Traduction logique et résolution de problèmes

Application à la planification

Maël Valais

8 avril 2019

IRIT – Université Toulouse III (France)

Contexte

Section

On s'intéresse aux problèmes combinatoires

Problèmes intéressants pour l'industrie et la recherche

Exemple : stockage de produits dangereux dans des salles séparées selon leur compatibilité

Les **solveurs SAT** très bons pour résoudre les problèmes combinatoires

Contenu

I - L'outil TouIST

II - Utilisation de TouIST avec différents solveurs

III - Application à la planification

I - L'outil TouIST

I - L'outil TouIST

Motivations pour un nouvel outil
Principe d'utilisation sur un exemple

Aspects d'implémentation

II - Utilisation de TouIST avec différents solveurs

III - Application à la planification

Constat 1: langage des solveurs peu intuitifs

- solveurs SAT très performants
- ⊖ mais langage d'entrée « bas niveau »

Formule	Entrée solveur (DIMACS)
$a \rightarrow b \lor \neg (a \rightarrow c) \\ \lor (c \rightarrow \neg a)$	p cnf 5 4 -1 5 3 0 -1 -5 4 1 0 -1 -5 4 -2 0 -1 -3 -2 -1 0

Constat 2: langage existant peu compact

- SMT-LIB plus expressif que DIMACS
- o mais manque de compacité

```
Formule
           Exemple SMT-LIB
          (assert
           (and x1
            (and x2
             (and x3
           (and x4
i \in [1..1000]
               (and x5
                 (and x6
                   ... x1000
```

But technique : développer un outil doté :

- d'un langage intuitif pour la modélisation, bien documenté
- d'une interface graphique conviviale

But académique : apporter une aide dans le domaine de

- l'enseignement de la logique
- la recherche (comparaison de solveurs, codages)

Historique:

Date	Version	Fonctionnalités
2010	SAToulouse	SAT intégré
mi-2015	TouIST 1.0	SAT
fin 2016	TouIST 2.0	SAT, SMT
mi-2017	TouIST 3.0	SAT, SMT, QBF

Exemple du politicien

Si la croissance augmente, alors le chômage diminue; Or, la croissance diminue.

Donc le chômage augmente!

Problème

La conclusion est-elle justifiée?

Étape 1 : modélisation en logique propositionnelle

Étape 2 : poser le problème

Théorème
$$\{H_1,\ldots,H_n\} \models C \text{ ssi } \{H_1,\ldots,H_n\} \cup \{\neg C\} \text{ insatisfiable}$$

Hypothèses
$$H_1$$
: croissance \rightarrow chomage H_2 : \neg croissance Conclusion C : chomage

négation de la conclusion

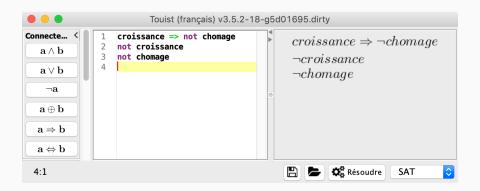
Étape 3 : résoudre (principe)

Définition d'un problème SAT

Existe t-il une *valuation* de l'ensemble de formules qui soit *modèle* de celui-ci?

Dans notre cas : le raisonnement du politicien est valide, ssi TouIST ne trouve aucun modèle (i.e., insatisfiable).

Étape 3 : résoudre (programme TouIST)





Conclusion : un modèle trouvé, donc le raisonnement n'est pas valide!



Interface graphique d'écriture de formules logiques dans un langage compact et faisant appel à différents solveurs externes.

- sous licence MIT, sources: github.com/touist/touist
- · interface graphique (Java)
- · traduction vers solveurs gérée par un compilateur (OCaml)
- · compatible SAT, SMT et QBF

Choix du solveur à la volée

TouIST permet de choisir le solveur à cibler. Le langage d'entrée s'adapte à chaque solveur.



