



SOLUÇÕES DA LISTA DE TESTES DE HIPÓTESES

Prof. Fernando Bastos

Exercícios

9. O fabricante de certa marca de suco informa que as embalagens de seu produto têm em média 500 ml, com desvio padrão igual a 10 ml. Tendo sido encontradas no mercado algumas embalagens com menos de 500 ml, suspeita-se que a informação do fabricante seja falsa. Para verificar se isto ocorre, um fiscal analisa uma amostra de 200 embalagens escolhidas aleatoriamente no mercado e constata que as mesmas contêm em média 498 ml. Considerando-se um nível de significância de 5%, pode-se afirmar que o fabricante está mentindo? Calcule o valor da prova para esta amostra.

$$H_0 : \mu = 500ml$$

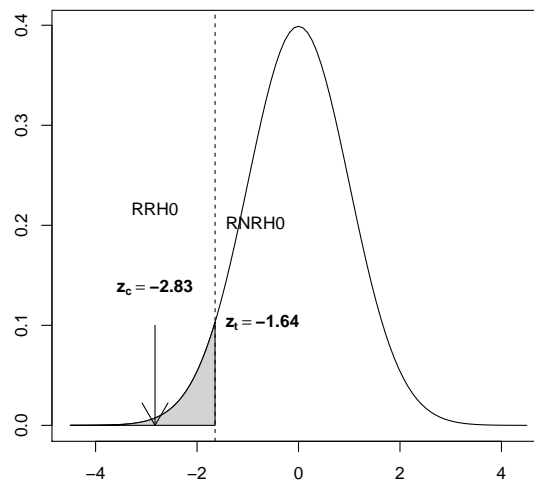
$$H_1 : \mu < 500ml \quad (\text{unilateral})$$

Dados:

$$n = 200; \quad \bar{x} = 498ml; \quad \sigma = 10ml; \quad \alpha = 5\% \rightarrow z_t = -1,64$$

$$z_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{498 - 500}{10/\sqrt{200}} = -2.83$$

$$p - \text{valor} = 0.002338867$$



Decisão: Como $|z_{cal}| > |z_{tab}|$ rejeita-se H_0 ao nível $\alpha = 5\%$ de significância.

Comandos em R para soluções:

```
> (zt <- qnorm(0.05))
```

```
[1] -1.644854
```

```
> (zc <- (498-500)/(10/sqrt(200)))
```

```
[1] -2.828427
```

```
> (pvalor <- pnorm(zc))
```

```

[1] 0.002338867
> curve(dnorm(x), from=-4.5, to=4.5, xlab="", ylab="")
> polygon(cbind(c(zt,seq(zt,-4.5, l=100),-4.5),
+               c(0, dnorm(seq(zt, -4.5, l=100)),
+               dnorm(-4.5))),
+         col="lightgray")
> abline(v=zt, lty=2)
> arrows(zc, 0.1, zc, 0)
> zt <- format(zt,digits = 3)
> Zt <- bquote(bold(z[t] == .(zt)))
> zc <- format(zc,digits = 3)
> Zc <- bquote(bold(z[c] == .(zc)))
> text(zt, 0.1, Zt, pos=4)
> text(zt, 0.2, "RNRHO", pos=4)
> text(zc, 0.12, Zc, pos=3)
> text(zc, 0.2, "RRHO", pos=3)
> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Resultado
> ifelse(zc>zt,RR,RN)

[1] "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > 0.05, RN, RR)

[1] "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ## estimativa pontual
> (mu.est <- 498)

[1] 498
> ## estimativa intervalar (95%)
> (IC.mu <- mu.est + qnorm(c(0.025, 0.975)) * 10/sqrt(200))

[1] 496.6141 499.3859

```

10. A duração das lâmpadas produzidas por certo fabricante tem distribuição normal com média igual a 1200 horas e desvio padrão igual a 300 horas. O fabricante introduz um novo processo na produção das lâmpadas. Para verificar se o novo processo produz lâmpadas de maior duração, o fabricante observa 100 lâmpadas produzidas pelo novo processo e constata que as mesmas duram em média 1265 horas. Admitindo-se um nível de significância de 5%, pode-se concluir que o novo processo produz lâmpadas com maior duração?

