Universidade Federal de Campina Grande
UFCG
Rua Aprigio Veloso, 882 - Bairro Universitário - CEP: 58429-900 - Telefone 0XX (83) 2101-1000 Campina Grande - PB

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AGROALIMENTAR
UNIDADE ACADÊMICA DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS

ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

(CONTEÚDO DIDÁTICO)

Prof[a] Railene Hérica Carlos Rocha Araújo

POMBAL, PB
2015

1. INTRODUÇÃO

A Estatística Experimental tem por objetivo o estudo dos experimentos, incluindo o planejamento, execução, análise dos dados e interpretação dos resultados obtidos. Vejamos, então, alguns conceitos necessários para um bom entendimento da Estatística Experimental.

a) Tratamento: é uma denominação genérica, para designar qualquer método, elemento ou material, cujo efeito desejamos medir e comparar. Por exemplo, o tratamento pode ser: - um adubo nitrogenado para a cultura do melão; - uma variedade de alface; - um tratamento de solo para a cultura da melancia; - um biofertilizante para a cultura do pimentão; - uma dosagem de calcário para a cultura da cenoura; - um fungicida para a cultura do tomate; - etc.

b) Fatores e seus respectivos níveis: Fatores (ou tratamentos) são aqueles que o pesquisador tem interesse em estudar o seu efeito sobre as variáveis respostas. As subdivisões de um fator são os níveis dos mesmos. Por exemplo, se o interesse for planejar um experimento para se estudar o efeito de 6 tipos diferentes de rotações de cultura, o fator em estudo é rotação e os níveis deste fator são os 6 tipos de rotação. Em alguns casos, como por exemplo nos experimentos fatoriais ou em parcelas subdivididas, dois ou mais fatores são estudados. Suponha que se deseja estudar o efeito de 2 variedades de cana de açúcar e 3 doses de nitrogênio; neste caso se trata de um experimento em fatorial 2x3, em que se tem dois fatores (variedade e dose de nitrogênio); 2 níveis do fator variedade e 3 níveis do fator dose de nitrogênio.

Um fator pode ser classificado em:

b.1) *Qualitativo:* quando os níveis do fator são categorias, atributos.

Por exemplo: nome de variedades de cana de açúcar (SP701143 e SP813250); métodos de extração de DNA (Cullen, Smalla, Sebach); origem de solos (MG, RJ, BA, SP); etc.

b.2) *Quantitativo:* quando os níveis do fator são mensurações de valores reais. Normalmente os níveis são valores numéricos acompanhados de uma unidade de medida. Por exemplo: dose de nitrogênio (0, 25 e 50 Kg/ha); concentrações de antibiótico (25, 50, 100, 200 mg/ml), etc.

c) Experimento ou ensaio: é um trabalho previamente planejado, que segue determinados princípios básicos, no qual se faz a comparação dos efeitos dos tratamentos.

d) Unidade experimental ou parcela: é a unidade na qual o tratamento é aplicado. É na parcela que obtemos os dados que deverão refletir o efeito de cada tratamento nela aplicado. Por exemplo, a parcela pode ser constituída por: uma planta; uma área com um grupo de plantas; um ou mais vasos numa casa de vegetação; uma placa de Petri com um meio de cultura; um tubo de ensaio com uma solução; etc.

e) Área útil: Porção da unidade experimental efetivamente utilizada no tratamento (Figura 1).

f) Bordadura*:* parte da unidade experimental não coletada para avaliação do efeito de tratamento.

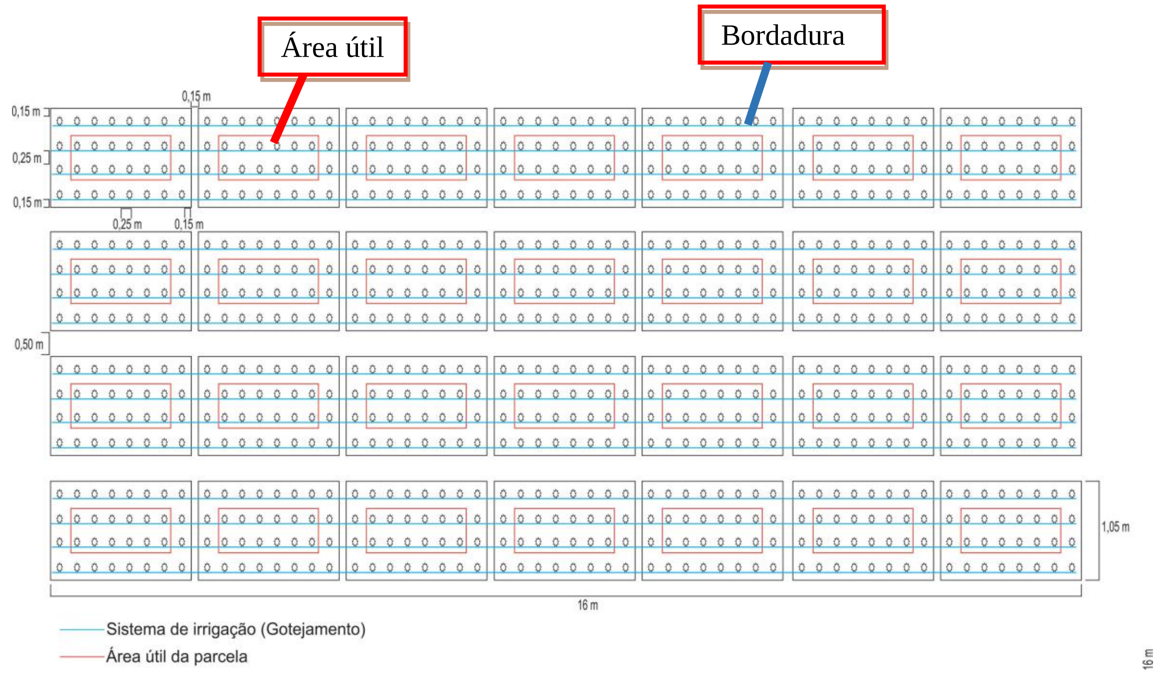


Figura 1. Modelo representativo da área útil e bordadura de um experimento em delineamento em blocos ao acaso.

g) Delineamento experimental: é o plano utilizado para realizar o experimento. Esse plano implica na maneira como os diferentes tratamentos deverão ser distribuídos nas parcelas experimentais, e como serão analisados os dados a serem obtidos. Por exemplo, temos o delineamento inteiramente casualizado, o delineamento em blocos casualizados, o delineamento em quadrado latino etc.

Em uma pesquisa científica, o procedimento geral é o de formular hipóteses e verifica-las, diretamente, ou através de suas consequências. Para tanto, é necessário um conjunto de observações ou dados e o planejamento de experimentos é, então essencial para indicar o esquema sob o qual as hipóteses possam ser testadas.

As hipóteses são testadas por meio de métodos de análise estatística que dependem do modo como as observações ou dados foram obtidos e, desta forma, o planejamento de experimentos e a análises de resultados estão intimamente ligados e devem ser utilizados em uma certa sequencia nas pesquisas científicas (Figura 2).

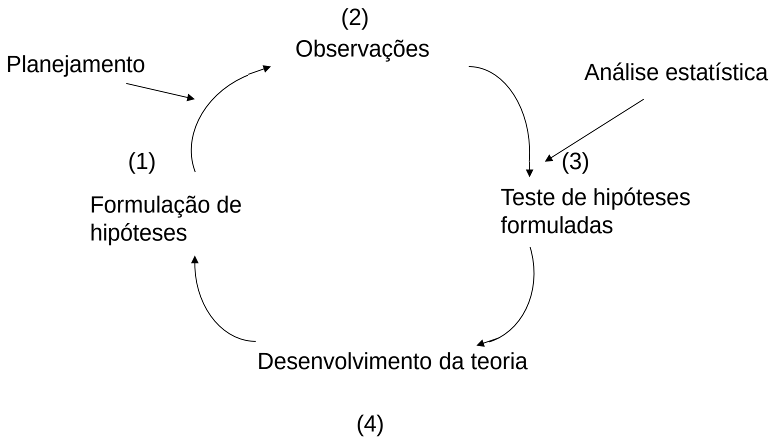


Figura 2. Circularidade do método científico.

O que nos obriga a utilizar a análise estatística para testar as hipóteses formuladas é a presença, em todas as observações, de efeitos de <u>fatores não controlados</u> (que podem ou não ser controláveis), que causam a **variação**.

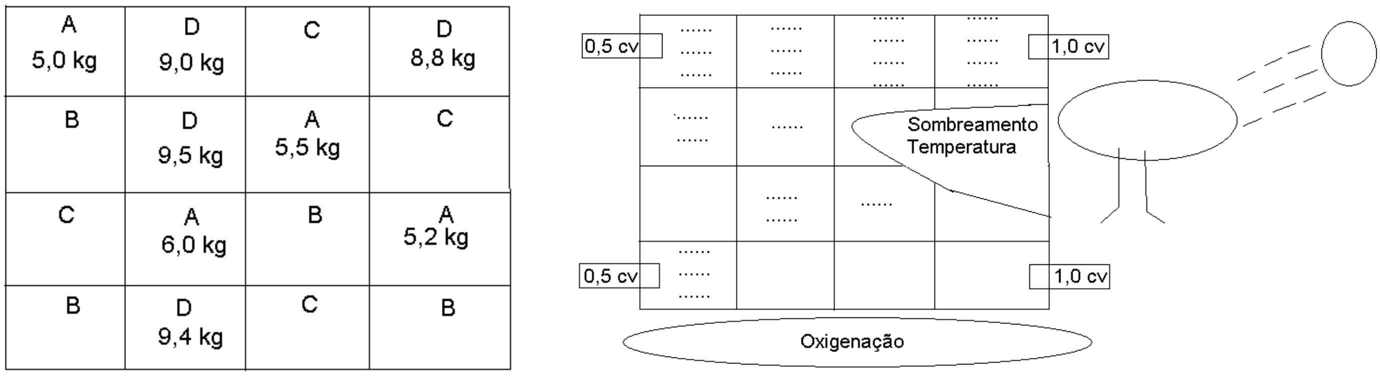
Estes efeitos que sempre ocorrem, não podem ser conhecidos individualmente e tendem a mascarar o efeito do fatore em estudo. O conjunto dos efeitos de fatores não controlados é denominado de **variação do acaso ou variação aleatória**.

h) População: é o conjunto constituído por todos os dados possíveis com relação à característica em estudo. Por exemplo: se estamos interessados em verificar a incidência da murchabacteriana em uma cultura de batata, a população seria constituída por todas as plantas de batata daquela cultura. Daí, verifica-se que, na prática é muito difícil de se trabalhar com os dados de uma população.

i) Amostra: é uma parte representativa de uma população. Na prática, trabalhamos com amostras (= experimentos) para obter informações (parâmetros) que serão utilizadas nas populações amostradas. No exemplo da incidência da murcha-bacteriana na cultura da batata, poderíamos tomar, ao acaso, diversas parcelas distribuídas na cultura, e que constituiriam as amostras nas quais faríamos as contagens das plantas atacadas, buscando inferir a infestação da murcha na cultura.

j) Erro experimental: consiste nas alterações sofridas no experimento, onde seus efeitos resultaram na alteração das variáveis em estudo.

Ex: Variação entre observações realizadas em unidades experimentais que receberam o mesmo tratamento (Figura 3).



Manchas de solo **Experimento que estudam a nutrição de peixes**

Figura 3. Exemplos fictícios de erro experimental.

k) Variáveis a serem analisadas: Variáveis respostas ou variáveis dependentes ou simplesmente variáveis são características obtidas em cada parcela. Os dados (observações) são realizações de uma variável e serão analisados para verificar se há diferença entre os níveis dos fatores (tratamentos). Assim, exemplos de variáveis são: produção de grãos de feijão; altura de plantas de milho; pH, teor de Ca, Mg e P em amostras de solo; número de plantas de cana-de-açúcar atacadas por cercosporiose; etc.

Uma variável também pode ser classificada, semelhantemente aos fatores (tratamentos), em:

k.1) *Qualitativa*

k.1.1) Nominal**:** quando são categorias, atributos, sem uma ordenação natural. Por exemplo: cor dos grãos do feijoeiro (marrom, preto, branco); textura do solo (arenoso, argiloso, silte); etc.

k.1.2) Ordinal**:** quando são atributos com uma ordenação natural. Por exemplo: suscetibilidade do cafeeiro à ferrugem (alta, média, baixa); nota para o ataque de cercosporiose em cana-de-açúcar (escala de 1, para ausência da doença, até 9, para o máximo de doença); etc.

k.2) *Quantitativa*

k.2.1) Discretas**:** quando são contagens de números inteiros positivos com uma ordenação natural. Por exemplo: número de chuvas em 2002 superior a 80 mm/h (ex. 20 chuvas); número de plantas atacadas com a broca do fruto do cafeeiro (ex. 200 plantas);

número de minhocas encontradas em determinada amostra de solo (ex. 50 minhocas).

k.2.2) Contínuas**:** quando são mensurações de valores reais; normalmente existe uma unidade de medida acompanhando a variável. Por exemplo: produtividade (100,0 kg/ha); renda (R$2050,73/mês); altura (2,5 m); diâmetro (8,18 cm); peso (98,5 g); pH (5,5); teor de P, Ca, Mg, K, matéria orgânica, etc.

2. PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

Os dados que empregamos na análise estatística constituem uma amostra da população em estudo e são obtidos de trabalhos previamente planejados, que são os experimentos, sendo por isso denominados dados experimentais. O que nos obriga a utilizar os métodos de análise estatística é a presença, em todos os dados experimentais, de efeitos de fatores não controlados (que podem ou não ser controláveis), e que causam a variação.

Entre os fatores que não podem ser controlados, podemos citar: pequenas variações nos espaçamentos entre plantas; pequenas variações na infestação das parcelas pelas pragas em estudo; variação na constituição genética das plantas (mais, ou menos, resistentes a doenças); variações na profundidade de semeadura das sementes; variações na fertilidade do solo dentro da parcela etc. Esses efeitos, que estão sempre presentes, não podem ser conhecidos individualmente e, no conjunto, alteram, pouco ou muito, os resultados obtidos.

O conjunto dos efeitos de fatores não controlados (que pode mascarar o efeito do tratamento em estudo) é denominado de variação do acaso ou variação aleatória. Procurando tornar mínima a variação do acaso, o experimentador deve fazer o planejamento do experimento de tal forma que consiga isolar os efeitos dos fatores que, realmente, podem ser controlados.

Frequentemente, o estatístico é consultado para tirar conclusões com base nos dados experimentais. Tendo em vista que essas conclusões dependem da forma como foi realizado o experimento, o estatístico solicitará uma descrição detalhada do experimento e seus objetivos. Com relativa freqüência, ocorrem casos em que, após a descrição do experimento, o estatístico verifica que não pode chegar a conclusão alguma, visto que o pesquisador ou não utilizou um delineamento adequado ou não atendeu às hipóteses básicas necessárias para a validade da análise estatística. Deste modo, pode apenas aconselhar o pesquisador a repetir o experimento.

Para evitar essa perda de tempo e de recursos, é essencial o planejamento adequado do experimento. O planejamento constitui a etapa inicial de qualquer trabalho e, portanto, um experimento deve ser devidamente planejado, de modo a atender aos interesses do experimentador e às hipóteses básicas necessárias para a validade da análise estatística.

Ao iniciar o planejamento de um experimento, o experimentador deve formular e responder a uma série de perguntas. Como exemplo, podemos citar:

a) Quais as características que serão analisadas? Num mesmo experimento, várias características podem ser estudadas. Por exemplo, num experimento com a cultura do tomate, podemos determinar: o número total de frutos; o número de frutos categoria extra; a porcentagem de frutos sadios; o pH; os sólidos solúveis totais (Brix); a acidez total titulável; a concentração de nitrato na matéria seca dos frutos; etc. Portanto, devemos definir adequadamente quais as características de interesse, para que as mesmas possam ser determinadas no decorrer do experimento.

b) Quais os fatores que afetam essas características? Relacionar todos os fatores que podem influir sobre as características que serão estudadas, como, por exemplo: variedade; espaçamento; adubação; irrigação; tratos culturais; controle de pragas e doenças etc.

c) Quais desses fatores serão estudados no experimento? Nos experimentos simples, apenas um tipo de tratamento ou fator deve ser estudado de cada vez, sendo os demais mantidos constantes. Por exemplo, quando fazemos um experimento de competição de variedades, todos os outros fatores, tais como: espaçamento; adubação; irrigação e tratos culturais devem ser os mesmos para todas as 4 variedades. No caso de experimentos mais complexos, como os experimentos fatoriais ou em parcelas subdivididas, podemos estudar, simultaneamente, os efeitos de dois ou mais tipos de tratamentos ou fatores.

d) Como será a unidade experimental ou parcela? A escolha da parcela deve ser feita de modo a minimizar o erro experimental. Devido à importância da definição da unidade experimental, faremos uma discussão mais detalhada sobre o assunto, em seguida.

e) Quantas repetições deverão ser utilizadas? O número de repetições de um experimento depende do número de tratamentos a serem utilizados e do delineamento experimental escolhido. De um modo geral, recomenda-se que o número de parcelas do experimento não seja inferior a 20 e que o número de graus de liberdade associado aos efeitos dos fatores não controlados ou acaso não seja inferior a 10.

f) Como serão analisados os dados obtidos? A análise estatística depende do delineamento utilizado para a realização do experimento. 2.2. Unidade experimental ou parcela Um dos aspectos mais importantes a ser considerado durante o planejamento do experimento é a definição da unidade experimental ou parcela. De um modo geral, a escolha da parcela deve ser feita de forma a minimizar o erro experimental, isto é, as parcelas devem ser o mais uniformes possível para que as mesmas consigam refletir o efeito dos tratamentos aplicados.

Em experimentos de campo, o tamanho e a forma da parcela podem variar bastante, em função de:

a) Material com que se está trabalhando: De um modo geral, em Olericultura as parcelas apresentam pouca variação quanto ao tamanho (5 a 50 m^2), mas em ensaios de competição de inseticidas ou fungicidas para controle de pragas ou doenças, em que há uma maior heterogeneidade na infestação inicial, devemos aumentar o tamanho das parcelas em relação aos ensaios que visam produção.

b) Objetivo da pesquisa: 5 O objetivo do trabalho experimental também influencia o tamanho da parcela. Por exemplo, se desejarmos estudar o efeito da profundidade de semeadura sobre o desenvolvimento inicial das plantas, não necessitamos trabalhar com parcelas tão grandes quanto as que seriam necessárias para um estudo de produção da cultura.

c) Número de tratamentos em estudo: Quando o número de tratamentos é muito grande, como ocorre com os experimentos de melhoramento genético vegetal, o tamanho das parcelas deve ser reduzido, para diminuir a distância entre as parcelas extremas, visando homogeneidade entre elas.

d) Quantidade disponível de sementes ou de material experimental: Nos experimentos de melhoramento vegetal, este é um fator limitante para o tamanho da parcela.

e) Uso de equipamentos agrícolas: Nos experimentos em que é necessária a utilização de equipamentos agrícolas, tais como irrigação com aspersores, pulverizadores costais, o tamanho das parcelas deve ser maior, para permitir o uso adequado dos equipamentos.

f) Área total disponível para a pesquisa: Frequentemente, o pesquisador tem que ajustar seu experimento ao tamanho da área disponível, que em geral é pequeno, o que resulta na utilização de parcelas menores.

g) Custo, tempo e mão-de-obra: São fatores que também podem limitar o tamanho das parcelas. Com relação à forma das parcelas, experimentos realizados com diversas culturas têm mostrado que, para se obter maior precisão, as parcelas devem ser compridas e estreitas, evitando-se que toda a parcela ocupe uma mancha de alta ou baixa fertilidade do solo, que possa existir na área experimental. Para parcelas de tamanho pequeno, o efeito da forma é muito pequeno.

O tamanho e a forma ideais para a parcela são aqueles que resultem em maior homogeneidade das parcelas. Em alguns experimentos, devemos utilizar bordaduras nas parcelas, para se evitar a influência sobre a parcela, dos tratamentos aplicados nas parcelas vizinhas. Neste caso, teremos a área útil e a área total (=área útil + bordadura) da parcela, sendo que os dados a serem utilizados na análise estatística serão aqueles coletados apenas na área útil da parcela. Nos experimentos em casas de vegetação (estufas), para a constituição de cada parcela, podemos utilizar um conjunto de vasos ou, então, um único vaso com 2 ou 3 plantas e, às vezes, uma única planta constituindo a unidade experimental. Em experimentos de laboratório, uma amostra simples do material poderá constituir a parcela, porém, às vezes, é necessário utilizar uma amostra composta. Quando são feitas várias determinações em uma mesma amostra, o valor da parcela será a média das várias determinações. Não devemos confundir as diversas determinações de uma mesma amostra com as repetições do experimento.

3. PRINCIPAIS MEDIDAS UTILIZADAS NA EXPERIMENTAÇÃO

3.1 Medidas de tendência central

3.1.1 *Média:* a mais importante medida de tendência central.

Média de uma amostra $\rightarrow \bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad \text{Ou} \qquad \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

Média da população $\rightarrow \mu$

μ: Média da população   N: Número de elementos da população

$$\mu = \frac{\sum x}{N}$$

Exemplo*:* Calcule a altura média de seis alunos da turma de agronomia de acordo com a amostra a seguir: 1,80 m, 1,65 m, 1,62 m, 1,90 m 1,40 m e 1,72 m

$$\bar{X} = \frac{1{,}80 + 1{,}65 + 1{,}62 + 1{,}90 + 1{,}40 + 1{,}72}{6} = 1{,}68 \text{ m}$$

3.1.2 *Mediana*: divide um conjunto ordenado de dados em dois grupos iguais.

Em geral, a mediana ocupa a posição (n + 1)/2:

Exemplo: 2 3 4 **5** 6 7 **8**

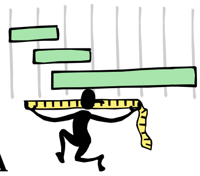
K = (7+1)/2 = 4. A mediana será o quarto valor, Md= 5.

3.1.3 *Moda***:** valor que ocorre com maior frequência

Exemplo: encontre a moda dos seguintes valores: 1 2 2 3 3 4 4 4 4

A moda nesta questão será o valor 4, pois o mesmo aparece mais frequentemente.

COMPARAÇÃO ENTRE MÉDIA, MEDIANA E MODA



	Definições	Vantagens	Limitações
Média	$x = \quad x_i$	Reflete cada valor	É influenciada por valores extremos
Mediana	Metade dos valores são maiores, metade menores	Menos sensível a valores extremos do que a média	Difícil de determinar para grande quantidade de dados
Moda	Valor mais frequente	Valor “típico”: maior quantidade de valores concentrados neste ponto	Não se presta a análise matemática

3.2 Medidas de dispersão

Indica se os valores estão próximos ou separados uns dos outros.

