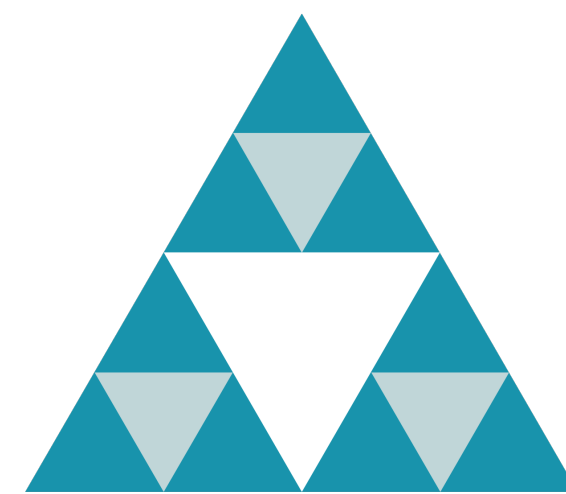


Pitágoras e sua contribuição a música

Kleyber Júnio Costa Melo

Programa Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT
Universidade Federal de Viçosa - UFV
Campus UFV - Florestal
Professor: Fernando Bastos



PROFMAT

Introdução

Este texto é resultado de uma pesquisa bibliográfica, através de artigos científicos, livros, revistas, com diferentes pesquisadores e autores, com o objetivo conhecer sobre o matemático Pitágoras, como também sua contribuição a música.

Origens e Influência

Pitágoras nasceu por volta de 569 a.C na ilha de Samos, no mar Egeu, de frente a costa da Ásia Menor. Foi uma das figuras mais influentes e misteriosas da matemática(Andrade). A juventude de Pitágoras não é bem documentada, tornando relatos de sua vida e de seus trabalhos envolto no mito e na lenda, logo é difícil para os historiadores separar o fato da ficção. O que parece certo é que Pitágoras desenvolveu a ideia da lógica numérica e foi responsável pela primeira idade de ouro da matemática. Graças a seu talento os números deixaram de ser apenas coisas usadas para contar e passaram a ser apreciados por suas próprias características. (Singh, 1999)

Pitágoras adquiriu suas habilidades matemáticas em viagens pelo mundo. Conta-se a história que percorreu vários lugares durante vinte anos, ele teria ido até a Índia e a Inglaterra. O mais certo é que suas viagens ao Egito e à Babilônia o tenha dado grandes experiências e técnicas matemáticas, já que a evolução matemática desse povos tinham ido muito além da simples contagem e eram capazes de cálculos complexos que lhes permitiam criar sistemas de contabilidade sofisticados e construir prédios elaborados.

Após vinte anos de viagens e ter assimilado conhecimento matemático pelo mundo onde fora, voltando a ilha de Samos com o propósito de fundar uma escola dedicada ao estudo da filosofia e, em parte, voltada a pesquisa matemática que acabara de conhecer. Queria conhecer os números e não meramente utilizá-los. Pitágoras esperava encontrar uma grande quantidade de estudantes mente aberta que o ajudasse a desenvolver filosofias novas e radicais. Porém, o tirano Polícrates tinha transformado a outrora liberal de Samos em uma sociedade intolerante e conservadora. Por causa da perseguição foi morar em uma caverna, numa parte remota da ilha onde podia continuar os estudos.

Após vinte anos de viagens e ter assimilado conhecimento matemático pelo mundo onde fora, voltando a ilha de Samos com o propósito de fundar uma escola dedicada ao estudo da filosofia e, em parte, voltada a pesquisa matemática que acabara de conhecer. Queria conhecer os números e não meramente utilizá-los. Pitágoras esperava encontrar uma grande quantidade de estudantes mente aberta que o ajudasse a desenvolver filosofias novas e radicais. Porém, o tirano Polícrates tinha transformado a outrora liberal de Samos em uma sociedade intolerante e conservadora. Por causa da perseguição foi morar em uma caverna, numa parte remota da ilha onde podia continuar os estudos.

Pitágoras não apreciava o isolamento e acabou seduzindo um garoto para ser seu primeiro aluno. Não se tem ao certo a identidade do menino. Conta-se que Pitágoras pagava ao seu aluno três ébolos para cada aula a que assistia. Logo, percebeu que seu pupilo à medida que se passavam as aulas, a persistente dedicação inicial do menino em aprender se transformava em entusiasmo pelo conhecimento. Então Pitágoras fez um teste ao garoto, fingindo-se não ter dinheiro para pagar o estudante tendo que interromper as aulas. Ora, o menino entusiasmado propôs em pagar por sua educação. **O pupilo tornara-se discípulo.** Ele chegou a estabelecer uma escola conhecida como o Semicírculo de Pitágoras, mas suas ideias sociais eram inaceitáveis em Samos e assim o filósofo foi obrigado a fugir com sua mãe e o único discípulo.