Solveurs compatibles :

Solveur	Formule	Équivalent TouIST
SAT	$a \wedge b \rightarrow c$	a and b => c
SMT (QF-LRA) SMT (QF-IDL)	$(x+y-z>4.0)\to c$ $(x-y>2)\land c$	(x + y - z >= 4) or a (x + y - z > 4.0) => c (x - y > 2) and c (x - y > 1.0) and c
QBF	∀b.a ∧ b	forall b: a and b

QF-LIA = Quantifier-Free Linear Integer Arithmetic QF-LRA = Quantifier-Free Linear Real Arithmetic QF-IDL = Quantifier-Free Integer Difference Logic QF-RDL = Quantifier-Free Real Difference Logic

Langage d'entrée de TouIST :

variables et ensembles

```
$N = 5
$Lignes = [1..$N]
$Pays = [France, Italie, Espagne]
```

· connecteurs généralisés

```
en(France) and en(Italie) and en(Espagne)
bigand $p in $Pays:
  en($p)
end
```

• Extension Visual Studio Code publiée : 301 utilisateurs!

```
✓ Welcome

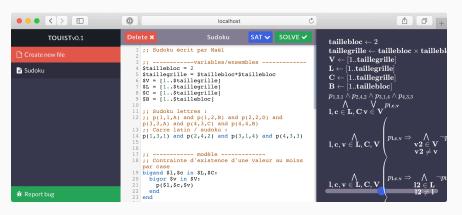
                arré latin simple.touist
       $N = 2
       p(1,1,1) and p(2,3,2) and p(4,2,3) and p(4,4,4)
       :; au moins un nombre par case
  5 bigand $i in [1..$N]:
     bigand $i in [1..$N]:
         bigor $k in [1..$N]:
          p($i,$j,$k)
  q
         end
 10
         end
       and
  [touist]
  syntax error after 'or' and before 'end'. Ill-formed 'not p($i.$i.$k

    or not p($i.$i.$k2)'. At this point, a formula is expected. Inste

 ad, the following statement were read:
      'end'
 18
               not p($i,$j,$k1) or not p($i,$j,$k2) or
 19
             end
 20
           end
         end
 22
       end
        Ln 18, Col 48 Spaces: 2 UTF-8 LF touist sat Formatting: X CO
```

• Et même un plugin Vim!

- Une application web
- plus besoin d'installer Java!



II - Utilisation de TouIST avec différents solveurs

L - L'outil ToulST

II - Utilisation de TouIST avec différents solveurs

Exemple 1: le Sudoku (SAT)

Exemple 2 : le Takuzu (SMT)

Exemple 3 : un jeu de Nim (QBF)

III - Application à la planification

Exemple 1 : le Sudoku (SAT)

	2					4	8	
1			8		2	3		7
				9	3	2	1	
	4	8						1
			6	1	8			
7						9	3	
	1	5	9	4				
4		2	3		6			9
	3	7					5	

Exemple 1: le Sudoku (SAT)

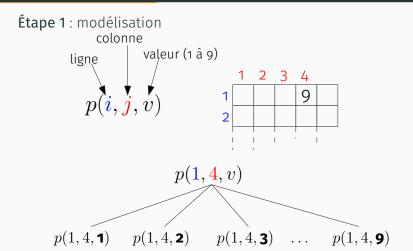
Solution 1 : écrire un **algorithme** *spécifique*

- O traduction non triviale, développement long
- maintenance difficile
- algorithme optimal mais spécifique

Solution 2 : utiliser une méthode déclarative (SAT)

- traduction immédiate des règles
- meilleure garantie de correction
- solveurs SAT performants...
- 😑 ...mais moins qu'un algorithme spécifique

Exemple 1 : le Sudoku (SAT). Étape 1 : modélisation



Et maintenant...

Comment être certain qu'il y a exactement une valeur par case?

