

Trabalho Final - Probabilidade e Estatística (2025.2)

Equipe 02

Ismael S. Silva, Paulo R. S. Menezes, Ana N. M. de Araujo Kaique D. Sousa,
Wanessa R. Santos, Eros R. Simette Thiago C. S. Oliveira, Pedro H. Q. da Silva
Marcos G. P. Galdino, Luiz M. R. de Souza, Adrian E. O. Azevedo

Universidade Federal do Ceará

17 de julho de 2025



- 1 Introdução
- 2 Resolução Questão 2
- 3 Resolução Questão 4
- 4 Resolução Questão 12
- 5 Resolução Questão 17
- 6 Conclusão
- 7 Referências Bibliográficas

1 Introdução

2 Resolução Questão 2

3 Resolução Questão 4

4 Resolução Questão 12

5 Resolução Questão 17

6 Conclusão

7 Referências Bibliográficas

- 1 Introdução
- 2 Resolução Questão 2**
- 3 Resolução Questão 4
- 4 Resolução Questão 12
- 5 Resolução Questão 17
- 6 Conclusão
- 7 Referências Bibliográficas

- 1 Introdução
- 2 Resolução Questão 2
- 3 Resolução Questão 4**
- 4 Resolução Questão 12
- 5 Resolução Questão 17
- 6 Conclusão
- 7 Referências Bibliográficas

Questão 4

Considere que X_1, \dots, X_n consiste em n observações de uma amostra aleatória com distribuição estatística contínua uniforme no intervalo $[0, 6]$. Considere a v.a. \bar{X} derivada das v.a.'s X_1, \dots, X_n da seguinte forma:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}.$$

a) Geração das amostras

a) Gere um conjunto de 1200 amostras das v.a.'s X_1, \dots, X_n com $n = 800$ observações cada. Para cada uma das amostras geradas anteriormente calcule os valores de \bar{X} .

Por que? Simular as médias amostrais de $U(0, 6)$ para observar seu comportamento e fundamentar os cálculos de intervalo de confiança.

Listing 1: Geração das amostras e cálculo de \bar{X}

```
1 // Questao a - Geracao das amostras e calculo das medias
2 A = grand(1200, 800, "uin", 0, 6);
3 mediaA = mean(A, "c");
4 desvioA = stdev(A, "c");
```

b) Intervalos de Confiança (1/3)

b) Para cada amostra das v.a.'s X_1, \dots, X_n geradas no item anterior, construa o intervalo de confiança para a média populacional \bar{X} com níveis de 90%, 95% e 99%.

Sabemos que cada amostra tem tamanho $n = 800$ e, para $U(0, 6)$, $\mu = 3$. Desejamos

$$P(L \leq \bar{X} \leq U) = \lambda,$$

com $\lambda \in \{0.90, 0.95, 0.99\}$.

Pelo Teorema do Limite Central:

$$\bar{X} \stackrel{\text{aprox.}}{\sim} \mathcal{N}(\mu, \sigma / \sqrt{n}).$$

Como n é grande, usamos $\sigma \approx s$. Normalizando:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} \implies Z \sim \mathcal{N}(0, 1).$$

b) Intervalos de Confiança (2/3)

Após a normalização, temos

$$P(Z_1 \leq Z \leq Z_2) = \lambda,$$

onde

$$P(Z_1 \leq Z) = P(L \leq \bar{X}) = \frac{1-\lambda}{2}, \quad P(Z \leq Z_2) = P(\bar{X} \leq U) = \frac{1-\lambda}{2}.$$

Como $Z_2 = -Z_1 = \rho$, segue

$$P(-\rho \leq Z \leq \rho) = \lambda \implies P\left(\bar{X} - \rho \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + \rho \frac{s}{\sqrt{n}}\right).$$

Assim, o intervalo de confiança é

$$IC = \left(\bar{X} - \rho \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \rho \frac{s}{\sqrt{n}} \right),$$

com

$$\rho = \begin{cases} 1.645, & \lambda = 0.90, \\ 1.960, & \lambda = 0.95, \\ 2.576, & \lambda = 0.99. \end{cases}$$

b) Intervalos de Confiança (3/3)

