Universidade Federal do Piauí
Campus Universitário Profa Cinobelina Elvas

- **EXPERIMENTOS EM PARCELAS SUBDIVIDIDAS**

Profa. Gisele Rodrigues Moreira
Engª. Agrônoma
Drª. Genética e Melhoramento
E-mail: giselerm@ufpi.br

1. INTRODUÇÃO

Assim como os experimentos fatoriais, são esquemas em que são estudados dois ou mais fatores simultaneamente. Neste caso os fatores são chamados de primários e secundários.

Características dos EPS

⇨ As unidades experimentais são agrupadas em parcelas;

⇨ As parcelas devem conter um número de unidades experimentais (subparcelas) igual ao número de níveis do fator secundário;

⇨ Na instalação do experimento, os níveis do fator primário são distribuídos às parcelas segundo um delineamento experimental (DIC, DBC ou DQL);

⇨ Os níveis do fator secundário são distribuídos ao acaso nas subparcelas de cada parcela.

Aplicação do esquema em parcelas subdivididas

O pesquisador pode escolher entre o esquema fatorial e o de parcelas subdividias. Para a escolha deste último o pesquisador pode utilizar os seguintes critérios:

1) A parcela é uma unidade "física"(um vaso, um animal, uma pessoa) que pode receber vários níveis de um fator secundário;
2) O fator primário exige maior quantidade de material na experimental ("parcelas grandes");
3) O pesquisador deseja comparar níveis de um fator secundário com maior precisão.

Observação:

Como a variação residual entre subparcelas é esperada ser menor que entre parcelas, deve-se escolher, como fator secundário, o fator que se espera apresentar menores diferenças, ou para o qual se deseja maior precisão.

2. EFEITOS ESTUDADOS NO EPS

⇨ EFEITO PRINCIPAL

É o efeito de cada fator (primário e secundário), independentemente do efeito dos outros.

⇨ EFEITO DE INTERAÇÃO

É o efeito simultâneo dos fatores sobre a variável em estudo. Ocorre interação entre os fatores quando os efeitos dos níveis de um fator são modificados pelos níveis de outros.

3. MODELO ESTATÍSTICO (DIC – fator A: primário e fator B: secundário

$$Y_{ijk} = m + \alpha_i + \delta_{ik} + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

Y_{ij} é o valor observado para a variável resposta referente a k-ésima repetição da combinação do i-ésmio nível do fator A com o j-ésimo nível do fator B;

m é a média de todos os valores possíveis da variável resposta;

α_i é o efeito do i-ésimo nível do fator A no valor observado Y_{ijk};

δ_{ik} é o efeito residual das parcelas, caracterizado com erro (a);

β_j é o efeito do j-ésimo nível do fator B no valor observado Y_{ijk};

$(\alpha\beta)_{ij}$ é o efeito da interação do i-ésimo nível do fator A com o j-ésimo nível do fator B;

e_{ij} é o erro residual das subparcelas, caracterizado como erro (b).

4. QUADRO DE TABULAÇÃO DE DADOS (DIC)

Fatores		REPETIÇÕES				
		1	2	...	k	Totais
A_1	B_1	Y_{111}	Y_{112}	...	Y_{11k}	$Y_{11.}$
	B_2	Y_{121}	Y_{122}	...	Y_{12k}	$Y_{12.}$
	...	...	...	...	...	...
	B_j	Y_{1j1}	Y_{1j2}	...	Y_{1jk}	$Y_{1j.}$
...		...	...		...	...
A_I	B_1	Y_{i11}	Y_{i12}	...	Y_{i1k}	$Y_{i1.}$
	B_2	Y_{i21}	Y_{i22}	...	Y_{i2k}	$Y_{i2.}$
	...	...	...	...	...	...
	B_j	Y_{ij1}	Y_{ij2}	...	Y_{ijk}	$Y_{ij.}$

5. ANÁLISE DE VARIÂNCIA

É uma análise estatística que permite decompor a variação total, ou seja a variação existente, na variação devido à diferença entre efeitos dos tratamentos (efeitos principais e interação), ao bloco (quando o experimento for em DBC) e na variação devido ao acaso (erro resídual nas parcelas e erro residual nas subparcelas).

Pressuposições:

⇨ os efeitos do modelo devem ser aditivos;
⇨ os erros experimentais devem ser normalmente distribuídos [e_{ij} ~ N (0, 1) e independentes.

Quadro da ANOVA (DIC)

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Fator A	I – 1	SQA	SQA/GL	-
Resíduo (a)	(I – 1)(K – 1)	SQR(a)	SQR(a)/GL	-
(Parcelas)	(IK – 1)	SQP	-	-
Fator B	J - 1	SQB	SQB/GL	-
A x B	(I – 1)(J-1)	SQAxB	SQAxB/GL	QMAxB/QMR(b)
Resíduo (b)	I(J– 1)(K – 1)	SQR(b)	SQR(b)/GL	-
TOTAL	IJK - 1	SQT	-	-

Quadro da ANOVA (DBC)

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	K - 1	SQB_{bloco}	SQB_b/GL	-
Fator A	I – 1	SQA	SQA/GL	-
Resíduo (a)	(I – 1)(K – 1)	SQR(a)	SQR(a)/GL	-
(Parcelas)	(IK – 1)	SQP	-	-
Fator B	J - 1	SQB	SQB/GL	-
A x B	(I – 1)(J-1)	SQAxB	SQAxB/GL	QMAxB/QMR(b)
Resíduo (b)	I(J– 1)(K – 1)	SQR(b)	SQR(b)/GL	-
TOTAL	IJK - 1	SQT	-	-

Importante:

Na análise de dados de um experimento em parcelas subdivididas para qualquer delineamento utilizado, **deve-se sempre proceder inicialmente o teste F para a interação entre os fatores.**

- **Interação não-significativa**
- **Interação significativa**

Se, interação não-significativa $\Rightarrow$ os efeitos dos fatores atuam de forma independente e deve-se proceder o teste F para cada fator.

Se, interação significativa $\Rightarrow$ os efeitos dos fatores atuam de forma dependente, não se faz o teste F para cada fator, e sim deve-se proceder outras ANOVAs em que se faz o desdobramento do efeito da interação (A/B e B/A).

Hipóteses testadas na ANOVA (interação)

- ⇨ Hipótese de nulidade (Ho):
  Os fatores A e B atuam independente sobre a variável resposta em estudo.

- ⇨ Hipótese alternativa (Ha):
  Os fatores A e B não atuam independente sobre a variável resposta.

5.1. Interação não significativa

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Blocos	J - 1	SQB_{bloco}	SQB_b/GL	-
Fator A	I – 1	SQA	SQA/GL	QMA/QMR(a)
Resíduo (a)	(I – 1)(K – 1)	SQR(a)	SQR(a)/GL	-
(Parcelas)	(IK – 1)	SQP	-	-
Fator B	J - 1	SQB	SQB/GL	QMB/QMR(b)
A x B	(I – 1)(J-1)	SQAxB	SQAxB/GL	não significativo
Resíduo (b)	I(J– 1)(K – 1)	SQR(b)	SQR(b)/GL	-
TOTAL	IJK - 1	SQT	-	-

OBS: quadro para um experimento em DIC

$$SQB_{bloco} = \frac{\sum_{k=1}^{K} Y_{..k}^2}{IJ} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}$$

$$SQA = \frac{\sum_{i=1}^{I} A_i^2}{JK} - \frac{(\sum_{i;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}$$

$$SQB = \frac{\sum_{j=1}^{J} B_j^2}{IK} - \frac{(\sum_{i;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}$$

$$SQA,B = \frac{\sum_{i;j=1}^{I;J} Y_{ij.}^2}{K} - \frac{(\sum_{i;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}$$

$$SQT = \sum_{i;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk}^2 - \frac{(\sum_{i;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}$$

$$SQAxB = SQA,B - SQA - SQB$$

OBS: SQA,B equivale à SQTrat

$$SQP = \frac{\sum_{z=1}^{Z} P_z^2}{J} - \frac{(\sum_{i;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}$$

$$SQR(a) = SQP - SQA$$ $\Rightarrow$ Para DIC

$$SQR(a) = SQP - SQA - SQB_{bloco}$$ $\Rightarrow$ Para DBC

$$SQR(b) = SQT - SQP - SQB - SQAxB$$

Se os fatores A e B forem qualitativos (Ex.: variedade, raça) e o teste F para A e/ou B for não significativo, a aplicação do teste de médias é desnecessária. Porém se for significativo para A e/ou B, **deve-se aplicar um teste de médias para comparar os níveis do fator em questão.**