Pitágoras se acomodou no Sul da Itália em Crotona, onde conheceu o patrono ideal em Milo. Milo era o homem mais rico de Crotona e um dos homens mais fortes de toda a história. Tratava-se de um homem que fora doze vezes campeão no jogos olímpicos e de Pítias. Além de sua capacidade como atleta, Milo também admirava e estudava a filosofia e a matemática. Ele cedeu uma parte de sua casa para que Pitágoras fixasse sua escola. Então, a mente mais criativa e o corpo mais poderoso formaram uma aliança.

Estabelecido em seu novo lar, Pitágoras fundou a Irmandade Pitagórica - um grupo de seiscentos seguidores, capazes não apenas de seguir seus ensinamentos como contribuir criando novas ideias e demonstrações. Cada adepto da escola pitagórica devia doar tudo que tinha para um fundo comum. E se alguém quisesse partir receberia o dobro do que tinha doado e uma lápide seria erguida em

sua memória. Conta-se que a Irmandade era uma escola igualitária e incluía várias irmãs. A estudante favorita de Pitágoras era a filha de Milo, que apesar da diferença de idade eles acabaram se casando. (Singh, 1999)

A HISTÓRIA E O MONOCÓRDIO

O primeiro registro científico sobre matemática e música encontrado foi na Grécia antiga, por volta do século VI a.C, na escola pitagórica quando Pitágoras através de um experimento com sons de um monocórdio, efetua uma de suas mais belas descobertas, que dá à luz, na época, ao quarto ramo da matemática: a música (Abdounur, 2003). Ele utilizava a música para educar os seus discípulos, ensinando-os apreciar a beleza dos sons e das composições da mesma forma com que apreciavam as belíssimas formas geométricas e fórmulas matemáticas.

Por alguma causa divina ou ato de sorte, Pitágoras ao passar em frente a uma oficina de um ferreiro, ele percebeu que as batidas de martelos de diferentes pesos produziam sons que eram agradáveis ao ouvido e se combinavam muito bem. Ele analisou e descobriu que os sons que lhe eram harmoniosos tinham uma relação matemática simples (Singh, 1999).

Admirado com o som agradável pensava que a qualidade do som era proveniente da força das mãos, ele teria trocado o martelo e observado que cada martelo conservava o som que lhe era próprio. Assim pesou-os e constatou que os martelos tinham pesos diferentes, o primeiro pesava 12 (doze), o segundo 9 (nove), o terceiro 8 (oito), o quarto 6 (seis), de uma unidade de peso desconhecida (JULIANI, 2003).

Segundo Abdounur (2003), Pitágoras foi quem, possivelmente, inventou o monocórdio, instrumento composto por uma corda, esticado entre dois cavaletes fixos nas extremidades e um cavalete móvel, semelhante à harpa. Foi a partir do monocórdio que Pitágoras estabeleceu várias relações entre frações e o som emitido.