Exemple 1 : le Sudoku (SAT)

Étape 2 : règles (exemple de la case (1,4))

Règle 1

La case (1,4) contient au moins une valeur.

$$\bigvee_{k \in Valeurs} p(1,4,k)$$

S'écrit en TouIST :

```
bigor $k in $Valeurs:
  p(1,4,$k)
end
```

Exemple 1 : le Sudoku (SAT). Étape 2 : règles

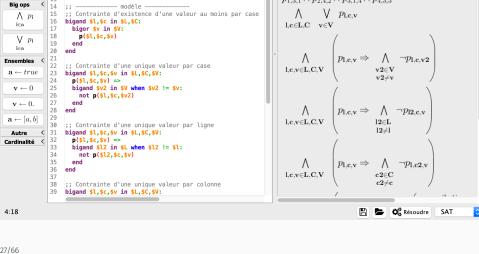
Règle 2

Si la case (1,4) a pour valeur 3, alors elle n'a aucune autre valeur différente.

$$p(1,4,3) \rightarrow \bigwedge_{\substack{k \in [1..9] \\ k \neq 3}} \neg p(1,4,k)$$

S'écrit en TouIST:

$$p(1,4,3) \Rightarrow bigand k in [1..9] when k != 3:$$
not $p(1,4,k)$
end



Connecteurs <

 $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$

 $a \lor b$

 $\neg a$

 $\mathbf{a} \oplus \mathbf{b}$

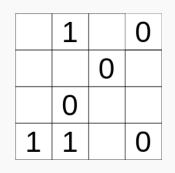
 $a \Rightarrow b$

 $a \Leftrightarrow b$



Exemple 2 : le Takuzu (SMT)

Jeu du Takuzu



0	1	1	0
1	0	0	1
0	0	1	1
1	1	0	0

Exemple 2 : le Takuzu (SMT)

Règle 1

La somme d'une ligne/colonne doit être égale à 2.

Possible en logique propositionnelle, mais des nécessite contraintes de cardinalité en $O(n^3)$. En SMT :

```
bigand $l in $Lignes:
 p($l,1) + p($l,2) + p($l,3) + p($l,4) == 2
end
```



Règles du jeu

- 2 joueurs, vert et rouge.
- Chacun son tour $(t \in T)$, un joueur prend 1 à 2 allumettes $(n \in A)$.
- Si un joueur ne peut plus jouer, il a perdu.

→ Et si on gagnait à tous les coups?

Règle 1: « gagner »

Le joueur vert gagne ssi il n'existe aucun tour tel que c'est à lui de jouer et il ne reste aucune allumette.

$$vert_gagne \leftrightarrow \neg \bigvee_{\substack{t \in T \\ t > 0}} tour_de_vert(t) \land reste(t, \stackrel{\textbf{0}}{\circ})$$

```
vert_gagne <=>
not bigor $t in $T when $t>0:
  tour_de_vert($t) and reste($t,0)
end
```

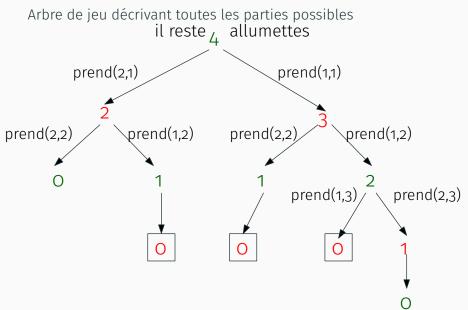
Règle 2 : « jouer »

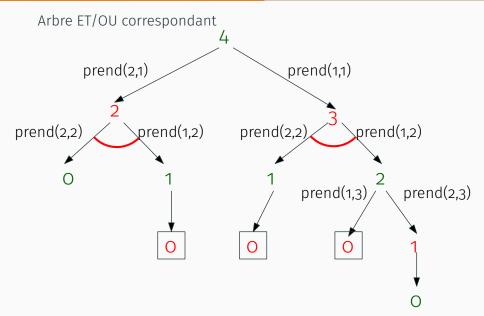
Selon son choix, le joueur laisse une ou deux allumettes en moins.

$$\bigwedge_{\substack{t \in T \\ n \in A \\ n \geq 2}} \left((reste(t, n) \land prend(t, \frac{2}{2}) \rightarrow reste(t + 1, n - \frac{2}{2})) \right)$$

```
bigand $t,$n in $T,$M when $n>=2:
    ((reste($t,$n) and prend($t,2)) => reste($t+1,$n-2))
and
    ((reste($t,$n) and prend($t,1)) => reste($t+1,$n-1))
end
```