Em que as estimativas das médias dos níveis dos fatores são obtidas por:

$$\text{Fator A}: \hat{m}_{A_i} = \frac{A_i}{JK}$$

$$\text{Fator B}: \hat{m}_{B_j} = \frac{B_j}{IK}$$

Fórmulas para os testes de médias dos fatores A e/ou B

Teste de Tukey

$$\text{Fator A}: \Delta = q\sqrt{\frac{QMR(a)}{JK}} \qquad q_{(\alpha\%;I,n_2)}$$

$$\text{Fator B}: \Delta = q\sqrt{\frac{QMR(b)}{IK}} \qquad q_{(\alpha\%;J,n_3)}$$

Fórmulas para os testes de médias dos fatores A e/ou B

Teste de Duncan

$$\text{Fator A}: D_i = Z\sqrt{\frac{QMR}{JK}} \qquad Z_{(\alpha\%;n_A,n_2)}$$

$$\text{Fator B}: D_i = Z\sqrt{\frac{QMR}{IK}} \qquad Z_{(\alpha\%;n_B,n_2)}$$

Fórmulas para os testes de médias dos fatores A e/ou B

Teste t

$$\text{Fator A}: t = \frac{\hat{Y}_A - Y_A}{\sqrt{\frac{QMR(a)}{JK}\sum_{i=1}^{I} a_i^2}} \qquad t_{(\alpha\%;n_2)}$$

$$\text{Fator B}: t = \frac{\hat{Y}_B - Y_B}{\sqrt{\frac{QMR(b)}{IK}\sum_{i=1}^{I} a_i^2}} \qquad t_{(\alpha\%;n_3)}$$

Fórmulas para os testes de médias dos fatores A e/ou B

Teste de Sheffé

$$\text{Fator A}: S = \sqrt{(I-1).F_{tab}.\frac{QMR(a)}{JK}\sum_{i=1}^{I} a_i^2} \qquad F_{\alpha\%[(I-1;n_2)]}$$

$$\text{Fator B}: S = \sqrt{(J-1).F_{tab}.\frac{QMR(b)}{IK}\sum_{i=1}^{I} a_i^2} \qquad F_{\alpha\%[(J-1;n_3)]}$$

Exemplo:

Um pesquisador, com o objetivo de verificar o efeito da dose de adubação fosfatada e o seu tipo de aplicação na cultura do milho, instalou um experimento em que cada uma das doses de adubação fosfatada constituíram as parcelas, as quais foram distribuídas segundo o DBC, e o tipo de aplicação constituiu as subparcelas.

Com base nos resultados apresentados na tabela a seguir verificar se os fatores primário (adubação) e secundário (tipo de aplicação) atuam de forma independente sobre a variável resposta produtividade de milho (kg/ha).

Dose	Tipo de aplicação	BLOCOS 1	2	3	4	Totais
0	Cova	3778	3618	2164	3996	**13556**
	Sulco	3467	4284	3773	3280	**14764**
	Lanço	3422	3760	2747	2853	**12782**
Totais de parcelas		**10667**	**11662**	**8644**	**10129**	41102
40	Cova	3302	2671	2782	2502	**11257**
	Sulco	3653	2653	3529	2258	**12093**
	Lanço	3711	3284	2556	3284	**12835**
Totais de parcelas		**10666**	**8608**	**8867**	**8044**	36185
80	Cova	2938	2813	2560	3049	**11360**
	Sulco	3900	4356	3560	4013	**15729**
	Lanço	2702	3520	3382	3524	**13128**
Total de parcelas		**9440**	**10689**	**9502**	**10586**	40217
120	Cova	3013	3787	3142	3604	**13546**
	Sulco	3338	3369	2507	4200	**13414**
	Lanço	3156	4369	2831	4222	**14578**
Totais de parcelas		**9507**	**11525**	**8480**	**12026**	41538

I. Hipóteses

- ⇨ Hipótese de nulidade (Ho):
  Os fatores A e B atuam independente sobre a variável resposta em estudo.

- ⇨ Hipótese alternativa (Ha):
  Os fatores A e B não atuam independente sobre a variável resposta.

II. ANOVA

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	K – 1=3	SQB_{bloco}	-	-
Fator A	I – 1=3	SQA	SQA/GL	-
Resíduo (a)	(I-1)(K-1)=9	SQR(a)	SQR(a)/GL	-
(Parcelas)	(IK – 1)=15	SQP	-	-
Fator B	J – 1 =2	SQB	SQB/GL	-
A x B	(I – 1)(J-1)=6	SQAxB	SQAxB/GL	SQAxB/SQR(b)
Resíduo (b)	24	SQR(b)	SQR(b)/GL	-
TOTAL	IJK – 1=47	SQT	-	-

Fator A (dose de adubação fosfatada) ⇒ 4 níveis, logo I = 4
Fator B (tipo de aplicação) ⇒ 3 níveis, logo J = 3
Blocos 4, logo K = 4

SOMA DE QUADRADOS DE BLOCOS

$$\boxed{SQB_{bloco} = \frac{\sum_{k=1}^{K} Y_{..k}^2}{IJ} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$SQB_{bloco} = \frac{1}{12}(40280^2 + \ldots + 40785^2) - \frac{(159042)^2}{48}$$

$$SQ_{bloco} = 2245707{,}42$$

SOMA DE QUADRADOS DO FATOR A

$$SQA = \frac{\sum_{i=1}^{I} A_i^2}{JK} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}$$

$$SQA = \frac{1}{12}(41102^2 + 36185^2 + 40317^2 + 41538^2) - \frac{(159042)^2}{48}$$

$$SQA = 1495976{,}75$$

SOMA DE QUADRADOS DE PARCELAS

$$SQP = \frac{\sum_{z=1}^{Z} P_z^2}{J} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}$$

$$SQP = \frac{1}{3}(10667^2 + \ldots + 12026^2) - \frac{(159042)^2}{48}$$

$$SQP = 7619821{,}92$$

SOMA DE QUADRADOS DO RESÍDUO A

$$\boxed{SQR(a) = SQP - SQA - SQB_{bloco}}$$

$$SQR(a) = 7619821{,}92 - 1495976{,}75 - 2245707{,}42$$
$$SQR(a) = 3878137{,}75$$

SOMA DE QUADRADOS DO FATOR B

$$\boxed{SQB = \frac{\sum_{j=1}^{J} B_j^2}{IK} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$SQB = \frac{1}{16}(49719^2 + 56000^2 + 53323^2) - \frac{(159042)^2}{48}$$
$$SQB = 1241793{,}87$$

SOMA DE QUADRADOS DE A,B (SQTrat)

$$\boxed{SQA,B = \frac{\sum_{i;j=1}^{I;J} Y_{ij.}^2}{K} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$SQA,B = \frac{1}{4}(13556^2 + ... + 14578^2) - \frac{(159042)^2}{48}$$

$$SQA,B = 4924538,3$$

SOMA DE QUADRADOS DA INTERAÇÃO A x B

$$\boxed{SQAxB = SQA,B - SQA - SQB}$$

$$SQAxB = 4924538,3 - 1495976,75 - 1241793,87$$

$$SQAxB = 2186767,63$$

SOMA DE QUADRADOS TOTAL

$$\boxed{SQT = \sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk}^2 - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$SQT = 3778^2 + 3618^2 + \ldots + 4222^2 - \frac{(159042)^2}{48}$$

$$SQT = 15215571{,}25$$

SOMA DE QUADRADOS DO RESÍDUO B

$$\boxed{SQR(b) = SQT - SQP - SQB - SQAxB}$$

$$SQR(b) = 15215571{,}25 - 7619821{,}92 - 1241793{,}87 - 2186767{,}63$$

$$SQR(b) = 4167187{,}83$$

III. Nível de significância

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	3	2245707,42	-	-
Fator A	3	1495976,75	498658,92	-
Resíduo (a)	9	3878137,75	430904,19	-
(Parcelas)	15	(7619821,92)	-	-
Fator B	2	1241793,87	620896,93	-
A x B	6	2186767,63	364461,27	2,10
Resíduo (b)	24	4167187,83	173632,83	-
TOTAL	47	15215571,25	-	-

$\alpha = 5\%$ $F_{(6;24)} = 3,40$

IV. Conclusão

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	3	2245707,42	-	-
Fator A	3	1495976,75	498658,92	-
Resíduo (a)	9	3878137,75	430904,19	-
(Parcelas)	15	(7619821,92)	-	-
Fator B	2	1241793,87	620896,93	-
A x B	6	2186767,63	364461,27	2,10
Resíduo (b)	24	4167187,83	173632,83	-
TOTAL	47	15215571,25	-	-

Como 2,10 < 3,40, teste F não significativo, então não se rejeita Ho ao nível de 5% de probabilidade. Ou seja, os fatores A e B atuam independentemente sobre a variável resposta.