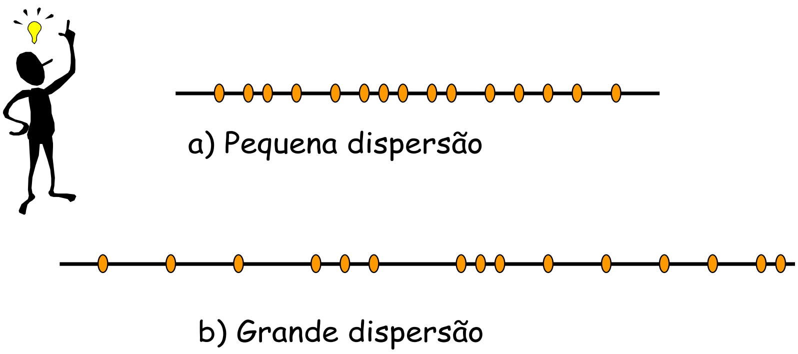


Figura 4. Exemplo fictício de dados em dispersão.

3.2.1 *Variância* (S_x^2): medida de dispersão mais utilizada. É a média dos quadrados dos desvios dos valores a contar da média, calculada usando-se n-1, no denominador. Pode ser calculada a partir de uma das seguintes fórmulas:

$$S_x^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \qquad S_x^2 = \frac{\sum x_i^2 - [(\sum x_i)^2/n]}{n-1}$$

Exemplo (Fórmula 1):

$$S^2 = \frac{\sum[(1,80-1,68)^2 + (1,65-1,68)^2 + (1,62-1,68)^2 + (1,90-1,68)^2 + (1,40-1,68)^2 + (1,72-1,68)^2}{6-1} = 0,0295$$

3.2.2 *Desvio padrão* (S_x): é a raiz quadrada positiva da variância.

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - [(\sum x_i)^2/n]}{n-1}}$$

Exemplo:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,0295} = 0,17$$

3.2.3 Coeficiente de variação (CV, %): expressa a precisão de um experimento, onde relaciona o desvio padrão em termos de porcentagem da média aritmética.

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100$$

Exemplo:

$$CV(\%) = \frac{0,17}{1,68} \times 100 = 10,1\ \%$$

O CV é utilizado para avaliação da precisão de experimentos. Quanto menor o CV mais preciso tende a ser o experimento. A título de classificação geral pode-se utilizar a seguinte tabela:

CV	Avaliação	Precisão
< 10%	Baixo	Alta
10 a 20 %	Médio	Média
20 a 30 %	Alto	Baixa

> 30 %	Muito alto	Muito baixa

OBS: Porém o valor do CV não tem nada de absoluto, pois existe uma variabilidade inerente a cada área de pesquisa. Por exemplo, experimentos realizados em locais com ambiente controlado geralmente são mais precisos e podem apresentar CV menores que 5%.

UNIDADE II - PRINCÍPIOS BÁSICOS DA EXPERIMENTAÇÃO

2.3. Princípios Básicos da Experimentação

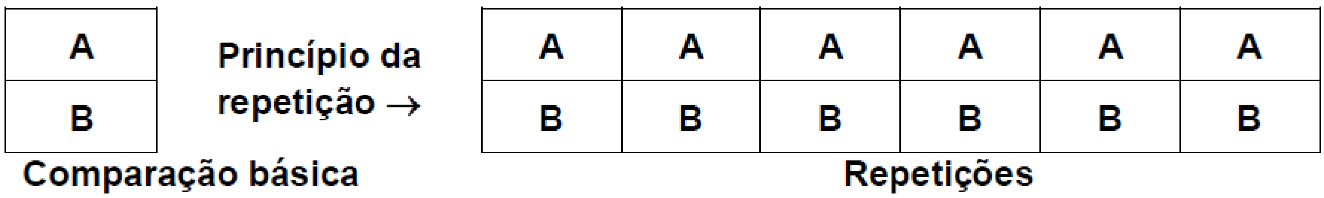
Para assegurar que os dados serão obtidos de forma a propiciar uma análise correta e que conduza a conclusões válidas com relação ao problema em estudo, o experimentador deve levar em conta alguns princípios básicos ao planejar o experimento.

2.3.1. Princípio da repetição

O princípio da repetição consiste na reprodução de uma comparação básica, e tem por finalidade propiciar a obtenção de uma estimativa do erro experimental. Consideremos, por exemplo, duas variedades de uma cultura, A e B, plantadas em duas parcelas o mais semelhante possível. O fato da variedade A ter produzido mais que a variedade B, pouco ou nada significa, pois a variedade A pode ter tido um melhor comportamento por simples acaso.

Podemos tentar contornar o problema, plantando as variedades A e B em diversas parcelas e considerar o comportamento médio de cada variedade. Aqui intervém o princípio da repetição, ou seja, a reprodução de uma comparação básica.

Esquematicamente:



Entretanto, apenas este princípio não resolve totalmente o problema, pois se todas as parcelas com a variedade A estiverem agrupadas e as com a variedade B também, o efeito dos fatores não controlados continuará a ser uma hipótese possível para o melhor comportamento da variedade A, pois suas parcelas podem ter ficado numa área melhor do experimento.

2.3.2. Princípio da casualização

O princípio da casualização consiste na distribuição dos tratamentos às parcelas de forma casual, para se evitar que um determinado tratamento venha a ser beneficiado (ou prejudicado) por sucessivas repetições em parcelas melhores (ou piores).

Se, por exemplo, temos as duas variedades A e B, distribuídas ao acaso em seis parcelas cada, temos:

Esquematicamente:

A
B

Comparação básica

Princípio da repetição + casualização →

B	A	B	B	A	B
B	A	A	B	A	A

Repetições + casualização

Nestas condições, se a produção média da variedade A for, ainda, maior que a da variedade B, isto é uma forte indicação que a variedade A é, de fato, melhor que B. Mesmo assim, ainda existe uma pequena chance que o resultado tenha sido efeito do acaso.

2.3.3. Princípio do controle local

Este princípio é frequentemente utilizado, mas não é de uso obrigatório, pois podemos realizar experimentos sem utilizá-lo. Ele consiste em tomar pares (no caso de dois tratamentos) de unidades experimentais o mais homogêneas possível em relação às condições experimentais, podendo haver variação de um par para outro. Cada par de parcelas homogêneas é denominado **bloco**. Os dois tratamentos devem ser sorteados nas duas parcelas de cada bloco.

Quando temos mais que dois tratamentos, o número de parcelas por bloco deve ser igual ao número de tratamentos em estudo.

Esquematicamente:

A
B

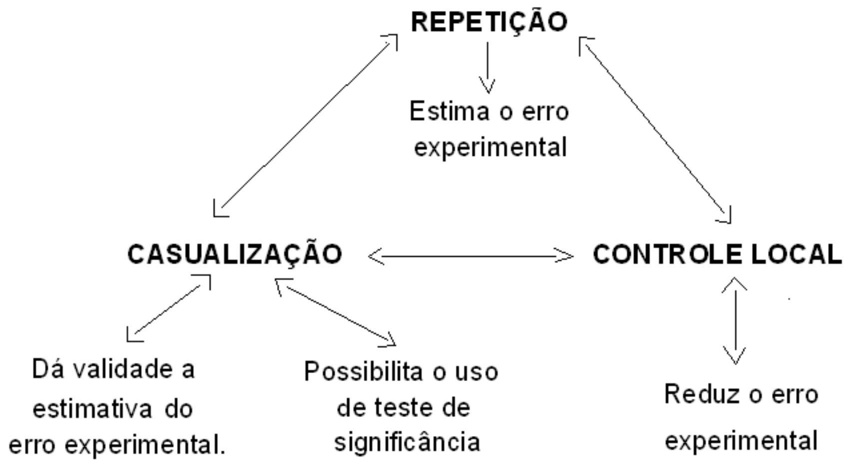
Comparação básica

Princípio da repetição + casualização + controle local →

Bloco	Bloco	Bloco	Bloco	Bloco	Bloco
A	B	B	A	A	B
B	A	A	B	B	A

Repetições + casualização + controle local

2.3.4 Relações entre os princípios básicos da experimentação e os resultados experimentais



a) Quando o material experimental é reconhecidamente homogêneo, não há necessidade de utilização do princípio do controle local, e temos o delineamento inteiramente casualizado (DIC).

O delineamento inteiramente casualizado tem como causas de variação nos resultados:

- Tratamentos (fator controlado)
- Resíduo (fatores não controlados ou acaso)

b) Quando o material experimental é heterogêneo, deve ser utilizado o controle local, através dos blocos e, então, temos o delineamento em blocos casualizados (DBC).

O delineamento em blocos casualizados tem como causas de variação nos resultados:

- Tratamentos (fator controlado);
- Blocos (fator controlado)
- Resíduo (fatores não controlados ou acaso)

c) Às vezes, o material experimental apresenta dupla variação, tornando-se necessário um duplo controle local, através da classificação das parcelas em linhas e colunas, com o delineamento em quadrado latino (DQL).

O delineamento em quadrado latino tem como causas de variação nos resultados:

- Tratamentos (fator controlado);
- Linhas (fator controlado);
- Colunas (fator controlado)
- Resíduo (fatores não controlados ou acaso)

UNIDADE III: DELINEAMENTO INTEIRAMENTE AO ACASO

1. Introdução

O delineamento inteiramente casualizado (DIC) é o mais simples de todos os delineamentos experimentais, e os experimentos instalados de acordo com este delineamento são chamados de experimentos inteiramente casualizados ou experimentos inteiramente ao acaso.

As principais **características** deste delineamento são:

Utiliza apenas os princípios da repetição e da casualização (não utiliza o controle local);

Os tratamentos são distribuídos nas parcelas de forma inteiramente casual, com números iguais ou diferentes de repetições para os tratamentos. Para a instalação desses experimentos no campo, devemos ter certeza da homogeneidade das condições ambientais e do material experimental.

Este delineamento é bastante utilizado em ensaios de laboratório, ensaios em viveiros de plantas e em ensaios com vasos, realizados em casas de vegetação (estufas), em que as condições experimentais podem ser perfeitamente controladas. Nos ensaios com vasos, estes devem ser constantemente mudados de posição, de forma casual, para evitar influências externas sempre sobre os mesmos vasos.

O delineamento inteiramente casualizado apresenta, em relação aos outros delineamentos, as seguintes **vantagens**:

a) É um delineamento bastante flexível, pois o número de tratamentos e de repetições depende apenas do número de parcelas disponíveis;

b) O número de repetições pode variar de um tratamento para outro, embora o ideal seja utilizar o mesmo número de repetições para todos os tratamentos;

c) A análise estatística é simples, mesmo quando o número de repetições por tratamento é variável;

d) O número de graus de liberdade para estimar o erro experimental (que é dado pelo desvio padrão residual) é o maior possível.

Em relação aos outros delineamentos, o delineamento inteiramente casualizado apresenta as **desvantagens:**

a) Exige a homogeneidade de todas as parcelas experimentais;

b) Pode nos conduzir a uma estimativa bastante alta para a variância residual, pois, não utilizando o controle local, todas as variações entre as unidades experimentais (exceto as devidas aos tratamentos) são consideradas como variação do acaso.

A **casualização dos tratamentos** nas parcelas experimentais é a principal característica deste delineamento. Por exemplo, num experimento inteiramente casualizado, com 5 tratamentos (A, B, C, D e E) e 4 repetições por tratamento, a casualização dos tratamentos é feita sorteando-se para cada uma das 20 parcelas do experimento, uma combinação de tratamento com sua respectiva repetição, ou seja:

A_1	B_1	C_1	D_1	E_1
A_2	B_2	C_2	D_2	E_2
A_3	B_3	C_3	D_3	E_3
A_4	B_4	C_4	D_4	E_4

Assim, a distribuição dos tratamentos nas 20 parcelas do experimento, numeradas de 1 a 20, poderia ser a seguinte:

1 **B_4**	2 **D_1**	3 **E_2**	4 **B_3**	5 **D_4**
6 **C_1**	7 **A_2**	8 **C_4**	9 **D_3**	10 **A_1**
11 **E_1**	12 **E_3**	13 **B_2**	14 **A_4**	15 **C_2**
16 **A_3**	17 **D_2**	18 **E_4**	19 **C_3**	20 **B_1**

2. Modelo matemático e hipóteses básicas para a análise de variância (Anova)

A Análise de Variância (ANOVA) é um procedimento criado por R. A. Fischer, e é utilizada para comparar três ou mais tratamentos. A ideia para obter a ANOVA é decompor a variação total das observações de um experimento em partes que podem ser atribuídas a causas controladas (conhecidas) e em partes a causas não controladas e/ou não controláveis (desconhecidas), denominada erro ou resíduo.

Variação total=Variação controlado + Variação não controlada

A forma de se obter a ANOVA depende do tipo de experimentos realizado, que pode ser representado pelo modelo matemático.

O modelo matemático é uma fórmula para representar um resultado experimental sujeito a erros.

Considerando uma variável resposta representando por y_j, em que e o índice j representa a repetição. Se não fosse tivesse nenhuma interferência teríamos uma variação das observações apenas devido as causas aleatórias, assim poderíamos representar as observações pelo seguinte modelo:

$$y_j = \mu + \varepsilon_j$$

em que e_j representa um erro aleatório.

Assim, as observações diferem da média apenas pelo erro experimental. Se em cada observação for aplicado um tratamento, uma variável resposta representando por y_{ij}, em que o índice i, representa o tratamento e o índice j representa a repetição. Podemos incorporar no modelo um efeito de tratamento τ_i, assim:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + \varepsilon_{ij}$$

Y_{ij} = valor observado na parcela que recebeu o tratamento i na repetição j.

μ = média geral do experimento.

t_i = efeito do tratamento i aplicado na parcela.

ε_{ij} = erro dos fatores não controlados na parcela

Assim, as observações vão diferir não apenas por causas aleatórias, mas também pela ação do tratamento. Ou seja, a variável resposta difere da média geral pelo erro experimental mais os efeitos dos tratamentos.

As hipóteses básicas que devemos admitir para a validade da análise de variância são as seguintes:

a) *Aditividade:* Os efeitos dos fatores que ocorrem no modelo matemático devem ser aditivos

b) *Independência:* Os erros ou os desvios εij devido ao efeito de fatores não controlados, devem ser independentes. Isto implica que os efeitos dos tratamentos sejam independentes, que não haja correlação entre eles. Isto pode não ocorrer quando os tratamentos são doses crescentes de adubos, inseticidas, fungicidas, herbicidas, etc., ocasião em que a análise de variância deve ser feita estudando-se regressão.

c) *Homocedasticidade ou homogeneidade de variâncias*: os erros ou desvios εij devido ao efeito de fatores não controlados, devem possuir uma variância comum. Os tratamentos devem possuir variâncias homogêneas

d) *Normalidade:* Os erros ou desvios εij, devido ao efeito de fatores não controlados, devem possuir uma distribuição normal de probabilidade.

É comum uma ou mais destas hipóteses básicas não acontecerem. Desta forma, antes de se proceder a Anova, os dados experimentais devem ser transformados, de tal forma que as suposições básicas sejam atendidas. Um dos casos mais comuns de não satisfação das hipóteses básicas é aquele em que não existe homocedasticidade, ou seja, a variância não é a mesma nos diferentes tratamentos, caracterizando o que denominamos de **heterocedasticidade** ou **heterogeneidade dos erros** e pode ser de dois tipos:

Heterocedasticidade irregular: alguns tratamentos apresentam maior variabilidade que outros. Ex.: Experimentos com inseticidas

Heterocedasticidade regular: ocorre devido à falta de normalidade dos dados experimentais. Neste caso, há certa relação entre a média a variância dos tratamentos.

Alguns testes são utilizados para a verificação da homocedasticidade:

(a) Hartley: exige um número igual de repetições entre os tratamentos.

(b) Bartlett: pode ser usado com número de repeticões diferentes por tratamento.

(c) Cochran: pode ser usado com número de repetições diferentes por tratamento.

(d) Levene: Anova para os resíduos. Pode levar a resultados conflitantes.

A seguir, demostraremos a utilização do teste de Hartley.

2. Teste de Hartley

O teste de Hartley também é conhecido como F máximo. Consideremos um conjunto de “g” grupos, cada um com “r” dados, para os quais desejamos testar a homocedasticidade:

1º Passo: Formular as hipóteses (Ho e H1)

$$\text{Hipótese testada:} \quad \begin{array}{lcl} H_0 & : & \sigma_1^2 = \sigma_1^2 = \ldots = \sigma_i^2 \\ H_1 & : & \sigma_i^2 \neq \sigma_{i'}^2 \quad \text{para pelo menos um par} \quad i \neq i' \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} H_0 & : & \text{Há Homocedasticidade} \\ H_1 & : & \text{Não há Homocedasticidade} \end{array}$$

2º Passo: Calcular as estimativas das variâncias S² dos diferentes grupos e a estatística (Hc):

$$Hc = \frac{S^2max}{S^2min} \qquad \begin{array}{l} S^2max = \text{maior variância} \\ S^2min = \text{menor variância} \end{array}$$

3º Passo: Comparar Hc com os valores críticos de H (g, r-1) α (Tabela de Pearson & Hartley) (Anexos)

Se Hc > H (g, r-1) α, rejeitamos a hipótese de homocedasticidade e concluímos que não existe homogeneidade de variâncias entre os grupos. Caso contrário, aceitamos Ho.

Constatada a heterocedasticidade, verificar se ela é regular e/ou irregular.

Se a heterocedasticidade for regular, realizar uma **transformação de dados**, de modo que os mesmos possam apresentar uma distribuição aproximadamente normal.

3. Transformação de Dados

Em muitos casos, uma transformação adequada dos dados permite a obtenção de um novo conjunto de números que satisfaz às todas as hipóteses fundamentais. A análise de variância pode ser aplicada neste novo conjunto e os resultados inferidos para o conjunto original. Uma transformação adequada aos dados seria aquela em que:

a) A variância da variável transformada não fosse afetada por mudanças do valor médio;

b) A variável transformada fosse normalmente distribuída;

c) A escala de transformação fosse tal que a média aritmética estimasse imparcialmente a média verdadeira;

d) A escala de transformação fosse tal que os efeitos reais fossem lineares e aditivos.

Quando uma transformação de dados é feita, todas as comparações e estimativas de intervalo de confiança devem ser determinadas na nova escala, sendo que as médias podem ser transformadas para a escala original.

A mudança exata da escala é, em geral, difícil e a escolha de uma transformação adequada depende, em parte, da experiência do estatístico. Em geral, após a escolha e utilização de uma transformação de dados, novamente deve ser verificado se as hipóteses básicas foram satisfeitas. Algumas transformações de dados bastante utilizadas são: Raiz Quadrada, Logarítmica e Angular.

3.1 Transformação Raiz Quadrada

Utilizada para dados provenientes de contagens como: número de bactérias em uma placa, número de plantas ou insetos em uma dada área, número de defeitos ou acidentes. Geralmente eles se distribuem de acordo com a distribuição de Poisson, em que a média e a variância são iguais. Neste caso, a transformação raiz quadrada dos dados estabiliza a variância, além de torná-la independente da média.

Dados de porcentagem baseados em contagens com um denominador comum, sendo a amplitude de 0% a 20% ou de 80% a 100%, mas não ambas, podem também ser analisados utilizando-se a transformação raiz quadrada. Quando os dados estão situados entre 80% e 100%, devem ser subtraídos de 100 antes da transformação. A mesma transformação é útil para porcentagens na mesma amplitude quando as observações provêm de uma mesma escala contínua, desde que médias e variâncias sejam aproximadamente iguais.

Quando entre os dados ocorrem valores pequenos, inferiores a 10 e, principalmente, zeros, as transformações $\sqrt{X+1/2}$, $\sqrt{X+1}$ ou $\sqrt{X}+\sqrt{X+1}$ estabilizam a variância mais efetivamente que $\sqrt{X}$, sendo X o valor observado.

As médias obtidas com os dados transformados são reconvertidas para a escala original, utilizando-se da operação inversa, ou seja, sendo elevadas ao quadrado. Os valores obtidos, geralmente são ligeiramente menores que as médias originais, porque a média de uma série de raízes quadradas é menor que a raiz quadrada da média original.

3.2 Transformação Logarítmica

A transformação logarítmica estabiliza a variância quando o desvio padrão na escala original varia diretamente com a média, ou seja, o coeficiente de variação é constante de tratamento para tratamento. Esse tipo de relação entre média e desvio padrão é encontrado geralmente quando os efeitos são multiplicados em lugar de aditivos. Nesta situação, tal transformação, além de estabilizar a variância, produz aditividade nos efeitos e tende a normalizar a distribuição dos erros. A base 10 para o logaritmo é a mais usada, por conveniência, contudo, qualquer base é satisfatória.

Essa transformação é usada para números inteiros positivos que cobrem uma grande amplitude, sendo que não pode ser usada diretamente quando ocorrem zeros ou quando alguns dos valores são menores que 10. Neste caso, é necessário ter-se uma transformação que equivale à transformação $\sqrt{X}$ para valores pequenos e log X para valores grandes de X. A transformação log(X+1) é a que mais se aproxima da desejada.

As médias obtidas na escala logarítmica são convertidas para a escala original através da operação inversa, ou seja, utilizando-se antilogarítmos dos valores obtidos para essas médias estando, porém afetadas de um erro.

3.3 Transformação Angular ou $\text{arc sen}\sqrt{p/100}$

Esta transformação é utilizada para homogeneizar a variância residual dos dados de proporção X/N, ou porcentagens 100 (X / N), correspondentes a indivíduos portadores de um dado atributo, em uma amostra de tamanho N e é especialmente recomendada quando as porcentagens cobrem uma grande amplitude de valores.

Admite-se que as proporções têm distribuição binomial com média igual a μ e variância igual a $\mu(1-\mu)/N$. Desde que as proporções têm distribuição binomial, essa variância será máxima para $p = 0{,}5$. As proporções igualmente afastadas de 0,5 terão variâncias iguais e quanto mais afastadas de 0,5, valores menores. A transformação irá, pois, alterar as porcentagens extremas, ou seja, aquelas de menores variâncias. Essa transformação produzirá sensíveis alterações nos valores das porcentagens se estiverem entre 0% e 30% ou 70% e 100%. A transformação $\text{arc sen}\sqrt{p/100}$ dará melhores resultados quando todas as porcentagens forem baseadas em denominadores iguais, porém, tem sido frequentemente usada quando são diferentes, especialmente, se são aproximadamente iguais.

Pode acontecer que a variável X/N não tenha distribuição binomial e que a transformação angular não atinja seu objetivo, como é o caso, muitas vezes, de dados de controle de pragas e moléstias no campo. Neste caso, deve-se considerar o numerador da proporção como a variável aleatória, podendo ser analisada utilizando-se uma das transformações citadas anteriormente.

A transformação raiz quadrada é recomendada para porcentagens entre 0% e 20% ou 80% e 100%, os últimos sendo subtraídos de 100 antes da transformação.

Vamos Exercitar?

Em um experimento visando o controle de mosca branca na cultura do melão, Paulo utilizou **6 repetições**, para cinco tratamentos A, B, C, D, E. O delineamento adotado foi o inteiramente ao acaso e, os dados obtidos, referentes ao número de mosca branca coletadas 36 horas após a pulverização, encontram-se no quadro a seguir:

Quadro 1. Número de mosca branca coletadas 36 horas após a pulverização.

TRAT.	REPETIÇÕES						TOTAIS
	1	2	3	4	5	6	
A	2.370	1.687	2.592	2.283	2.910	3.020	14.862
B	1.282	1.527	871	1.025	825	920	6.450
C	562	321	636	317	485	842	3.163
D	173	127	132	150	129	227	938
E	193	71	82	62	96	44	548

Calcule as variâncias dos tratamentos e verifique a hipótese da homocedasticidade através do teste de Hartley. Verifique a necessidade de transformação dos dados.

