MAF 105 - Estatística Básica

Prof. Fernando de Souza Bastos

Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas
Universidade Federal de Viçosa
Campus UFV - Florestal

Sumário

1. Somatórios
2. Produtório

Somatório

O somatório é uma forma abreviada para representação de somas. Podemos defini-lo como o operador matemático para a soma dos termos de uma sequência. Usualmente, um somatório é representado pela letra grega sigma maiúscula (Σ) e é definido por:

$$\sum_{i=m}^{n} x_i = x_m + x_{m+1} + \cdots + x_n. \tag{1}$$

em que $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ é uma sequência dada, i é o índice do somatório, m denota o limite inferior e n o limite superior.

Somatório

Como exemplo note que

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-2) + (n-1) + n \qquad (2)$$

Se lê: "Soma de i, para $i = 1$ até n."

Somatório

Como exemplo note que

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-2) + (n-1) + n \tag{2}$$

Se lê: "Soma de i, para $i = 1$ até n."

ou,

$$\sum_{i=0}^{k} (2i+1) = 1 + 3 + \cdots + (2k-1) + (2k+1) \tag{3}$$

que se lê: "Soma de $(2i+1)$, para $i = 0$ até k."

Propriedades

1. $$\sum_{i=m}^{n} ax_i = a\sum_{i=m}^{n} ax_i \; \forall a \in \mathbb{R}, m, n \in \mathbb{Z}.$$
2. $\displaystyle\sum_{i=m}^{n} K = [(n-m)+1]K$, K constante real qualquer. Em particular para $m=1$, temos $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} K = nK$.

Propriedades

3. $$\sum_{i=m}^{n}(a_i x_i + b_i z_i) = \sum_{i=m}^{n}(a_i x_i) + \sum_{i=m}^{n}(b_i z_i), \ \forall m, n \in \mathbb{Z}.$$
4. $$\sum_{i=k}^{n}(x_i - x_{i+1}) = x_k - x_{n+1}$$
5. $$\sum_{k=0}^{n} K = \sum_{k=1}^{n} K = \frac{n(n+1)}{2} \text{ (Soma de Gauss)}$$

Propriedades

A soma de Gauss

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100$$

$$1 + 100 = 101$$

$$2 + 99 = 101$$

$$3 + 98 = 101$$

$$\vdots$$

$$49 + 52 = 101$$

$$50 + 51 = 101$$

$$50 \times 101 = 5050$$

$$S_N = \frac{(a_1 + a_N)N}{2}$$

Cuidado!

1. $$\sum_{i=m}^{n} a_i(x_i + k) \neq \sum_{i=m}^{n}(a_i x_i + k)$$

Cuidado!

1. $$\sum_{i=m}^{n} a_i(x_i + k) \neq \sum_{i=m}^{n} (a_i x_i + k)$$
2. $$\sum_{i=m}^{n} a_i(x_i + k) \neq \sum_{i=m}^{n} a_i x_i + k$$

Cuidado!

1. $$\sum_{i=m}^{n} a_i(x_i + k) \neq \sum_{i=m}^{n}(a_i x_i + k)$$
2. $$\sum_{i=m}^{n} a_i(x_i + k) \neq \sum_{i=m}^{n} a_i x_i + k$$
3. $$\sum_{i=1}^{n} a_i^2 \neq \left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)^2$$

Soma infinita: é a soma de infinitos termos, a qual, espera-se que convirja para um determinado valor. É muito aplicada na teoria da probabilidade na definição de modelos em espaços infinitos discretos.

$$\sum_{i=1}^{\infty} x_i = x_1 + x_2 + \cdots$$

Exemplo: Qual é a fração geradora da dizima $3.55555\cdots$?

$$\begin{aligned}
3.55555\cdots &= 3 + 0.5 + 0.05 + 0.005 + 0.0005 + 0.00005 + \cdots \\
&= 3 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{10000} + \cdots \\
&= 3 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{5}{10^i} \\
&= 3 + \frac{5/10}{1 - 1/10} \\
&= 3 + \frac{5}{9} = \frac{32}{9}
\end{aligned}$$

De forma alternativa, como na adição, o produto pode ser escrito usando-se um símbolo de produto, chamado produtório $\prod$ que é a letra pi maíuscula no alfabeto grego.

$$\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 x_2 \cdots x_n$$