COEFICIENTE DE VARIAÇÃO – Fator A

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	3	2245707,42	-	-
Fator A	3	1495976,75	498658,92	-
Resíduo (a)	9	3878137,75	**430904,19**	-
(Parcelas)	15	(7619821,92)	-	-
Fator B	2	1241793,87	620896,93	-
A x B	6	2186767,63	364461,27	2,10
Resíduo (b)	24	4167187,83	173632,83	-
TOTAL	47	15215571,25	-	-

$$CV_{(a)} = \frac{\sqrt{QMR(a)}}{\hat{m}} = \frac{\sqrt{430904{,}19}}{3313{,}38}.100 = 20\%$$

COEFICIENTE DE VARIAÇÃO – Fator B

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	3	2245707,42	-	-
Fator A	3	1495976,75	498658,92	-
Resíduo (a)	9	3878137,75	430904,19	-
(Parcelas)	15	(7619821,92)	-	-
Fator B	2	1241793,87	620896,93	-
A x B	6	2186767,63	364461,27	2,10
Resíduo (b)	24	4167187,83	**173632,83**	-
TOTAL	47	15215571,25	-	-

$$CV_{(b)} = \frac{\sqrt{QMR(b)}}{\hat{m}} = \frac{\sqrt{173632{,}83}}{3313{,}38}.100 = 13\%$$

Como o teste F para a interação foi não-significativo, ou seja, os fatores A e B atuam independentemente sobre a variável resposta, **deve-se proceder o teste F para cada fator**.

Hipóteses para o fator A:

Ho: $m_{A1} = m_{A2} = m_{A3} = m_{A4}$

Ha: pelo menos um contraste entre médias é diferente de zero

Hipóteses para o fator B:

Ho: $m_{B1} = m_{B2} = m_{B3}$

Ha: pelo menos um contraste entre médias é diferente de zero

ANOVA

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	3	2245707,42	-	-
Fator A	3	1495976,75	498658,92	1,16
Resíduo (a)	9	3878137,75	430904,19	-
(Parcelas)	15	(7619821,92)	-	-
Fator B	2	1241793,87	620896,93	3,58*
A x B	6	2186767,63	364461,27	2,10
Resíduo (b)	24	4167187,83	173632,83	-
TOTAL	47	15215571,25	-	-

$\alpha = 5\%$ $F_{(3;9)} = 3,86$
$F_{(2;24)} = 3,40$

Conclusão para o fator A:

Como 1,16 < 3,86, teste F significativo, então não se rejeita-se Ho ao nível de 5% e probabilidade. Ou seja, não existe diferença entre as médias dos níveis A.

Conclusão para o fator B:

Como 3,58 > 3,40, teste F significativo, então rejeita-se Ho ao nível de 5% de probabilidade. Ou seja, existe diferença entre as médias dos níveis B.

Como o teste F para a interação no fator B foi significativo **deve-se proceder o teste de comparação de médias para este fator.**

Teste de TUKEY

(fator B)

Obtenção das estimativas das médias:

$$\boxed{\text{Fator B}: \hat{m}_{B_j} = \frac{B_j}{IK}}$$

$$\hat{m}_{\text{cov}a} = 49719/16 = 3107,4$$

$$\hat{m}_{sulco} = 56000/16 = 3500,0$$

$$\hat{m}_{lanço} = 53323/16 = 3332,7$$

I. Definição das hipóteses de nulidade (Ho) e alternativa (Ha)

Ho: $m_{cova} = m_{sulco} = m_{lanço}$

Ha: $m_{cova} \neq m_{sulco} \neq m_{lanço}$

Estimativas dos contrastes

$$\hat{m}_{sulco} = 3500{,}0; \hat{m}_{lanço} = 3332{,}7; \hat{m}_{\text{cov}a} = 3107{,}4$$

$$\hat{Y} = \hat{m}_{sulco} - \hat{m}_{lanço} = 167{,}3$$

$$\hat{Y} = \hat{m}_{sulco} - \hat{m}_{\text{cov}a} = 392{,}6$$

$$\hat{Y} = \hat{m}_{lanço} - \hat{m}_{\text{cov}a} = 225{,}30$$

III. Fixação do nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

⇨ α = 5%

⇨ Tabela de Tukey ⇒ valor tabelado q:
J = número de níveis do fator B (tipo de aplicação)
n_3 = número de graus de liberdade do resíduo de B

α = 5% ⇒ J = 3
n_2 = 24

q = 3,53

III. Fixar o nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

$$\text{Fator B}: \Delta = q\sqrt{\frac{QMR(b)}{IK}}$$

q = 3,53

$$\Delta = 3{,}53\sqrt{\frac{173632{,}83}{4.4}}$$

$$\Delta = 367{,}73$$

IV. Comparar o valor de Δ com as estimativas dos contrastes e concluir quanto à rejeição ou não de Ho.

$\hat{m}_{sulco} = 3500{,}0$ a

$\hat{m}_{lanço} = 3332{,}7$ ab

$\hat{m}_{\mathrm{cov}\,a} = 3107{,}4$ b

$$\hat{Y} = \hat{m}_{sulco} - \hat{m}_{lanço} = 167{,}3$$

$$\hat{Y} = \hat{m}_{sulco} - \hat{m}_{\mathrm{cov}\,a} = 392{,}6$$

$$\hat{Y} = \hat{m}_{lanço} - \hat{m}_{\mathrm{cov}\,a} = 225{,}30$$

$$\boxed{\Delta = 367{,}73}$$

⇨ Se $|\hat{Y}| \geq \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade.

⇨ Se $|\hat{Y}| < \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste NÃO diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade

CONCLUSÃO

$\hat{m}_{sulco} = 3500,0$ a

$\hat{m}_{lanço} = 3332,7$ ab

$\hat{m}_{cova} = 3107,4$ b

As médias seguidas pela mesma letra não diferem entre si, pelo teste de Tukey a 5% de probabilidade.

O tipo de aplicação do adubo no sulco foi o que proporcionou maior produtividade de milho.