4. Hipóteses e análise de variância para o DIC

Hipóteses são suposições sobre parâmetros de uma população. Por exemplo, em uma análise de variância, uma das hipóteses é que os tratamentos que estão sendo estudados na análise fazem parte de uma mesma população. Assim, um teste de hipótese é utilizado para verificar se estes tratamentos pertencem a mesma população. Antes de aplicar-se qualquer teste é necessário que se formule uma hipótese.

Pode-se considerar dois tipos de hipóteses:

a) H_0, que é conhecida como hipótese de nulidade. Essa hipótese determina que existe ausência de efeito de tratamentos ou que a diferença entre os tratamentos é não significativa.

b) $H1$ ou Ha , conhecida como hipótese alternativa. Essa hipótese determina que existe efeito de tratamentos ou que a diferença entre efeito de tratamentos é significativa.

Na prática, quando realiza-se um teste de hipótese, rejeita-se ou não a hipótese de nulidade $H0$, com um determinado nível de significância α.

Quando testa-se uma hipótese, pode-se cometer um erro, ou seja, rejeitar $H0$ quando ela é verdadeira ou não rejeitar $H0$ quando ela é falsa, que pode ser resumido como segue:

	H_0 verdadeira	H_0 falsa
Rejeita H_0	**Erro tipo I**	Decisão correta
Não rejeita H_0	Decisão correta	**Erro tipo II**

A probabilidade de um erro do tipo I ser cometido é chamada de nível de significância, normalmente denotado por α. Como o erro do tipo I é o mais importante, sempre fixa-se um nível de significância α para um teste de hipótese. Normalmente, fixam-se níveis de 5% ou 1%. Esses níveis podem variar em função do tipo de experimento que se está conduzindo ou do rigor que se deseja ter sobre os testes. Por exemplo, num ensaio clínico, pode-se escolher um nível α de significância de 1%, pois deve-se ter grande confiança no resultado do teste. Já, por exemplo, num ensaio com plantas, pode-se utilizar um nível α de significância maior.

Consideremos um experimento inteiramente casualizado com I tratamentos e J repetições. De acordo com o modelo matemático do delineamento, o valor observado na parcela que recebeu o tratamento i na repetição j, referente à característica em estudo, é denotado por x_{ij}, de forma que poderemos organizar os valores observados no experimento, de acordo com o quadro abaixo:

Quadro 2. Valores observados no experimento.

TRATAMENTOS	**REPETIÇÕES**						**TOTAIS**
	1	**2**	**...**	**J**	**...**	**J**	
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1J}	$\sum_{j=1}^{J} x_{1j} = T_1$
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2J}	$\sum_{j=1}^{J} x_{2j} = T_2$
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{iJ}	$\sum_{j=1}^{J} x_{ij} = T_i$
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
I	x_{I1}	x_{I2}	...	x_{I1}	...	x_{IJ}	$\sum_{j=1}^{J} x_{Ij} = T_I$
							$\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} x_{ij} = G$

A variabilidade presente em um ensaio é analisada com o auxílio de um quadro padrão denominado Tabela da Análise de Variância, cujo modelo é apresentado a seguir e onde as colunas referem-se a:

FV – Fontes de Variação - Nesta coluna são descritas as causas de variabilidade dos dados do experimento. O interesse do pesquisador está em conhecer a variabilidade entre os TRATAMENTOS. As outras fontes de variabilidade são agrupadas em RESÍDUO (correspondente à variabilidade existente Dentro dos Tratamentos).

GL – Graus de Liberdade - A cada fonte de variação está associado um número de graus de liberdade.

SQ – Somas de Quadrados - São as somas dos quadrados de desvios calculadas para cada fonte de variação.

QM – Quadrados Médios - São obtidos pela razão entre as Somas de Quadrados e os seus respectivos graus de liberdade. Pode-se demonstrar que são estimativas de variâncias.

F_C – valor da estatística F - É o valor obtido para a estatística do teste de F, dado pela razão entre os QM de Tratamentos e o QM do Resíduo.

O Teste F verifica se duas variâncias são iguais. Existem várias formas de se obter sua estatística, mas no caso da análise de variância a estatística F é obtida a pela razão de dois quadrados médios. Essa razão quociente tem uma distribuição F com n_1=graus de liberdade do numerador e n_2=graus de liberdade do denominador.

Tabelas para a análise de variância (Anava):

FV	GL	SQ	QM	F
Trat.	I-1	SQT_R	SQT_R/GL	QMT_R/QMR
Erro (resíduo)	I(J-1)	$SQT_O - SQT_R$	SQR/GL	
Total	IJ-1	SQT_O	-	-

Especificações:

FV	GL	SQ	QM	F
Trat.	I-1	$\frac{1}{J}\sum_{i=1}^{I} T_i^2 - C$	$\frac{S.Q.Trat}{I-1}$	QMT_R/QMR
Erro (resíduo)	I(J-1)	diferença	$\frac{S.Q.Res}{I(J-1)}$	
Total	IJ-1	$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} x_{ij}^2 - C$	-	-

$C = G^2 / IJ$

Ti = totais de tratamentos.

Passos:

1. Estabelecer as hipóteses;
2. Determinar o quadro da Anava;
3. Comparar o valor de F calculado, como valor de F tabelado, aos níveis de 1% e 5% de probabilidade (Anexo);
4. Realizar a conclusão estatística.

5. DIC – Caso de parcela perdida

Algumas vezes, o experimento necessita, por motivos inerentes à experimentação, utilizar tratamentos com números diferentes de repetições, o que é possível de ser feito no DIC, sem que isto prejudique a análise estatística. Neste caso, em que o experimento é denominado **não balanceado**, algumas modificações devem ser feitas nos cálculos referentes à Anava e nos testes de comparações múltiplas, de modo a considerar o número desigual de repetições dos tratamentos.

Contudo, algumas considerações serão necessárias:

a) Para cada parcela perdida, perde-se um grau de liberdade do resíduo;

b) A fórmula da SQ Tratamentos fica da seguinte maneira:

$$\sum_{i=1}^{I} \frac{T_i^2}{r_i} - C$$

c) Na aplicação dos testes de hipóteses, para comparação de médias de tratamentos, deve-se estar alerta para a determinação da estimativa da variância da estimativa de um contraste qualquer entre médias, pois a mesma depende de delineamento estatístico utilizado (ver teste "t");

d) A precisão do experimento é, geralmente, menor, em função da diminuição do número de graus de liberdade do resíduo.

Tabelas para a análise de variância (Anava), caso de parcela perdida:

FV	GL	SQ	QM	F
Trat.	I-1	$\sum_{i=1}^{I} \frac{T_i^2}{r_i} - C$	$\frac{S.Q.Trat}{I-1}$	QMT_R/QMR
Erro (resíduo)	GLTo-GLTr	diferença	$\frac{S.Q.Res}{I(J-1)}$	
Total	n-1	$\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} x_{ij}^2 - C$	-	-

$$G = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{r_i} x_{ij}$$

$$C = \frac{G^2}{n}$$

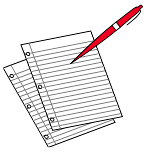
Ti = Totais de tratamentos

ri = Repetições

G = Totais de tratamentos

Passos:

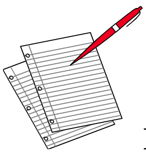
1. Estabelecer as hipóteses;
2. Determinar o quadro da Anava;
3. Comparar o valor de F calculado, como valor de F tabelado, aos níveis de 1% e 5% de probabilidade (Anexo);
4. Realizar a conclusão estatística.



Vamos Exercitar?

Continuação do exercício anterior

Com o uso do SISVAR, realize a Análise de variância em Delineamento inteiramente casualizado para o experimento ... “visando o controle de mosca branca na cultura do melão, Paulo utilizou **6 repetições**, para cinco tratamentos A, B, C, D, E”. Considerando a homogeneidade de variâncias, utilize os dados transformados para a anova e em seguida, realize as conclusões.



EXERCÍCIOS

Para os dados das questões abaixo, realizar:

1. Teste de homogeneidade das variâncias;
2. A análise de variância (ANAVA);
3. Aplicar o teste F (0,05 e 0,01);
4. Emitir uma conclusão estatística e uma conclusão prática com base no teste F.

1.Em um estudo do efeito da glicose na liberação de insulina, 12 espécies de tecido pancreático idênticas foram subdivididas em três grupos de 4 espécies cada uma. Três níveis (baixo, médio e alto) de concentração de glicose foram aleatoriamente designados aos três grupos, e cada espécie dentro de cada grupo foi tratado com o nível de concentração de glicose sorteado a eles. A quantidade de insulina liberada pelos tecidos pancreáticos amostrados são as seguintes:

Tratamento	Repetição			
	1	2	3	4
baixo	1,59	1,73	3,64	1,97
médio	3,36	4,01	3,49	2,89
alto	3,92	4,82	3,87	5,39

2. Em um experimento onde pretendia-se testar 4 tipos de rações para camarão da Malásia obteve resultados em kg de camarão por tanque de engorda.

Tratam	RI	R II	R III	R IV	R V
Ração1	21	23	26	21	19
Ração2	31	26	27	26	33
Ração3	41	43	44	41	36
Ração 4	54	56	57	58	56

3. Um experimento foi conduzido no Campo Experimental do CCTA, no município de Pombal-PB, no ano de 2015, um experimento com a cultura do melão, em ambiente protegido (homogêneo), com o objetivo de avaliar o efeito da adubação com cálcio sobre a produção e qualidade dos frutos. A pesquisa foi instalada em delineamento inteiramente casualizado com 4 repetições e cinco tratamentos:

T1- testemunha (sem cálcio)

T2- 20 $kg.ha^{-1}$ (ADUBO A)

T3- 20 $kg.ha^{-1}$ (ADUBO B)

T4- 20 $kg.ha^{-1}$ (ADUBO C)

T5- 20 $kg.ha^{-1}$ (ADUBO D)

As características avaliadas foram:

a) Produção total ($t.ha^{-1}$)

b) Produção comercial ($t.ha^{-1}$)

c) Peso médio de frutos (g)

d) Firmeza de polpa (N)

Produção total ($t.ha^{-1}$)

	R1	R2	R3	R4
T1	25	26	27	29
T2	30	32	35	37
T3	37	39	38	37

T4	35	34	37	39
T5	43	42	41	40

Produção comercial ($t.ha^{-1}$)

	R1	R2	R3	R4
T1	20	21	22	25
T2	28	30	33	31
T3	34	33	35	35
T4	30	31	31	34
T5	39	37	38	39

Peso médio de frutos (g)

	R1	R2	R3	R4
T1	550	542	572	567
T2	600	624	654	658
T3	715	691	694	700
T4	650	684	671	682
T5	820	799	795	805

Firmeza de polpa (N)

	R1	R2	R3	R4
T1	8	9	12	10
T2	10	12	14	12
T3	12	13	14	11
T4	12	15	14	16
T5	9	7	8	9

3. Considere os dados do experimento abaixo, realizado em DIC, cujos tratamentos representam a idade de frutos de romãzeira (dias), com quatro repetições. As variáveis em estudo foram, massa fresca do fruto inteiro (MFFI), massa seca do fruto inteiro (MSFI), diâmetro longitunal (DL), diâmetro transversal (DT) e volume do fruto (VOLFRUTO).

TRAT	**REP**	**MFFI**	**MSFI**	**DL**	**DT**	**VOLFRUTO**
10	1	3,40	0,98	33,97	27,71	16,00
10	2	2,84	0,85	34,49	25,33	11,00

10	3	3,94	1,22	33,88	23,99	12,00
10	4	2,44	0,77	40,65	29,85	16,00
20	1	13,60	4,37	46,16	40,46	32,60
20	2	10,92	3,76	49,28	42,07	37,00
20	3	12,34	4,29	46,35	40,42	36,80
20	4	16,14	5,42	48,37	41,05	41,60
30	1	53,06	15,67	57,79	44,29	54,40
30	2	64,76	18,05	63,82	47,10	65,20
30	3	57,88	16,64	61,13	46,62	59,40
30	4	59,58	16,35	61,09	45,33	59,00
40	1	74,29	22,47	59,52	46,31	74,00
40	2	73,77	21,02	58,07	45,66	73,00
40	3	75,69	21,95	59,27	45,76	74,00
40	4	77,20	23,69	61,81	46,86	76,00
50	1	60,56	19,17	56,36	41,34	62,00
50	2	81,97	25,31	58,46	46,73	78,00
50	3	72,00	23,80	57,29	44,53	72,00
50	4	84,11	27,15	62,22	47,28	82,00
60	1	113,07	33,90	75,08	60,14	104,60
60	2	89,13	28,67	69,21	55,33	82,20
60	3	118,17	34,37	75,79	63,09	107,40
60	4	83,81	26,18	71,35	54,01	80,80
70	1	130,37	32,07	75,68	66,14	132,40
70	2	126,59	30,21	73,78	63,31	122,20
70	3	140,06	34,74	77,83	66,26	130,20
70	4	167,54	39,34	81,49	71,64	142,00
80	1	186,44	39,73	85,41	72,03	132,40
80	2	183,35	38,75	87,45	69,83	122,20
80	3	182,63	37,37	85,62	71,87	130,20
80	4	190,93	41,18	87,38	72,44	142,00
90	1	218,92	49,11	83,17	77,01	140,80
90	2	184,01	42,41	81,85	71,08	125,60
90	3	229,31	51,00	86,29	75,23	138,60
90	4	195,73	35,92	82,28	71,78	131,60
100	1	190,51	23,07	75,99	71,92	159,80
100	2	184,87	38,17	77,53	71,55	160,00
100	3	195,26	36,68	80,26	74,72	161,60

4. Os dados a seguir referem-se aos resultados de cor da polpa, leituras em L*, a*, b* da manga Tommy Atkins tratada com diferentes biofilmes de recobrimentos e dez repetições.

TRAT.	**REP.**	**L***	**a***	**b***
T0	1	72,78	7,21	64,48
T0	2	73,6	8,58	62,43
T0	3	72,52	8,87	67,22
T0	4	70,67	8,88	67,8
T0	6	71,52	10,44	71,62
T0	7	72,01	7,3	67,44
T0	8	68,27	10,37	68,68

T0	9	72,24	9,78	63,44
T0	10	71,36	8,8	64,85
T1	1	67,88	11,58	69,49
T1	2	68,86	10,9	69,66
T1	3	78,97	0,12	52,92
T1	4	69,87	9,8	66,91
T1	5	68,42	10,08	67,22
T1	6	72,14	7,78	63,76
T1	7	68,48	11,52	69,74
T1	8	68,18	7,71	65,62
T1	10	69,49	8,19	63,61
T2	1	68,75	9,07	66,71
T2	2	70,05	9,6	69,07
T2	3	68,57	10,68	65,53
T2	4	68,03	9,7	66,71
T2	5	67,88	9,95	66,26
T2	6	72,72	9,04	66,65
T2	7	70,78	11,22	66,98
T2	9	77,7	1,97	58,53
T2	10	73,42	4,81	61,42
T3	1	70,94	9,01	65,68
T3	2	69,08	9,47	70,26
T3	3	67,87	10,57	67,24
T3	4	75,99	3,58	65,86
T3	5	73,51	6,42	63,91
T3	6	67,4	12,19	67,32
T3	7	70,91	8,32	68,77
T3	10	77,63	0,86	56,4
T4	2	69,61	8,28	67,27
T4	4	69,66	7,5	67,27
T4	5	73,99	3,28	66,69
T4	6	73,65	6,69	68,37
T4	7	69,02	9,15	64,83
T4	8	73,79	5,03	68,19
T4	9	74,83	7,74	65,81

5. Os dados a seguir referem-se ao período de brotamento de cultivares de cebola (*allium cepa* l.), avaliado com bulbinhos plantados em substrato de mistura de solo com areia. Dados transformados em $\sqrt{n°\,de\ dias.}$.

Cultivares	Repetições I	II	III	IV	Totais
1. BARREIRO SMP-IV	6,6558245	6,0745370	5,7706152	4,7644517	23,265428
2. PIRA COUTO A/C	7,1414284	6,2128898	6,1237244	5,5407581	25,018801
3. PIRA DURA A/C	6,5421709	6,7823300	6,1562976	5,6745044	25,155303
4. PIRA GRANA	-	6,9498201	6,0827625	-	13,032583
5. PIRA LOPES A/C	6,4807407	5,2535702	5,7183914	5,7965507	23,249253
6. PIRA LOPES A/R	6,8992753	5,9160798	5,9329588	4,8887626	23,637077

7. PIRA LOPES R/C	5,8991525	6,0083276	5,1283526	5,4772256	22,513058
8. PIRA LOPES R/R	6,1237244	4,9193496	5,1283526	-	16,171427
9. PIRANA A/C	6,8992753	6,5115282	5,0695167	6,1806149	24,660935
10. PIRANA ROXA	7,3006849	7,3348483	6,7156534	5,7183914	27,069578
11. PIRA OURO A/C	6,3007936	6,2369865	5,6302753	5,9916609	24,159716
12. PIRA OURO A/R	7,1274119	6,8264193	6,7823300	6,6783231	27,414492
13. PIRA OURO R/C	6,3482281	6,1562976	5,5767374	5,7965507	23,877814
14. PIRA OURO R/R	5,7619441	5,3944416	4,7434165	5,8137767	21,713579
15. PIRA ROSA A/C	6,1481705	6,0249481	5,4037024	6,4342832	24,011104
16. PIRA ROSA A/R	5,5677644	6,2209324	5,9833101	6,4575537	24,229561
17. PIRA ROSA R/C	5,7358522	6,3953108	5,3291650	5,5136195	22,973948
18. PIRA ROSA R/R	6,7082039	6,8774995	6,5268675	4,9799598	25,092531
19. PIRA TROPICAL A/R	-	5,0497525	4,5825757	5,5045436	15,136872
20. ROXA BARREIRO	6,5802736	6,3245553	5,9665736	6,2529993	25,124402
Total	**-**	**-**	**-**	**-**	**457,50746**

UNIDADE IV: TESTES DE COMPARAÇÕES MÚLTIPLAS DE MÉDIAS EXPERIMENTAIS

Quando o resultado do teste de F da Análise de Variância é significativo, existem evidências para a não aceitação de H_0 como verdadeira, ao nível α% de probabilidade, isto é, se aceita a existência de efeitos diferenciados para, pelo menos dois tratamentos. O próximo passo será a identificação das diferenças existentes entre os tratamentos. Este estudo será feito através das médias dos tratamentos obtidas nos experimentos.

Os estudos sobre as médias dos tratamentos levam em conta o tipo de fator que está sendo estudado: se o fator em estudo no experimento é uma variável qualitativa (variedades, tipos de adubos, diferentes dietas alimentares) o procedimento apropriado é o das comparações entre as médias dos tratamentos através de testes de comparações múltiplas. Sendo uma variável quantitativa (doses de adubo, espaçamentos, níveis de irrigação, épocas de amostragem), utiliza-se a análise de regressão para o estudo do efeito dos tratamentos na variável resposta.

4.1 Contrastes

Os testes de comparações múltiplas, ou teste de comparações de médias servem como um complemento do teste F, para detectar diferenças entre os tratamentos. Para uma melhor compreensão destes testes, são necessários alguns conceitos, como veremos a seguir:

a) Contrates de médias

Se tivermos uma função linear:

$$Y = f(x) = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n,$$

e verificarmos que $\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0,$

dizemos que Y constiui um contraste nas variáveis **x**. Então, se: $Y = x_1 + x_2 - x_3 - x_4$

e Y é um contraste, visto que $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 1 + (-1) + (-1) = 0.$

Se, em lugar das variáveis x, tivermos médias obteremos um contraste de médias. Assim, se num experimento temos cinco tratamentos, cujas médias verdadeiras são: m1, m2, m3, m4 e m5, as relações:

$Y_1 = m_1+m_2+m_3+m_4-4m_5$

$Y_2=m_1+m_2-m_3-m_4$

$Y_3=m_1-m_2$

$Y_4=m_1-m_3$, constituem contrastes de médias.

Com um grupo de médias poderemos formar um número muito grande de contrastes. Numa análise estatística deveremos formular aqueles que sejam de maior interesse para o experimentador. Conhecendo as estimativas das médias, podemos calcular as estimativas dos contrastes. Para um contraste de médias, em sua forma geral, temos:

$$\boxed{Y = c_1m_1 + c_2m_2 + \ldots + c_nm_n \qquad \sum_{i=1}^{n} c_i = 0}$$

Exemplo:

Seja um experimento inteiramente casualizado com 4 tratamentos e 5 repetições. O Quadrado Médio do Erro foi igual a 0,8654 e as médias observadas para as produções em kg/parcela são apresentadas na tabela abaixo.

Tabela 1. Produções Médias (kg/parcela) para três tipos de adubos e uma testemunha (dados fictícios).

TRATAMENTOS	MÉDIAS
Nitrato de Cálcio – dose 1	18
Nitrato de Cálcio – dose 2	22
Sulfato de Amônio	29
Testemunha	15

Como exemplo de comparações de médias, pode-se pensar em, entre outras:
1 – A produção dos tratamentos com adubo comparada com a produção da testemunha;
2 – A produção do Nitrato de Cálcio na Dose 1 comparada com a produção da Dose 2 de Nitrocálcio

Os contrastes correspondentes são:

$$Y_1 = \frac{m_1+m_2+m_3}{3} - m_4$$

$$Y_2 = m_1 - m_2$$

Como os tratamentos têm o mesmo número de repetições, basta Verificar que a soma dos coeficientes é nula:

Para Y_1 -> $1/3 + 1/3 + 1/3 - 1 = 0$

Para Y_2 -> $1 - 1 = 0$

Para estimar o valor do contraste, basta substituir cada média pelo valor obtido no experimento:

$$\hat{Y}_1 = \frac{18+22+29}{3} - 15 = 8 \text{ kg/parcela}$$

$$\hat{Y}_2 = 18 - 22 = -4 \text{ kg/parcela}$$

Isto significa em Y_1 que a produção dos tratamentos com adubo produz, em média 23kg/parcela a mais que a produção da testemunha;

Em Y_2, verifica-se que a produção do Nitrato de Cálcio na Dose 1 é inferior em 4kg/parcela comparada a produção da Dose 2 de Nitrocálcio.

4.1.1 Contrastes ortogonais

A ortogonalidade entre dois contrastes indica uma independência entre suas comparações, ou seja, a **variação de um contraste é independente da variação do outro.**

Condições de ortogonalidade:

a) Se o número de repetições for igual:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i b_i = 0$$

b) Se o número de repetições for diferente:

$$\sum \frac{a_i b_i}{r_i}$$

4.1.2) Decomposição da soma de quadrados de tratamentos em contrastes de médias ortogonais.

Contrastes de médias	GL	SQ	QM	F
C1			SQ/GL	QMC1/QMres
C2			SQ/GL	QMC2/QMres
C3			SQ/GL	QMC3/QMres
C4			SQ/GL	QMC4/QMres
Tratamentos	ANAVA	ANAVA	-	
Resíduo	ANAVA	-	ANAVA	

GL: I - 1

I: grupos no contraste (cada contraste possui 2 grupos), então GL: 2-1= 1

Soma de quadrado (SQ):

Número igual de repetições:

$$SQ(\hat{C}) = \frac{\hat{C}^2}{\frac{1}{r}\sum a_n^2}$$

Número diferente de repetições:

$$SQ(\hat{C}) = \frac{\hat{C}^2}{\sum \frac{a_n^2}{r_n}}$$

Realizada a decomposição da soma de quadrado de tratamentos em contraste de médias ortogonais, verificar a significância dos mesmos:

a) Comparar $F_{calculado}$ com os valores críticos de Ftab (n1, n1) α (Tabela – Limites unilaterais de F)

b) Regra de decisão:

Se: Fc > Ftab (n1, n2) α, o contraste é dito significativo

Se: Fc $\leq$ Ftab (n1, n2) α, o contraste é dito não significativo

c) Realizar as conclusões.