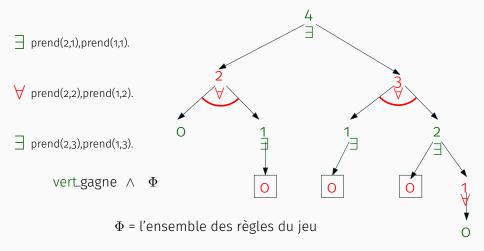
QBF =
$$\begin{array}{c|c} & \text{quantificateurs} \\ \hline & \text{V} & \longrightarrow \\ \end{array}$$
 + $\begin{array}{c|c} & \text{quantificateurs} \\ \hline & \text{sur les propositions} \\ \hline \end{array}$

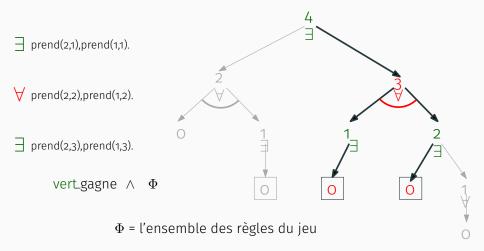




Trouver la stratégie gagnante pour le joueur vert (s'il y en a une)

- · SAT = taille formule exponentielle
- · QBF = taille formule linéaire





III - Application à la planification

L - L'outil TouIST

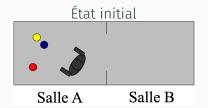
II - Utilisation de TouIST avec différents solveurs

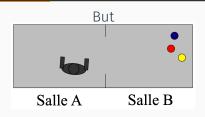
III - Application à la planification

Planification classique (SAT)

Planification classique (QBF)

Contribution: nouveaux codages pour résolution rapide





- · Partir de l'état initial /
- · Arriver à un état qui satisfait le **but** G
- À partir d'actions A (plusieurs actions possibles par étape)

PICK(balle1, salleA, gauche)
PICK(balle1, salleA, droit)

DROP(balle1, salleA, gauche)
DROP(balle1, salleA, droit)

MOVE(salleA, salleB)

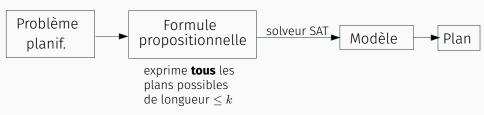
ramasser balle dans main gauche ramasser balle dans main gauche lâcher main gauche lâcher main droite aller dans l'autre pièce

Définition

Plan = séquence d'étapes constituées d'actions.



Étape 1 : traduire le problème de planification en problème SAT



Étape 1 : traduire le problème de planification en problème SAT

1. État initial

2. États finaux

- 3. Transitions
 - Pré- et Post-conditions
 - Mutex
 - Frame-axioms

EFA No-ops

Étape 1 : traduire le problème de planification en problème SAT

1. État initial

$$\bigwedge_{f \in I} f_0 \wedge \bigwedge_{f \in F \setminus I} \neg f_0$$

2. États finaux

$$\bigwedge_{f \in G} f_k$$

- 3. Transitions
 - Pré- et Post-conditions
 - Mutex
 - Frame-axioms

$$\bigwedge_{i=1}^{k} \bigwedge_{f \in F} \left(\neg f_{i-1} \right)$$

Frame-axioms
$$\bigwedge_{i=1}^k \bigwedge_{f \in F} \left(\neg f_{i-1} \land f_i \to \bigvee_{\substack{a \in A \\ f \in \mathsf{Add}_a}} a_i \right)$$

Étape 1 : traduire le problème de planification en problème SAT

1. État initial

 $\bigwedge_{f \in I} f_0 \wedge \bigwedge_{f \in F \setminus I} \neg f_0$

2. États finaux

$$\bigwedge_{f \in G} f_k$$

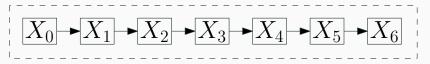
 X_k

- 3. Transitions
 - Pré- et Post-conditions
 - Mutex

$$\begin{array}{c} \text{Frame-axioms} \\ \bigwedge\limits_{i=1}^k \bigwedge\limits_{f \in F} \left(\neg f_{i-1} \wedge f_i \rightarrow \bigvee\limits_{\substack{a \in A \\ f \in \mathsf{Add}_a}} a_i \right) \\ X_i \end{array}$$



On représente l'ensemble des plans de longueur < 7 par :



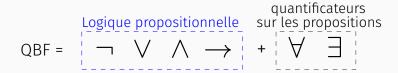
Étape 2 : passage en QBF

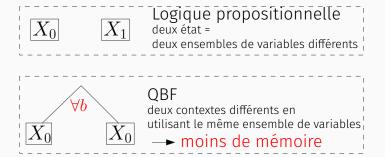
Pourquoi exploiter QBF pour la planification?

