
- ▶ X2 : début de l'opération
- ▶ X3 : fin de l'opération et préparation de l'organe
- ▶ X4 : fin de la préparation
- ▶ X5 : arrivée de l'organe à destination



Etude d'un cas particulier (STP)



Une nouvelle structure de donnée

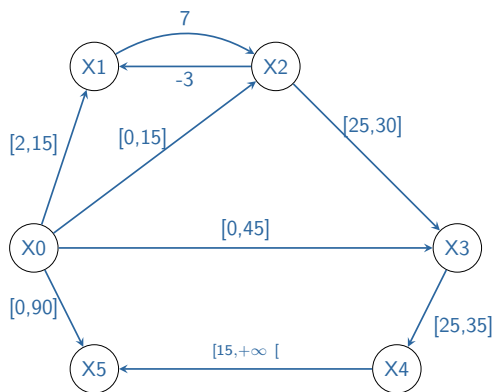


$$3 \leq X_2 - X_1 \leq 7$$

peut s'écrire

$$\begin{cases} X_2 - X_1 \leq 7 \\ X_1 - X_2 \leq -3 \end{cases}$$

Une nouvelle structure de donnée

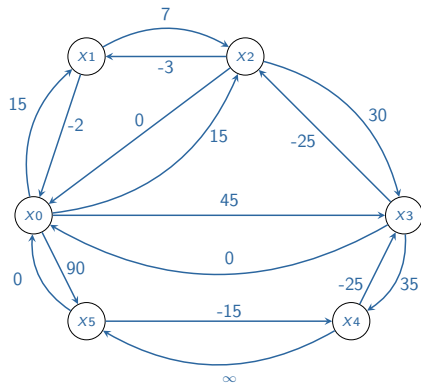


$$3 \leq X_2 - X_1 \leq 7$$

peut s'écrire

$$\begin{cases} X_2 - X_1 \leq 7 \\ X_1 - X_2 \leq -3 \end{cases}$$

Une nouvelle structure de donnée

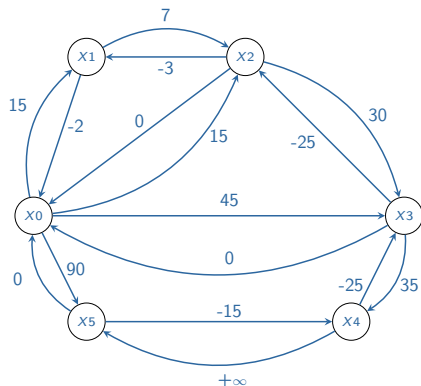


$$3 \leq X_2 - X_1 \leq 7$$

peut s'écrire

$$\begin{cases} X_2 - X_1 \leq 7 \\ X_1 - X_2 \leq -3 \end{cases}$$

Représentation matricielle



$$3 \leq X_2 - X_1 \leq 7$$

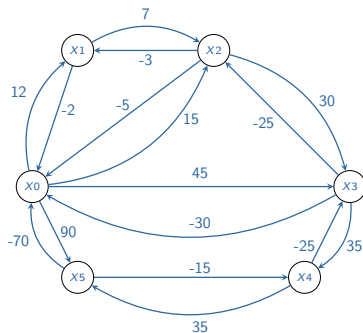
peut s'écrire

$$\begin{cases} X_2 - X_1 \leq 7 \\ X_1 - X_2 \leq -3 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 15 & 15 & 45 & +\infty & 90 \\ -2 & 0 & 7 & +\infty & +\infty & +\infty \\ 0 & -3 & 0 & 30 & +\infty & +\infty \\ 0 & +\infty & -25 & 0 & 35 & +\infty \\ +\infty & +\infty & +\infty & -25 & 0 & +\infty \\ 0 & +\infty & +\infty & +\infty & -15 & 0 \end{pmatrix}$$

Algorithme de Floyd-Warshall

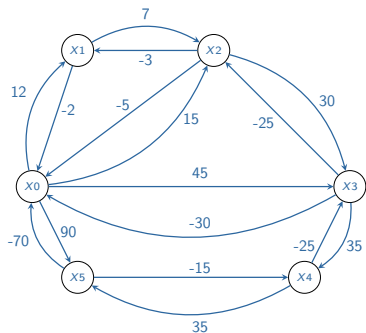
A partir de :



$$\begin{pmatrix} 0 & 15 & 15 & 45 & +\infty & 90 \\ -2 & 0 & 7 & +\infty & +\infty & +\infty \\ 0 & -3 & 0 & 30 & +\infty & +\infty \\ +\infty & +\infty & +\infty & -25 & 0 & +\infty \\ 0 & +\infty & +\infty & +\infty & -15 & 0 \end{pmatrix}$$