5.2. Interação significativa

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Fator A	I – 1	SQA	SQA/GL	-
Resíduo (a)	(I – 1)(K – 1)	SQR(a)	SQR(a)/GL	-
(Parcelas)	(IK – 1)	SQP	-	-
Fator B	J - 1	SQB	SQB/GL	-
A x B	(I – 1)(J-1)	SQAxB	SQAxB/GL	significativo
Resíduo (b)	I(J– 1)(K – 1)	SQR(b)	SQR(b)/GL	-
TOTAL	IJK - 1	SQT	-	-

OBS: quadro para um experimento em DIC

Desdobramento da interação: Níveis de A dentro de cada nível de B (A/B)

FV	GL	SQ	QM	F
A/B_1	I – 1	SQA/B_1	$(SQA/B_1)/GL$	$(QMA/B_1)/QMRC$
A/B_2	I - 1	SQA/B_2	$(SQA/B_2)/GL$	$(QMA/B_2)/QMRC$
...	...	...	...	...
A/B_j	I - 1	SQA/B_j	$(SQA/B_j/GL)$	$(QMA/B_j)/QMRC$
RC	n^*	-	QMRC	-

Obs: RC = resíduo combinado

$$QMRC = \frac{QMR(a) + (J-1)QMR(b)}{J}$$

$$n^* = \frac{[QMR(a) + (J-1)QMR(b)]^2}{\frac{[QMR(a)]^2}{GL_{Res(a)}} + \frac{[(J-1)QMR(b)]^2}{GL_{Res(b)}}}$$

Hipóteses testadas na ANOVA

- Hipótese de nulidade (Ho):
  $mA_1/B_j = mA_2/B_j = ... = mA_i/B_j$

- Hipótese alternativa (Ha): não Ho

Desdobramento da interação:
Níveis de B dentro de cada nível de A (B/A)

FV	GL	SQ	QM	F
B/A_1	$J – 1$	SQB/A_1	$(SQB/A_1)/GL$	$(QMB/A_1)/QMR(b)$
B/A_2	$J - 1$	SQB/A_2	$(SQB/A_2)/GL$	$(QMB/A_2)/QMR(b)$
...	...	...	...	...
B/A_i	$J - 1$	SQB/A_i	$(SQB/A_i/GL)$	$(QMB/A_i)/QMR(b)$
Res(b)	$IJ(K– 1)$	SQR	SQR/GL	-

Hipóteses testadas na ANOVA

- Hipótese de nulidade (Ho):
  $mB_1/A_i = mB_1/A_i = ... = mB_j/A_i$
- Hipótese alternativa (Ha): não Ho

Fórmula geral para obter SQA/B_j e SQB/A_i

$$SQA/B_j = \frac{\sum_{i=1}^{I} X_i^2}{K} - \frac{(\sum_{i=1}^{I} X_i)^2}{IK}$$

$$SQB/A_i = \frac{\sum_{j=1}^{J} X_j^2}{K} - \frac{(\sum_{j=1}^{J} X_j)^2}{JK}$$

Se os fatores A e B forem qualitativos (Ex.: variedade, raça) procede-se ao teste F para cada fonte de variação do desdobramento. Nas fontes de variação em que o teste F foi significativo e o fator tem mais de dois níveis, **aplica-se um teste de médias.**

Em que as estimativas das médias dos níveis dos fatores são obtidas por:

$$\text{Fator A}: \hat{m}_{A_i} = \frac{A_i}{K}$$

$$\text{Fator B}: \hat{m}_{B_j} = \frac{B_j}{K}$$

Fórmulas para os testes de médias para o fator A (A/B) e o fator B (B/A)

<u>**Teste de Tukey**</u>

$$\text{Fator A}: \Delta = q\sqrt{\frac{QMRC}{K}} \qquad q_{(\alpha\%;I,n^*)}$$

$$\text{Fator B}: \Delta = q\sqrt{\frac{QMR(b)}{K}} \qquad q_{(\alpha\%;J,n_3)}$$

Fórmulas para os testes de médias para o fator A (A/B) e o fator B (B/A)

Teste de Duncan

Fator A : $D_i = Z\sqrt{\frac{QMRC}{K}}$ $\qquad Z_{(\alpha\%;n_A,n^*)}$

Fator B : $D_i = Z\sqrt{\frac{QMR(b)}{K}}$ $\qquad Z_{(\alpha\%;n_B,n_3)}$

Fórmulas para os testes de médias para o fator A (A/B) e o fator B (B/A)

Teste t

Fator A : $t = \dfrac{\hat{Y}_A - Y_A}{\sqrt{\frac{QMRC}{K}\sum_{i=1}^{I} a_i^2}}$ $\qquad t_{(\alpha\%;n^*)}$

Fator B : $t = \dfrac{\hat{Y}_B - Y_B}{\sqrt{\frac{QMR(b)}{K}\sum_{i=1}^{I} a_i^2}}$ $\qquad t_{(\alpha\%;n_3)}$

Fórmulas para os testes de médias para o fator A (A/B) e o fator B (B/A)

Teste de Sheffé

$$\text{Fator A}: S = \sqrt{(I-1).F_{tab}.\frac{QMRC}{K}\sum_{i=1}^{I} a_i^2} \qquad F_{\alpha\%[(I-1;n^*)]}$$

$$\text{Fator B}: S = \sqrt{(J-1).F_{tab}.\frac{QMR(b)}{K}\sum_{i=1}^{I} a_i^2} \qquad F_{\alpha\%[(J-1;n_3)]}$$

Exemplo:

Um pesquisador, com o objetivo de verificar o efeito de quatro variedades de aveia e quatro tratamentos de sementes (3 produtos químicos + testemunha não tratada), instalou um experimento em que Cada uma das variedades constituíram as parcelas, as quais foram distribuídas segundo o DBC, e o tipo de tratamento de sementes constituiu as subparcelas.

Com base nos resultados apresentados na tabela a seguir verificar se os fatores primário (variedade) e secundário (tipo de tratamento de sementes) atuam de forma independente sobre a variável resposta produção de aveia (kg).

Variedade	Trat. sementes	BLOCOS				
		1	2	3	4	**Totais**
A_1	B_1	42,9	41,6	28,9	30,8	**144,2**
	B_2	53,8	58,5	43,9	46,3	**202,5**
	B_3	49,5	53,8	40,7	39,4	**183,4**
	B_4	44,4	41,8	28,3	34,7	**149,2**
A_2	B_1	53,3	69,6	45,4	35,1	**203,4**
	B_2	57,6	69,6	42,4	51,9	**221,5**
	B_3	59,8	65,8	41,4	45,4	**212,4**
	B_4	64,1	57,4	44,1	51,6	**217,2**
A_3	B_1	62,3	58,5	44,6	50,3	**215,7**
	B_2	63,4	50,4	45,0	46,7	**205,5**
	B_3	64,5	46,1	62,6	50,3	**223,5**
	B_4	63,6	56,1	52,7	51,8	**224,2**
A_4	B_1	75,4	65,6	54,0	52,7	**247,7**
	B_2	70,3	67,3	57,6	58,5	**253,7**
	B_3	68,8	65,3	45,6	51,0	**230,7**
	B_4	71,6	69,4	56,6	47,4	**245,0**

I. Hipóteses

⇨ Hipótese de nulidade (Ho):

Os fatores A e B atuam independente sobre a variável resposta em estudo.

⇨ Hipótese alternativa (Ha):

Os fatores A e B não atuam independente sobre a variável resposta.

II. ANOVA

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	K – 1=3	SQB_{bloco}	-	-
Fator A	I – 1=3	SQA	SQA/GL	-
Resíduo (a)	(I-1)(K-1)=9	SQR(a)	SQR(a)/GL	-
(Parcelas)	(IK – 1)=15	SQP	-	-
Fator B	J – 1 =3	SQB	SQB/GL	-
A x B	(I – 1)(J-1)=9	SQAxB	SQAxB/GL	SQAxB/SQR(b)
Resíduo (b)	36	SQR(b)	SQR(b)/GL	-
TOTAL	IJK – 1=63	SQT	-	-

Fator A (variedades) ⇒ 4 níveis, logo I = 4
Fator B (tratamento de sementes) ⇒ 4 níveis, logo J = 4
Blocos 4, logo k = 4

$$\boxed{SQB_{bloco} = \frac{\sum_{k=1}^{K} Y_{..k}^2}{IJ} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$\boxed{SQA = \frac{\sum_{i=1}^{I} A_i^2}{JK} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$\boxed{SQB = \frac{\sum_{j=1}^{J} B_j^2}{IK} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$\boxed{SQA,B = \frac{\sum_{i;j=1}^{I;J} Y_{ij.}^2}{K} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$\boxed{SQT = \sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk}^2 - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$\boxed{SQAxB = SQA,B - SQA - SQB}$$

OBS: SQA,B equivale à SQTrat

$$SQP = \frac{\sum_{z=1}^{Z} P_z^2}{J} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}$$

$$\boxed{SQR(a) = SQP - SQA - SQB_{bloco}}$$

$$\boxed{SQR(b) = SQT - SQP - SQB - SQAxB}$$

Quadro auxiliar I:

