Universidade Federal de Viçosa
Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas
Campus UFV - Florestal

Lista de Iniciação Estatística - Lista 3

Prof. Fernando Bastos

1 Sejam A e B dois eventos associados a um experimento E. Supondo que $p(A) = 0.4$, $p(AUB) = 0.7$ e $p(B) = p$, qual é o valor de p para que se tenha:

(a) A e B mutuamente exclusivos;

(b) A e B não mutuamente exclusivos e independentes.

2 Um fazendeiro estima que, quando uma pessoa experiente planta árvores, 90% sobrevivem, mas quando um leigo as planta, apenas 50% sobrevivem. Se uma árvore plantada não sobrevive, determine a probabilidade de ela ter sido plantada por um leigo, sabendo-se que $\frac{2}{3}$ das árvores são plantadas por leigos.

3 Um dado é lançado e o número da face de cima é observado.

(a) Se o resultado obtido for par, qual a probabilidade dele ser maior ou igual a 5?

(b) Se o resultado obtido for maior ou igual a 5, qual a probabilidade dele ser par?

(c) Se o resultado obtido for ímpar, qual a probabilidade dele ser menor que 3?

(d) Se o resultado obtido for menor que 3, qual a probabilidade dele ser ímpar?

4 No lançamento de uma moeda três vezes calcular a probabilidade de observar a ocorrência de:

(a) exatamente duas caras;

(b) pelo menos duas caras;

(c) no máximo duas caras.

5 No lançamento de um dado 2 vezes calcular a probabilidade de observar a ocorrência dos pares cuja a soma dos pontos é:

(a) um número par;

(b) pelo menos igual a 9;

(c) no máximo igual a 5;

(d) maior que 5 e no máximo igual a 9.

6 O centro de meteorologia anunciou que há 0.4 de probabilidade de chuva. João avalia em $\frac{3}{5}$ sua probabilidade de passar em uma prova de estatística. Supondo esses eventos independentes, calcule:

(a) P(chover e passar);

(b) P(não chover e não passar).

7 Um jogo é composto de 4 possíveis resultados: A,B,C e D. Sabe-se que $P(A) = 3P(C)$, $P(B) = 2P(C)$ e que $P(D) = 0.10$. Um jogador ganha R$ 4,00 cada vez que ocorre A, ganha R$ 3,25 cada vez que B ocorre, ganha R$ 10,00 em cada ocorrência de C e perde R$ 25,00 se ocorre D. Se cada aposta custa R$ 2,00 e ele consegue jogar 200 vezes numa noitada, qual o ganho esperado numa noite de apostas?

8 Numa indústria, 24% das ligações ao serviço de atendimento ao consumidor são de reclamações a respeito do produto. Num dia normal de trabalho qual é a probabilidade de que:

(a) A primeira reclamação aconteça na 5° chamada?

(b) A primeira reclamação aconteça somente após a 8° chamada?

9 Seja X v.a. representando o número de carros no estacionamento da Universidade em um dia. A distribuição de probabilidade de X é dada abaixo:

x	2	3	4	5	6	total
$f(x)$	0.1	0.3	0.3	0.2	0.1	1

(a) Calcular $P(X \leq 3)$, $P(X \geq 4)$ e $P(3 < X \leq 5)$;

(b) Calcular $E(X)$ e $Var(X)$;

(c) Encontre a f.d.a. de X e construa seu gráfico;

(d) Quais valores de X estão no intervalo de $(\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma)$;

(e) Encontre $E(Y)$ e $Var(Y)$, onde $Y = \dfrac{X}{2} - 1$.

10 Seja a função dada por $p(x) = k^2(3 - |x|)$, $x = -2, -1, 0, 1, 2$.

(a) Encontre a constante k para que a $p(x)$ seja uma função de probabilidade;

(b) Com o valor de k encontrado, calcule $P(X \geq 0)$, $P(|X| \leq 1)$ e $P(X = 1 || X| \leq 1)$;

(c) Calcule $E(X)$ e $Var(X)$.

11 Seja uma v.a. X com f.d.p. dada por $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, se $0 \leq x \leq k$.

Calcule:

(a) Encontre k para que $f(x)$ seja uma f.d.p.

(b) Encontre sua f.d.a. $F(x)$.

(c) Calcule a média e a variância de X.

12 Considere uma v.a. X com f.d.p. dada por:

$$f(x) = \frac{sen(x)}{2}, \; 0 \leq x \leq \pi$$

Determine:

(a) A função de distribuição acumulada de X;

(b) As probabilidades $P(0 \leq X \leq \frac{\pi}{4})$ e $P(\frac{\pi}{2} \leq X \leq \frac{3\pi}{4})$;

(c) Esperança e variância de X;

(d) Calcule a probabilidade de X petencer ao intervalo $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$, em que $\mu = E(X)$ e $\sigma = DP(X)$;

(e) Os valores k_1 e k_2, simétricos em torno de $E(X)$, tal que $P(k_1 \leq X \leq k_2) = 0.95$;

(f) Mostre que $f(x) = \sqrt{F(x) - [F(x)]^2}$

13 Dada a função $f(x) = 2e^{-2x} I_{[0,\infty)}$

(a) Mostre que f é f.d.p. de alguma v.a. X;

(b) Calcule a probabilidade de $X > 10$.