Algorithme de Floyd-Warshall

A partir de :



$$\begin{pmatrix} 0 & 15 & 15 & 45 & +\infty & 90 \\ -2 & 0 & 7 & +\infty & +\infty & +\infty \\ 0 & -3 & 0 & 30 & +\infty & +\infty \\ +\infty & +\infty & +\infty & -25 & 0 & +\infty \\ 0 & +\infty & +\infty & +\infty & -15 & 0 \end{pmatrix}$$

on obtient :

$$\begin{pmatrix} 0 & 12 & 15 & 45 & 75 & 90 \\ -2 & 0 & 7 & 37 & 72 & 88 \\ -5 & -3 & 0 & 30 & 65 & 85 \\ -30 & -28 & -25 & 0 & 35 & 60 \\ -55 & -53 & -50 & -25 & 0 & 35 \\ -70 & -68 & -65 & -40 & -15 & 0 \end{pmatrix}$$

Obtention d'une solution particulière

- ▶ Quelles instructions précises peut-on transmettre à l'équipe médicale ?

Obtention d'une solution particulière

- ▶ Quelles instructions précises peut-on transmettre à l'équipe médicale ?
- ▶ Méthode utilisée :
 - choisir une valeur pour un intervalle

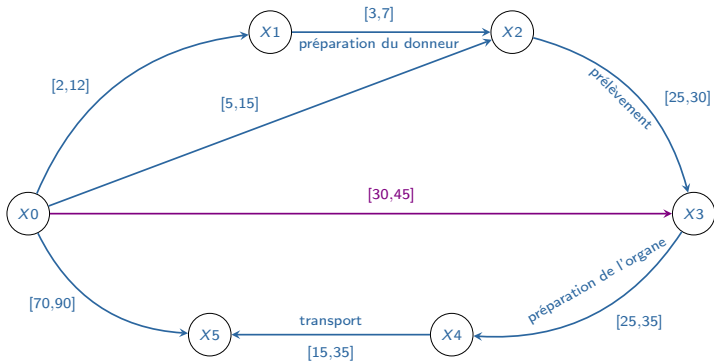
Obtention d'une solution particulière

- ▶ Quelles instructions précises peut-on transmettre à l'équipe médicale ?
- ▶ Méthode utilisée :
 - choisir une valeur pour un intervalle
 - réduire le graphe en respectant cette valeur

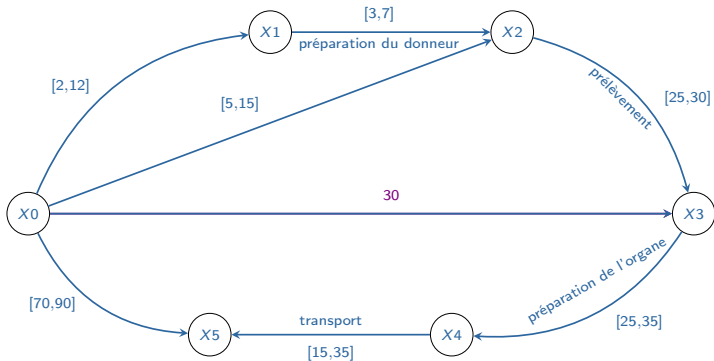
Obtention d'une solution particulière

- ▶ Quelles instructions précises peut-on transmettre à l'équipe médicale ?
- ▶ Méthode utilisée :
 - choisir une valeur pour un intervalle
 - réduire le graphe en respectant cette valeur jusqu'à obtenir une seule valeur par intervalle