Variedade	BLOCOS				Totais
	1	2	3	4	
A_1	190,6	195,7	141,8	151,2	**679,3**
A_2	234,8	262,4	173,3	184,0	**854,5**
A_3	253,8	211,1	204,9	199,1	**868,9**
A_4	286,1	267,6	213,8	209,6	**977,1**
TOTAIS	**965,3**	**936,8**	**733,8**	**743,9**	**3379,8**

Quadro auxiliar II:

Variedade	Tratamento de semente				**Totais**
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	144,2	202,5	183,4	149,2	**679,3**
A_2	203,4	221,5	212,4	217,2	**854,5**
A_3	215,7	205,5	223,5	224,2	**868,9**
A_4	247,7	253,7	230,7	245,0	**977,1**
TOTAIS	**811,0**	**883,2**	**850,0**	**835,6**	**3379,8**

SOMA DE QUADRADOS DE BLOCOS

$$\boxed{SQB_{bloco} = \frac{\sum_{k=1}^{K} Y_{..k}^2}{IJ} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$SQB_{bloco} = \frac{1}{16}(965{,}3^2 + ... + 743{,}9^2) - \frac{(3379{,}8)^2}{64}$$

$$SQ_{bloco} = 2842{,}87$$

SOMA DE QUADRADOS DO FATOR A

$$\boxed{SQA = \frac{\sum_{i=1}^{I} A_i^2}{JK} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$SQA = \frac{1}{16}(679{,}3^2 + \ldots + 977{,}1^2) - \frac{(3379{,}8)^2}{64}$$

$$SQA = 2848{,}02$$

SOMA DE QUADRADOS DE PARCELAS

$$\boxed{SQP = \frac{\sum_{z=1}^{Z} P_z^2}{J} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$SQP = \frac{1}{4}(190{,}6^2 + \ldots + 209{,}6^2) - \frac{(3379{,}8)^2}{64}$$

$$SQP = 6309{,}19$$

SOMA DE QUADRADOS DO RESÍDUO A

$$\boxed{SQR(a) = SQP - SQA - SQB_{bloco}}$$

$$SQR(a) = 6309{,}19 - 2848{,}02 - 2842{,}87$$

$$SQR(a) = 618{,}30$$

SOMA DE QUADRADOS DO FATOR B

$$\boxed{SQB = \frac{\sum_{j=1}^{J} B_j^2}{IK} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$SQB = \frac{1}{16}(811{,}0^2 + \ldots + 835{,}6^2) - \frac{(3379{,}8)^2}{64}$$

$$SQB = 170{,}53$$

SOMA DE QUADRADOS DE A,B (SQTrat)

$$\boxed{SQA,B = \frac{\sum_{i;j=1}^{I;J} Y_{ij.}^2}{K} - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$SQA,B = \frac{1}{4}(144{,}2^2 + \ldots + 245{,}0^2) - \frac{(3379{,}8)^2}{64}$$

$$SQA,B = 3605{,}02$$

SOMA DE QUADRADOS DA INTERAÇÃO A x B

$$\boxed{SQAxB = SQA,B - SQA - SQB}$$

$$SQAxB = 3605{,}02 - 2848{,}02 - 170{,}53$$

$$SQAxB = 586{,}47$$

SOMA DE QUADRADOS TOTAL

$$\boxed{SQT = \sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk}^2 - \frac{(\sum_{i=1;j;k=1}^{I;J;K} Y_{ijk})^2}{IJK}}$$

$$SQT = 42{,}9^2 + 41{,}6^2 + \ldots + 47{,}4^2 - \frac{(3379{,}8)^2}{64}$$

$$SQT = 7797{,}39$$

SOMA DE QUADRADOS DO RESÍDUO B

$$\boxed{SQR(b) = SQT - SQP - SQB - SQAxB}$$

$$SQR(b) = 7797{,}39 - 6309{,}19 - 170{,}53 - 586{,}47$$

$$SQR(b) = 731{,}20$$

III. Nível de significância

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	3	2842,87	-	-
Fator A	3	2848,02	949,34	-
Resíduo (a)	9	618,30	68,70	-
(Parcelas)	(15)	(6309,19)	-	-
Fator B	3	170,53	56,84	-
A x B	9	586,47	65,16	3,21
Resíduo (b)	36	731,20	20,31	-
TOTAL	63	7797,39	-	-

$\alpha = 5\%$ $F_{(9;36)} = 2,16$

IV. Conclusão

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	3	2842,87	-	-
Fator A	3	2848,02	949,34	-
Resíduo (a)	9	618,30	68,70	-
(Parcelas)	(15)	(6309,19)	-	-
Fator B	3	170,53	56,84	-
A x B	9	586,47	65,16	3,21*
Resíduo (b)	36	731,20	20,31	-
TOTAL	63	7797,39	-	-

Como 3,21 > 2,16, teste F significativo, então rejeita-se Ho ao nível de 5% de probabilidade. Ou seja, os fatores A e B não atuam independentemente sobre a variável resposta.

COEFICIENTE DE VARIAÇÃO – Fator A

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	3	2842,87	-	-
Fator A	3	2848,02	949,34	-
Resíduo (a)	9	618,30	**68,70**	-
(Parcelas)	(15)	(6309,19)	-	-
Fator B	3	170,53	56,84	-
A x B	9	586,47	65,16	3,21*
Resíduo (b)	36	731,20	20,31	-
TOTAL	63	7797,39	-	-

$$CV_{(a)} = \frac{\sqrt{QMR(a)}}{\hat{m}} = \frac{\sqrt{68,70}}{52,81}.100 = 16\%$$

COEFICIENTE DE VARIAÇÃO – Fator B

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F
Bloco	3	2842,87	-	-
Fator A	3	2848,02	949,34	-
Resíduo (a)	9	618,30	68,70	-
(Parcelas)	(15)	(6309,19)	-	-
Fator B	3	170,53	56,84	-
A x B	9	586,47	65,16	3,21*
Resíduo (b)	36	731,20	**20,31**	-
TOTAL	63	7797,39	-	-

$$CV_{(b)} = \frac{\sqrt{QMR(b)}}{\hat{m}} = \frac{\sqrt{20,31}}{52,81}.100 = 9\%$$

Como o teste F para a interação foi significativo, ou seja, os efeitos das doses de adubo (A) dependem do tipo de aplicação (B) utilizado e os efeitos dos tipos de aplicação dependem das doses de adubo,

deve-se proceder outras ANOVAs em que se faz o desdobramento do efeito da interação (A/B e B/A).

Desdobramento da interação: Níveis de A dentro de cada nível de B (A/B)

FV	GL	SQ	QM	F
A/B_1	I – 1	SQA/B_1	$(SQA/B_1)/GL$	$(QMA/B_1)/QMRC$
A/B_2	I - 1	SQA/B_2	$(SQA/B_2)/GL$	$(QMA/B_2)/QMRC$
A/B_3	I - 1	SQA/B_3	$(SQA/B_3)/GL$	$(QMA/B_3)/QMRC$
A/B_4	I - 1	SQA/B_4	$(SQA/B_4/GL)$	$(QMA/B_4)/QMRC$
RC	n^*	-	QMRC	-

Obs: RC = resíduo combinado

$$QMRC = \frac{QMR(a) + (J-1)QMR(b)}{J}$$

$$n^* = \frac{[QMR(a) + (J-1)QMR(b)]^2}{\frac{[QMR(a)]^2}{GL_{Res(a)}} + \frac{[(J-1)QMR(b)]^2}{GL_{Res(b)}}}$$

Hipóteses testadas na ANOVA

- Hipótese de nulidade (Ho):
  $mA_1/B_j = mA_2/B_j = ... = mA_i/B_j$

- Hipótese alternativa (Ha): não Ho

Desdobramento da interação: Níveis de A dentro de cada nível de B (A/B)

FV	GL	SQ	QM	F
A/B_1	3	SQA/B_1	$(SQA/B_1)/GL$	$(QMA/B_1)/QMRC$
A/B_2	3	SQA/B_2	$(SQA/B_2)/GL$	$(QMA/B_2)/QMRC$
A/B_3	3	SQA/B_3	$(SQA/B_3)/GL$	$(QMA/B_3)/QMRC$
A/B_4	3	SQA/B_4	$(SQA/B_4/GL)$	$(QMA/B_4)/QMRC$
RC	≅ 27	-	32,41	-