$$H_0 : \mu = 1200h$$

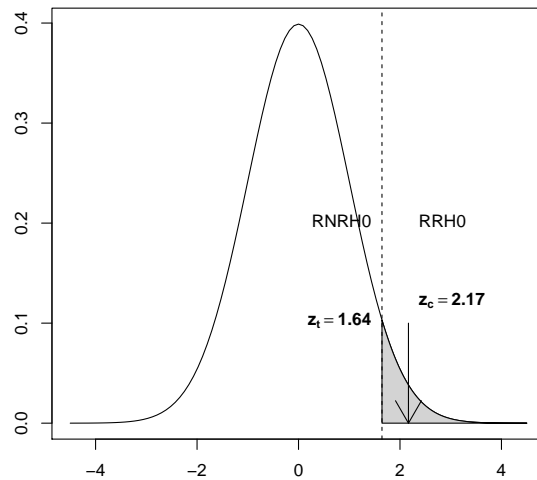
$$H_1 : \mu > 1200h \quad (\text{unilateral})$$

Dados:

$$n = 100; \quad \bar{x} = 1265h; \quad \sigma = 300h; \quad \alpha = 5\% \rightarrow z_t = 1,64$$

$$z_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{1265 - 1200}{300/\sqrt{100}} = 2,17$$

$$p - \text{valor} = 0.01513014$$



Decisão: Como $|z_{cal}| > |z_{tab}|$ rejeita-se H_0 ao nível $\alpha = 5\%$ de significância.
Comandos em R para soluções:

```
> (zt <- qnorm(0.95))
[1] 1.644854
> (zc <- (1265-1200)/(300/sqrt(100)))
[1] 2.166667
> (pvalor <- 1-pnorm(zc))
[1] 0.01513014
> curve(dnorm(x), from=-4.5, to=4.5, xlab="", ylab="")
> polygon(cbind(c(zt,seq(zt,4.5, l=100),4.5),
+               c(0, dnorm(seq(zt, 4.5, l=100)),
+                 dnorm(4.5))),
+         col="lightgray")
> abline(v=zt, lty=2)
> arrows(zc, 0.1, zc, 0)
> zt <- format(zt,digits = 3)
> Zt <- bquote(bold(z[t] == .(zt)))
> zc <- format(zc,digits = 3)
> Zc <- bquote(bold(z[c] == .(zc)))
> text(zt, 0.1, Zt, pos=2)
> text(zt, 0.2, "RNRH0", pos=2)
> text(zc, 0.12, Zc, pos=4)
> text(zc, 0.2, "RRH0", pos=4)
> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Resultado
> ifelse(zc>zt,RR,RN)
[1] "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > 0.05, RN, RR)
[1] "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
```

```

> ## estimativa pontual
> (mu.est <- 1265)
[1] 1265
> ## estimativa intervalar (95%)
> (IC.mu <- mu.est + qnorm(c(0.025, 0.975)) * 300/sqrt(100))
[1] 1206.201 1323.799

```

11. O custo de produção de certo artigo numa localidade tem distribuição normal com média igual a R\$42,00. Desenvolve-se uma política de redução de custos na empresa para melhorar a competitividade do referido produto no mercado. Observando-se os custos de 10 unidades deste produto, obtiveram-se os seguintes valores: 34, 41, 36, 41, 29, 32, 38, 35, 33 e 30. Admitindo-se um nível de significância de 5%, pode-se afirmar que o custo do produto considerado diminuiu?

$$H_0 : \mu = R\$42,00$$

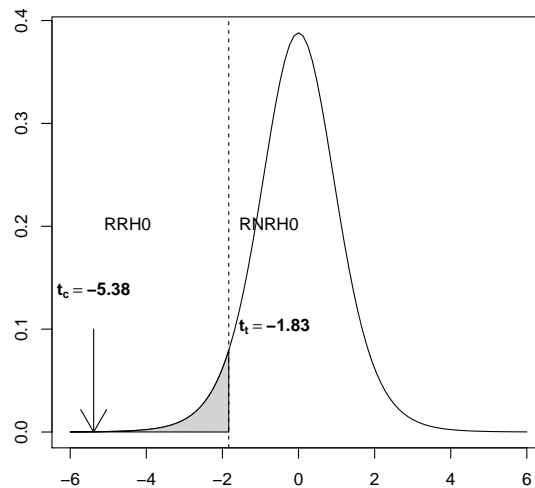
$$H_1 : \mu < R\$42,00 \quad (\text{unilateral})$$