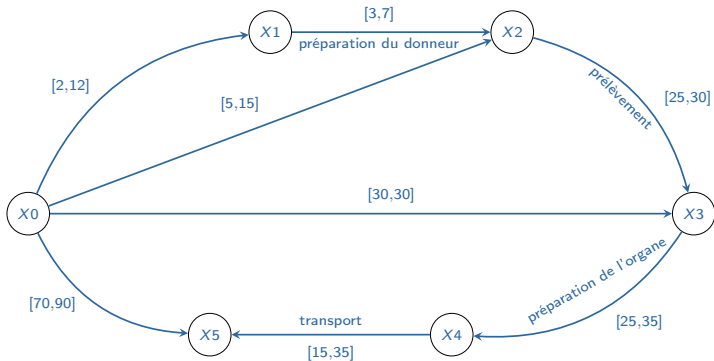
Obtention d'une solution particulière



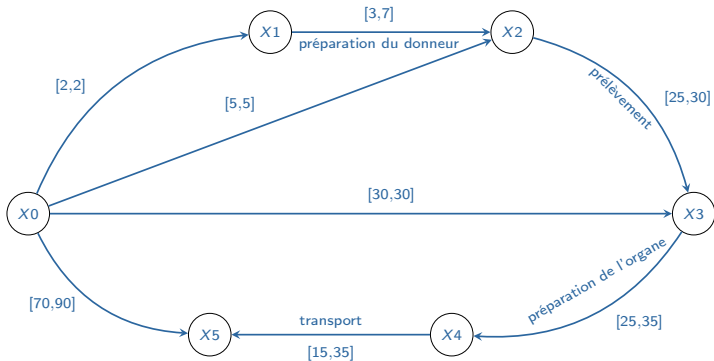
Obtention d'une solution particulière



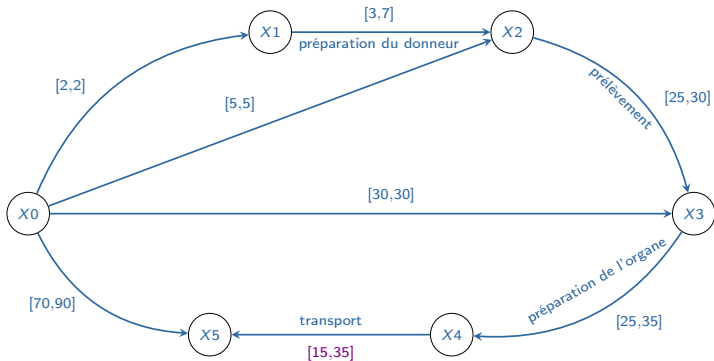
Obtention d'une solution particulière



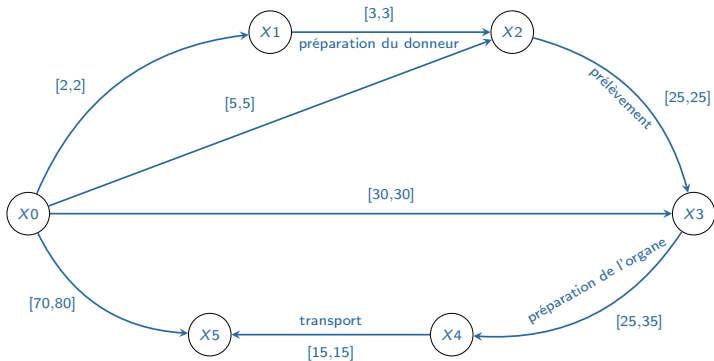
Obtention d'une solution particulière



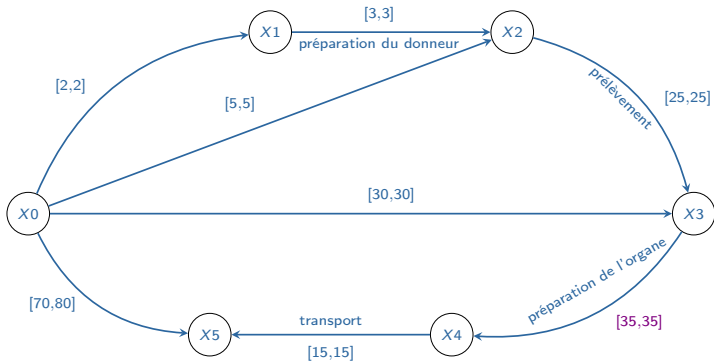
Obtention d'une solution particulière



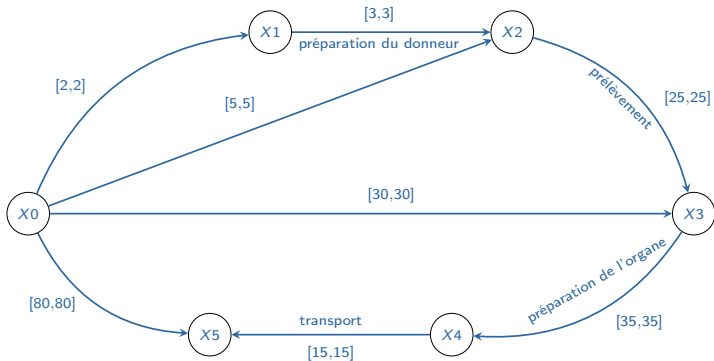
Obtention d'une solution particulière



Obtention d'une solution particulière



Obtention d'une solution particulière

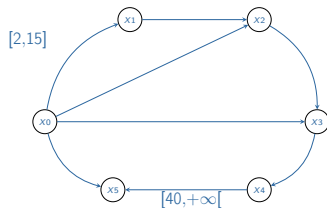
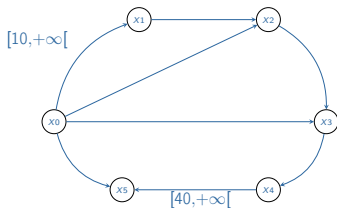
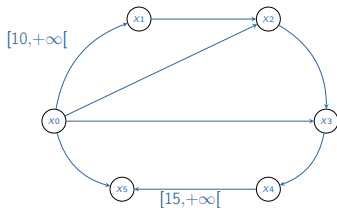