Listing 2: Cálculo dos intervalos de confiança

```
1 // Questao b - Calculo dos intervalos de confianca
2 intervalos90 = zeros(1200, 2);
3 intervalos95 = zeros(1200, 2);
4 intervalos99 = zeros(1200, 2);
5
6 for i = 1:1200
7     intervalos90(i, 1) = mediaA(i, 1) - (1.645 * desvioA(i, 1) / sqrt(800));
8     intervalos95(i, 1) = mediaA(i, 1) - (1.960 * desvioA(i, 1) / sqrt(800));
9     intervalos99(i, 1) = mediaA(i, 1) - (2.576 * desvioA(i, 1) / sqrt(800));
10
11     intervalos90(i, 2) = mediaA(i, 1) + (1.645 * desvioA(i, 1) / sqrt(800));
12     intervalos95(i, 2) = mediaA(i, 1) + (1.960 * desvioA(i, 1) / sqrt(800));
13     intervalos99(i, 2) = mediaA(i, 1) + (2.576 * desvioA(i, 1) / sqrt(800));
14 end
```

c) Cobertura dos Intervalos

c) Verifique o percentual dos intervalos estatísticos com grau de confiança de 90% que realmente contem o valor real da média populacional de \bar{X} . E para os graus de confiança de 95% e 99%?

Listing 3: Verificação da proporção de cobertura (parte 1)

```
1  acertos90 = 0;
2  acertos95 = 0;
3  acertos99 = 0;
4  for i = 1:1200
5      if 3 > intervalos90(i, 1) & 3 < intervalos90(i, 2) then
6          acertos90 = acertos90 + 1;
7      end
8      if 3 > intervalos95(i, 1) & 3 < intervalos95(i, 2) then
9          acertos95 = acertos95 + 1;
10     end
11     if 3 > intervalos99(i, 1) & 3 < intervalos99(i, 2) then
12         acertos99 = acertos99 + 1;
13     end
14 end
```

Código: Verificação da Proporção de Cobertura (Parte 2)

Listing 4: Verificação da proporção de cobertura (parte 2)

```
1 porcentagem90 = acertos90 / 1200 * 100;  
2 porcentagem95 = acertos95 / 1200 * 100;  
3 porcentagem99 = acertos99 / 1200 * 100;  
4  
5 disp("Porcentagem de intervalos que contem a media real (3):");  
6 disp("90% de confianca: " + string(porcentagem90) + "%");  
7 disp("95% de confianca: " + string(porcentagem95) + "%");  
8 disp("99% de confianca: " + string(porcentagem99) + "%");
```

- 1 Introdução
- 2 Resolução Questão 2
- 3 Resolução Questão 4
- 4 Resolução Questão 12**
- 5 Resolução Questão 17
- 6 Conclusão
- 7 Referências Bibliográficas

- 1 Introdução
- 2 Resolução Questão 2
- 3 Resolução Questão 4
- 4 Resolução Questão 12
- 5 Resolução Questão 17**
- 6 Conclusão
- 7 Referências Bibliográficas

- 1 Introdução
- 2 Resolução Questão 2
- 3 Resolução Questão 4
- 4 Resolução Questão 12
- 5 Resolução Questão 17
- 6 Conclusão**
- 7 Referências Bibliográficas

- 1 Introdução
- 2 Resolução Questão 2
- 3 Resolução Questão 4
- 4 Resolução Questão 12
- 5 Resolução Questão 17
- 6 Conclusão
- 7 Referências Bibliográficas**

Referências Bibliográficas I

- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*. 6ª ed. LTC, 2016.
- ROSS, S. M. *Probabilidade e Estatística para Engenharia e Ciências*. 9ª ed. Elsevier, 2018.
- WASSERMAN, L. *All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference*. Springer, 2004.
- PAPOULIS, A.; PILLAI, S. U. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, 2002.
- GRIMMETT, G.; STIRZAKER, D. *Probability and Random Processes*. Oxford University Press, 3ª ed., 2001.

Obrigado pela atenção!