Dados:

$$n = 10; \quad \bar{x} = 34,9; \quad S = 4,17; \quad \alpha = 5\% \rightarrow t_t = -1,83$$

$$t_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{34,9 - 42}{4,17/\sqrt{10}} = -5,38$$

$$p - \text{valor} = 0.0002210237$$



Decisão: Como $|t_{cal}| > |t_{tab}|$ rejeita-se H_0 ao nível $\alpha = 5\%$ de significância. Comandos em R para soluções:

```

> x <- c(34, 41, 36, 41, 29, 32, 38, 35, 33, 30)
> n=length(x)
> df=n-1
> alpha=0.05
> barx <- mean(x)
> dp <- sd(x)
> tt <- qt(alpha,df)
> tc <- (34.9-42)/(4.17/sqrt(10))

```

```

> pvalor <- pt(tc,df)
> curve(dt(x,df), from=-6, to=6, xlab="", ylab="")
> polygon(cbind(c(tt,seq(tt,-6, l=100),-6),
+               c(0, dt(seq(tt, -6, l=100),df),
+                 dt(-6,df))),
+         col="lightgray")
> abline(v=tt, lty=2)
> arrows(tc, 0.1, tc, 0)
> tt <- format(tt,digits = 3)
> Tt <- bquote(bold(t[t] == .(tt)))
> tc <- format(tc,digits = 3)
> Tc <- bquote(bold(t[c] == .(tc)))
> text(tt, 0.1, Tt, pos=4)
> text(tt, 0.2, "RNRHO", pos=4)
> text(tc, 0.12, Tc, pos=3)
> text(tc, 0.2, "RRHO", pos=4)
> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Resultado
> ifelse(tc>tt,RR,RN)

[1] "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > 0.05, RN, RR)

[1] "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ## estimativa pontual
> (mu.est <- 34.9)

[1] 34.9
> ## estimativa intervalar (95%)
> (IC.mu <- mu.est + qt(c(0.025, 0.975),df) * 4.17/sqrt(10))

[1] 31.91696 37.88304

```

12. O controle de qualidade das peças produzidas por certa fábrica exige que o diâmetro médio das mesmas seja 57 mm. Para verificar se o processo de produção está sob controle, observam-se os diâmetros de 10 peças, constatando-se os seguintes valores em mm: 56,5; 56,6; 57,3; 56,9; 57,1; 56,7; 57,1; 56,8; 57,1; 57,0. Admitindo-se um nível de significância de 5%, pode-se concluir que o processo de produção está sob controle?

$$H_0 : \mu = 57mm$$

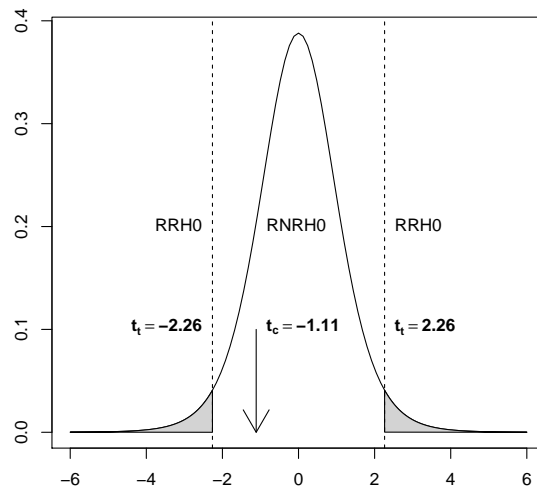
$$H_1 : \mu \neq 57mm \quad (\text{bilateral})$$

Dados:

$$n = 10; \quad \bar{x} = 56.91; \quad S = 0.256; \quad \alpha = 0.05\% \rightarrow t_t = 2.262157$$

$$t_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{56.91 - 57}{0.256/\sqrt{10}} = -1.112$$