14 Suponha que o tempo de duração de um determinado tipo de bateria seja uma variável aleatória X contínua com função de densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3}e^{-\frac{x}{3}}, & \text{se} \quad x \geq 0; \\ \\ 0, & \text{se} \quad x < 0; \end{cases}$$

sendo o tempo medido em anos.

(a) É razoável tomar f como função densidade de probabilidade para a variável aleatória X?

(b) Qual a probabilidade de a bateria durar no máximo um ano?

(c) Qual a probabilidade de o tempo de duração da bateria estar compreendido entre 1 e 3 anos?

(d) Qual a probabilidade de a bateria durar mais de 3 anos?

15 Para que valores de $k \in \mathbb{R}$, a função abaixo representa uma densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} k(1-x^2), & \text{se} \quad 0 \leq x < \dfrac{1}{2}; \\ \\ \dfrac{1}{k+1}, & \text{se} \quad \dfrac{1}{2} \leq x \leq 1; \\ \\ 0, & \text{caso contrário}; \end{cases}$$

16 Determine k para que a função dada seja uma função densidade de probabilidade:

(a) $f(x) = kxe^{-x^2}$ para $x \geq 0$ e $f(x) = 0$ para $x < 0$.

(b) $f(x) = ke^{-|x-1|}$ para todo x real.

(c) $f(x) = kx(x-5)$ para $0 \leq x \leq 5$ $f(x) = 0$ para $x < 0$ ou $x > 5$.

(d) $f(x) = \dfrac{k}{1+4x^2}$ para todo x real.

(e) $f(x) = \dfrac{k}{x^3}$ para $x \geq 1$ e $f(x) = 0$ para $x < 1$.

17 Suponha que o salário R\$$X$ de um funcionário de uma fábrica seja uma variável aleatória com função densidade de probabilidade $f(x) = kx^{-2}$ para $x \geq 400$ e $f(x) = 0$ para $x < 400$.

(a) Determine k para que f seja uma função densidade de probabilidade.

(b) Qual a probabilidade de o salário ser menor que R$ 1.000,00?

(c) Qual a probabilidade de o salário estar compreendido entre R$ 2.000,00 e R$ 5.000,00?

(d) Se a fábrica tem 3200 funcionários, qual o número esperado de funcionários com salários entre R$ 2.000,00 e R$ 5.000,00?

18 Considere a função densidade de probabilidade dada por $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ se $x \geq 1$ e $f(x) = 0$ se $x < 1$. Determine e esboce o gráfico da função de distribuição F.

19 Seja X uma v.a.d. que pode assumir qualquer valor do conjunto $\{0, 1\}$ e com probabilidades $P(X = 0) = P(X = 1) = \dfrac{1}{2}$. Esboce o gráfico da função de distribuição da v.a. X.

20 Determine a função de distribuição da v.a. X, sendo sua função densidade de probabilidade dada a seguir:

(a) $f(x) = \dfrac{1}{5}$ para $0 \leq x \leq 5$ e $f(x) = 0$ para $x < 0$ ou $x > 5$.

(b) $f(x) = \dfrac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}$ para $x \geq 0$ e $f(x) = 0$ para $x < 0$.

(c) $f(x) = \dfrac{1}{2}e^{-|x|}$ para todo x real.

21 Seja X uma v.a.d. que pode assumir qualquer valor do conjunto $\{0, 1, 2\}$ e com probabilidades $P(X = 0) = \dfrac{1}{3}$, $P(X = 1) = \dfrac{1}{6}$, $P(X = 2) = \dfrac{1}{2}$. Esboce o gráfico da função de distribuição da v.a. X.

22 Seja X a v.a. com função densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta}e^{-\frac{x}{\beta}}, & \text{se} \quad x \geq 0 \quad (\beta > 0); \\ \\ 0, & \text{se} \quad x < 0; \end{cases}$$

Calcule o valor esperado e a variância de X.

23 Determine $E(X)$ e $Var(X)$ da v.a. X com função densidade de probabilidade dada por:

(a) $f(x) = \dfrac{1}{b-a}$ para $a \leq x \leq b$ e $f(x) = 0$ para $x < a$ ou $x > b$.

(b) $f(x) = \dfrac{3}{(x+1)^4}$ para $x \geq 0$ e $f(x) = 0$ para $x < 0$.

(c) $f(x) = xe^{-x}$ para $x \geq 0$ e $f(x) = 0$ para $x < 0$.