Obs: RC = resíduo combinado

$$QMRC = \frac{QMR(a) + (J-1)QMR(b)}{J}$$

$$n^* = \frac{[QMR(a) + (J-1)QMR(b)]^2}{\frac{[QMR(a)]^2}{GL_{Res(a)}} + \frac{[(J-1)QMR(b)]^2}{GL_{Res(b)}}}$$

SQ dos níveis de A dentro de cada nível de B (A/B)

$$SQVaried./T.semente_1 = \frac{1}{4}(144,2^2 + ... + 247,7^2) - \frac{(811,0)^2}{16} = 1404,18$$

$$SQVaried./T.semente_2 = \frac{1}{4}(202,5^2 + ... + 253,7^2) - \frac{(883,2)^2}{16} = 412,97$$

$$SQVaried./T.semente_3 = \frac{1}{4}(183,4^2 + ... + 230,7^2) - \frac{(850,0)^2}{16} = 324,77$$

$$SQVaried./T.semente_4 = \frac{1}{4}(149,2^2 + ... + 245,0^2) - \frac{(835,6)^2}{16} = 1292,57$$

Desdobramento da interação:
Níveis de A dentro de cada nível de B (A/B)

FV	GL	SQ	QM	F
A/B_1	3	1404,18	468,06	14,44*
A/B_2	3	412,97	137,66	4,25*
A/B_3	3	324,77	108,26	3,34*
A/B_4	3	1292,57	430,86	13,29*
RC	≅ 27	-	32,41	-

Obs: RC = resíduo combinado

$\alpha = 5\%$ $F_{(3;27)} = 2,96$

FV	GL	SQ	QM	F
A/B_1	3	1404,18	468,06	14,44*
A/B_2	3	412,97	137,66	4,25*
A/B_3	3	324,77	108,26	3,34*
A/B_4	3	1292,57	430,86	13,29*
RC	$\cong$ 27	-	32,41	-

1) As quatro variedades têm efeitos diferentes (α = 5%) sobre a produção da aveia quando submetidas ao tratamento de semente 1 (B_1), tratamento 2 (B_2), tratamento (B_3) e tratamento 4 (B_4).

Como nas fontes de variação do desdobramento Variedade/T. semente_1, Variedade/T. semente_2, Variedade/T. semente_3, Variedade/T. semente_4, o teste F foi significativo e o fator "variedade" tem quatro níveis, **aplica-se um teste de médias** para comparar as médias das variedades dentro de *cada tratamento de semente.*

Teste de TUKEY

(Variedades/Trat. Semente 1, 2, 3 e 4)

Variedades dentro do tratamento de semente 1 (B_1)

Obtenção das estimativas das médias:

$$\boxed{\text{Fator A}: \hat{m}_{A_i} = \frac{A_i}{K}}$$

$$\hat{m}_{A1} = 144{,}2/4 = 36{,}05$$

$$\hat{m}_{A2} = 203{,}4/4 = 50{,}85$$

$$\hat{m}_{A3} = 215{,}7/4 = 53{,}93$$

$$\hat{m}_{A4} = 247{,}7/4 = 61{,}93$$

I. Definição das hipóteses de nulidade (Ho) e alternativa (Ha)

Ho: $m_{A1/B1} = m_{A2/B1} = m_{A3/B1} = m_{A4/B1}$

Ha: $m_{A1/B1} \neq m_{A2/B1} \neq m_{A3/B1} \neq m_{A4/B1}$

Estimativas dos contrastes

$$\hat{m}_{A4} = 61{,}93; \hat{m}_{A3} = 53{,}93; \hat{m}_{A2} = 50{,}85; \hat{m}_{A1} = 36{,}05$$

$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A3} = 8{,}00$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A2} = 11{,}08$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A1} = 25{,}88$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A2} = \mathbf{3}{,}08$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A1} = 17{,}88$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A2} - \hat{m}_{A1} = 14{,}80$$

III. Fixação do nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

⇨ α = 5%

⇨ Tabela de Tukey ⇒ valor tabelado q:
I = número de níveis do fator A (variedade)
n* = número de graus de liberdade do resíduo combinado

α = 5% ⇒ I = 4
n* = 27 (30)

q = 3,85

III. Fixar o nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

$$\text{Fator A}: \Delta = q\sqrt{\frac{QMRC}{K}}$$

q = 3,85

$$\boxed{\begin{aligned}\Delta &= 3{,}85\sqrt{\frac{32{,}41}{4}}\\ \Delta &= 10{,}96\end{aligned}}$$

IV. Comparar o valor de Δ com as estimativas dos contrastes e concluir quanto à rejeição ou não de Ho.

$\hat{m}_{A4} = 61,93$	a
$\hat{m}_{A3} = 53,93$	ab
$\hat{m}_{A2} = 50,85$	b
$\hat{m}_{A1} = 36,05$	c

$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A3} = 8,00$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A2} = 11,08$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A1} = 25,88$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A2} = \mathbf{3},08$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A1} = 17,88$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A2} - \hat{m}_{A1} = 14,80$$

$$\boxed{\Delta = 10,96}$$

- Se $|\hat{Y}| \geq \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade.
- Se $|\hat{Y}| < \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste NÃO diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade

CONCLUSÃO

$\hat{m}_{A4} = 61,93$	a
$\hat{m}_{A3} = 53,93$	ab
$\hat{m}_{A2} = 50,85$	b
$\hat{m}_{A1} = 36,05$	c

As médias seguidas pela mesma letra não diferem entre si, pelo teste de Tukey a 5% de probabilidade.

Quando utilizado o tratamento de semente 1 a variedade de aveia que apresentou a maior produção foi a variedade 4 (A_4).

Variedades dentro do tratamento de semente 2 (B_2)

Obtenção das estimativas das médias:

$$\boxed{\text{Fator A}: \hat{m}_{A_i} = \frac{A_i}{K}}$$

$$\hat{m}_{A1} = 202{,}5/4 = 50{,}63$$

$$\hat{m}_{A2} = 221{,}5/ = 55{,}38$$

$$\hat{m}_{A3} = 205{,}5/4 = 51{,}38$$

$$\hat{m}_{A4} = 253{,}7/4 = 63{,}43$$

I. Definição das hipóteses de nulidade (Ho) e alternativa (Ha)

Ho: $m_{A1/B2} = m_{A2/B2} = m_{A3/B2} = m_{A4/B2}$

Ha: $m_{A1/B2} \neq m_{A2/B2} \neq m_{A3/B2} \neq m_{A4/B2}$

Estimativas dos contrastes

$$\hat{m}_{A4} = 63{,}43; \hat{m}_{A2} = 55{,}38; \hat{m}_{A3} = 51{,}38; \hat{m}_{A1} = 50{,}63$$

$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A2} = 8{,}05$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A3} = 12{,}05$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A1} = 12{,}80$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A2} - \hat{m}_{A3} = 4{,}00$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A2} - \hat{m}_{A1} = 4{,}75$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A1} = 0{,}75$$

III. Fixação do nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

- α = 5%

- Tabela de Tukey $\Rightarrow$ valor tabelado q:

I = número de níveis do fator A (variedade)
n* = número de graus de liberdade do resíduo combinado

α = 5% $\Rightarrow$ I = 4
n* = 27 (30)

q = 3,85

III. Fixar o nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

$$\text{Fator A}: \Delta = q\sqrt{\frac{QMRC}{K}}$$

q = 3,85

$$\boxed{\begin{aligned}\Delta &= 3{,}85\sqrt{\frac{32{,}41}{4}}\\ \Delta &= 10{,}96\end{aligned}}$$

IV. Comparar o valor de Δ com as estimativas dos contrastes e concluir quanto à rejeição ou não de Ho.

$\hat{m}_{A4} = 63{,}43$	a
$\hat{m}_{A2} = 55{,}38$	ab
$\hat{m}_{A3} = 51{,}38$	b
$\hat{m}_{A1} = 50{,}63$	b

$$\boxed{\begin{aligned}\hat{Y} &= \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A2} = 8{,}05\\ \hat{Y} &= \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A3} = 12{,}05\\ \hat{Y} &= \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A1} = 12{,}80\\ \hat{Y} &= \hat{m}_{A2} - \hat{m}_{A3} = 4{,}00\\ \hat{Y} &= \hat{m}_{A2} - \hat{m}_{A1} = 4{,}75\\ \hat{Y} &= \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A1} = 0{,}75\end{aligned}}$$

$$\boxed{\Delta = 10{,}96}$$

- Se $|\hat{Y}| \geq \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade.