$$p - \text{valor} = 0.2947482$$



Decisão: Comandos em R para soluções:

```
> (x <- c(56.5, 56.6, 57.3, 56.9, 57.1, 56.7, 57.1, 56.8, 57.1, 57.0))
[1] 56.5 56.6 57.3 56.9 57.1 56.7 57.1 56.8 57.1 57.0
> (n=length(x))
[1] 10
> (df=n-1)
[1] 9
> (alpha=0.025)
[1] 0.025
> (barx <- mean(x))
[1] 56.91
> (dp <- sd(x))
[1] 0.2558211
> (tt <- qt(alpha,df))
[1] -2.262157
> (mu <- 57)
[1] 57
> (tc <- (barx-mu)/(dp/sqrt(n)))
[1] -1.112516
> (pvalor <- 2*pt(tc,df))
[1] 0.2947482
> curve(dt(x,df), from=-6, to=6, xlab="", ylab="")
> polygon(cbind(c(-abs(tt),seq(-abs(tt),-6, l=100),-6),
+               c(0, dt(seq(-abs(tt), -6, l=100),df),
+                 dt(-6,df))),
+         col="lightgray")
> polygon(cbind(c(abs(tt),seq(abs(tt),6, l=100),6),
+               c(dt(6,df), dt(seq(abs(tt), 6, l=100),df),
+                 dt(6,df))),
+         col="lightgray")
```

```

+           0)),
+           col="lightgray")
> abline(v=tt, lty=2)
> abline(v=-tt, lty=2)
> arrows(tc, 0.1, tc, 0)
> tt1 <- qt(alpha,df)
> tt1 <- format(tt1,digits = 3)
> Tt1 <- bquote(bold(t[t] == .(tt1)))
> tt2 <- -qt(alpha,df)
> tt2 <- format(tt2,digits = 3)
> Tt2 <- bquote(bold(t[t] == .(tt2)))
> tc1 <- format(tc,digits = 3)
> Tc1 <- bquote(bold(t[c] == .(tc1)))
> text(tt1, 0.1, Tt1, pos=2)
> text(tt1, 0.2, "RRHO", pos=2)
> text(tt2, 0.1, Tt2, pos=4)
> text(tt2, 0.2, "RRHO", pos=4)
> text(tc1, 0.1, Tc1, pos=4)
> text(tc1, 0.2, "RNRHO", pos=4)
> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Resultado
> (ifelse((tc<tt || tc>(abs(tt))),RR,RN))
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> (ifelse(pvalor > ns, RN, RR))
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ## estimativa pontual
> (mu.est <- barx)
[1] 56.91
> ## estimativa intervalar (95%)
> (IC.mu <- mu.est + qt(c((alpha/2), (1-alpha/2)),df) * (dp/sqrt(n)))
[1] 56.69279 57.12721

```

13. Numa localidade, 32% dos consumidores consomem determinado produto. Foi lançado no mercado da localidade um produto concorrente. Uma pesquisa realizada com 500 consumidores escolhidos ao acaso revelou que 145 dentre estes consomem o antigo produto. Pode-se concluir, num nível de significância de 2%, que a preferência pelo produto antigo diminuiu com a entrada do concorrente no mercado? Calcule o valor da prova para esta amostra.

$$H_0 : p = 0.32$$

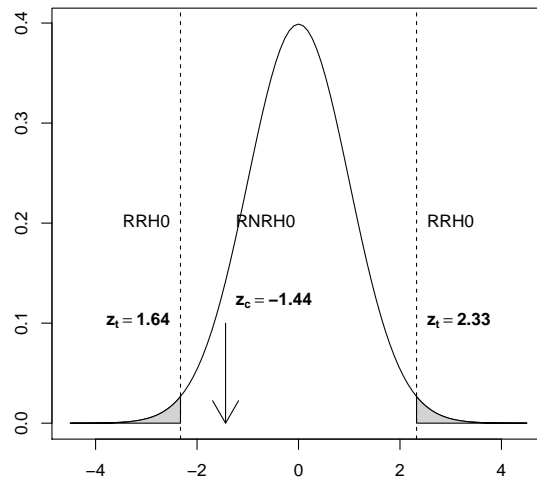
$$H_1 : p \neq 0.32 \quad (\text{bilateral})$$

Dados:

$$n = 500; \quad \bar{x} = 145; \quad p_0 = 0.32; \quad \alpha = 2\% \rightarrow z_t = -2.326$$

$$z_{cal} = \frac{\bar{x} - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} = \frac{145 - 160}{\sqrt{160(0.68)}} = -1.43$$