Exemplo 1:

O experimento a seguir foi realizado no DIC, com cinco tratamentos (híbridos de melão) e quatro repetições. Abaixo encontram-se os dados da acidez titulável dos híbridos, e em seguida, a análise de variância.

Tabela 1. Acidez titulável de diferentes híbridos de melão.

	Repetições				
Tratamentos	I	II	III	IV	Totais
1 - Híbrido 1	0,85	0,97	0,98	1,12	3,92
2 - Híbrido 2	0,97	1,05	1,18	1,15	4,35
3 - Híbrido 3	1,10	1,12	1,31	1,27	4,80
4 - Híbrido 4	1,12	1,25	1,05	1,23	4,65
5 - Híbrido 5	1,80	1,90	2,17	1,93	7,80
					G = 25,52

Tabela 2. Análise de variância da acidez titulável em melão.

FV	GL	SQ	QM	F
Híbridos	4	2,3844	0,5961	45,16**
Resíduo	15	0,1981	0,0132	
Total	19	2,5825		

Pede-se:

Compare os seguintes contrastes:

Híbrido 5 vs demais (1, 2, 3 e 4).

Híbridos 1 + 2 vs 3 + 4

Híbrido 1 vs 2

Híbrido 3 vs 4

Resolução:

$(\hat{C}_1) = 4\,\hat{m}_5 - \hat{m}_1 - \hat{m}_2 - \hat{m}_3 - \hat{m}_4$

$(\hat{C}_2) = \hat{m}_1 + \hat{m}_2 - \hat{m}_3 - \hat{m}_4$

$(\hat{C}_3) = \hat{m}_1 - \hat{m}_2$

$(\hat{C}_4) = \hat{m}_3 - \hat{m}_4$

As respectivas medias dos contrastes são:

$M_1 = 3{,}92 / 4 = 0{,}98$

$M_2 = 4{,}35 / 4 = 1{,}09$

$M_3 = 4{,}80 / 4 = 1{,}20$

$M_4 = 4{,}65 / 4 = 1{,}16$

$M_5 = 7{,}80 / 4 = 1{,}95$

A Tabela da ANAVA referente aos respectivos contrastes será portanto:

a) Grau de liberdade: Cada contraste será igual a 1 na tabela do GL sendo o número de contrastes iguais ao GL do tratamento.

b) *Soma de Quadrados*: tratamentos com o mesmo número de repetições

$$SQ\,(\hat{C}) = \frac{\hat{C}^2}{\frac{1}{r}\sum a_n^2}$$

Onde: C - medias na equação do contraste

r - número de repe

a_n^2 – somatório dos valores numéricos que acompanham as medias nos contrastes.

Contraste 1

$$SQ\,(\hat{C}_1) = \frac{(3{,}37)^2}{\frac{1}{4}(20)} = 2{,}2714$$

$C_1 = 4 \times 1{,}95 - 1 \times 0{,}98 - 1 \times 1{,}09 - 1 \times 1{,}20 - 1 \times 1{,}16 = 3{,}37.$

$a_n^2 = 4^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 = 20$

Contraste 2

$$SQ(\hat{C}_2) = \frac{\hat{C}_2^2}{\frac{1}{r}\sum a_n^2} \qquad SQ(\hat{C}_2) = \frac{(-0,29)^2}{\frac{1}{4}(4)} = 0,0841$$

$C_2 = 1 \times 0,98 + 1 \times 1,09 - 1 \times 1,20 + 1 \times 1,16 = -0,29.$

$a_n^2 = 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 = 4$

Contraste 3

$$SQ(\hat{C}_3) = \frac{\hat{C}_3^2}{\frac{1}{r}\sum a_n^2} \qquad SQ(\hat{C}_3) = \frac{(-0,11)^2}{\frac{1}{4}(2)} = 0,0242$$

$C_3 = 1 \times 0,98 - 1 \times 1,09 = -0,11.$

$a_n^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

Contraste 4

$$SQ(\hat{C}_4) = \frac{\hat{C}_4^2}{\frac{1}{r}\sum a_n^2} \qquad SQ(\hat{C}_4) = \frac{(0,04)^2}{\frac{1}{4}(2)} = 0,0046$$

$C_4 = 1 \times 1,20 - 1 \times 1,16 = 0,04.$

$a_n^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

d) Quadrado Médio: SQ/GL

$QMC_1 = SQC_1/GLC_1 = 2,2717/1 = 2,2714$

$QMC_2 = SQC_2/GLC_2 = 0,0841/1 = 0,0841$

$QMC_3 = SQC_3/GLC_3 = 0,0242/1 = 0,0242$

$QMC_4 = SQC_4/GLC_4 = 0,0032/1 = 0,0032$

e)F calculado: QMC1/QMres

$FC_1 = QMC_1/QM_{ERRO} = 2,2714/0,0132 = 172,08$

$FC_2 = QMC_2/QM_{ERRO} = 0,0841/0,0132 = 6,37$

$FC_3 = QMC_3/QM_{ERRO} = 0,0242/0,0132 = 1,83$

$FC_4 = QMC_2/QM_{ERRO} = 0,0032/0,0132 = 0,35$

Decomposição da soma de quadrados de tratamentos em contrastes ortogonais relativo a valores médios da produtividade de milho de cinco variedades em Pombal – PB. CCTA/UFCG.

Contrastes	GL	SQ	QM	F
V_5 vs $V_1 + V_2 + V_3 + V_4$	1	2,2714	2,2714	172,08*
$V_1 + V_2$ vs $V_3 + V_4$	1	0,0841	0,0841	6,37*
V_1 vs V_2	1	0,0242	0,0242	$1{,}83^{ns}$
V_3 vs V_4	1	0,0032	0,0032	$0{,}35^{ns}$
Tratamentos	(4)	2,3843	-	
Resíduo	15	-	0,0132	

f) Teste F: $F_{tabelado} = F_{5\% (1, 15)} = 4{,}54$.

$F_{cal} > F_{Tab}$ o contraste é dito significativo.

$F_{cal} \leq F_{Tab}$ o contraste é dito não significativo.

*g) Conclusões***:**

- A produtividade de milho na variedade 1 foi superior comparado à média de produtividade das demais variedaes (2, 3, 4 e 5).
- A produtividade de milho foi inferior em média nas variedades 1 e 2 comparado a média de produtividade das variedades 3 e 4.
- Não foi observada diferença significativa quanto a produtividade de milho entre as variedades 1 e 2 e entre as variedades 3 e 4.

Exemplo 2: Os dados a seguir são referentes a um delineamento inteiramente casualizado, com 4 variedades (tratamentos) em seis repetições, com parcela perdida, onde avaliou-se o teor de vitamina C em goiaba.

Tabela 1. Teor de Vitamina C (%) em quatro variedades de acerola.

	Repetições						Totais
VAR.	I	II	III	IV	V	VI	
A	20,00	23,40	22,40	20,68	21,26	-	107,74
B	17,44	19,42	20,32	18,24	18,22	-	93,64
C	19,20	23,26	23,14	20,32	19,42	18,80	124,14
D	18,74	19,18	18,48	18,96	18,18	18,80	112,34
							437,86

Tabela 2. Resumo da ANOVA para teor de vitamina C em quatro variedades de goaiba.

FV	GL	SQ	QM	F
Variedades	3	32,4991	10,8330	5,85*
Resíduo	18	33,3315	1,8518	
Total	21	65,8306		

Pede-se:

Compare os seguintes contrastes:

Variedade A vs demais (B, C e D).

Variedade B vs (C e D)

Variedade C vs D

Resolução:

$C_1 = 3m_A - m_B - m_C - m_D$

$C_2 = 2m_B - m_C - m_D$

$C_3 = m_C - m_D$

As respectivas medias dos contrastes são:

$M_A = 107{,}74 / 5 = 21{,}55$

$M_B = 93{,}64 / 5 = 18{,}73$

$M_C = 124{,}14 / 6 = 20{,}69$

$M_D = 112{,}34 / 6 = 18{,}72$

A Tabela da ANAVA referente aos respectivos contrastes será portanto:

a) Grau de liberdade: Cada contraste será igual a 1 na tabela do GL sendo o número de contrastes iguais ao GL do tratamento.

b) Soma de Quadrados: tratamentos com o mesmo número de repetições diferentes

$$SQ(\hat{C}) = \frac{\hat{C}^2}{\sum \frac{a_n^2}{r_n}}$$

$C_1 = 3m_A - m_B - m_C - m_D$

$C_1 = 3 \times 21{,}55 - 1 \times 18{,}73 - 1 \times 20{,}69 - 1 \times 18{,}72 = 6{,}51.$

$SQ(C_1) = (6{,}51)^2 / \sum(3^2/5 + 1^2 / 5 + 1^2 / 6 + 1^2 / 6) = 18{,}1629.$

$$SQ(\hat{C}) = \frac{\hat{C}^2}{\sum \frac{a_n^2}{r_n}}$$

$C_2 = 2m_B - m_C - m_D$

$C_2 = 2 \times 18{,}73 - 1 \times 20{,}69 - 1 \times 18{,}72 = - 1{,}95.$

$SQ(C_2) = (-1{,}95)^2 / \sum(2^2/5 + 1^2 / 6 + 1^2 / 6) = 3{,}3551$

$$SQ(\hat{C}) = \frac{\hat{C}^2}{\sum \frac{a_n^2}{r_n}}$$

$C_3 = m_C - m_D$

$C_3 = 1 \times 20{,}69 - 1 \times 18{,}72 = 1{,}97.$

$SQ(C_3) = (1{,}97)^2 / \sum(1^2 / 6 + 1^2 / 6) = 11{,}0427.$

d) Quadrado Médio: SQ/GL

$QMC_1 = 18{,}1629 / 1 = 18{,}1629$

$QMC_2 = 3{,}3551 / 1 = 3{,}3551$

$QMC_1 = 11{,}6427 / 1 = 11{,}0427$

e) F calculado: QMC/QMres

$FC_1 = 18{,}1629 / 1{,}8518 = 9{,}81.$

$FC_2 = 3{,}3551 / 1{,}8518 = 1{,}81.$

$FC_3 = 11{,}0427 / 1{,}8518 = 5{,}96.$

Decomposição da soma de quadrados de tratamentos em contrastes ortogonais relativo ao teor de vitamina C em goiaba.

	GL	SQ	QM	F
m_A vs $(m_B + m_C + m_D)$	1	18,1629	18,1629	9,81*
m_B vs $(m_C + m_D)$	1	3,3551	3,3551	$1{,}81^{ns}$
m_C vs m_D	1	11,0427	11,6427	5,96*
	(3)		-	
Resíduo	18	-	1,8518	

f) Teste F: $F_{tabelado}$

$F_{tabelado} = F_{5\% \, (1,\, 18)} = 4{,}41.$

$F_{cal} > F_{Tab}$ (significativo) e $F_{cal} \leq F_{Tab}$ (não significativo)

g) Conclusões:

- O teor de votamina C foi superior em A comparado a média a média da vitamina C nas demais variedades (B, C e D).
- A vitamina C não diferiu quando comparada a variedade B da média das variedades C e D.
- A vitamina C foi superior na variedade C quando comparada à variedade D.

4.2 Teste t de Student

Para a aplicação correta deste teste, devemos considerar os seguintes requisitos básicos:

a) Os contrastes a serem testados devem ser ortogonais entre si;

$$(Y = a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n \rightarrow \sum a_n = 0)$$

b) Os contrastes devem ser estabelecidos antes de serem examinados os dados (na fase de planejamento do experimento).

c) O número de comparações deve ser igual ao número de graus de liberdade para tratamento

A estimativa do contraste pode ser testada pelo teste t, calculando-se a estatística **t**, dada por:

$$\boxed{t = \frac{\hat{Y} - 0}{\sqrt{\hat{V}(\hat{Y})}} = \frac{\hat{Y} - 0}{s(\hat{Y})}}$$

Quando aplicamos o teste t a um contraste, geralmente o interesse é verificar se a sua estimativa ($\hat{Y}$) difere significativamente de zero (valor que deveria assumir se a hipótese H_0: as médias ou grupo de médias confrontadas no contraste não diferem entre si, ou H_0: $m_1=m_2= ... = m_n$, fosse verdadeira).

Embora não seja muito frequente, às vezes existe interesse em se comparar a estimativa do contraste com um valor arbitrário, A. Neste caso, a estatística t será calculada por

$$\boxed{t = \frac{\hat{Y} - A}{s(\hat{Y})}}$$

Outra aplicação comum do teste t é na comparação de uma média com um valor estabelecido. Consideremos os dados de uma amostra de n elementos:

$$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad . . . \quad x_n$$

A partir destes valores observados, podemos calcular a estimativa da média, $\hat{m}$, a estimativa de variâncias, s^2, e o erro padrão da média estimada $s(\hat{m})$, e , admitindo um valor conhecido A, a estatística t, será:

$$t = \frac{\hat{m} - A}{s(\hat{m})}$$

Em qualquer das aplicações do teste t, o valor da estatística t deve ser comparado (em valor absoluto) com os valores críticos de t, tabelados em função do número de graus de liberdade associado à variância e do nível de significância do teste.

Exemplo 1:

Um experimento foi instalado para testar adubos nitrogenados para o abacaxizeiro utilizando-se 6 tratamentos (5 tipos de adubo e 1 testemunha) e 4 repetições no DIC. Verificar, pelo teste t Student se existe diferença ao nível de 5% de probabilidade entre a testemunha e os demais adubos nitrogenados.

Tratamentos utilizados com as respectivas médias de produção em kg / parcela.	
1 – Testemunha	$m_1 = 21{,}57$
2 – Sulfato de amônio	$m_2 = 27{,}76$
3 – Salitre do Chile	$m_3 = 24{,}58$
4 – Uréia	$m_4 = 28{,}44$
5 – Nitrato de cálcio	$m_5 = 28{,}85$
6 – Nitrato de potássio	$m_6 = 28{,}30$

Estimativa da variância residual: **QMR = 0,64.**

Esquema da Anava:

FV	**GL**
Tratamento	5
Resíduo	18
Total	23

Hipóteses a serem testadas: H_0: Y=0 e H_1: $Y \neq 0$ (bilateral)

Resolução:

a) *Elaboração do contraste:*

$Y = 5m_1 - m_2 - m_3 - m_4 - m_5 - m_6$

$Y = 5(21{,}57) - 27{,}76 - 24{,}58 - 28{,}44 - 28{,}85 - 28{,}30 = -\ 30{,}08$ kg/parcela.

Isto nos indica que os adubos nitrogenados proporcionam, em média, um aumento de produção de 6,02 kg/parcela, em relação à testemunha.

b) *Estimativa da variância do contraste:*

$$\hat{V}(\hat{Y}) = (c_1^2 + c_2^2 + \ldots + c_6^2)\,\frac{s^2}{r}$$

$$= [5^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2]\,\frac{0{,}64}{} = 4{,}80$$

c) *Erro padrão do contraste:*

$$s(\hat{Y})=\sqrt{V(Y)} = \sqrt{4,80} = 2,19\text{kg/parcela}$$

d) *Estatística t:*

$$t = \frac{\hat{Y} - 0}{s(\hat{Y})} = \frac{-30,08}{2,19} = -13,74^{**}$$ (considere em valor absoluto, em módulo)

Na tabela, com os valores críticos de t, temos:

GL resíduo (15); nível de significância (1%) = 2,95

GL resíduo (15); nível de significância (5%) = 2,13

e) *Conclusão:*

Como a estatística t supera (em valor absoluto) o valor crítico ao nível de 1% de probabilidade, desta forma, rejeita-se H0 e aceita-se H1 e concluímos que existe uma probabilidade superior a 99% de que os adubos nitrogenados proporcionem um aumento médio de 6,02 kg/parcela na produção do abacaxizeiro, quando comparados com a testemunha.

Se por razões inerentes à experimentação pudéssemos estabelecer de início H1: Y >0 (em vez de $Y \neq 0$), o teste seria unilateral e o nível de significância seria 0,5%, em vez de 1% de probabilidade.

Exemplo 2: Os dados a seguir referem-se a produção de café (kg/ha). Verificar se a produção média do cafezal é significativamente superior a 3.000kg/ha.

3109	3857	2318	2619	3400	4224
3170	3514	3679	3404	2648	4146
3638	3413	4050	4438	2891	3648

Resolução:

Com os dados de produção, obtemos:

$\hat{m}$= 3454 kg/ha   s (QMR=desv. Padrão) = 586 kg/ha $s(\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{r}} = 138$ kg/ha

$$s(\hat{m}) = \frac{\sum x_i^2 - [(\sum x_i)^2/n]}{n-1} = 586$$

Teste t-student:

$$t = \frac{\hat{m} - A}{s(\hat{m})} = \frac{3454 - 3000}{138} = 3,99^{**}$$

Esse valor da estatística t deve ser comparado com os valores críticos da tabela para 17 graus de liberdade (número de graus de liberdade para a estimativa de variância), que são: 5%=2,11 e 1%=2,90 e verificamos que o teste é significativo ao nível de 1% de probabilidade, o que nos permite concluir que a produção média do cafezal é significativamente superior a 3000kg/ha.

4.3 Teste de Tukey

Usado para testar todo e qualquer contraste entre duas médias. Onde o teste é exato e de uso simples quando o n^0 de repetições é o mesmo para todos os tratamentos, quando o número de repetições é diferente o valor encontrado se torna uma aproximação do valor verdadeiro. Esse teste não permite comporar grupos de medias entre si . Tem por base a Diferença mínima significativa conhecida como **DMS**.

A DMS para o teste de Tukey é dada por:

$$DMS = q_{(i,v)}\sqrt{\frac{1}{2}\hat{V}ar(Y)}$$

onde $q_{(I,\,v)}$ é a amplitude total estudentizada para uso no teste de Tukey ao nível de α% de probabilidade para I tratamentos e v graus de liberdade do Erro Experimental. Se os tratamentos têm o mesmo número de repetições (J), a DMS é:

$$DMS = q_{(i,gleRRO)}\sqrt{\frac{QMErro}{J}}$$

Para número de repetições desiguais, troca-se J pela média harmônica J_h dos $\{J_i\}$, onde:

$$J_h = \frac{I}{\sum_{i=1}^{I}\frac{1}{J_i}}$$

A Hipóteses estatísticas são estabelecidas da seguinte forma: $\mathbf{H_0}$: $m_I = m_J$; $\mathbf{H_1}$: $m_I \neq m_J$, $I \neq J$; enquanto que a regra de decisão é estabelecida conforme segue abaixo:

$Y = |m_I - m_J| < \Delta$ Aceita-se H_0. (**contraste não significativo**).

$Y = |m_I - m_J| \geqslant \Delta$ Rejeita-se H_0. (**contraste é significativo**).

O roteiro para a aplicação do teste de Tukey é:

Passo 1. Cálculo da DMS (Diferença Mínima Significativa);

Passo 2. Ordenar as médias (ordem decrescente) e colocar uma letra qualquer para a primeira média. Esta será a primeira média base.

Passo 3. Subtrair a DMS da média base, obtendo o intervalo: [(média base); (média base – DMS)]. Toda média contida neste intervalo recebe uma mesma letra. A primeira média fora do intervalo recebe uma letra diferente.

Passo 4. Mudar a base para a próxima média (sem saltar nenhuma) e repetir o Passo 3 até que a base seja a última média ou o intervalo contenha a última média.

Obs.: Com as devidas alterações, o algorítmo se aplica, análogamente, para o teste tomando-se as médias em ordem crescente.

Exemplo:

Na Tabela 1 abaixo encontra-se as produções, em Kg/parcela, de seis cultivares de arroz: A – Pratão; B – Dourado Precoce; C – Pérola; D – Batatais; E – IAC-4 e F – IAC-9. A análise de variância esta apresentada em seguida, na Tabela 2.

Tabela 1. Produções, em Kg/parcela, obtidas de seis cultivares de arroz.

	Tratamentos					
Repetições	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
I	2,6	2,8	2,4	1,3	1,0	3,3
II	1,6	1,8	2,7	1,1	1,8	2,8
III	1,4	1,8	2,1	1,3	1,2	2,3
IV	2,4	3,0	2,4	1,4	0,8	2,6
V	2,0	2,4	3,1	1,7	1,9	2,8
Totais	10,0	11,8	12,7	6,8	6,7	13,8

Tabela 2. Análise de variância para a produção das cultivares de arroz.

Fontes de Variação	**GL**	**SQ**	**QM**	**F_c**
Entre Cultivares	5	9,11	1,82	9,58 **
Erro Experimental	24	4,52	0,19	
Total	29	13,63		

** significativo ao nível de 1% de probabilidade

Resolução:

1º Passo:

$$\text{DMS} = q_{(6,24)} \cdot \sqrt{\frac{0{,}19}{5}} = 4{,}37 \times 0{,}194936 \Rightarrow \text{DMS} = 0{,}8$$

2º Passo:

F	2,8 a
C	2,5
B	2,4
A	2,0
D	1,4
E	1,3

3º Passo -1:

2,8 - 0,8 = 2,0 $\Rightarrow$ Intervalo: [2,0 ; 2,8]

F	2,8 a
C	2,5 a
B	2,4 a
A	2,0 a
D	1,4 b
E	1,3

3º Passo -2:

2,5 - 0,8 = 1,7 $\Rightarrow$ Intervalo: [1,7 ; 2,5]

NÃO ALTERA

3º Passo -3:

2,4 - 0,8 = 1,6 $\Rightarrow$ Intervalo: [1,6 ; 2,4]

NÃO ALTERA

3º Passo -4:

2,0 - 0,8 = 1,2 $\Rightarrow$ Intervalo: [1,2 ; 2,0]

F	2,8 a
C	2,5 a
B	2,4 a
A	2,0 a b
D	1,4 b
E	1,3 b

3º Passo -5:

Embora a base ainda seja a média 2,0, não é necessário continuar o processo pois a última média já está contida no intervalo calculado e os próximos cálculos não irão alterar estas letras. O resultado final está apresentado na Tabela a seguir.

Tabela 3. Produção média (kg/parcela) para as seis cultivares de arroz.

Cultivares	Produções Médias
Pratão	2,0 ab
Dourado Precoce	2,4 a
Pérola	2,5 a
Batatis	1,4 b
IAC-4	1,3 b
IAC-9	2,8 a

As médias seguidas da mesma letra, não diferem entre si pelo Teste de Tukey, ao nível de 5% de probabilidade.

4.4 Teste de Duncan

O teste de Duncan é usado para testar contraste entre duas médias, porém, é menos rigoroso que o teste Tukey em termos de rejeitar H_0. Pode indicar resultados significativos que Tukey não indicaria. (aplicação mais trabalhosa, quando o $n^{\underline{0}}$ de médias é maior que 10).