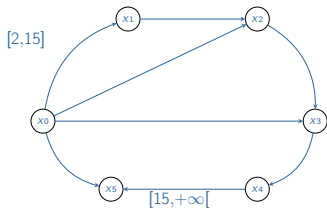


Résolution des TCSP : solution naïve

Idée : décomposer un TCSP en STP

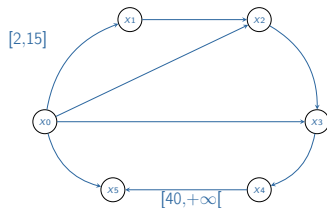
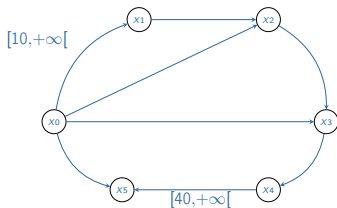
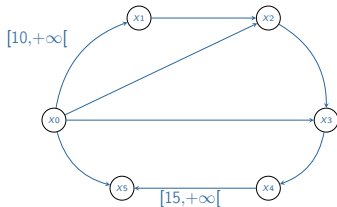
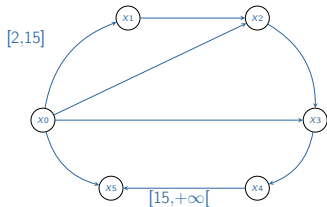
Résolution des TCSP : solution naïve

Idée : décomposer un TCSP en STP



Résolution des TCSP : solution naïve

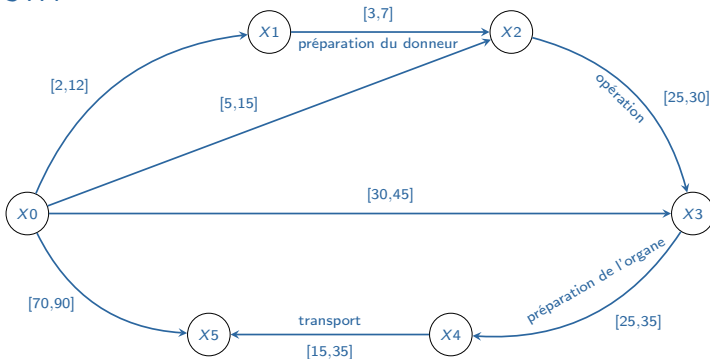
Idée : décomposer un TCSP en STP



Ce qui donne $\prod_{i=1}^a k_i$ STP avec a le nombre d'arêtes et k_i le nombre d'intervalles de l'arête i .

Résolution des TCSP : solution naïve

L'ensemble des solutions d'un TCSP est l'union des solutions de chaque STP.