- les compétitions des solveurs QBF attirent de plus en plus l'attention
- SATPLAN gagne les compétitions IPC'04 et IPC'06 grâce aux amélioration des solveurs SAT provoquées par les compétitions

→ les solveurs QBF deviennent de plus en plus performants

Étape 2 : passage en QBF

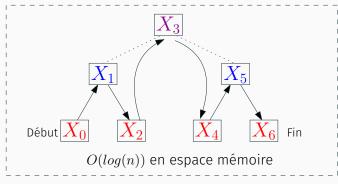






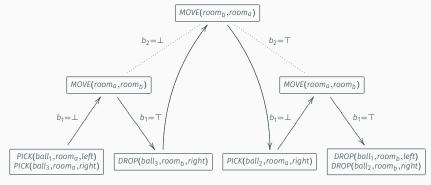
O(n) en espace mémoire Début Fin $X_0 - X_1 - X_2 - X_3 - X_4 - X_5 - X_6$

Planif. QBF



---- Théoriquement, beaucoup moins de mémoire utilisée.

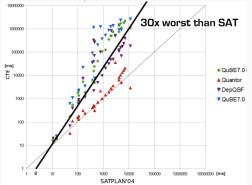
Étape 3 : exemple de plan retourné et lecture de l'arbre



Transitions du plan en 7 étapes retourné par **TouISTPlan** (codage d'arbre compact QBF (CTE) de profondeur 2 dans les espaces d'états avec frame-axiomes explicatifs)

Travail de référence de [Cashmore et al., 2012] :

• En SAT, No-ops est la meilleure transition disponible



• En QBF, No-ops utilise 5 \times moins de mémoire mais 30 \times plus lent

Objectif

Peut-on trouver de meilleurs codages basés sur le CTE de Cashmore?

Note

Travail au niveau de l'encodage, pas au niveau solveur

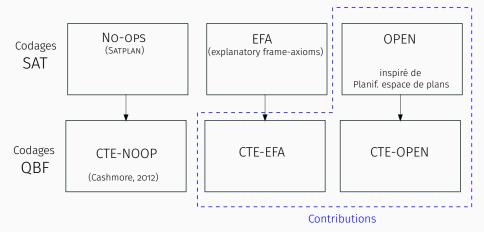
Codages SAT

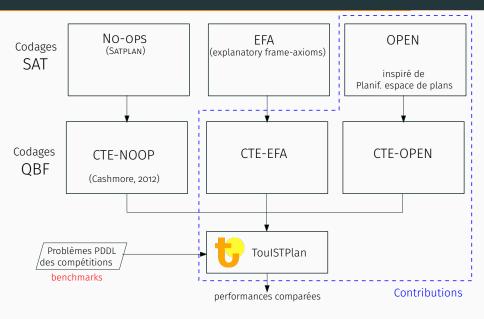
NO-OPS (SATPLAN)

EFA (explanatory frame-axioms)

inspiré de Planif. espace de plans

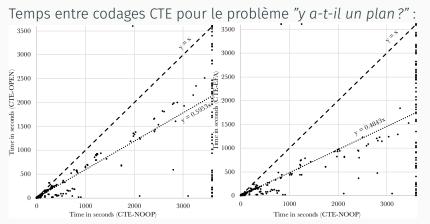
Contribution





- Utilise les domaines 1 à 8 des IPC (International Planning Competition)
- Solveurs QBF testés : RaREQS, DepQBF, Qute (Quantor trop lent)
- · 6000 heures de calcul (2112 problèmes à travers 3 solveurs)
- · Timeout de 1 heure pour le problème "y a-t-il un plan?"
- · Problèmes QBF générés en utilisant TouIST et TouISTPlan
 - https://github.com/touist/touistplan

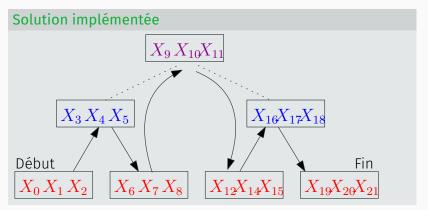




CTE-EFA est $2 \times$ plus rapide CTE-OPEN est $1.7 \times$ plus rapide (comparé à CTE-NOOP)

De 30× à seulement 15× moins rapide que SATPLAN!