- Se $|\hat{Y}| < \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste NÃO diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade

CONCLUSÃO

$$\hat{m}_{A4} = 63{,}43 \quad a$$
$$\hat{m}_{A2} = 55{,}38 \quad ab$$
$$\hat{m}_{A3} = 51{,}38 \quad b$$
$$\hat{m}_{A1} = 50{,}63 \quad b$$

As médias seguidas pela mesma letra não diferem entre si, pelo teste de Tukey a 5% de probabilidade.

Quando utilizado o tratamento de semente 2 a variedade de aveia que apresentou a maior produção foi a variedade 4 (A_4).

Variedades dentro do tratamento de semente 3 (B_3)

Obtenção das estimativas das médias:

$$\boxed{\text{Fator A}: \hat{m}_{A_i} = \frac{A_i}{K}}$$

$$\hat{m}_{A1} = 183{,}4/4 = 45{,}85$$
$$\hat{m}_{A2} = 212{,}4/ = 53{,}10$$
$$\hat{m}_{A3} = 223{,}5/4 = 55{,}88$$
$$\hat{m}_{A4} = 230{,}7/4 = 57{,}68$$

I. Definição das hipóteses de nulidade (Ho) e alternativa (Ha)

Ho: $m_{A1/B3} = m_{A2/B3} = m_{A3/B3} = m_{A4/B3}$

Ha: $m_{A1/B3} \neq m_{A2/B3} \neq m_{A3/B3} \neq m_{A4/B3}$

Estimativas dos contrastes

$$\hat{m}_{A4} = 57{,}68; \hat{m}_{A3} = 55{,}88; \hat{m}_{A2} = 53{,}10; \hat{m}_{A1} = 45{,}85$$

$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A3} = 1{,}80$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A2} = 4{,}58$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A1} = 11{,}83$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A2} = 2{,}78$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A1} = 10{,}03$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A2} - \hat{m}_{A1} = 7{,}25$$

III. Fixação do nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

⇨ α = 5%

⇨ Tabela de Tukey ⇒ valor tabelado q:
I = número de níveis do fator A (variedade)
n* = número de graus de liberdade do resíduo combinado

α = 5% ⇒ I = 4
n* = 27 (30)

q = 3,85

III. Fixar o nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

$$\text{Fator A}: \Delta = q\sqrt{\frac{QMRC}{K}}$$

q = 3,85

$$\boxed{\begin{aligned}\Delta &= 3{,}85\sqrt{\frac{32{,}41}{4}}\\ \Delta &= 10{,}96\end{aligned}}$$

IV. Comparar o valor de Δ com as estimativas dos contrastes e concluir quanto à rejeição ou não de Ho.

$\hat{m}_{A4} = 57,68$ a

$\hat{m}_{A3} = 55,88$ ab

$\hat{m}_{A2} = 53,10$ ab

$\hat{m}_{A1} = 45,85$ b

$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A3} = 1,80$

$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A2} = 4,58$

$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A1} = 11,83$

$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A2} = 2,78$

$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A1} = 10,03$

$\hat{Y} = \hat{m}_{A2} - \hat{m}_{A1} = 7,25$

$\boxed{\Delta = 10,96}$

- Se $|\hat{Y}| \geq \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade.
- Se $|\hat{Y}| < \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste NÃO diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade

CONCLUSÃO

$\hat{m}_{A4} = 57,68$ a

$\hat{m}_{A3} = 55,88$ ab

$\hat{m}_{A2} = 53,10$ ab

$\hat{m}_{A1} = 45,85$ b

As médias seguidas pela mesma letra não diferem entre si, pelo teste de Tukey a 5% de probabilidade.

Quando utilizado o tratamento de semente 3 a variedade de aveia que apresentou a maior produção foi a variedade 4 (A_4).

Variedades dentro do tratamento de semente 4 (B_4)

Obtenção das estimativas das médias:

$$\boxed{\text{Fator A}: \hat{m}_{A_i} = \frac{A_i}{K}}$$

$$\hat{m}_{A1} = 149{,}2/4 = 37{,}30$$

$$\hat{m}_{A2} = 217{,}2/ = 54{,}30$$

$$\hat{m}_{A3} = 224{,}2/4 = 56{,}05$$

$$\hat{m}_{A4} = 245{,}0/4 = 61{,}25$$

I. Definição das hipóteses de nulidade (Ho) e alternativa (Ha)

Ho: $m_{A1/B4} = m_{A2/B4} = m_{A3/B4} = m_{A4/B4}$

Ha: $m_{A1/B4} \neq m_{A2/B4} \neq m_{A3/B4} \neq m_{A4/B4}$

Estimativas dos contrastes

$$\hat{m}_{A4} = 61{,}25; \hat{m}_{A3} = 56{,}05; \hat{m}_{A2} = 54{,}30; \hat{m}_{A1} = 37{,}30$$

$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A3} = 5{,}20$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A2} = 6{,}95$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A1} = 23{,}95$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A2} = 1{,}75$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A1} = 18{,}75$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{A2} - \hat{m}_{A1} = 17{,}00$$

III. Fixação do nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

⇨ α = 5%

⇨ Tabela de Tukey ⇒ valor tabelado q:
I = número de níveis do fator A (variedade)
n* = número de graus de liberdade do resíduo combinado

α = 5% ⇒ I = 4
n* = 27 (30)

q = 3,85

III. Fixar o nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

$$\text{Fator A}: \Delta = q\sqrt{\frac{QMRC}{K}}$$

q = 3,85

$$\Delta = 3{,}85\sqrt{\frac{32{,}41}{4}}$$

$$\Delta = 10{,}96$$

IV. Comparar o valor de Δ com as estimativas dos contrastes e concluir quanto à rejeição ou não de Ho.

$\hat{m}_{A4} = 61{,}25$ a

$\hat{m}_{A3} = 56{,}05$ a

$\hat{m}_{A2} = 54{,}30$ a

$\hat{m}_{A1} = 37{,}30$ b

$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A3} = 5{,}20$

$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A2} = 6{,}95$

$\hat{Y} = \hat{m}_{A4} - \hat{m}_{A1} = 23{,}95$

$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A2} = 1{,}75$

$\hat{Y} = \hat{m}_{A3} - \hat{m}_{A1} = 18{,}75$

$\hat{Y} = \hat{m}_{A2} - \hat{m}_{A1} = 17{,}00$

$\Delta = 10{,}96$

➪ Se $|\hat{Y}| \geq \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade.

➪ Se $|\hat{Y}| < \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste NÃO diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade

CONCLUSÃO

$\hat{m}_{A4} = 61,25$ a

$\hat{m}_{A3} = 56,05$ a

$\hat{m}_{A2} = 54,30$ a

$\hat{m}_{A1} = 37,30$ b

As médias seguidas pela mesma letra não diferem entre si, pelo teste de Tukey a 5% de probabilidade.

Quando utilizado o tratamento de semente 4 as variedades de aveia 2 (A_2), 3 (A_3) e 4 (A_4)foram as que apresentou maiores produções.