Exige que as médias sejam colocadas em ordem decrescente e que tenham o mesmo número de repetições para ser exato. Baseia-se na amplitude total mínima significativa (D_i)

<u>Amplitude total mínima significativa (Di):</u>

$$D_\ell = z_\ell \frac{\sqrt{Q.M.Res.}}{\sqrt{J}}$$

z_ℓ : é a amplitude total estudentizada, cujo valor é encontrado em tabelas, em função do número de médias abrangidas pelo contraste (i) e do número de graus de liberdade do resíduo (n), geralmente a 5% de probabilidade;

$\sqrt{Q.M.\text{resíduo}}$: desvio padrão residual do ensaio;

J: é o número de repetições das médias confrontadas no contraste.

OBS: Para número de repetições desiguais, troca-se J pela média harmônica J_h , onde:

$$J_h = \frac{I}{\sum_{i=1}^{I} \frac{1}{J_i}}$$

A Hipóteses estatísticas são estabelecidas da seguinte forma: **H_0**: $m_I = m_J$; **H_1**: $m_I \neq m_J$, $I \neq J$; enquanto que a regra de decisão é estabelecida conforme segue abaixo:

$Y = |m_I - m_J| < Di$ Aceita-se H_0. (**contraste não significativo**).

$Y = |m_I - m_J| \geqslant Di$ Rejeita-se H_0. (**contraste é significativo**).

O roteiro para a aplicação do teste de Duncan é:

Passo 1. Ordenar as médias (ordem decrescente);

Passo 2. Formar e calcular o valor de cada contraste (envolvendo grupo de médias);

Passo 3. Calcular o valor da Di e comparar com o valor de cada contraste para testar o contraste.

Passo 4. Realizar as conclusões.

Exemplo:

A altura de plântulas de Eucaliptus (cm) submetidos a cinco tipos de substratos na formação da muda encontra-se na tabela abaixo. Aplique o teste de Duncan ao nível de 5% de probabilidade:

Tabela 1. Dados experimentais coletados.

Substrato 1 5,5	Substrato 3 6,9	Substrato 2 6,8	Substrato 3 6,7
Substrato 5 6,6	Substrato 4 5,9	Substrato 5 6,8	Substrato 4 5,7
Substrato 2 7,1	Substrato 5 6,4	Substrato 1 5,8	Substrato 2 7,2
Substrato 5 5,8	Substrato 1 5,1	Substrato 3 7,2	Substrato 4 4,9
Substrato 3 5,8	Substrato 4 5,6	Substrato 1 4,6	Substrato 2 6,0

Organização dos dados:

Substratos	Repetições			
	1	2	3	4
1	4,6	5,1	5,8	5,5
2	6,0	7,1	7,2	6,8
3	5,8	7,2	6,9	6,7
4	5,6	4,9	5,9	5,7
5	5,8	6,4	6,6	6,8

Tabela 2 – Resumo da Análise de variância para a altura da plântula de Eucalipstus.

FV	GL	SQ	QM	F
Substratos	4	7,60	1,90	7,31*
Resíduo	15	3,91	0,26	
Total	19	11,51		

$F_{5\%(4,15)} = 3,06$.

$F_{cal} > F_{tab}$ (rejeita-se H_0) → existe pelo menos um contraste entre médias de tratamentos, que difere entre sí ao nível de 5 % de probabilidade.

Resolução:

1) Colocar as médias em ordem decrescente:

$$m_2 = 6{,}77$$

$$m_3 = 6{,}65$$

$$m_5 = 6{,}40$$

$$m_4 = 5{,}52$$

$$m_1 = 5{,}25$$

2) Formar e calcular o valor de cada contraste envolvendo grupo de médias: calcular o valor da DMS e comparar com o valor de cada contraste para testar o contraste.

2.1 Contrastes envolvendo grupo com 5 médias

$$Z_{5\%\,(5,15)} = 3{,}31$$

$$D_5 = 3{,}31\ \sqrt{0{,}26/4} = 0{,}84$$

$$Y_5 = |m_2 - m_1| = 6{,}77 - 5{,}25 = 1{,}52^*$$

2.2.Contrastes envolvendo grupo com 4 médias

$$Z_{5\%\,(4,15)} = 3{,}25$$

$$D_4 = 3{,}25\ \sqrt{0{,}26/4} = 0{,}83$$

$$Y_4 = |m_2 - m_4| = 6{,}77 - 5{,}52 = 1{,}25^*$$

$$Y_4 = |m_3 - m_1| = 6{,}65 - 5{,}25 = 1{,}40^*$$

2.3 Contrastes envolvendo grupo com 3 médias

$$Z_{5\%\,(3,15)} = 3{,}16$$

$$D_3 = 3{,}16\ \sqrt{0{,}26/4} = 0{,}80$$

$$Y_3 = |m_2 - m_5| = 6{,}77 - 6{,}40 = 0{,}37^{ns}$$

$$Y_3 = |m_3 - m_4| = 6{,}65 - 5{,}52 = 1{,}13^*$$

$$Y_3 = |m_5 - m_1| = 6{,}40 - 5{,}25 = 1{,}15^*$$

2.4 Contrastes envolvendo grupo com 2 médias

$$Z_{5\%\,(2,15)} = 3{,}01$$

$$D_2 = 3{,}01\ \sqrt{0{,}26/4} = 0{,}77$$

$$Y_2 = |m_2 - m_3| = 6{,}77 - 6{,}65 = 0{,}12^{ns}$$

$$Y_2 = |m_3 - m_5| = 6{,}65 - 6{,}40 = 0{,}15^{ns}$$

$$Y_2 = |m_5 - m_4| = 6{,}40 - 5{,}52 = 0{,}88^*$$

$$Y_2 = |m_4 - m_1| = 5{,}52 - 5{,}25 = 0{,}27^{ns}$$

3) Conclusão:

A altura da plântula de Eucaliptus não diferiu entre sí quando foi utilizado os substratos 2, 3 e 5, porém apresentaram plantas com altura superior quando comparados com aquelas plantas cultivadas nos substratos 4 e 1 ao nível de 5 % de probabilidade.

Tabela 3. Valores médios da altura de plântulas de Eucaliptus submetidos a diferentes tipos de substratos.

Tratamentos	Altura da plântula (cm)	
m_2	6,77	A
m_3	6,65	A
m_5	6,40	A
m_4	5,52	B
m_1	5,25	B
CV (%)	8,33	

* Nas colunas, as médias unidas pela mesma barra não diferem entre sí ao nível de 5% de probabilidade pelo teste Duncan.
* $D_5 = 0{,}84$; $D_4 = 0{,}83$; $D_3 = 0{,}80$; $D_2 = 0{,}77$

4.5 Teste de Newmam-Keulls

Apresenta um rigor intermediário entre Tukey e Duncan, utiliza-se a metodologia do Duncan com a tabela de Tukey. A significância do teste é indicada ligando-se por uma barra ou letras as médias que não diferem entre si.

As Hipóteses estatísticas são estabelecidas da seguinte forma: $\mathbf{H_0}$: $m_I = m_J$; $\mathbf{H_1}$: $m_I \neq m_J$, $I \neq J$; enquanto que a regra de decisão é estabelecida conforme segue abaixo:

$Y = |m_I - m_J| < \Delta_i$ Aceita-se H_0. (**contraste não significativo**).

$Y = |m_I - m_J| \geqslant \Delta_i$ Rejeita-se H_0. (**contraste é significativo**).

O roteiro para a aplicação do teste de Newmam-Keulls é:

1º Passo: Colocar as médias em ordem decrescente;

2º Passo: Formar e calcular o valor de cada contraste envolvendo grupo de médias: calcular o valor da DMS e comparar com o valor de cada contraste para testar o contraste;

$$DMS = q_{(i,glERRO)}\sqrt{\frac{QMErro}{J}}$$

Para número de repetições desiguais, troca-se J pela média harmônica J_h dos $\{J_i\}$, onde: $$J_h = \frac{I}{\sum_{i=1}^{I}\frac{1}{J_i}}$$

3º Passo: Conclusões.

Exemplo:

Aplicar o teste de Newman-Keuls nas médias, referentes à altura de plântulas de Eucaliptus (cm) submetidos a cinco tipos de substratos na formação da mudas.

Passos:

1) Colocar as médias em ordem decrescente:

$m_2 = 6{,}77$

$m_3 = 6{,}65$

$m_5 = 6{,}40$

$m_4 = 5{,}52$

$m_1 = 5{,}25$

2) Formar e calcular o valor de cada contraste envolvendo grupo de médias: calcular o valor da DMS e comparar com o valor de cada contraste para testar o contraste.

2.1 *Contrastes envolvendo grupo com 5 médias*

$$q_{5\%\ (5,15)} = 4{,}37$$

$$\Delta'_5 = 4{,}37\ \sqrt{0{,}26/4} = 1{,}11$$

$$Y_5 = |m_2 - m_1| = 6{,}77 - 5{,}25 = 1{,}52^*$$

2.2 *Contrastes envolvendo grupo com 4 médias*

$$q_{5\%\ (4,15)} = 4{,}08$$

$$\Delta'_4 = 4{,}08\ \sqrt{0{,}26/4} = 1{,}04$$

$$Y_4 = |m_2 - m_4| = 6{,}77 - 5{,}52 = 1{,}25^*$$

$$Y_4 = |m_3 - m_1| = 6{,}65 - 5{,}25 = 1{,}40^*$$

2.3 *Contrastes envolvendo grupo com 3 médias*

$$q_{5\%\ (3,15)} = 3{,}67$$

$$\Delta'_3 = 3{,}67\ \sqrt{0{,}26/4} = 0{,}93$$

$$Y_3 = |m_2 - m_5| = 6{,}77 - 6{,}40 = 0{,}37^{ns}$$

$$Y_3 = |m_3 - m_4| = 6{,}65 - 5{,}52 = 1{,}13^*$$

$$Y_3 = |m_5 - m_1| = 6{,}40 - 5{,}25 = 1{,}15^*$$

2.4 *Contrastes envolvendo grupo com 2 médias*

$$q_{5\%\ (2,15)} = 3{,}01$$

$$\Delta'_2 = 3{,}01\ \sqrt{0{,}26/4} = 0{,}77$$

$$Y_2 = |m_2 - m_3| = 6{,}77 - 6{,}65 = 0{,}12^{ns}$$

$$Y_2 = |m_3 - m_5| = 6{,}65 - 6{,}40 = 0{,}15^{ns}$$

$$Y_2 = |m_5 - m_4| = 6{,}40 - 5{,}52 = 0{,}88^*$$

$$Y_2 = |m_4 - m_1| = 5{,}52 - 5{,}25 = 0{,}27^*$$

3) Conclusão

As plantas de Eucaliptus não apresentaram diferença significativa em sua altura quando cultivadas nos substratos 2, 3 e 5, porém as plantas cultivadas nestes substratos apresentaram altura superior aquelas plantas cultivadas nos substratos 4 e 1 que não diferiram entre si a 5 % de probabilidade.

Tabela 1. Valores médios da altura de plântulas de Eucaliptus submetidos a diferentes tipos de substratos.

Tratamentos	Altura da plântula (cm)	
m_2	6,77	A
m_3	6,65	A
m_5	6,40	A
m_4	5,52	B
m_1	5,25	B
CV (%)	8,33	

* Nas colunas, as médias unidas pela mesma barra não diferem entre sí ao nível de 5% de probabilidade pelo teste Newman Keuls.

4.6 Teste de Dunnett

Usado quando há interesse em **comparar média de um tratamento padrão (testemunha) com os demais tratamentos**. Não há interesse na comparação dos demais tratamentos entre si. Um experimento com I tratamentos permite a aplicação do teste a (I – 1) comparações.

O roteiro para a aplicação do teste de Dunnett é:

1) Passo: Calcular a estimativa de cada contraste.

$$Y_1 = m_i - m_P$$

$$Y_2 = m_i - m_P$$

$$Y_{(I-1)} = m_{(I-1)} - m_P$$

2) Passo: Calcular a estimativa de variância de cada contraste.

$$V(Y) = (1 / r_i + 1/r_p)\ QMR$$

3) Passo: Calcular o desvio padrão do contraste.

$$S(Y) = \sqrt{V(Y)}$$

4) Passo: Calcular o valor do teste d'.

$$d' = t_d \times s(Y)$$

t_d = valor tabelado para teste Dunnett (1 e 5 %).

$t_d = f(\alpha, i \text{ e } n)$ — α = nível de significância

i = nº de grau de liberdade de tratamentos (I – 1).

n’ = número de grau de liberdade do resíduo.

5) Passo: Comparar cada estimativa de contraste, em valor absoluto (em módulo), com o valor de d´. Regra de decisão.

$Y = |m_I – m_J| \geqslant d'$ Será significativo, indicando que a média da testemunha (ou padrão) difere significativamente da média do tratamento com ela comparado.

$Y = |m_I – m_J| < d'$ Será não significativo e as médias desse contraste não diferem entre si.

6) *Passo:* Indicar a significância do teste no valor da estimativa do contraste.

Exemplo:

Aplicar o teste Dunnett para o exercício anterior, admitindo o tratamento 1 como sendo a testemunha.

1) Calcular a estimativa de cada constraste:

$$Y_1 = m_2 – m_1 = 6{,}77 – 5{,}25 = 1{,}52^*$$

$$Y_2 = m_3 – m_1 = 6{,}65 – 5{,}25 = 1{,}40^*$$

$$Y_3 = m_4 – m_1 = 5{,}52 – 5{,}25 = 0{,}27^{ns}$$

$$Y_4 = m_5 – m_1 = 6{,}40 – 5{,}25 = 1{,}15^*$$

2) Calcular a estimativa da variância de cada contraste:

$$V(Y) = (1/4 + 1/4) \times 0{,}26 = 0{,}13$$

3) Calcular o erro padrão do contraste:

$$S(Y) = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{0{,}13} = 0{,}36.$$

4) Calcular o valor do teste d’.

$$d' = t_d \times S(Y)$$

$$t_{d\ (5\%,4,15)} = 2{,}73 \qquad d' = 2{,}73 \times 0{,}36 = 0{,}98$$

5) Conclusão.

Verifica-se maior altura de plântulas de Eucaliptus quando utilizou-se os substratos 2, 3 e 5 comparado a testemunha (substrato 1). Não houve diferença significativa na altura da plântula de Eucaliptus quando se usou o substrato 4 comparado a testemunha (substrato 1) ao nível de 5 % de probabilidade pelo teste de Dunnett.

4.6 Teste de Sheffé

Este teste pode ser aplicado para testar todo e qualquer contraste de médias. É frequentemente utilizado para testar contrastes que envolvem grupos de médias. É um teste mais rigoroso que o teste t, porém é mais flexível que ele, tendo em vista a não existência de ortogonalidade e nem que os contrastes sejam estabelecidos antes de se examinar os dados.

Para a sua aplicação correta exige apenas que o teste F da análise de variância para tratamentos seja significativo, pois quando isto ocorre, indica que devemos ter pelo menos um contraste de médias significativo.

A estatística do teste, denominada por S, é calculada por:

$$S = \sqrt{(I - 1)\ F_{\alpha}\, V(\hat{C})}$$

I = número de tratamentos do experimento.

$F\alpha$ = valor tabelado;

$F\alpha = f(n_1, n_2)$ — n_1 = grau de liberdade para tratamento.

n_2 = grau de liberdade para resíduo.

$V(C)$ = Variância do contraste. $(C_1^2+C_2^2+\ldots C_3^2)\ \frac{QMR}{r}$

<u>Regra de decisão:</u>

$|C| \leq S$; Aceita-se H_0. (contraste não significativo).

$|C| \geqslant S$; Rejeita-se H_0. (contraste é significativo).

Exemplo:

Um experimento foi instalado para testar adubos nitrogenados para o abacaxizeiro utilizando-se 6 tratamentos (5 tipos de adubo e 1 testemunha) e 4 repetições no DIC. Verificar, pelo teste de Sheffé se existe diferença ao nível de 5% de probabilidade entre a testemunha e os demais adubos nitrogenados.

Médias de produção em kg / parcela.	
1 – Testemunha	$m_1 = 21{,}57$
2 – Sulfato de amônio	$m_2 = 27{,}76$
3 – Salitre do Chile	$m_3 = 24{,}58$
4 – Uréia	$m_4 = 28{,}44$
5 – Nitrato de cálcio	$m_5 = 28{,}85$
6 – Nitrato de potássio	$m_6 = 28{,}30$

- Estimativa da variância residual: QMR = 0,64.

- Esquema da Anava:

FV	GL
Tratamento	5
Resíduo	18
Total	23

Passos:

1) Calcular o valor do contraste.

$$C = 5\ m_1 - m_2 - m_3 - m_4 - m_5 - m_6$$

$$C = 5\ (21{,}57) - 27{,}76 - 24{,}58 - 28{,}44 - 28{,}85 - 28{,}30$$

$$C = \mathbf{-\ 30{,}08\ kg\ /\ parcela}$$

2*) Calcular DMS.*

- Cálculo de S:

$$S = \sqrt{(I - 1)\ F_{\alpha} V(\hat{C})}$$

$I = 6$; $F_{5\%\ (5,18)} = 2{,}77$

$$V(\hat{C}) = \frac{QMR}{r} \sum a_i^2 = \frac{0{,}64}{4}\ (30) = 4{,}80.$$

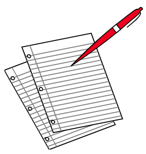
$$S = \sqrt{5 \times 2{,}77 \times 4{,}80} = \mathbf{8{,}15.}$$

3) *Comparar o valor do contraste com a DMS.*

$|C| \geqslant S$; Rejeita-se H_0. (contraste é significativo).

4) Conclusão.

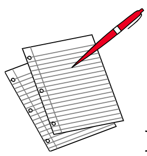
Os adubos nitrogenados proporcionaram, em média, um aumento de produção de 6,02 kg / parcela (C/5) em relação à testemunha.



Vamos Exercitar?

Continuação ao exercício anterior

Com o uso do SISVAR, realize o teste de comparações de médias, mais usual na estatística experimental para comparar as médias do experimento em Delineamento inteiramente casualizado... “visando o controle de mosca branca na cultura do melão, Paulo utilizou **6 repetições**, para cinco tratamentos A, B, C, D, E. Considerando a homogeneidade de variâncias, utilize os dados transformados e em seguida, realize as conclusões.



Exercícios

Considere os resultados significativos para o teste F, obtidos nos exercícios da unidade III (delineamento inteiramente casulizado), realize os testes de comparação de médias duas a duas, ao nível de 5% de probabilidade e em seguida, as conclusões.

UNIDADE V: CORRELAÇÃO E REGRESSÃO LINEAR

1. Correlação

Serve para estudar o comportamento conjunto de duas variáveis quantitativas distintas. Em outras palavras, mede o grau de associação entre duas variáveis aleatórias X e Y.

Neste caso, não há a preocupação em apresentar alguma forma funcional entre as variáveis, se houver.

Exemplos: Engorda de animais em relação ao consumo de carboidratos;

Aumento na produtividade de uma cultura um detrimento ao aumento nas doses de um determinado fertilizante;

Redução no acúmulo de massa seca do milho com o aumento nos níveis de salinidade da água de irrigação;

Redução da área do fruto com danos por injúria por frio com o aumento na temperatura de armazenamento.

Para o estudo do comportamento conjunto de duas variáveis poderiam ser usados:

a) O diagrama de dispersão

Representação gráfica do conjunto de dados. Nada mais é do que a representação dos pares de valores num sistema cartesiano.

Em síntese três situações marcantes poderiam acontecer:

- Se, quando uma das variáveis 'cresce', a outra, em média, também 'cresce', dizemos que entre as duas variáveis existe <u>correlação positiva</u>, tanto mais forte quanto mais perto de uma reta imaginária os pontos estiverem;
- Se, quando uma das variáveis 'cresce', a outra, em média, também 'descrece', dizemos que entre as duas variáveis existe <u>correlação negativa</u>, tanto mais forte quanto mais perto de uma reta imaginária os pontos estiverem;
- Se os pontos estiverem dispersos, sem definição de direção, dizemos que a correlação é muito baixa, ou mesmo nula. As variáveis nesse caso são ditas não correlacionadas.

b) O Coeficiente de correlação

É um valor numérico, uma medida porá o grau de associação entre duas variáveis.

Se for observada uma associação entre duas variáveis quantitativas (a partir de um diagrama de dispersão, por exemplo), é muito útil quantificar essa associabilidade.

Exemplo: Relação as variáveis x e y.

(X)	15	41	33	18	37	52	28	24	45
(Y)	3	9	7	5	8	12	6	5	10

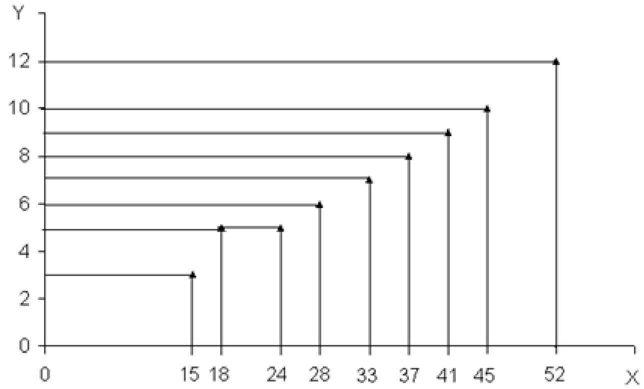


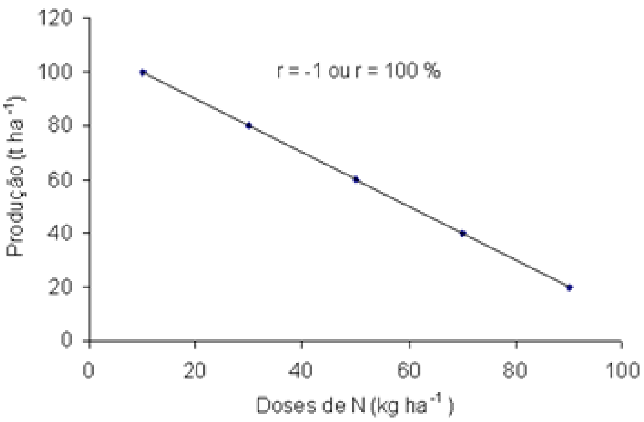
Figura 1. Diagrama de dispersão.

Correlação é definida, portanto, como a quantificação do grau em que duas variáveis aleatórias estão relacionadas, desde que a relação seja linear.

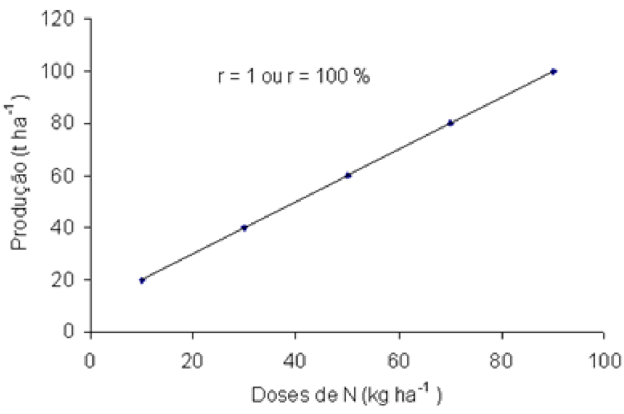
Na análise de correlação se procura, então, determinar o grau de relacionamento entre as duas variáveis, ou seja, se procura medir a covariabilidade entre elas.