$$p - \text{valor} = 0.1504172$$



Decisão: Como $|z_{cal}| < |z_{tab}|$ não rejeita-se H_0 ao nível $\alpha = 2\%$ de significância. Comandos em R para soluções:

```
> (ns <- 0.02)
[1] 0.02
> (alpha <- 0.01)
[1] 0.01
> (n <- 500)
[1] 500
> (p0 <- 0.32)
[1] 0.32
> (barx <- 145)
[1] 145
> (zt <- qnorm(alpha))
[1] -2.326348
> (zc <- (barx-(n*p0))/(sqrt(n*p0*(1-p0))))
[1] -1.438059
> (pvalor <- 2*pnorm(zc))
[1] 0.1504172
> curve(dnorm(x), from=-4.5, to=4.5, xlab="", ylab="")
> polygon(cbind(c(-4.5, seq(-4.5,zt, l=100),zt),
+               c(0, dnorm(seq(-4.5, zt, l=100)),
+               (0))),
+         col="lightgray")
> polygon(cbind(c(abs(zt), seq(abs(zt),4.5, l=100),4.5),
+               c(0, dnorm(seq(abs(zt), 4.5, l=100)),
+               (0))),
+         col="lightgray")
> abline(v=zt, lty=2)
> abline(v=abs(zt), lty=2)
```



```

> arrows(zc, 0.1, zc, 0)
> zt1 <- format(zt,digits = 3)
> Zt1 <- bquote(bold(z[t] == .(zt1)))
> zt2 <- format(abs(zt),digits = 3)
> Zt2 <- bquote(bold(z[t] == .(zt2)))
> zc1 <- format(zc,digits = 3)
> Zc1 <- bquote(bold(z[c] == .(zc1)))
> text(zt1, 0.1, Zt, pos=2)
> text(zt1, 0.2, "RRHO", pos=2)
> text(zt2, 0.1, Zt2, pos=4)
> text(zt2, 0.2, "RRHO", pos=4)
> text(zc1, 0.12, Zc1, pos=4)
> text(zc1, 0.2, "RNRHO", pos=4)
> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível de 2% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível de 2% de significância"
> ##Resultado
> ifelse((zc<zt || zc>abs(zt)),RR,RN)
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 2% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > 0.02, RN, RR)
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 2% de significância"
> ## estimativa pontual
> (mu.est <- 145)
[1] 145
> ## estimativa intervalar (98%)
> (IC.mu <- mu.est + qnorm(c(0.01, 0.99)) * (n*p0)/sqrt(n*p0*(1-p0)))
[1] 109.3155 180.6845

```

14. Sabe-se que 6% das unidades de certo produto são substituídas gratuitamente por apresentar defeitos de fabricação. Para reduzir este percentual, o fabricante investiu na melhoria da qualidade do produto. Consta-se que 12 dentre 400 unidades vendidas tiveram que ser substituídas gratuitamente por apresentar defeitos de fabricação. Pode-se concluir, num nível de significância de 3%, que a qualidade do produto melhorou?

$$H_0 : p = 0.06$$

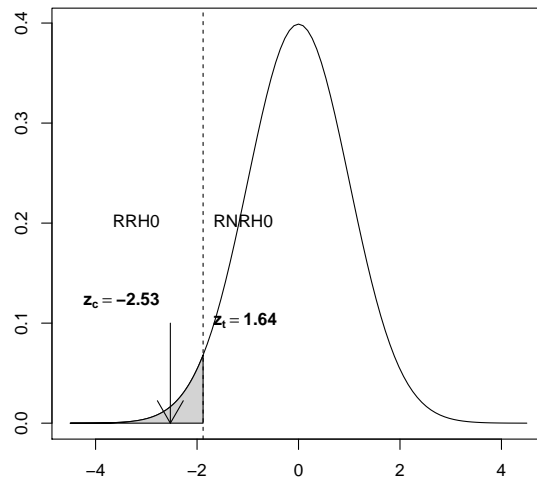
$$H_1 : p < 0.06 \quad (\text{unilateral})$$

Dados:

$$n = 400; \quad \bar{x} = 12; \quad p_0 = 0.06; \quad \alpha = 3\% \rightarrow z_t = -1.88$$

$$z_{cal} = \frac{\bar{x} - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} = \frac{12 - 24}{\sqrt{24(0.94)}} = -2.526$$