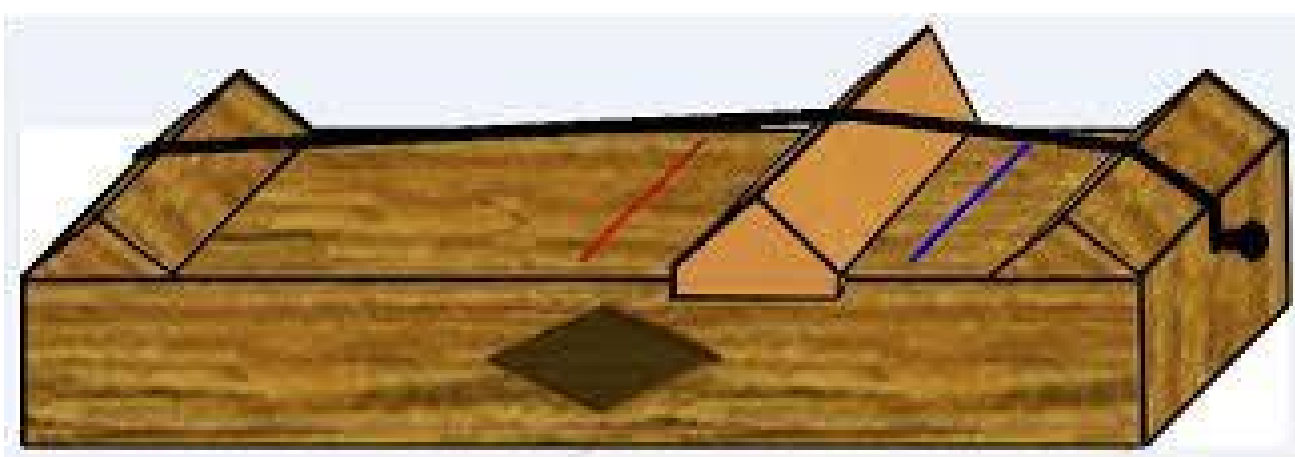


Figura 1: Monocórdio

Pitágoras observou que ao tocar a corda do monocórdio inteira relativa aos dois cavaletes móvel produzia um determinado som com certa frequência (f) ¹, percebeu que ao pressionar um ponto situado a $\frac{1}{2}$ do comprimento da corda em relação a sua extremidade encontrava-se o mesmo som, porém com o dobro da frequência (mais agudo). Pressionando-se a um ponto situado a $\frac{3}{4}$ do comprimento da corda ouvia-se um som equivalente a uma quarta acima da corda inteira, analogamente ao pressionar um ponto situado a $\frac{2}{3}$ do comprimento da corda ouvia-se um som equivalente a uma quinta da corda inteira, e esses sons tocados juntos si combinavam ao qual foram denominados consonância (reunião de sons harmônicos) pitagóricas. (Abdounur, 2003)

Pitágoras justificou a implícita relação de pequenos números inteiros às consonâncias pelo fato de que os números 1, 2, 3 e 4 – envolvidos nas frações mencionadas – geravam toda a perfeição. No cenário musical o número quatro faz alusão aos tetracordes, uma série de quatro tons que preenchem um intervalo de quarta justa², sendo a **escala mais elementar e unidade fundamental da música grega**. (Abdounur, 2003)

Percebe-se uma analogia entre o comprimento da corda e o peso dos martelos. É interessante observar que as consonâncias possuem relações aritméticas, já que o 9 é a média aritmética de 12 e 6 e o 8 é a média harmônica entre 12 e 6. (Cruz, 2013)

Média aritmética

$$9 = \frac{12 + 6}{2} \quad (1)$$

Média harmônica

$$8 = \frac{2}{\frac{1}{12} + \frac{1}{6}} \quad (2)$$

A ESCALA PITAGÓRICA

A partir do experimento de Pitágoras e de sua escala elementar ocorre em sua escola pitagórica o desenvolvimento de um sistema musical fundamentado a relações simples de números inteiros. Parecia interessante partir de intervalos consonantes e estabelecer afinações que contivessem intervalos denominados puros. (Abdounur, 2003)

Conduzindo-se do intervalo entre a corda solta e a sua metade, denominado de oitava, ao qual se mostrava intervalo fundamental ³, Pitágoras a toma como universo da escala. As notas diferenciadas por intervalos de oitava apresentam certa semelhança, podendo ser definida como classe de equivalência, onde duas notas tornam-se equivalentes se o intervalo entre elas for um número inteiro de oitavas. A partir dessa hipótese, a construção de uma escala reduzia-se em dividir a oitava em sons que pudessem expressar uma linguagem musical, ou seja, o alfabeto musical. (Abdounur, 2003)