Limites : plan de longueur 15 au plus



Des métriques pour **expliquer** cette amélioration $2 \times ?$

- · Nombre de littéraux et nombre de clauses
- · Ratio entre les types de transitions

Codage	Nb résolus	Temps	Littéraux	Clauses	Ratio transitions
CTE-NOOP	412 (20%)	0%	0%	0%	30%
CTE-EFA	463 (22%)	-55%	-26%	+15%	47%
CTE-OPEN	445 (21%)	-41%	-2%	-28%	17%

Pas vraiment utile:

- · Nombre de littéraux et de clauses : pas de corrélation
- · Types de transitions : pas de corrélation

Conclusion

Contributions 1

Contributions liées à TouIST :

- Un outil et un langage, TouIST, améliorant l'expressivité pour utiliser les solveurs SAT, SMT et QBF
- · aide pour l'enseignement de la logique à l'université
 - Étudiants de licence de l'Université Paul Sabatier
 - Étudiants de licence de l'Université de Seville
- · aide pour la recherche
 - Codages pour la planification (Toulouse)
 - Modélisation pour raisonnement épistémique (Rennes)

Contributions 2

Contributions liées à la planification QBF:

- Une traduction systématique de codages depuis SAT vers QBF
- Deux nouveaux codages CTE-EFA et CTE-OPEN plus performants que l'existant (CTE-NOOP)
- Contribution d'un large ensemble de benchmarks générés à partir des problèmes IPC

Perspectives

Perpectives liées à TouIST :

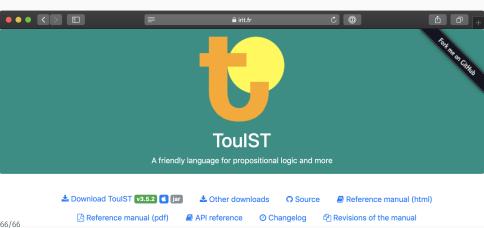
- · Finaliser TouIST « pour le web » pour favoriser sa diffusion
- · utiliser TouIST pour la planification épistémique (DL-PA)
- utiliser TouIST pour améliorer les performance de LoTREC (solveur de logiques modales)
- · interfacer TouIST à **SESAME** (domaine de l'argumentation)

Perspectives

Perpectives liées à la planification :

- Publication de nos nouveaux benchmarks (à QBFEVAL) pour pousser les solveurs QBF à s'améliorer/se spécialiser dans ce domaine
- Trouver de meilleures métriques permettant d'expliquer les améliorations et pouvoir les exploiter

Merci



ashmore, M., Fox, M., and Giunchiglia, E. (2012).

Planning as quantified boolean formula.

In Raedt, L. D., Bessière, C., Dubois, D., Doherty, P., Frasconi,

In Raedt, L. D., Bessiere, C., Dubois, D., Doherty, P., Frasconi, P., Heintz, F., and Lucas, P. J. F., editors, ECAI 2012 - 20th European Conference on Artificial Intelligence. Including Prestigious Applications of Artificial Intelligence (PAIS-2012) System Demonstrations Track, Montpellier, France, August 27-31, 2012, volume 242 of Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, pages 217–222. IOS Press.

Kautz, H. (2004).
Satplan04: Planning as satisfiability.
In Abstracts of the 4th International Plan

In Abstracts of the 4th International Planning Competition, IPC-04.

Kautz, H., Selman, B., and Hoffmann, J. (2006). **SatplanÕ04 : Planning as satisfiability.**

In Abstracts of the 5th International Planning Competition, IPC-06.