Situações de correlação:

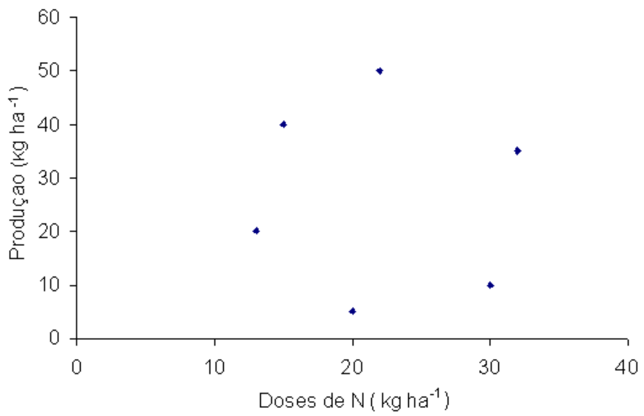
a) r = -1, ajustamento perfeito com todos os pontos sobre a reta e com sinal negativo indicando que a reta é decrescente.



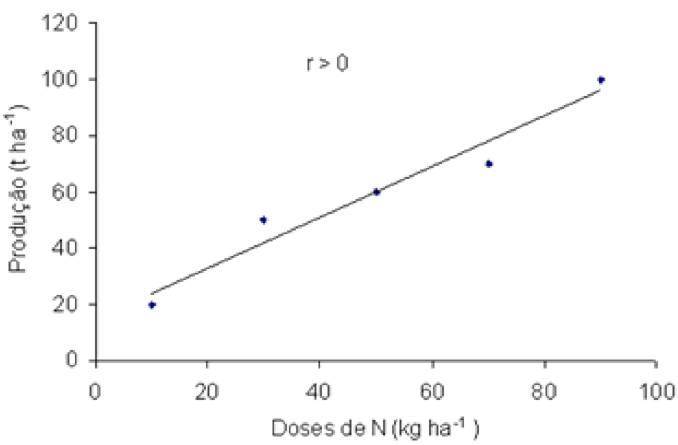
b) r = 1. Ajustamento perfeito com todos os pontos sobre a reta e com sinal positivo indicando que a reta é crescente.



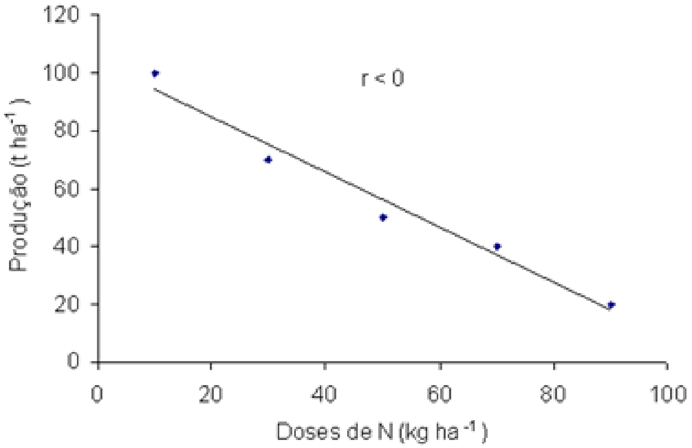
c) r = 0. Caso teórico de ausência total de tendência linear entre os pontos. Pontos dispostos de tal forma que a reta passando em qualquer posição distinta igualmente de todos os pontos.



d) 0< r <1. Nem todos os pontos ou nenhum dos pontos estão sobre a reta. Entretanto a sua disposição já dá um sentido, no caso crescente da reta.



e) $-1 < r < 0$. A disposição dos pontos indica que a reta que se ajusta aos mesmos é decrescente.



Existem muitos tipos de associações possíveis, e aqui iremos apresentar o tipo de relação mais simples, que é o linear. Iremos julgar o quanto a nuvem de pontos do diagrama de dispersão se aproxima de uma reta.

Sejam duas amostras relativas às variáveis X e Y, dadas a seguir:

X_i	X_1	X_2	. . .	X_n
Y_i	Y_1	Y_2	. . .	Y_n

O coeficiente de correlação entre os valores X e Y é dado por:

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} * S_{yy}}}$$

Onde $-1 \leq r_{xy} \geq 1$, em que:

$$S_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i) * (\sum y_i)}{n}$$

$$S_{xx} = \sum x_i^2 - \frac{\sum (x_i)^2}{n}$$

$$S_{yy} = \sum y_i^2 - \frac{\sum (y_i)^2}{n}$$

Para o exemplo:

Amostra A	4	8	3	9	7	5
Amostra B	1	5	2	14	3	11

Sxy = 36 ; Sxx=28; Syy=140; r = 0,5750

Exemplo de aplicação:

1) Os dados a seguir referem-se a influência do índice de danos (%) provocados pela broca da cana de açúcar no peso médio da cana. Calcule a correlação (r) entre as duas variáveis e interprete o resultado.

ID (%) (X)	PMC (g) (Y)	XY	X^2	Y^2
0	632	0	0	399424
5	610	3050	25	372100
10	599	5990	100	358801
15	591	8865	225	349281
20	577	11540	400	332929
25	563	14075	625	316969
30	545	16350	900	297025
Totais				
105	**4117**	**59870**	**2275**	**2426529**

ID – Incide de dano e PMC – peso médio da cana de açúcar.

$$S_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i) * (\sum y_i)}{n}$$

$$S_{xx} = \sum x_i^2 - \frac{\sum (x_i)^2}{n}$$

$$S_{yy} = \sum y_i^2 - \frac{\sum (y_i)^2}{n}$$

$$R_{xy} = \frac{59870 - \dfrac{(105 \times 4117)}{7}}{\sqrt{2275 - \dfrac{(105)^2}{7} \times 2426529 - \dfrac{(4117)^2}{7}}} = -0,9933$$

O cálculo do coeficiente de correlação nos indica uma forte correlação entre as duas variáveis, e uma reta descendente, ou seja, a medida que aumenta o índice de danos (%) provocados pela broca da cana de açúcar há diminuição no peso médio da cana.

2. Regressão linear

A análise de regressão consiste na realização de uma análise estatística com o objetivo de verificar a existência de uma relação funcional entre uma variável dependente com uma ou mais variáveis independentes. Em outras palavras consiste na obtenção de uma equação que tenta explicar a variação da variável dependente pela variação do(s) nível(is) da(s) variável (is) independente (s).

Para tentar estabelecer uma equação que representa o fenômeno em estudo pode-se fazer um gráfico, chamado de diagrama de dispersão, para verificar como se comportam os valores da variável dependente (Y) em função da variável independente (X).

O comportamento de Y em relação a X pode se apresentar de diversas maneiras: linear, quadrático, cúbico, exponencial, logarítmico, etc... . Para se estabelecer o modelo para explicar o fenômeno, deve-se verificar qual tipo de curva e equação de um modelo matemático que mais se aproxime dos pontos no diagrama de dispersão.

Contudo, pode-se verificar que os pontos do diagrama de dispersão, não vão se ajustar perfeitamente à curva do modelo matemático proposto. Haverá na maior parte dos pontos, uma distância entre os pontos do diagrama e a curva do modelo matemático. Isto acontece, devido ao fato do fenômeno que está em estudo, não ser um fenômeno matemático e sim um fenômeno que está sujeito a influências que acontecem ao acaso. Assim, o objetivo da regressão é obter um modelo matemático que melhor se ajuste aos valores observados de Y em função da variação dos níveis da variável X.

No entanto, o modelo escolhido deve ser coerente com o que acontece na prática. Para isto, deve-se levar em conta as seguintes considerações no momento de se escolher o modelo:

a) O modelo selecionado deve ser condizente tanto no grau como no aspecto da curva, para representar em termos práticos, o fenômeno em estudo;
b) O modelo deve conter apenas as variáveis que são relevantes para explicar o fenômeno.

Como foi dito anteriormente, os pontos do diagrama de dispersão ficam um pouco distantes da curva do modelo matemático escolhido. Um dos métodos que se pode utilizar para obter a relação funcional, se baseia na obtenção de uma equação estimada de tal forma que as distâncias entre os pontos do diagrama e os pontos da curva do modelo matemático, no todo, sejam as menores possíveis. Este método é denominado de Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Em resumo por este método a soma de quadrados das distâncias entre os pontos do diagrama e os respectivos pontos na curva da equação estimada é minimizada, obtendo-se, desta forma, uma relação funcional entre X e Y, para o modelo escolhido, com um mínimo de erro possível.

2.1 Modelo Linear de 1º Grau (Regressão Linear Simples)

O modelo estatístico para esta situação seria:

$$Y_i = ß_0 + ß_1 X_i + e_i$$

em que:

Y_i= valor observado para a variável dependente Y no i-ésimo nível da variável independente X.

$ß_0$= constante de regressão. Representa o intercepto da reta com o eixo dos Y.

$ß_1$= coeficiente de regressão. Representa a varia~]ao de Y em função da variação de um a unidade da variável X.

X_i= i-ésimo nível da variável independente X (i= 1, 2, ... , n)

e_i= é o erro que está associado à distância ente o valor observado de Y_i e ocorrespondente ponto na curva, do modelo proposto, para o mesmo nível de i de X.

Para se obter a equação estimada, vamos utilizar as seguintes expressões:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}} \qquad \hat{\beta}_0 = \overline{Y} - \hat{\beta}_1 \overline{X}$$

Uma vez obtidas as estimativas, podemos escrever a equação estimada:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X$$

Coeficiente de Determinação

O coeficiente de determinação, também conhecido como R^2, ou simplesmente r^2 para o caso de regressão linear simples, fornece uma informação auxiliar ao resultado da análise de variância de regressão, como uma maneira de se verificar se o modelo proposto é adequado ou não para descrever o fenômeno.

O R^2 é obtido da seguinte forma:

$$R^2 = VE/VT$$

$$0 \leq R^2 \leq 1, \text{ ou } 0 \text{ a } 100\ \%.$$

O R^2 representa a percentagem da variação em Y (variável dependente), que está sendo explicada pela equação de regressão linear.

$$R^2 = VE/VT$$

a) Variância total (VT):

$$VT = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}$$

b) Variação explicada pela variável independente (VE):

$$VE = \beta_1 . \left[\sum xy - \frac{(\sum x . \sum y)}{n} \right]$$

Exemplo de aplicação:

Os dados da tabela a seguir referem-se ao efeito das doses do inseticida Vertimec sob mosca branca em condições de laboratório.

Doses (X) Ml	Mortalidade (Y) %	X^2	Y^2	XY
0.5	3	0,25	9	1,5
1,0	9	1,00	81	9,0
1,5	44	2,25	1936	66,0
2,0	68	4,00	4624	136,0
2,5	79	6,25	6241	197,5
3,0	82	9,00	6724	246,0
3,5	85	12,25	7225	297,5
4,0	94	16,00	8836	376,0
4,5	100	20,25	10000	450,0
Total	-	-	-	-
22,5	564	71,25	45676	1779,5

Com base nesses dados, calcule a equação de regressão de regressão e o coeficiente de determinação. Em seguida, faça a interpretação dos mesmos:

Resolução:

a) *Equação de regressão:*

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}} \qquad \hat{\beta}_0 = \overline{Y} - \hat{\beta}_1 \overline{X}$$

$$\beta_1 = \frac{1779{,}5 - \frac{(22{,}5 * 564)}{9}}{71{,}25 - \frac{(22{,}5)^2}{9}} = 24{,}63.$$

$\overline{Y} = \sum y / n = 564/9 = 62{,}66$ e $\overline{X} = \sum x / n = 22{,}5/9 = 2{,}5$

$\boldsymbol{\beta_0} = 62{,}66 - 24{,}63.\ 2{,}5 = 1{,}09.$

Equação estimada: Y=1,09+24,63x

Conclusão

Significado biológico β_0 = estimativa da mortalidade natural (1,09 %).

Significado biológico β_1 = cada ml de Vertimec aplicado corresponde a uma mortalidade de 24,63 %.

b) *Coeficiente de determinação (R^2)*

Trata-se do indicador de qualidade do ajustamento.

$$R^2 = VE/VT$$

b.1) Variância total (VT):

$VT = \sum y^2 - (\sum y)^2 / n$

b.2) Variação explicada pela variável independente (VE):

$$VE = \beta_1 . \sum xy - (\sum x . \sum y) / n$$

$$0 \leq R^2 \leq 1, \text{ ou } 0 \text{ a } 100\ \%.$$

<u>*Cálculos*</u>*:*

$$VT = \sum y^2 - (\sum y)^2 / n = 45676 - (564)^2/9 = 10332.$$

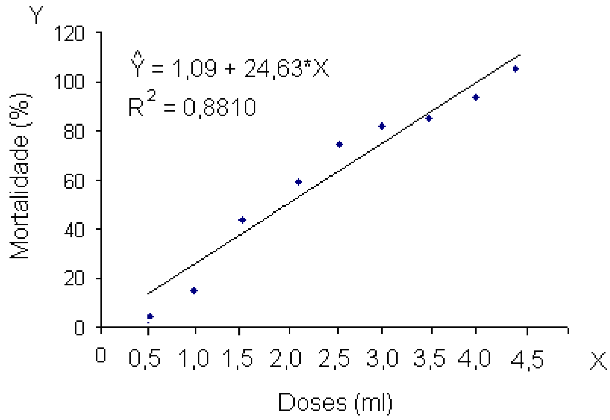
$$VE = \beta_1 . \sum xy - (\sum x . \sum y) / n$$

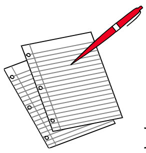
$$VE = 24{,}63 . [1779{,}5 - (22{,}5 . 564)/9] = 9100{,}79.$$

$$R^2 = VE/VT = 9100{,}79/ 10332 = 0{,}8808 \text{ ou } 88{,}08\ \%.$$

Conclusão: O uso das doses do inseticida (x) explica 88,08 % da variação da mortalidade de insetos (Y).

Pode-se fazer então o diagrama de dispersão e traçar a reta da equação de regressão linear.





Exercícios

Para as questões abaixo:

a) Calcular o coeficiente linear e angular;

b) Determinar a equação de regressão e interpretar a mesma;

c) Calcular e interpretar o coeficiente de determinação;

d) Calcular e interpretar o coeficiente de correlação.

1. Considere os pesos ao nascer e na desmama de 12 bezerros machos da raça Guzerá.

Peso ao nascer (kg) **X**	Peso na desmama (kg) **Y**
25,3	48,6
26,9	49,7
26,5	49,2
27,4	50,0
27,9	50,6
25,8	48,7
28,4	51,6
28,9	52,3

27,6	50,4
27,2	50,0
27,5	50,7
28,1	50,9

2. Considere os dados abaixo referentes a venda e lucro de um determinado produto.

Observações	Vendas (X)	Lucros (Y)
1	201	17
2	225	20
3	305	21
4	380	23
5	560	25
6	600	24
7	685	27
8	735	27

3. Os dados abaixo referem-se a relação entre horas de estudo (X) e notas de prova (Y).

Aluno	1	2	3	4	5	6	7	8
Horas	2	4	5	5	6	8	9	10
Nota	1	3	6	6	8	7	8	10

UNIDADE VI: DELINEAMENTO EM BLOCOS AO ACASO

No delineamento em blocos casualizados, o material experimental e dividido em grupos homogêneos, cada grupo constituindo uma repetição. Cada repetição ou bloco deve conter uma vez cada tratamento, no caso de blocos completos.

O objetivo em todas as etapas do experimento é manter o erro, dentro de cada bloco, tão pequeno quanto seja possível na prática. Na condução do ensaio deve ser empregada uma técnica uniforme para todas as parcelas de um mesmo bloco. Quaisquer alterações na técnica de condução ou em outras condições que possam afetar os resultados devem ser feitas entre os blocos.

No campo esse agrupamento é feito quando as parcelas são dispostas na área experimental. Cada repetição deverá ser formada por um grupo compacto de parcelas, de forma tão aproximada quanto possível, pois se sabe que as parcelas vizinhas são mais semelhantes em fertilidade do que as parcelas distantes.

Em casos em que a colheita do ensaio deva estender-se por algum tempo é aconselhável que seja feita repetição por repetição, sendo que, chuvas e outros fatores podem produzir alterações no peso do material colhido de um dia para o outro.

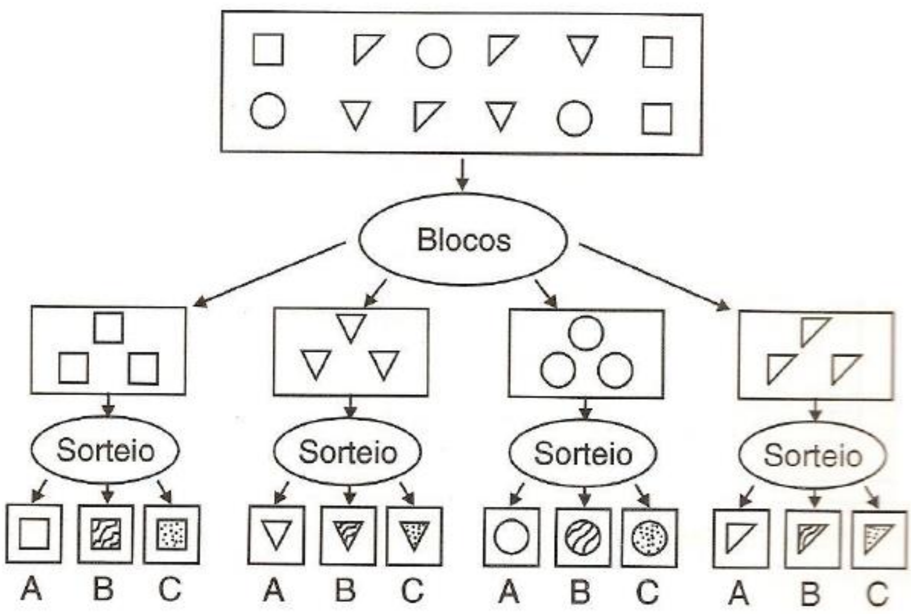
Características

As principais características e vantagens em relação ao delineamento Inteiramente Casualizado são:

- Permite o controle da influência de uma fonte de variação além do efeito de tratamentos, pelo agrupamento hábil das parcelas (controle local);
- Dentro de cada bloco (repetição), as condições ambientais devem ser homogêneas, podendo variar de bloco para bloco;
- As repetições podem ser distribuídas por uma área maior permitindo conclusões mais gerais.

Aleatorização

Quando as parcelas se acham agrupadas em blocos, os tratamentos são aleatoriamente designados as unidades dentro de cada bloco. Posteriormente, os blocos são sorteados na área experimental.



Esquema representativo de um delineamento em blocos ao acaso.

Modelo Estatístico

A observação da parcela que recebe o tratamento i no bloco j (yij) e definida, estatisticamente, por:

$$y_{ij} = \mu + t_i + b_j + e_{ij}$$

com i = 1, 2, ..., I e j = 1, 2, ..., J, onde: j é uma constante inerente a toda observação.

μ: é uma constante inerente a toda observação;

t_i: é o efeito do tratamento i;

b_j: é o efeito do bloco j;

e_{ij}: é o erro na parcela i, j.

Modelo geral da análise

Valores hipoteticamente observados em um experimento

	Blocos						Totais
Tratamentos	**1**	**2**	**...**	**j**	**...**	**j**	
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1j}	T_1
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2j}	T_2
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
i	x_1	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{ij}	T_i
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
I	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{ij}	T_I
TOTAIS	B_1	B_2	...	B_j	...	B_J	G

Esquema geral para a Análise de Variância do DBC:

FV	GL	SQ	QM	F
Trat.	I – 1	SQT_R	$SQT_{R/GL}$	QMT_R/QMR
Blocos	J - 1	SQB	$SQB_{B/GL}$	QMT_B/QMR
Resíduo	(I – 1) (J – 1)	SQT_O – SQTR - SQB_L	SQR/GL_R	-
Total	IJ -1	SQT_O	-	-

Especificações:

CAUSA DA VARIAÇÃO	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	I−1	$\frac{1}{J}\sum_{i=1}^{I} T_i^2 - C$	$\frac{S.Q.Trat}{I-1}$	$\frac{Q.M.Trat}{Q.M.Res}$
Blocos	J−1	$\frac{1}{I}\sum_{j=1}^{J} B_j^2 - C$	$\frac{S.Q.Bloc}{J-1}$	$\frac{Q.M.Bloc}{Q.M.Res}$
Resíduo	(I−1)(J−1)	Diferença	$\frac{S.Q.Res}{(I-1)(J-1)}$	−
Total	IJ−1	$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} x_{ij}^2 - C$	−	−

Observações:

1: efeito do bloco significativo indica que a precisão do experimento foi aumentada pelo uso desse delineamento em relação ao uso do DIC.

2: A abrangência do experimento pode ser aumentada, porque os tratamentos foram testados em variadas condições experimentais.

Hipóteses estatísticas

H_0: $m_1 = m_2 = m_3 = ... = m_i$, aceita-se H_0 ao nível α de probabilidade.

H_0: $m_1 \neq m_2 \neq m_3 \neq ... \neq m_i \rightarrow$ rejeita-se H_0: pelo menos um contraste entre médias de tratamentos difere entre sí ao nível α de probabilidade.

Regra de decisão

Se: $F_{cal} \leq F\alpha$ aceita-se H_0.

$F_{cal} > F\alpha$ rejeita-se H_0.

Exemplo de aplicação:

Os dados da Tabela abaixo referem-se a um ensaio sobre a influência de quatro épocas de corte na produtividade de matéria verde de uma variedade de alfafa. As épocas estudadas foram A, B, C e D sendo A mais precoce e D mais tardia. Foi utilizado o delineamento Blocos Casualizados para controlar um possível gradiente de fertilidade do solo já que a área experimental apresentava uma declividade de 12%.

Blocos	Épocas de Corte				Totais
	A	B	C	D	
I	2,89	1,58	2,29	2,56	**9,32**
II	2,88	1,28	2,98	2,00	**9,14**
III	1,88	1,22	1,55	1,82	**6,47**
IV	2,90	1,21	1,95	2,20	**8,26**
V	2,20	1,30	1,15	1,33	**5,98**
VI	2,65	1,66	1,12	1,00	**6,43**
Totais	**15,40**	**8,25**	**11,04**	**10,91**	**45,60**

Apresente os resultados para o quadro resumo da Análise de Variância e o teste de Tukey ao nível de 5% de probabilidade.

Dados: *DMS*: 0,69. *Médias*: A (mais precoce)=2,57; B= 1,38; C=1,84; D=1,82

Resolução:

a) Quadro resumo da Análise de Variância:

Fontes de Variação	GL	SQ	QM	F_c	$F_{5\%}$
Entre Blocos	5	2,7590	0,5518	3,20*	2,90
Entre Épocas	3	4,3820	1,4607	8,47*	3,29
Erro	15	2,5866	0,1724		
Total	**23**				

b) Teste de Tukey ao nível de 5% de probabilidade:

Épocas de Corte	Médias (kg/parcela)
A (mais precoce)	2,57 a
B	1,38 b
C	1,84 b
D	1,82 b

*** As médias seguidas da mesma letra não diferem estatisticamente entre si, pelo teste Tukey, ao nível de 5 % de probabilidade.**

DBC: caso de parcela perdidas

Como dito anteriormente, o experimento está sujeito a alterações que poderão ocasionar a perda da parcela. No DBC, diferente do delineamento inteiramente casualizado, será necessário estimar a parcela experimental perdida, pois com a falta da mesma o GL do erro aumentara afetando o valor encontrado na tabela ANOVA.