$$p - \text{valor} = 0.005760995$$



Decisão: Como $|z_{cal}| > |z_{tab}|$ rejeita-se H_0 ao nível $\alpha = 3\%$ de significância.
Comandos em R para soluções:

```
> (alpha <- 0.03)
[1] 0.03
> (n <- 400)
[1] 400
> (p0 <- 0.06)
[1] 0.06
> (barx <- 12)
[1] 12
> (zt <- qnorm(alpha))
[1] -1.880794
> (zc <- (barx-(n*p0))/(sqrt(n*p0*(1-p0))))
[1] -2.526456
> (pvalor <- pnorm(zc))
[1] 0.005760995
> curve(dnorm(x), from=-4.5, to=4.5, xlab="", ylab="")
> polygon(cbind(c(-4.5, seq(-4.5,zt, l=100),zt),
+               c(0, dnorm(seq(-4.5, zt, l=100)),
+                 (0))),
+         col="lightgray")
> abline(v=zt, lty=2)
> arrows(zc, 0.1, zc, 0)
> zt1 <- format(zt,digits = 3)
> Zt1 <- bquote(bold(z[t] == .(zt1)))
> zc1 <- format(zc,digits = 3)
> Zc1 <- bquote(bold(z[c] == .(zc1)))
> text(zt1, 0.1, Zt, pos=4)
> text(zt1, 0.2, "RNRH0", pos=4)
> text(zc1, 0.12, Zc1, pos=2)
```

```

> text(zc1, 0.2, "RRH0", pos=2)
> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível de 3% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível de 3% de significância"
> ##Resultado
> ifelse((zc<z1 || zc>abs(z1)),RR,RN)
[1] "Rejeita-se H0 ao nível de 3% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > 0.03, RN, RR)
[1] "Rejeita-se H0 ao nível de 3% de significância"
> ## estimativa pontual
> (mu.est <- 12)
[1] 12
> ## estimativa intervalar (98%)
> (IC.mu <- mu.est + qnorm(c(0.015, 0.985)) * (n*p0)/sqrt(n*p0*(1-p0)))
[1] 1.034725 22.965275

```

18. Uma fábrica de automóveis anuncia que seus carros consomem, em média, 11 litros por 100 km, com desvio padrão de 0,8 litros. Uma revista resolve testar essa afirmação e analisa 35 automóveis dessa marca, obtendo 11,3 litros por 100 km como consumo médio (considerar distribuição normal). O que a revista pode concluir sobre o anúncio da fábrica, no nível de 10%?

```

> #H0:\mu=0.11km/l
> #H1:\mu!=0.11km/l
> (mu <- 0.11)
[1] 0.11
> (sigma <- 0.8)
[1] 0.8
> (n <- 35)
[1] 35
> (barx <- 0.113)
[1] 0.113
> (alpha <- 0.1)
[1] 0.1
> (zc <- (barx-mu)/(sigma/sqrt(n)))
[1] 0.0221853
> (zt <- qnorm(0.05)) #Teste bilateral
[1] -1.644854
> (pvalor <- 2*pnorm(zc))
[1] 1.0177
> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível de 10% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível de 10% de significância"
> ##Resultado
> ifelse(abs(zc)>abs(z1),RR,RN)
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 10% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > 0.1, RN, RR)
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 10% de significância"

```

19. Duas máquinas, A e B, são usadas para empacotar pó de café. A experiência passada garante que o desvio padrão para ambas é de 10g. Porém, suspeita-se que elas têm médias diferentes. Para verificar, sortearam-se duas amostras: uma com 25 pacotes da máquina A e outra com 16 pacotes da máquina B. As médias foram, respectivamente, $\bar{x}_A = 502,74g$ e $\bar{x}_B = 496,60g$. Com esses números, e com o nível de 5%, qual seria a conclusão do teste $H_0 : \mu_A = \mu_B$?

```
> #H0:\muA=\muB
> #H1:\muA!=\muB
> (barxA <- 502.74)
[1] 502.74
> (barxB <- 496.60)
[1] 496.6
> (sigma <- 10)
[1] 10
> (nA <- 25)
[1] 25
> (nB <- 16)
[1] 16
> (alpha <- 0.05)
[1] 0.05
> (zc <- (barxA-barxB)/(sigma*sqrt((1/nA)+(1/nB))))
[1] 1.917814
> (zt <- qnorm(0.025)) #Teste bilateral
[1] -1.959964
> (pvalor <- 2*pnorm(zc))
[1] 1.944865
> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Resultado
> ifelse(abs(zc)>abs(zt),RR,RN)
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > 0.05, RN, RR)
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
```

20. Uma fábrica de embalagens para produtos químicos está estudando dois processos para combater a corrosão de suas latas especiais. Para verificar o efeito dos tratamentos, foram usadas amostras cujos resultados estão no quadro abaixo (em porcentagem de corrosão eliminada). Qual seria a conclusão sobre os dois tratamentos?