- Il faut faire le transport en hélicoptère
- Il est possible d'attendre le chirurgien disponible

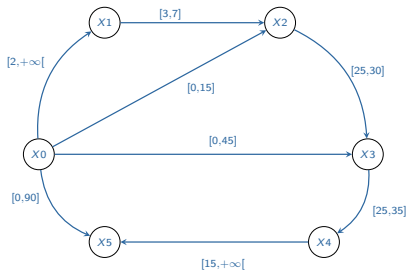
Approximation de la solution

Idée : approcher un TCSP par un STP

- ▶ représenter chaque ensemble d'intervalle par un seul intervalle qui englobe tous ceux de l'ensemble.
- ▶ ici : $\{ [10, +\infty[; [2, 15] \}$ sera représenté par $[2, +\infty[$
et $\{ [15 ; +\infty[; [40 ; \infty[\}$ par $[15 ; +\infty[$.

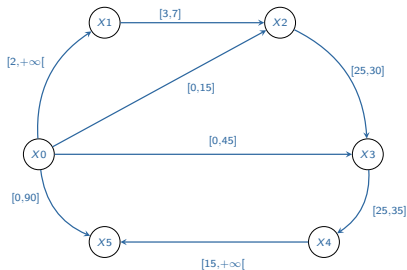
Approximation de la solution

► On considère le STP suivant :



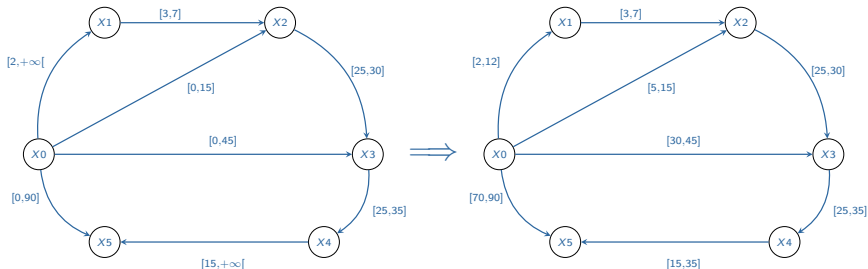
Approximation de la solution

- ▶ On considère le STP suivant :
- ▶ On cherche son réseau minimal



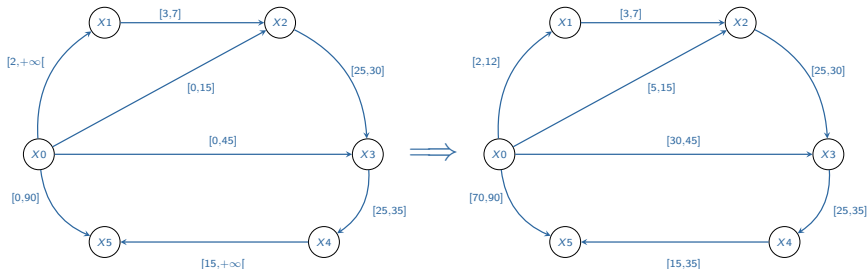
Approximation de la solution

- ▶ On considère le STP suivant :
- ▶ On cherche son réseau minimal



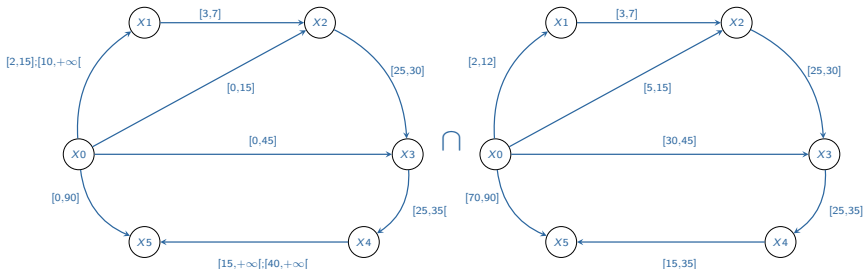
Approximation de la solution

- ▶ On considère le STP suivant :
- ▶ On cherche son réseau minimal
- ▶ On intersecte avec le réseau de départ