- ✓ Com isso a estimação da parcela perdida se dará através da formula abaixo.

$$X = \frac{IT + JB - G}{(I - 1)\,(J - 1)}$$

Onde: I: Número de tratamentos.

J: número de repetições.

B: totais das observações restantes no bloco contendo a parcela perdida.

T: totais das observações restantes no tratamento contendo a parcela perdida.

G: total geral das observações disponíveis.

O valor estimado é colocado na planilha (valor perdido) e a ANOVA é executada.

Observações:

1) A SQT_R fica sobrestimado → Fazer a correção.

$$\mathbf{SQT_{R(aj)} = SQT - U}$$

$$U = \frac{I-1}{I}\left[X - \frac{B}{(I-1)}\right]^2$$

2) O número de GLR fica reduzido de uma unidade.

$$\mathbf{GLR = (I - 1)\,(J - 1) - 1}$$

3) Se as comparações das médias forem feitas pelo teste Tukey exige o cálculo de duas DMS's.

$$\triangle = q\sqrt{\frac{QMR}{J}}$$

(Contraste sem parcela perdida)

$$\triangle' = q\sqrt{\left(\frac{QMR}{2}\right)\left(\frac{2}{J} + \frac{I}{J(I-1)(J-1)}\right)}$$

Contrastes com parcela perdida.

Exemplo de aplicação:

Um melhorista de plantas instalou um experimento visando selecionar as melhores progênies para dar continuidade ao seu programa de melhoramento. Na instalação do experimento, ele verificou que a área a ser utilizada não era completamente homogênea. Então dividiu a área em 3 sub-áreas de tal forma que cada uma fosse completamente homogênea e pudesse conter todas as 4 progênies em teste. Após esta divisão, as progênies foram distribuídas ao acaso dentro de cada sub-área. Na época da colheita ele avaliou a produção de grãos por planta (kg/planta), cujos resultados foram:

		Blocos		Totais Trat.
Progênies	I	II	III	
Progênie A	5,0	X	8,0	13,0 + X
Progênie B	4,0	4,5	6,5	15,0
Progênie C	3,0	5,0	6,0	14,0
Progênie D	3,5	4,5	5,0	13,0
Totais Bloco	15,5	14,0 + X	25,5	55,0 + X

Realize a Análise de Variância e em seguida, aplique o Teste de Tukey ao nível de 5% de probabilidade.

1 – Cálculo da estimativa da parcela perdida

$$X = \frac{IT + JB - G}{(I - 1)\,(J - 1)} \quad X = \frac{(4)\,(13) + (3)\,(14) - 55}{(4 - 1)\,(3 - 1)}$$

X = 6,5

2 – Análise de variância

		Blocos		Totais Trat.
Progênies	I	II	III	
Progênie A	5,0	6,5	8,0	19,5
Progênie B	4,0	4,5	6,5	15,0
Progênie C	3,0	5,0	6,0	14,0
Progênie D	3,5	4,5	5,0	13,0
Totais Bloco	15,5	20,5	25,5	61,5

Grau de liberdade

a) *Blocos*: J – 1 = 3 – 1 = 2.

b) *Tratamento*: I – 1 = 4 – 1 = 3.

c) *Residual*: (I – 1) (J – 1) – 1 = (4 – 1) (3 – 1) – 1 = 5.

d) *Total* = 2 + 3 + 5 = 10.

Soma de quadrados

a) *Total*: $SQT_0 = \sum Y_{IJ}^2 - C \rightarrow C = G^2 / IJ$

$C = 61{,}5^2 / 12 = 315{,}1875$

$SQT_O = (5^2 + 6{,}5^2 + ...+ 5{,}0^2) – 315{,}1875$

$SQT_O = 337{,}25 – 315{,}1875 = 22{,}0625$

b) Tratamento: $SQT_R = 1 / J\ (\sum t_i^2) – C$

$SQT_R = 1 / 3\ (19{,}5^2 + ...+ 13{,}0^2) – 315{,}1875$

$SQT_R = 323{,}4167 – 315{,}1875 = 8{,}2292$

$SQT_{R\ (AJ)} = SQT – U$

$$U = \frac{I - 1}{I} \left[X - \frac{B}{(I - 1)}\right]^2 \quad U = \frac{4 - 1}{4} \left[6{,}5 - \frac{14}{(4 - 1)}\right]$$

$U = 2{,}52$

$SQT_{R\ (AJ)} = 8{,}2292 – 2{,}52 = 5{,}7092$

c) Blocos: $SQB = 1 / I\ (\sum B^2) – C$

$SQB = 1 / 4\ (15{,}5^2 + …+ 25{,}5^2) – 315{,}1875$

$SQB = 327{,}6875 – 315{,}1875 = 12{,}5000$

d) Residual: $SQR = SQT_O – SQB - SQT_{R\ (AJ)}$ -

$SQR = 22{,}0625 – 12{,}50 – 5{,}7092 = 3{,}8533$

<u>*Quadrados médios*</u>

a) *Tratamento*: SQT_R / GL

$QMT_R = 5{,}7092 / 3 = 1{,}9031$

b) *Blocos*: SQB / GL

$QMB = 12{,}5000 / 2 = 6{,}2500$

c) *Residual:* SQR / GL

$QMR = 3{,}8533 / 5 = 0{,}7707$

<u>*Valor de F*</u>

$F = QMT_R / QMR = 1{,}9031 / 0{,}7707 = 2{,}47^{ns}$

$F_{(3,5)\ 5\%} = 5{,}41$.

$F_{cal} \leq F_{tab(5\%)}$ (aceita-se H_0) → não existe diferença significativa na produção de grãos das quatro progênies avaliadas ao nível de 5 % de probabilidade pelo teste F.

Quadro 1 – Resumo da ANOVA da produção de grãos em diferentes progênies. CCTA/UFCG, 2011.

FV	GL	SQ	QM	F
Blocos	2	12,5000	6,2500	
Progênie	3	5,7092	1,9031	$2{,}47^{ns}$
Resíduo	5	3,8533	0,7707	
Total	10	22,0625		

Aplicação do teste Tukey

As estimativas das médias dos contrastes seriam:

$m_1 = 6{,}50$

$m_2 = 5{,}00$

$m_3 = 4{,}67$

$m_4 = 4{,}33$

Cálculo das DMS's:

$$\Delta = q \times \sqrt{QMR/J} \longrightarrow \Delta = 5{,}22\ \sqrt{0{,}7707 / 3} = 2{,}65$$

$$q_{5\%\ (4,5)} = 5{,}22$$

$$\Delta' = q \sqrt{\left(\frac{QMR}{2}\right)\left(\frac{2}{J} + \frac{I}{J(I-1)(J-1)}\right)} \longrightarrow \Delta' = 5{,}22 \sqrt{\frac{0{,}7707}{2}\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{3\,(4-1)\,(3-1)}\right)} \longrightarrow \mathbf{\Delta = 3{,}05}$$

Valor dos contrastes

$Y = |m_1 - m_2| = 6{,}5 - 5{,}0 = 1{,}50 < 3{,}05^{ns}$

$Y = |m_1 - m_3| = 6{,}5 - 4{,}67 = 1{,}83 < 3{,}05^{ns}$

$Y = |m_1 - m_4| = 6{,}5 - 4{,}33 = 2{,}17 < 3{,}05^{ns}$

$Y = |m_2 - m_3| = 5{,}0 - 4{,}67 = 0{,}33 < 2{,}65^{ns}$

$Y = |m_2 - m_4| = 5{,}0 - 4{,}33 = 0{,}67 < 2{,}65^{ns}$

$Y = |m_3 - m_4| = 4{,}67 - 4{,}33 = 0{,}34 < 2{,}65^{ns}$

CV (%) = (S / m) x 100

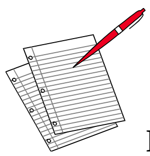
CV (%) = (0,8778 / 5,125) x 100 = CV = 17,13 %.

Tabela. Valores médios para a produção de grãos em diferentes progênies.

Progênies	Média
Progênie A	6,50* a
Progênie B	5,00 a
Progênie C	4,67 a
Progênie D	4,33 a
DMS = 2,65 e DMS' = 3,05	
CV (%)	17,13

* Nas colunas, as médias seguidas pela mesma letra não diferem entre sí pelo teste Tukey ao nível de 5 % de probabilidade.

Conclusão: Não houve diferença significativa quanto a produção de grãos das quatro progênies avaliadas a 5 % de probabilidade pelo teste de Tukey.



Exercícios

1) Os dados abaixo são de um experimento realizado no delineamento blocos casualizados que avaliou a altura de mudas de *Pinus* (cm) quando as plantas foram submetidas a 4 doses de nitrogênio em 4 repetições.

Altura de mudas (cm)					
	Blocos				
Doses de nitrogênio (kg.ha^{-1})	I	II	III	IV	Totais Doses
0	14,3	15,5	16,1	15,6	
40	18,4	18,7	19,9	17,5	
80	19,1	22,2	20,5	20,7	
160	22,2	24,6	23,6	24,1	
Totais Blocos					G =

a) Faça a análise de variância.
b) Aplique o procedimento pós-análise de variância recomendado para o experimento.

2) Os dados da tabela abaixo são de um experimento realizado no delineamento blocos casualizados que teve uma parcela perdida em que se avaliou a produtividade (t ha^{-1}) de madeira de Eucaliptus cultivado em diferentes solos (1 – argilo arenoso, 2 – argiloso, e 3 – arenoso) com 4 repetições.

Produtividade					
	Blocos				
Tipos de solos	I	II	III	IV	Totais

					Tratamentos
1 - Argilo - arenoso	-	64,7	63,5	64,3	
2 - Argiloso	72,5	73,5	74,2	76,2	
3 - Arenoso	66,4	67,5	68,9	66,7	
Totais Blocos					G =

a) Faça a análise de variância.
b) Faça a decomposição da soma de quadrados de tratamento em contrastes ortogonais. Testar os contrastes ($C_1 = 2m_2 - m_1 - m_3$; $C_2 = m_1 - m_3$) e conclua.
c) Aplique o teste de Tukey e Duncan e conclua.

Unidade VII: DELINEAMENTO EM QUADRADO LATINO (DQL)

Para o delineamento Quadrado Latino, os tratamentos são agrupados nas repetições de duas maneiras distintas. Essa sistematização dos blocos em duas direções designadas genericamente por “linhas” e “colunas”, permite eliminar os efeitos de duas fontes de variação do erro experimental.

O esquema do delineamento para I tratamentos corresponde a um “quadrado” com I linhas e I colunas, contendo I^2 parcelas. Cada tratamento ocorre uma vez em cada linha e em cada coluna. Um dos possíveis arranjos para um ensaio com quatro tratamentos A, B, C e D é:

	COLUNAS			
LINHAS	**1**	**2**	**3**	**4**
1	B	C	D	A
2	A	B	C	D
3	C	D	A	B
4	D	A	B	C

Linhas e Colunas são termos gerais para referenciar critérios de classificação e, assim, podem representar uma “espécie” de tratamentos. Se existir interação (dependência) entre os critérios de classificação e os tratamentos, a estatística F_c não tem distribuição de F e o teste não e valido.

O emprego do delineamento Quadrado Latino e muito comum em ensaios industriais, zootécnicos e outras áreas. Em ensaios agronômicos e utilizado geralmente para controlar as diferenças de fertilidade em dois sentidos, nos ensaios de campo.

Aleatorização

Em geral, e satisfatório tomar um quadrado latino qualquer, permutar as linhas e colunas e designar, ao acaso, os tratamentos as letras.

Exemplo:

Em um experimento com suínos pretende-se testar 4 tipos de ração (A,B,C e D), em 4 raças e 4 idades de animais. Sendo interesse fundamental o comportamento dos 4 tipos de ração, toma-se a raça e a idade como blocos, ou seja:

	Raça			
Idade	R_1	R_2	R_3	R_4
I_1	Ração A	Ração B	Ração D	Ração C
I_2	Ração B	Ração C	Ração A	Ração D
I_3	Ração D	Ração A	Ração C	Ração B
I_4	Ração C	Ração D	Ração B	Ração A

Casualização do DQL

- ✓ Sorteio da ordem das linhas e depois das colunas.

Exemplo: Aplicação de quatro rações em vacas em lactação.

	Colunas			
	A	B	C	D
Linhas	D	A	B	C
	C	D	A	B
	B	C	D	A

Admitindo que o sorteio da ordem das linhas tenha sido: 4,2,1 e 3.

	Colunas			
	B	C	D	A
Linhas	D	A	B	C
	A	B	C	D
	C	D	A	B

Admitindo que o sorteio da ordem das colunas tenha sido: 2,3,1 e 4.

	Colunas			
	C	D	B	A
Linhas	A	B	D	C
	B	C	A	D
	D	A	C	B

Modelo Estatístico

A observação da parcela na coluna j e na linha k, que recebe o tratamento i, e definida por:

$$\mathbf{Y_{ijk} = m + l_i + c_j + (tk)_{ij} + e_{ijk}}$$

Y_{ijk} = observação relativa ao tratamento k na linha i e na coluna j.

m = média geral

l_i = efeito da linha i

c_j = efeito da coluna j

$(tk)_{ij}$ = efeito do tratamento k na linha i e na coluna j.

e_{ijk} = erro experimental associado a observação Y_{ijk}.

Análise de variância

De acordo com o modelo matemático:

FV	GL	SQ	QM	F
Linhas	$I - 1$	SQL		
Colunas	$I - 1$	SQC		
Tratamentos	$I - 1$	SQT_R	QMT_R	QMT_R / QMR
Resíduo	$(I - 2)\,(I - 1)$	SQR	QMR	
Total	$I^2 - 1$	SQT_O		

OBS: Como o DQL possui o mesmo número de linha, coluna e tratamento poderemos representar todos por **I**, sendo assim o valor do GLtotal representado por $\mathbf{I^2 - 1}$

Especificações

1ª coluna: FV: linhas, colunas, tratamentos, resíduo e total.

2ª coluna: GL: linhas, colunas, tratamentos, resíduo e total.

3ª coluna: SQ: linhas, colunas, tratamentos, resíduo e total.

a) $SQT_O = \sum Y_{IJK}^2 - C \rightarrow C = G^2 / I^2$
b) $SQT_R = 1 / I\,(\sum T_R^2) - C$
c) $SQL = 1 / I\,(\sum L_I^2) - C$
d) $SQC = 1 / I\,(\sum C_O^2) - C$
e) $SQR = SQT_O - SQT_R - SQL - SQC$

4ª coluna: QMR: tratamento e resíduo.

a) $QMT_R = SQT_R/GL_T$
b) $QMR = SQR/GL_R$

5ª coluna: teste F (quociente = QMT_R/QMR).

Hipóteses estatísticas

a) $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

b) $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Termos práticos

H_0: aceita-se H_0: $m_1 = m_2 = m_3 = ... = m_i$ ao nível α de probabilidade.

H_1: rejeita-se H_0: pelo menos a média de dois tratamentos difere entre sí ao nível α de probabilidade.

Regra de decisão

$F_{cal} \leq F\alpha$ aceita-se H_0.

$F_{cal} > F\alpha$ rejeita-se H_0.

Exemplo prático – Um experimento foi realizado visando avaliar o efeito da utilização de 4 tipos de compostos orgânicos sob o acúmulo de massa seca em mudas de Eucaliptus para produção de madeira para indústria.

Tratamentos:

A = restos vegetais + esterco bovino.

B= restos vegetais + esterco caprino.

C = restos vegetais + esterco de aves.

D = restos vegetais.

Linhas	Colunas				Totais Linhas
	1	2	3	4	
1	93,0 A	108,6 B	108,9 C	102,0 D	412,5
2	115,4 B	96,5 D	77,6 A	100,2 C	389,7
3	102,1 C	94,9 A	116,9 D	96,0 B	409,9
4	112,6 D	114,1 C	118,7 B	97,6 A	443,0
Totais Colunas	423,1	414,1	422,1	395,8	1655,1

1) Graus de liberdade

Linhas, colunas e tratamentos = I – 1 = 4 – 1 = 3.

Total = $I^2 - 1 = 4^2 - 1 = 15$

$GLR = GLto - GL_{Linhas} - GL_{colunas} - GL_{Trat.} =$

GLR = 15 – 3 – 3 – 3= 6.

2) Soma de quadrado

a) De linhas

$SQL = 1/4\,(412,5^2 + ... + 443,0^2) - 1655,1^2/16 = 362,5869.$

b) De colunas

$SQC = 1/4\ (423,1^2 + ...+ 395,8^2) – 1655,1^2/16 = 119,8669.$

c) De tratamentos

$T_A = 363,1; T_B = 438,7; T_C = 425,3; T_D = 428,0$

$SQT_R = 1/4\ (363,1^2 + ...+ 428,0^2) – 1655,1^2/16 = 881,0969.$

d) Total

$SQT_O = (93,0^2 + ...+ 97,6^2) – 1655,1^2/16 = 1812,6794.$

e) Do resíduo

$SQR = SQT_O – SQT_R – SQL – SQC$

$SQR = 1812,6794 – 881,0969 – 362,5869 – 119,8669 = 449,1287.$

3) Quadrados médios

a) Tratamento

$QMT_R = SQT_R / GL_{TR} = 881,0969 / 3 = 293,6989$

b) Resíduo

$QMR = SQR / GLR = 449,1287 / 6 = 74,8548$

4) Valor de F

$F_{CAL} = QMT_R / QMR = 293,6989 / 74,8548 = 3,92^{ns}$

$F_{(3,6)\ 5\ \%} = 4,76$

Quadro da Anova:

FV	GL	SQ	QM	F
Linhas	3	362,5869		
Colunas	3	119,8669		
Compostos	3	881,0969	293,6989	$3,92^{ns}$
Resíduo	6	449,1287	74,8548	
Total	15	1812,6794		

Conclusão:

Não foi observada diferença significativa na massa seca de plântulas de Eucaliptus em função dos compostos orgânicos avaliados pelo teste F ao nível de 5 % de probabilidade.

Tabela. Massa seca em plantas de Eucaliptus submetidos a diferentes tipos de compostos orgânicos.

Tratamentos	Massa seca (g.planta^{-1})*
RV+EC (B)	109,68 a
RV (D)	108,25 a
RV+EA (C)	106,32 a
RV+EB (A)	90,85 a
DMS	20,33
CV (%)	7,99

*Nas colunas, as médias seguidas pela mesma letra não diferem entre sí ao nível de 5 % de probabilidade pelo teste de Tukey.

Nota: A = restos vegetais + esterco bovino; B= restos vegetais + esterco caprino; C = restos vegetais + esterco de aves; D = restos vegetais.

OBS 1: Se as comparações das médias forem feitas pelo teste Tukey exige o cálculo de duas DMS's.

$$\Delta = q\ \sqrt{QMR / J}$$

(Contraste sem parcela perdida)

$$\Delta' = q \sqrt{\left(\frac{QMR}{2}\right)\left(\frac{2}{J} + \frac{I}{J(I-1)(J-1)}\right)}$$

Contrastes com parcela perdida.

OBS 2: Se as comparações das médias forem feitas pelo teste Duncan exige o cálculo de duas DMS's.

$$D = Z\ \sqrt{QMR / J}$$

(Contraste sem parcela perdida)

$$\Delta' = Z \sqrt{\left(\frac{QMR}{2}\right)\left(\frac{2}{J} + \frac{I}{J(I-1)(J-1)}\right)}$$

Contrastes com parcela perdida.

Delineamento em Quadrado Latino: Caso de Parcela perdida

Como o DBC, o DQL necessita estimar o valor da parcela que foi perdida para existir condição de igualdade entre tratamentos.

Com isso a estimação da parcela se dará por meio da formula abaixo

$$\hat{Y} = \frac{r(L + C + T) - 2G}{(r-1)(r-2)}$$

Onde:

r = número de repetições.

G = total geral das parcelas mensuradas.

L, C e T são os totais das linhas, colunas e tratamento onde ocorreu a parcela perdida.

Análise de Variância:

De acordo com o modelo matemático:

FV	GL	SQ	QM	F
Linhas	I – 1	SQL		
Colunas	I – 1	SQC		
Tratamentos	I – 1	SQT	QMT	QMT / QMR
Resíduo	(I – 2) (I – 1) – 1	SQR	QMR	
Total	Soma	SQT_O		

Como anteriormente visto o valor do SQT_R não apresentara um valor correto, necessitando subtrair o valor do SQT_R pelo valor encontrado em U, que de acordo com esse delineamento apresentara a seguinte formula:

$$U = \left(\frac{r-1}{r}\right)^2 * \left[y - \frac{r(L+C)-G}{(r-1)^2}\right]^2$$

Após essa correção a análise de variância poderá ocorrer de forma usual.

Exemplo:

Os dados abaixo são de um experimento que foi realizado no DQL e avaliou o efeito de 4 espécies indicadas para áreas de reflorestamento sob o acúmulo de matéria orgânica no solo.

Linhas	Colunas				Totais L
	1	2	3	4	
1	93,0 A	108,6 B	108,9 C	102,0 D	412,5
2	* B	96,5 D	77,6 A	100,2 C	274,3
3	102,1 C	94,9 A	116,9 D	96,0 B	409,9
4	112,6 D	114,1 C	118,7 B	97,6 A	443,0
Totais C	307,7	414,1	422,1	395,8	1539,7

$$\hat{Y} = \frac{r(L+C+T)-2G}{(r-1)(r-2)} \qquad Y = \frac{4(274,3+307,7+323,3)-2 \times 1539,7}{(4-1)(4-2)} =$$

Y = 90,3

Linhas	Colunas				Totais L
	1	2	3	4	
1	93,0 A	108,6 B	108,9 C	102,0 D	412,5
2	90,3 B	96,5 D	77,6 A	100,2 C	364,6
3	102,1 C	94,9 A	116,9 D	96,0 B	409,9
4	112,6 D	114,1 C	118,7 B	97,6 A	443,0
Totais C	398,0	414,1	422,1	395,8	1630,0

1) Graus de liberdade

   a) Linhas, colunas e tratamentos = I – 1 = 4 – 1 = 3.

   b) GLR = (I – 2) (I – 1) - 1 = (4 – 2) (4 – 1) - 1 = 5.