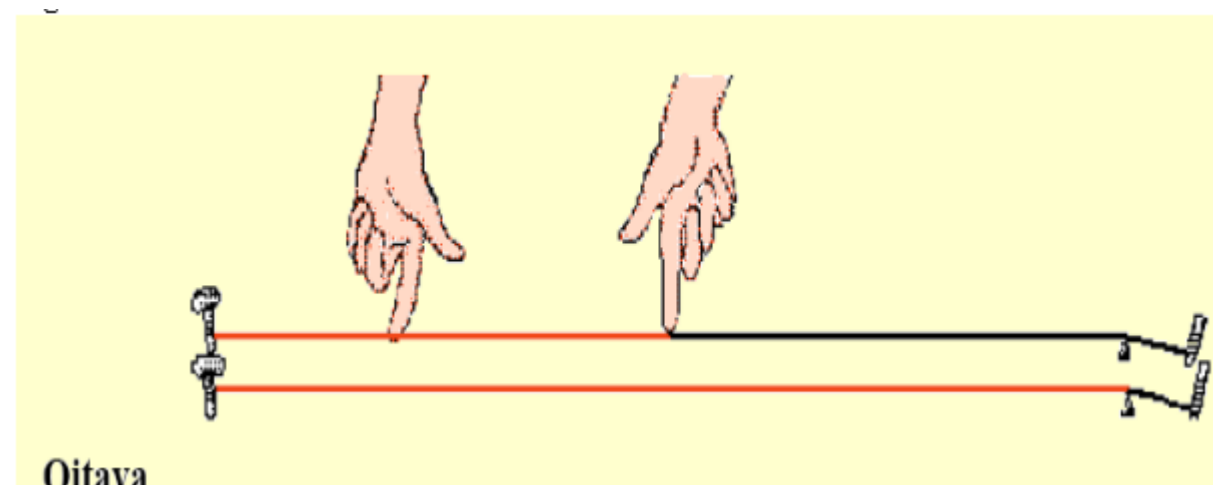


Figura 2: Intervalo de Oitava

Portanto Pitágoras dispôs a caminhar em intervalos de quintas ascendentes, ou seja, a partir de intervalos de $\frac{2}{3}$ da corda inteira, a nota que escapasse da oitava-universo a multiplicava pelo fator de equivalência retornando a oitavo-universo. (Abdounur, 2003)

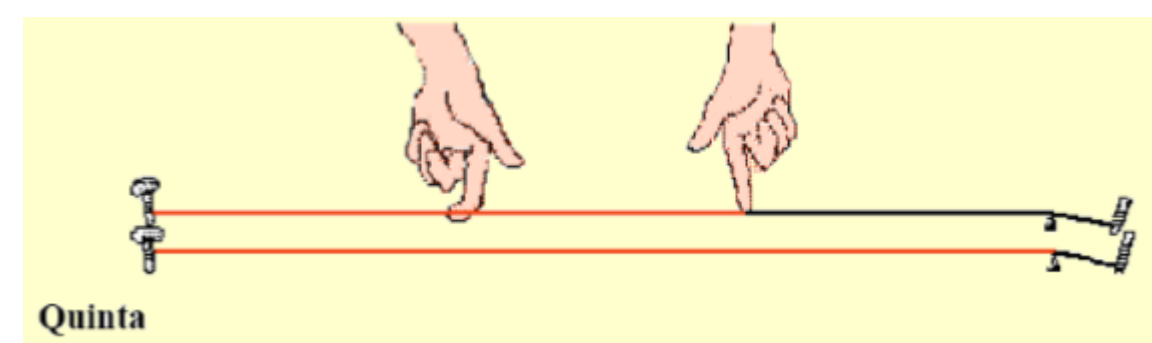


Figura 3: Intervalo de Quinta

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pitágoras foi sem dúvidas, um dos matemáticos mais relevante à música, já que a partir de suas descobertas inspiraram e embasaram vários pesquisadores no entendimento e desenvolvimento tanto na teoria musical quanto na matemática. É importante ressaltar que com simples relação de frações, Pitágoras construiu a escala que hoje é conhecida como ESCALA DIATÔNICA.

Referências

- [Abdounur 2003] ABDOUNUR, Oscar J.: *Matemática e música*. transversais, 2003
- [Andrade] ANDRADE, Ms Alessandra O.: 1.1 Origens e Influências.
- [Cruz 2013] CRUZ, Antonio Messias L.: *Matemática e música: compoendo um cenário educacional com harmonia*. (2013)
- [JULIANI 2003] JULIANI, Juliana P.: *Matemática e música*. In: *São Carlos, SP* (2003)
- [Singh 1999] SINGH, Simon: *O último teorema de Fermat*. Editorial Norma, 1999

¹Frequência corresponde aos ciclos (oscilações por segundo) da onda sonora. Quanto maior a frequência, mais agudo é o som; e quanto menor a frequência, mais grave é o som.

²Intervalo de dois tons e um semiton na música, nomes musicais que serão justificados no decorrer do texto

³notas que se equivalem e diferenciam apenas pelas oitavas, ou seja, notas de mesma altura porém mais agudo. Significa sonoramente pelo fato de que quando uma criança acompanha um homem cantando, o faz por diferença de oitavas.