| Método | Amostra | Média | Desvio Padrão |
|--------|---------|-------|---------------|
| A | 15 | 48 | 10 |
| B | 12 | 52 | 15 |

```
> #H0:\sigma_{A}^2=\sigma_{B}^2
> #H1:\sigma_{A}^2<\sigma_{B}^2
> (dpA <- 10)
[1] 10
> (dpB <- 15)
```

```

[1] 15
> (nA <- 15)
[1] 15
> (dfA <- nA-1)
[1] 14
> (nB <- 12)
[1] 12
> (dfB <- nB-1)
[1] 11
> (alpha <- 0.05)
[1] 0.05
> (fc <- (dpA^2)/(dpB^2))
[1] 0.4444444
> (ft <- qf(alpha,dfA,dfB))
[1] 0.389788
> (pvalor <- (pf(fc,dfA,dfB)))
[1] 0.07754768
> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível alpha=5% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível alpha=5% de significância"
> ##Resultado
> ifelse(fc>ft,RN,RR) #Cuidado, aqui temos um teste unilateral a esquerda!
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível alpha=5% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > 0.05, RN, RR)
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível alpha=5% de significância"
> #H0:\muA=\muB
> #H1:\muA!=\muB
> (barxA <- 48)
[1] 48
> (barxB <- 52)
[1] 52
> (nA <- 15)
[1] 15
> (nB <- 12)
[1] 12
> df <- nA+nB-2
> Sc2 <- ((nA-1)*(dpA^2)+(nB-1)*(dpB^2))/(nA+nB-2)
> (tc <- (barxA-barxB)/(Sc2*sqrt((1/nA)+(1/nB))))
[1] -0.06663197
> (tt1 <- qt(0.025,df)) #Teste bilateral
[1] -2.059539
> (tt2 <- qt(0.975,df)) #Teste bilateral
[1] 2.059539

```

```

> (pvalor <- 2*(min(pt(tc,df),(1-pt(tc,df)))))
[1] 0.9474047
> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Resultado
> ifelse(abs(tc)>abs(tt),RR,RN)
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > 0.05, RN, RR)
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"

```

21. Para investigar a influência da opção profissional sobre o salário inicial de recém-formados, investigaram-se dois grupos de profissionais: um de liberais em geral e outro de formandos em Administração de Empresas. Com os resultados abaixo, expressos em salários mínimos, quais seriam suas conclusões?

| | | | | | | | | |
|-----------------|-----|------|------|------|------|------|-----|------|
| Liberais | 6,6 | 10,3 | 10,8 | 12,9 | 9,2 | 12,3 | 7,0 | |
| Administradores | 8,1 | 9,8 | 8,7 | 10,0 | 10,2 | 8,2 | 8,7 | 10,1 |

```

> #H0:\sigma_{A}^{2}=\sigma_{B}^{2}
> #H1:\sigma_{A}^{2}\neq\sigma_{B}^{2}
> (A <- Lib <- c(6.6 , 10.3 , 10.8 , 12.9 , 9.2 , 12.3 , 7.0))
[1] 6.6 10.3 10.8 12.9 9.2 12.3 7.0
> (B <- Adm <- c(8.1 , 9.8 , 8.7 , 10.0 , 10.2 , 8.2 , 8.7 , 10.1))
[1] 8.1 9.8 8.7 10.0 10.2 8.2 8.7 10.1
> (dpA <- sd(A))
[1] 2.432909
> (dpB <- sd(B))
[1] 0.8876132
> (nA <- length(A))
[1] 7
> (dfA <- nA-1)
[1] 6
> (nB <- length(B))
[1] 8
> (dfB <- nB-1)
[1] 7
> (alpha <- 0.05)
[1] 0.05
> (fc <- (dpA^2)/(dpB^2))
[1] 7.512844
> (ft1 <- qf(0.025,dfA,dfB, lower.tail=TRUE))
[1] 0.1755781
> (ft2 <- qf(0.975,dfA,dfB, lower.tail=TRUE))
[1] 5.118597
> (pvalor <- 2*pf(fc,dfA,dfB,lower.tail=FALSE))
[1] 0.01768275

```

```

> (var.test(A,B,alternative = "two.sided"))
      F test to compare two variances

data:  A and B
F = 7.5128, num df = 6, denom df = 7, p-value = 0.01768
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 1.467755 42.789180
sample estimates:
ratio of variances
      7.512844

> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível alpha=5% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível alpha=5% de significância"
> ##Resultado
> ifelse(fc>ft,RR,RN) #Cuidado, aqui temos um teste unilateral a esquerda!
[1] "Rejeita-se H0 ao nível alpha=5% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > 0.05, RN, RR)
[1] "Rejeita-se H0 ao nível alpha=5% de significância"
> #H0:\muA=\muB
> #H1:\muA!=\muB
> (barxA <- mean(A))
[1] 9.871429
> (barxB <- mean(B))
[1] 9.225
> #Variâncias distintas
> (df <- (((dpA^2)/nA)+((dpB^2)/nB))^2)/((((dpA^2)/nA)^2/dfA)+(((dpB^2)/nB)^2/dfB)))
[1] 7.393037
> (tc <- (barxA-barxB)/(sqrt(((dpA^2)/nA)+((dpB^2)/nB))))
[1] 0.6653048
> (tt1 <- qt(0.025,df)) #Teste bilateral
[1] -2.339377
> (tt2 <- qt(0.975,df)) #Teste bilateral
[1] 2.339377
> (pvalor <- 2*(min(pt(tc,df),(1-pt(tc,df)))))
[1] 0.526061
> (t.test(A,B,alternative = "two.sided"))
      Welch Two Sample t-test

data:  A and B
t = 0.6653, df = 7.393, p-value = 0.5261
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1.626575  2.919433
sample estimates:
mean of x mean of y
 9.871429  9.225000