Desdobramento da interação: Níveis de B dentro de cada nível de A (B/A)

FV	GL	SQ	QM	F
B/A_1	J – 1	SQB/A_1	$(SQB/A_1)/GL$	$(QMB/A_1)/QMR(b)$
B/A_2	J - 1	SQB/A_2	$(SQB/A_2)/GL$	$(QMB/A_2)/QMR(b)$
B/A_3	J - 1	SQB/A_3	$(SQB/A_3)/GL$	$(QMB/A_3)/QMR(b)$
B/A_4	J - 1	SQB/A_4	$(SQB/A_4/GL)$	$(QMB/A_4)/QMR(b)$
Res(b)	IJ(K– 1)	SQR(b)	SQR(b)/GL	-

Hipóteses testadas na ANOVA

- Hipótese de nulidade (Ho):
  $mB_1/A_i = mB_1/A_i = \ldots = mB_j/A_i$

- Hipótese alternativa (Ha): não Ho

SQ dos níveis de B dentro de cada nível de A (B/A)

$$SQT.semente/Varied._1 = \frac{1}{4}(144{,}2^2 + \ldots + 149{,}2^2) - \frac{(679{,}3)^2}{16} = 583{,}49$$

$$SQT.semente/Varied._2 = \frac{1}{4}(203{,}4^2 + \ldots + 217{,}2^2) - \frac{(854{,}5)^2}{16} = 45{,}21$$

$$SQT.semente/Varied._3 = \frac{1}{4}(215{,}7^2 + \ldots + 224{,}2^2) - \frac{(868{,}9)^2}{16} = 56{,}96$$

$$SQT.semente/Varied._4 = \frac{1}{4}(247{,}7^2 + \ldots + 245{,}0^2) - \frac{(977{,}1)^2}{16} = 71{,}34$$

Desdobramento da interação: Níveis de A dentro de cada nível de B (A/B)

FV	GL	SQ	QM	F
B/A_1	3	583,49	194,50	9,58*
B/A_2	3	45,21	15,07	0,74
B/A_3	3	18,99	18,99	0,94
B/A_4	3	23,78	23,78	1,17
Res(b)	36	731,20	20,31	-

$\alpha = 5\%$ $\qquad F_{(3;36)} = F_{(3;40)} = 2,84$

FV	GL	SQ	QM	F
B/A_1	3	583,49	194,50	9,58*
B/A_2	3	45,21	15,07	0,74
B/A_3	3	18,99	18,99	0,94
B/A_4	3	23,78	23,78	1,17
Res(b)	36	731,20	20,31	-

1) Os quatro tipos de tratamentos de sementes têm efeitos diferentes (α = 5%) sobre a produção da aveia apenas na variedade 1 (A_1).

Como na fonte de variação do desdobramento T. semente/Variedade$_1$, o teste F foi significativo e o fator "tratamento de semente" tem quatro níveis, **aplica-se um teste de médias** para comparar as médias dos tratamentos de sementes dentro da variedade 1.

Teste de TUKEY

(B/A_1)

Tratamentos de sementes dentro da variedade 1 (A_1)

Obtenção das estimativas das médias:

$$\boxed{\text{Fator B}: \hat{m}_{B_j} = \frac{B_j}{K}}$$

$$\hat{m}_{B1} = 144{,}2/4 = 36{,}05$$

$$\hat{m}_{B2} = 202{,}5/ = 50{,}63$$

$$\hat{m}_{B3} = 183{,}4/4 = 45{,}85$$

$$\hat{m}_{B4} = 149{,}2/4 = 37{,}30$$

I. Definição das hipóteses de nulidade (Ho) e alternativa (Ha)

Ho: $m_{B1/A1} = m_{B2/A1} = m_{B3/A1} = m_{B4/A1}$

Ha: $m_{B1/A1} \neq m_{B2/A1} \neq m_{B3/A1} \neq m_{B4/A1}$

Estimativas dos contrastes

$$\hat{m}_{B2} = 50{,}63; \hat{m}_{B3} = 45{,}85; \hat{m}_{B4} = 37{,}30; \hat{m}_{B1} = 36{,}05$$

$$\boxed{\begin{aligned} \hat{Y} &= \hat{m}_{B2} - \hat{m}_{B3} = 4{,}78 \\ \hat{Y} &= \hat{m}_{B2} - \hat{m}_{B4} = 13{,}33 \\ \hat{Y} &= \hat{m}_{B2} - \hat{m}_{B1} = 15{,}58 \\ \hat{Y} &= \hat{m}_{B3} - \hat{m}_{B4} = 8{,}55 \\ \hat{Y} &= \hat{m}_{B3} - \hat{m}_{B1} = 9{,}80 \\ \hat{Y} &= \hat{m}_{B4} - \hat{m}_{B1} = 1{,}25 \end{aligned}}$$

III. Fixação do nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

⇨ α = 5%

⇨ Tabela de Tukey ⇒ valor tabelado q:
J = número de níveis do fator B (tratamento de semente)
n_3 = número de graus de liberdade do resíduo de B

α = 5% ⇒ J = 4
n_3 = 36 (40)

q = 3,79

III. Fixar o nível de significância (α), obter o valor tabelado de **q** e o valor da d.m.s, representada por Δ;

$$\text{Fator B}: \Delta = q\sqrt{\frac{QMR(b)}{K}}$$

q = 3,79

$$\boxed{\begin{aligned}\Delta &= 3{,}79\sqrt{\frac{20{,}31}{4}}\\ \Delta &= 8{,}54\end{aligned}}$$

IV. Comparar o valor de Δ com as estimativas dos contrastes e concluir quanto à rejeição ou não de Ho.

$\hat{m}_{B2} = 50{,}63$ a

$\hat{m}_{B3} = 45{,}85$ a

$\hat{m}_{B4} = 37{,}30$ b

$\hat{m}_{B1} = 36{,}05$ b

$$\hat{Y} = \hat{m}_{B2} - \hat{m}_{B3} = 4{,}78$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{B2} - \hat{m}_{B4} = 13{,}33$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{B2} - \hat{m}_{B1} = 15{,}58$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{B3} - \hat{m}_{B4} = 8{,}55$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{B3} - \hat{m}_{B1} = 9{,}80$$
$$\hat{Y} = \hat{m}_{B4} - \hat{m}_{B1} = 1{,}25$$

$$\boxed{\Delta = 8{,}54}$$

⇨ Se $|\hat{Y}| \geq \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade.

⇨ Se $|\hat{Y}| < \Delta \Rightarrow$ as duas médias testadas no contraste NÃO diferem entre si ao nível de 5% de probabilidade

CONCLUSÃO

$\hat{m}_{B2} = 50,63$ a

$\hat{m}_{B3} = 45,85$ a

$\hat{m}_{B4} = 37,30$ b

$\hat{m}_{B1} = 36,05$ b

As médias seguidas pela mesma letra não diferem entre si, pelo teste de Tukey a 5% de probabilidade.

Para a variedade 1 os tratamentos de sementes 2 (B_2) e 3 (B_3) foram os que proporcionaram maiores produções de aveia.

CONCLUSÃO FINAL DO TESTE DE TUKEY

Variedade	Tratamento de sementes			
	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	36,05 cB	50,63 bA	45,85 bA	37,30 bB
A_2	50,85 bA	55,38 abA	53,10 abA	54,30 aA
A_3	53,93 abA	51,38 bA	55,88 abA	56,05 aA
A_4	61,93 aA	63,43 aA	57,68 aA	61,25 aA

A_1 = Vicland 1 infectada com *H. victoriae*; A_2 = Vicland 2 não infectada; A_3 = Clinton resistente a *H. victoriae*; A_4 = *Branch* resistente a *H. victoriae*; B_1 = Testemunha não tratada; B_2 = Ceresan M; B_3 =Panogen; B_4 = Agrox.

As médias seguidas pela mesma letra MAIÚSCULA, na linha, e mesma letra MINÚSCULA, na coluna, não diferem entre si pelo teste de Tukey a 5% de probabilidade.

6. VANTAGENS E DESVANTAGENS DO EPS

Vantagem

⇨ Em comparação com experimentos fatoriais são mais fáceis de instalar.

6. VANTAGENS E DESVANTAGENS DO EPS

Desvantagem:

⇨ Como existe duas estimativas de variância residual (uma associada às parcelas e outra às subparcelas, o número de graus de liberdade associado a cada um dos resíduos é menor que o associado ao resíduo se o experimento tivesse sido instalado no esquema fatorial.

Consequentemente, há tendência de se obter maior estimativa do erro experimental em EPS. Portanto, nestes experimentos todos os efeitos são avaliados com menor precisão que nos experimentos fatoriais.

Então,
sempre que possível, preferir experimentos fatoriais àqueles em parcelas subdivididas!