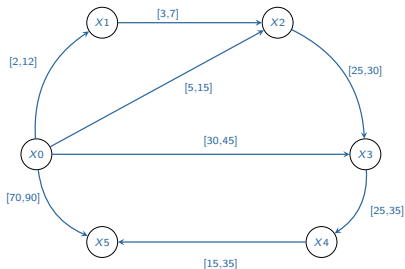
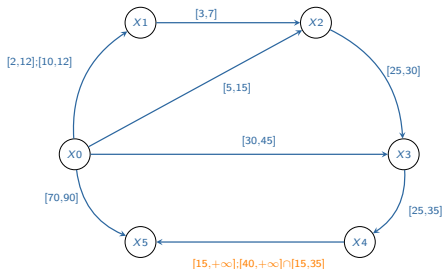
Approximation de la solution

- ▶ On considère le STP suivant :
- ▶ On cherche son réseau minimal
- ▶ On intersecte avec le réseau de départ



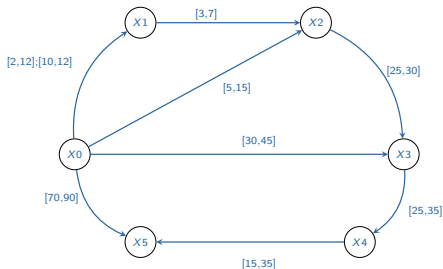
Approximation de la solution

- ▶ On considère le STP suivant :
- ▶ On cherche son réseau minimal
- ▶ On intersecte avec le réseau de départ



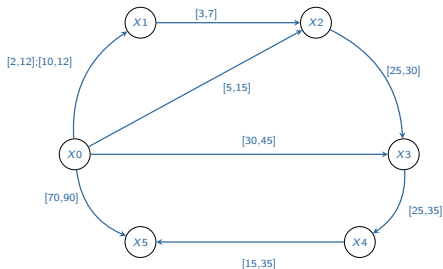
Approximation de la solution

- ▶ On considère le STP suivant :
- ▶ On cherche son réseau minimal
- ▶ On intersecte avec le réseau de départ



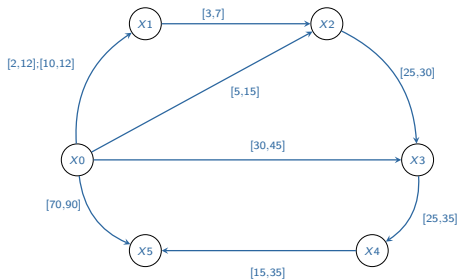
Approximation de la solution

- ▶ On considère le STP suivant :
- ▶ On cherche son réseau minimal
- ▶ On intersecte avec le réseau de départ
- ▶ On itère ce processus jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de changements



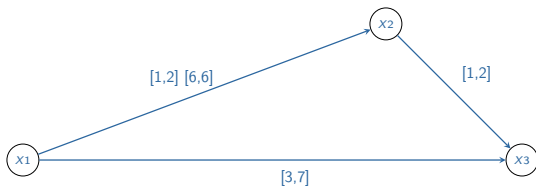
Résultat final

► Finalement on obtient :

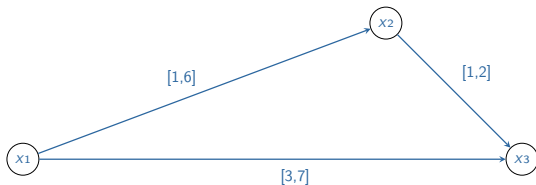


Contre-exemple

► TCSP initial :

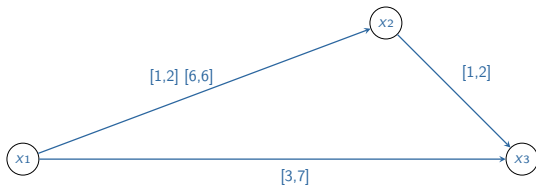


► STP le représentant :

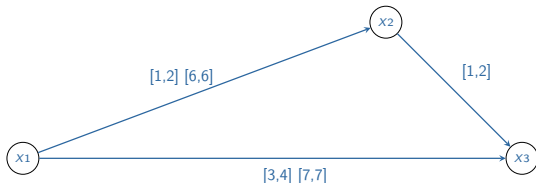


Contre-exemple

- L'approximation donne :



- Alors que le réseau minimal est :



Résultat final

- ▶ On peut maintenant répondre aux questions suivantes :
 - ▶ Est-il nécessaire de déranger l'anesthésiste occupé ?
 - ▶ Peut-on se contenter de faire le trajet en ambulance ?