```

```
> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Resultado
> ifelse(abs(tc)>abs(tt),RR,RN)

[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > alpha, RN, RR)

[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
```

22. Os dados abaixo referem-se a medidas de determinada variável em 19 pessoas antes e depois de uma cirurgia. Verifique se as medidas pré e pós-operatórias apresentam a mesma média. Que suposições você faria para resolver o problema?

| Pessoas | Pré | Pós | Pessoas | Pré | Pós |
|---------|------|------|---------|------|------|
| 1 | 50,0 | 42,0 | 11 | 50,0 | 48,0 |
| 2 | 50,0 | 42,0 | 12 | 75,0 | 52,0 |
| 3 | 50,0 | 78,0 | 13 | 92,5 | 74,0 |
| 4 | 87,5 | 33,0 | 14 | 38,0 | 47,5 |
| 5 | 32,5 | 96,0 | 15 | 46,5 | 49,0 |
| 6 | 35,0 | 82,0 | 16 | 50,0 | 58,0 |
| 7 | 40,0 | 44,0 | 17 | 30,0 | 42,0 |
| 8 | 45,0 | 31,0 | 18 | 35,0 | 60,0 |
| 9 | 62,5 | 87,0 | 19 | 39,4 | 28,0 |
| 10 | 40,0 | 50,0 | 20 | - | - |

```
> (A <- Pre <- c(50.0,50.0,50.0,87.5,32.5,35.0,40.0,45.0,62.5,40.0,50.0,
+ 75.0,92.5,38.0,46.5,50.0,30.0,35.0,39.4))

[1] 50.0 50.0 50.0 87.5 32.5 35.0 40.0 45.0 62.5 40.0 50.0 75.0 92.5 38.0 46.5
[16] 50.0 30.0 35.0 39.4

> (B <- Pos <- c(42.0,42.0,78.0,33.0,96.0,82.0,44.0,31.0,87.0,50.0,48.0,
+ 52.0,74.0,47.5,49.0,58.0,42.0,60.0,28.0))

[1] 42.0 42.0 78.0 33.0 96.0 82.0 44.0 31.0 87.0 50.0 48.0 52.0 74.0 47.5 49.0
[16] 58.0 42.0 60.0 28.0

> #H0:\muA=\muB (d=\muA-\muB=0)
> #H1:\muA!=\muB (d=\muA-\muB!=0)
> (d <- A-B)

[1] 8.0 8.0 -28.0 54.5 -63.5 -47.0 -4.0 14.0 -24.5 -10.0 2.0 23.0
[13] 18.5 -9.5 -2.5 -8.0 -12.0 -25.0 11.4

> (n <- length(d))

[1] 19

> (df <- n-1)

[1] 18

> (bard <- mean(d))

[1] -4.978947

> (Sd <- sd(d))

[1] 26.35174

> (tc <- (bard)/(Sd/sqrt(n)))

[1] -0.8235787

> alpha <- 0.05
> (tt1 <- qt(0.025,df)) #Teste bilateral
```



```

[1] -2.100922
> (tt2 <- qt(0.975,df)) #Teste bilateral
[1] 2.100922
> (pvalor <- 2*(min(pt(tc,df),(1-pt(tc,df)))))
[1] 0.4209576
> t.test(d,alternative = "two.sided")
      One Sample t-test

data:  d
t = -0.82358, df = 18, p-value = 0.421
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -17.680077  7.722183
sample estimates:
mean of x
-4.978947

> RR <- "Rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> RN <- "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Resultado
> ifelse(abs(tc)>abs(tt),RR,RN)
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"
> ##Ou, equivalentemente:
> ifelse(pvalor > alpha, RN, RR)
[1] "Não rejeita-se H0 ao nível de 5% de significância"

```