2) Soma de quadrado

   a) De linhas

$$SQL = 1/4\,(412{,}5^2 + ... + 443{,}0^2) – 1630^2/16 = 782{,}8550.$$

   b) De colunas

$$SQC = 1/4\,(398{,}0^2 + ... + 395{,}8^2) – 1655{,}1^2/16 = 120{,}9650.$$

   c) De tratamentos

$$T_A = 363{,}1;\ T_B = 413{,}6;\ T_C = 425{,}3;\ T_D = 428{,}0$$

$$\downarrow$$

$$SQT_R = 1/4\,(363{,}1^2 + ... + 428{,}0^2) – 1630{,}0^2/16 = 686{,}4150.$$

Correção: SQT_R

$$U = \left(\frac{r-1}{r}\right)^2 * \left[y - \frac{r(L+C) - G}{(r-1)^2}\right]^2$$

$$U = \left(\frac{4-1}{4}\right)^2 * \left[90{,}3 - \frac{4(274{,}3 + 307{,}7) - 1539{,}7}{(4-1)^2}\right]^2$$

$$U = 4{,}1344$$

$$SQT_{R\,(AJ)} = SQT_R – U = 686{,}4150 – 4{,}1344 = 682{,}2806$$

   d) Total

$$SQT_O = (93{,}0^2 + ... + 97{,}6^2) – 1630^2/16 = 1803{,}1100.$$

   e) Do resíduo

$$SQR = SQT_O – SQT_{R\,(AJ)} – SQL – SQC$$

$$SQR = 1803{,}1100 – 682{,}2806 – 782{,}8550 – 120{,}9650 = 217{,}0094.$$

3) Quadrados médios

a) Tratamento

$QMT_R = SQT_{R\ (AJ)} / GL_{TR} = 682{,}2806 / 3 = 227{,}4269$

b) Resíduo

QMR = SQR / GLR = 217,0094 / 5 = 43,4019

4) Valor de F

$F_{CAL} = QMT_R / QMR = 227{,}4269 / 43{,}4019 = 5{,}24^{ns}$

$F_{(3,5)\ 5\ \%} = 5{,}41$

FV	GL	SQ	QM	F
Linhas	3	782,8550		
Colunas	3	120,9650		
Espécies	3	682,2806	227,4269	$5{,}24^{ns}$
Resíduo	5	217,0094	43,4019	
Total	14	1803,1100		

$F_{(3,5)\ 5\ \%} = 5{,}41$

Fcal < Ftab (Contrastes não significativo).

Conclusão:

Não houve diferença significativa no acúmulo de matéria orgânica do solo em função das quatro espécies avaliadas pelo teste F a 5 % de probabilidade.

Unidade VIII: EXPERIMENTOS FATORIAIS

Os exemplos discutidos até agora trataram sempre do estudo de apenas um fator e são conhecidos como ensaios simples. Suponha um caso em que o pesquisador estivesse interessado em estudar dois fatores ao mesmo tempo, por exemplo, comparar a produção de 4 cultivares de feijão (A, B, C e D) em três espaçamentos (0,50; 0,75 e 1,00 m). Uma possibilidade seria escolher um espaçamento e plantar as 4 cultivares, separando a mais produtiva. Em outro experimento seria plantada esta cultivar nos 3 diferentes espaçamentos procurando identificar aquele mais favorável.

A alternativa correta é estudar os dois fatores ao mesmo tempo através dos experimentos denominados Fatoriais em que os tratamentos são as combinações dos níveis dos fatores. No exemplo citado seriam plantados as 4 cultivares nos 3 espaçamentos, simultaneamente. Os tratamentos seriam:

Tabela 1. Cultivares de feijão em diferentes espaçamentos.

Número do Tratamento	Tratamento Cultivar	Espaçamento	Notação 1	Notação 2
1	A	0,50	A-0,50	A1
2	A	0,75	A-0,75	A2
3	A	1,00	A-1,00	A3
4	B	0,50	B-0,50	B1
5	B	0,75	B-0,75	B2
6	B	1,00	B-1,00	B3
7	C	0,50	C-0,50	C1
8	C	0,75	C-0,75	C2
9	C	1,00	C-1,00	C3
10	D	0,50	D-0,50	D1
11	D	0,75	D-0,75	D2
12	D	1,00	D-1,00	D3

1. Notação

Nos experimentos fatoriais, os tipos de tratamentos são denominados fatores. As categorias (subdivisões) de cada fator são ditas níveis do fator. Como exemplo, considere um experimento em que se comparou o efeito de 3 estirpes de rizóbio (BR 9001, BR 9004 e BR 4812) e o efeito de um determinado fungo (presença e ausência do fungo) na variável número de nódulos produzido pelo feijão. Neste caso, existem dois fatores: estirpe de rizóbio e a ocorrência do fungo. Os níveis do fator estirpe são 3 (BR 9001, BR 9004 e BR 48122) e do fungo são 2 (presença e ausência).

Costuma-se representar o fatorial pela multiplicação dos níveis. No exemplo anterior o fatorial é 3x2 (fatorial 3 por 2), assim fica claro que existem dois fatores, o primeiro fator com 3 níveis de estirpe e o segundo com 2 níveis de fungo. O número total de tratamentos avaliados também é dado pela multiplicação dos níveis, ou seja, no exemplo são avaliados 3x2 = 6 tratamentos avaliados (1: BR 9001 na presença do fungo; 2: BR 9004 na presença do fungo; 3: BR 4812 na presença do fungo; 4: BR 9001 na ausência do fungo; 5: BR 9004 na ausência do fungo; 6: BR 4812 na ausência do fungo). Se fossem, por exemplo, 3 fatores com 5, 2 e 3 níveis para cada fator respectivamente, a representação seria: fatorial 5x2x3, sendo avaliado um total de 30 tratamentos e assim por diante.

Vale lembrar que os experimentos fatoriais não são delineamentos e sim um esquema de desdobramento de graus de liberdade de tratamentos, e podem ser instalados em qualquer dos delineamentos experimentais, DIC, DBC, etc.

A notação utilizada para os experimentos fatoriais é bem variada. Das notações possíveis para os tratamentos, deve-se utilizar a mais simples e informativa.

Exemplos nas áreas de agronomia, ambiental e alimentos:

- **Agronomia**

Fatorial 4 x 3 (4 Variedades e 3 espaçamentos).

EX: Variedades V_1, V_2, V_3 e V_4 x Espaçamento E_1, E_2 e E_3.

V_1E_1	V_1E_2	V_1E_3
V_2E_1	V_2E_2	V_2E_3
V_3E_1	V_3E_2	V_3E_3
V_4E_1	V_4E_2	V_4E_3

- **Ambiental**

Fatorial 3 x 3 (3 compostos e 3 doses).

EX: Composto C_1, C_2 e C_3 x Doses D_1, D_2 e D_3.

C_1 D_1	C_2 D_1	C_3 D_1
C_1 D_2	C_2 D_2	C_3 D_2
C_1 D_3	C_2 D_3	C_3 D_3

Fatorial: cada nível de um fator se combina com cada um dos níveis de outros fatores.

- **Alimentos**

Fatorial 4 x 4 (4 tipos de conservantes e 4 temperaturas de armazenamento).

C_1T_1	C_1T_2	C_1T_3	C_1T_4
C_2T_1	C_2T_2	C_2T_3	C_2T_4
C_3T_1	C_3T_2	C_3T_3	C_3T_4
C_4T_1	C_4T_2	C_4T_3	C_4T_4

1. **Vantagens**

Permite estudar os efeitos principais dos fatores e os efeitos das interações entre eles.

2. **Desvantagens**

Como os tratamentos correspondem a todas as combinações possíveis entre os níveis dos fatores, o número de tratamentos a ser avaliado pode aumentar muito, não podendo ser distribuídos em blocos completos casualizados devido à exigência de homogeneidade das parcelas dentro de cada bloco. Isto pode levar a complicações na análise, sendo preciso lançar mão de algumas técnicas alternativas (como por exemplo, o uso de blocos incompletos).

A análise estatística e a interpretação dos resultados podem tornar-se um pouco mais complicada que nos experimentos simples.

3. Modelo estatístico do fatorial

O modelo a seguir corresponde a um modelo de um delineamento em blocos casualizados (DBC) em esquema fatorial com 2 fatores (α e γ), mas pode ser estendido para os casos em que há mais fatores, incluindo os fatores isolados e as interações duplas, triplas e outras entre os fatores.

$$y_{ijk} = \mu+ß_j+\alpha_i+\gamma_k+ (\alpha\gamma)_{ik}+e_{ijk}$$

Em que,

y_{ijk}: é o valor observado referente a parcela que recebeu o i-ésimo nível do fator α e o k-ésimo nível do fator γ no j-ésimo bloco;

μ: representa uma constante geral;

β_j: representa o efeito do j-ésimo bloco;

α_i: representa o efeito do i-ésimo nível do fator α;

γ_k: representa o efeito do k-ésimo nível do fator γ;

$(\alpha\gamma)_{ik}$: representa a interação entre o efeito do i-ésimo nível do fator α e o efeito do k-ésimo nível do fator γ;

e_{ijk}: representa o erro experimental associado à observação y_{ijk}, suposto ter distribuição normal com média zero e variância comum.

Modelo estatístico no delineamento inteiramente ao acaso (DIC), com dois fatores e dois níveis, cada:

$$y_{ijk} = \mu+ \alpha_i+\gamma_k+ (\alpha\gamma)_{ik}+e_{ijk}$$

y_{ijk}: é o valor observado referente a parcela que recebeu o i-ésimo nível do fator α e o k-ésimo nível do fator γ na j-ésima repetição;

μ: representa uma constante geral;

β_j: representa o efeito do j-ésimo bloco;

α_i: representa o efeito do i-ésimo nível do fator α;

γ_K: representa o efeito do k-ésimo nível do fator γ;

$(\alpha\gamma)_{ik}$: representa a interação entre o efeito do i-ésimo nível do fator α e o efeito do k-ésimo nível do fator γ;

e_{ijk}: representa o erro experimental associado à observação y_{ijk}, suposto ter distribuição normal com média zero e variância comum.

4. Efeito de dois fatores

O efeito de um fator é a mudança na variável resposta provocada pela mudança de nível deste fator. Quando estão envolvidos mais de um fator, define-se efeito simples como efeito de um fator em cada nível do outro, e efeito principal como a média dos efeitos simples.

Exemplo 1:

Sejam os dados fictícios da produção de uma cultura em um experimento com duas doses de adubo nitrogenado e duas doses de adubo fosfatado conforme Tabela 2. A Tabela 3 apresenta é um quadro auxiliar como os totais dos tratamentos para auxiliar os cálculos dos efeitos dos fatores.

Os efeitos para o Nitrogênio são:

Efeito Simples de Nitrogênio no nível 1 de Fósforo:

$$N : P_1 = \frac{42 - 24}{3} = +6$$

Efeito Simples de Nitrogênio no nível 2 de Fósforo:

$$N : P_2 = \frac{54 - 36}{3} = +6$$

Efeito Principal de Nitrogênio:

$$\frac{96 - 60}{6} = +6$$

Estes resultados indicam que, com a quantidade 1 de Fósforo o efeito da mudança da quantidade 1 para a quantidade 2 de Nitrogênio provoca um aumento médio na produção de 6 unidades. Fixando Fósforo no nível 2, o efeito simples de Nitrogênio é o mesmo. Isto ocorre porque o efeito do Nitrogênio não está dependendo do Fósforo. Observe que o efeito de N é igual à média de seus efeitos simples.

Tabela 2. Dados fictícios em função de um ensaio fatorial (Nitrogênio e Fósforo) e dois níveis de cada.

Nitrogênio	Fósforo	Tratamentos	Repetições I	II	III	Totais
Nível 1	Nível 1	11	8	10	6	24
	Nível 2	12	10	14	12	36
Nível 2	Nível 1	21	15	12	15	42
	Nível 2	22	16	18	20	54

Tabela 3. Totais de tratamentos para o exemplo 1.

Nitrogênio	Fósforo Nível 1	Nível 2	Totais
Nível 1	$24_{(3)}$	36	$60_{(6)}$
Nível 2	42	54	96
Totais	$66_{(6)}$	90	$144_{(12)}$

Para o Fósforo, os efeitos são:

Efeito Simples de P no nível 1 de:

N=P: $N_{1} =$

$$\frac{36-24}{3}=+4$$

Efeito Simples de P no nível 2 de N=P: N_2=

$$\frac{54-42}{3}=+4$$

Efeito Principal de P=

$$\frac{96-66}{6}=+4$$

Como o efeito do Fósforo não depende do Nitrogênio, efeito simples de Fósforo é o mesmo qualquer que seja o nível de Nitrogênio escolhido.

Interação entre dois fatores:

Quando os efeitos simples de um fator não são os mesmos em todos os níveis de outro fator, diz-se que existe uma interação entre estes fatores. Como exemplo, considere os dados da Tabela 4.

Os efeitos para Potássio são:

Potássio sem calagem:

$$\frac{240-80}{4}=40$$

Potássio com calagem

$$\frac{120-160}{4}=-10$$

Potássio:

$$\frac{360-240}{8}=15$$

Verifica-se que o efeito do Potássio depende da calagem: na ausência de Calagem, a adição de Potássio provoca um aumento médio de 40 unidades enquanto que, com a calagem, a adição do potássio provocou uma redução média de 10 unidades na produção. Observa-se que quando existe interação, o efeito principal do fator de pouco interesse, pois corresponde à média dos efeitos simples que podem ser muito diferentes entre si. Neste exemplo, o efeito principal do Potássio foi igual a 15 unidades, e não permite avaliar o seu efeito real (40 unidades na ausência de calagem e -10 unidades na presença). Os efeitos para calagem são:

Tabela 4. Totais das produções para um Fatorial 2^2 com 4 repetições e ausência e presença de calagem e adubo potássico.

	K		
Calagem	**0**	**50Kg/ha**	**Totais**
Sem	$80_{(4)}$	240	$320_{(8)}$
Com	160	120	280
Totais	$240_{(8)}$	360	$600_{(16)}$

Calagem Ko:

$$\frac{160-80}{40}=20$$

Calagem K50:

$$\frac{120-240}{4}=-30$$

Calagem:

$$\frac{280-320}{8}=-5$$

Como regra geral, quando não existir interação entre os fatores, basta estudar os seus efeitos principais, mas quando existir a interação, devem ser estudados os efeitos de um fator em cada nível do outro. A Figura abaixo, ilustra os conceitos de efeitos dos fatores e interação.

Pode ser observado na Figura abaixo que, na ausência de interação entre os fatores, as retas são paralelas, significando que o efeito de um fator é o mesmo, independentemente do nível do outro fator. A interação é positiva quando os fatores apresentam efeito sinérgico. O efeito conjunto dos fatores, neste caso, é aumentar o resultado da combinação de seus níveis mais altos. Quando os fatores têm efeitos antagônicos, a interação é negativa.

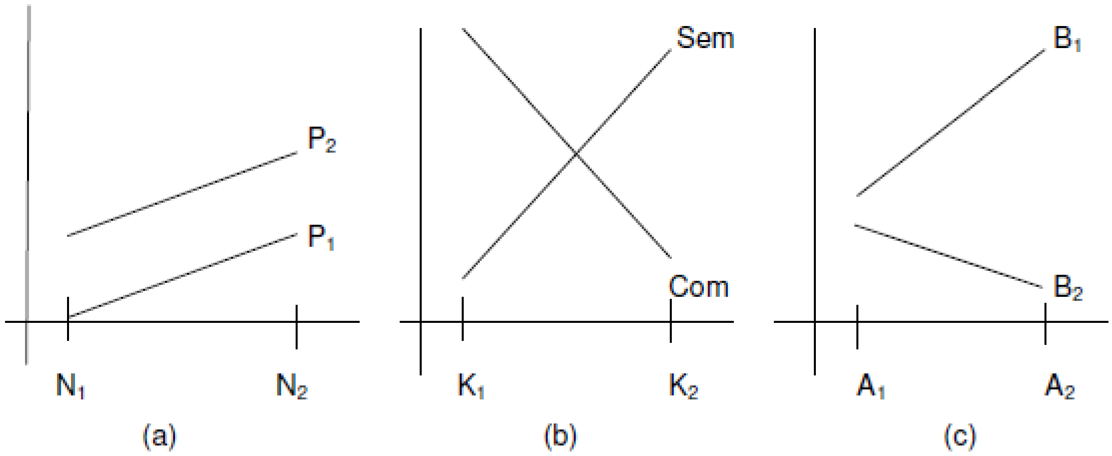


Figura 1. Ausência da interação (a), Presença da interação (b) e (c).

Análise de Variância, com dois fatores:

a) No Delineamento em Blocos ao Acaso:

FV	GL	SQ	QM	F
A	I – 1	SQA	QMA = SQA / GL_A	F_A = QMA / QMR
B	J – 1	SQB	QMB= SQB/ GL_B	F_B = QMB / QMR
A x B	Diferença	SQ(AxB)	QM A X B = SQ A X B / $GL_{A X B}$	$F_{A X B}$ = QM $_{A X B}$ / QMR
Trat.	(IJ – 1)	$SQT_R = 1 / K \sum(A_I B_j)^2 - C$	-	-
Bloco	K – 1	**$SQ_{BL} = 1 / IJ (\sum TB^2) - C$**	-	-
Resíduo	Diferença	**$SQR = SQT_O - SQT_R - SQB_L$**	**QMR= SQRES/GlRES**	-
Total	IJK - 1	SQT_O	-	-

b) No Delineamento Inteiramente ao Acaso:

FV	GL	SQ	QM	F
A	I – 1	SQA = 1 / JK $\sum A_I^2$ – C	QMA = SQA / GL_A	QMA/ QMR
B	J – 1	SQB =1 / IK $\sum B_I^2$ – C	QMB= SQB/ GL_B	QMB/QMR
A x B	(I – 1)(J – 1)	SQ(A X B) = SQTR – SQA – SQB	QM A X B = SQ A X B / $GL_{A\ X\ B}$	QMAxB/QMR
Trat.	(IJ – 1)	SQT_R = 1 / K $\sum(A_I B_j)^2$ – C	-	-
Resíduo	Diferença	SQR =SQT_O - SQT_R	QMR	-
Total	IJK - 1	SQT_O = $\sum Y^2_{IJK}$ – C	-	-

Em que: C = G^2/IJK

Tomada de decisão:

Comparar Fc$_{(calculado)}$ com os valores críticos de $F_{tab\ (n1,\ n1)}$ α (Tabela: Limites unilaterais de F).

Se Fc > Ftab (n1, n2) α, rejeitamos a hipótese Ho e concluímos que os tratamentos possuem efeitos diferentes sobre a característica analisada.

Se Fc ≤ Ftab (n1, n2) α, aceitamos a hipótese Ho e concluímos que os tratamentos possuem efeitos semelhantes sobre a característica analisada.

Exemplo e interpretação de um experimento fatorial com dois fatores:

a) Caso da interação entre os fatores A e B, não significativa:

Considere um experimento fatorial do tipo 3 x 4, com 3 repetições para testar o efeito de três tipos de filmes de revestimento (Fator A) e quatro tipos de cera (Fator B), no Delineamento Inteiramente ao Acaso (DIC). Após a aplicação dos tratamentos, os frutos permaneceram por 3 dias em armazenamento, em seguida, avaliou-se o peso dos frutos, conforme os dados a seguir:

	REPETIÇÕES			
TRATAMENTOS	**I**	**II**	**III**	**TOTAIS**
1 - A_1B_1	35	45	40	120
2 - A_1B_2	45	48	39	132
3 - A_1B_3	51	54	45	150
4 - A_1B_4	45	50	67	162
5 – A_2B_1	38	44	44	126
6 – A_2B_2	40	50	51	141
7 – A_2B_3	55	56	51	162
8 – A_2B_4	58	66	47	171
9 – A_3B_1	45	48	51	144
10 – A_3B_2	44	60	46	150

11 – A_3B_3	50	65	56	171
12 - A_3B_4	62	65	59	186

Pede-se:

a) Realizar a Análise de Variância;
b) Realizar os procedimentos Pós-Anova, conforme a natureza dos fatores (Fatores qualitativos: Teste de média; Fatores quantitativos: Regressão).

Resolução:

a) Análise de Variância (DIC):

Quadro auxiliar:

A \ B	1	2	3	4	Totais
1	120	132	150	162	**564**
2	126	141	162	171	**600**
3	144	150	171	186	**651**
Totais	**390**	**423**	**483**	**519**	**1815**

$SQT_O = \sum Y^2_{IJK} - C = (35^2 + 45^2 ... + 59^2) - (1815)^2 / 36 =$ **2450,75.**

$C = G^2 / IJK = (1815)^2 / 3.4.3 =$ **91506,25.**

$SQA = 1/JK \sum A_I^2 - C = 1/12\ (564^2 + ... + 651^2) - 91506,25 =$ **318,5.**

$SQB = 1/IK \sum B_I^2 - C = 1/9\ (390^2 + ... + 519^2) - 91506,25 = 92631 - 91560,25 =$ **1124,75.**

$SQ(AxB) = SQ(A,B) - SQA - SQB$

$SQ(A,B) = 1/K \sum (A_1B_j)^2 - C = 1/3\ (120^2 + \ldots + 186^2) - 91506,25 = 92961 - 91506,25 =$ **1454,75.**

$SQ(AxB) = SQ(A,B) - SQA - SQB$

$SQ(AxB) = 1454,75 - 318,5 - 1124,75 =$ **11,50.**

$SQR = SQT_O - SQT_R$

$SQR = 2450,75 - 1454,75 =$ **996,00.**

$QMA = SQA / GL_A = 318,5 / 2 =$ **159,25**

$QMB = SQB / GL_B = 1124,75 / 3 =$ **374,91**

$QM\ A \times B = SQ\ A \times B / GL_{A \times B} = 11,5 / 6 =$ **1,92**

F_A = QMA / QMR = 159,25 / 41,5 = 3,84

F_B = QMB / QMR = 374,91 / 41,5 = 9,03

$F_{A \times B}$ = QM $_{A \times B}$ / QMR = 1,92 / 41,5 = 0,05

Quadro resumo da Análise de Variância para o exemplo 1.

FV	GL	SQ	QM	F
Plástico (P)	2	318,5	159,25	3,84*
Cera (C)	3	1124,75	374,91	9,03*
P x C	6	11,5	1,92	$0,05^{ns}$
Trat.	11	1454,75		
Resíduo	24	996,00	41,5	
Total	35	2450,75		

Valores tabelados, conforme a Tabela do Teste F, a 5% de probabilidade:

Fator A: $F_{5\% \, (2,24)}$ = 3,40
Fator B: $F_{5\% \, (3,24)}$ = 3,01
Fator A x B: $F_{5\% \, (6,24)}$ = 2,51

Conclusões:

1) Existe pelo menos um contraste entre médias dos níveis do fator A e do fator B com efeito significativo, ao nível de 5 % de probabilidade.
2) Não houve interação entre os fatores A e B. Os fatores podem ser estudados isoladamente.

b) Procedimento Pós-Análise de Variância:

Teste de Tukey ao nível de 5% de probabilidade:

Passos para a aplicação do Teste de Tukey:

1º passo: Colocar as médias em ordem decrescente

2º passo: Formar e calcular o valor de cada contraste (de duas médias):

3º passo: Calcular o valor da DMS

Fator A: $\Delta = q \sqrt{QMR / JK}$

Fator B: $\Delta = q \sqrt{QMR / IK}$

4º passo: Colocar a significância nos contrastes (passo 2), comparando o valor do contraste com o valor DMS. (tabela)

5º passo: Colocar as letras nas médias dos tratamentos e realizar as conclusões

→ *Informação complementar*: Calcular o coeficiente de variação do experimento

Aplicação ao exemplo:

Fator A:

Médias:

$m_{A3} = 54,25$ a

$m_{A2} = 50,00$ ab

$m_{A1} = 47,00$ b

Contrastes:

$Y_1 = m_{A3} – m_{A2} = 54,25 – 50,00 = 4,25^{ns}$

$Y_2 = m_{A3} – m_{A1} = 54,25 – 47,00 = 7,25*$

$Y_3 = m_{A2} – m_{A1} = 50,00 – 47,00 = 3,00^{ns}$

Valor da DMS:

$\Delta = q \sqrt{QMR / JK}$

$\Delta = 3,53 \sqrt{41,5 / 12} = 6,56$; $q_{5\% (3, 24)} = 3,53$.

Conclusão:

Os frutos de goiabeira obtiveram maior vida útil quando foram acondicionados na embalagem 3 comparado aqueles acondicionados na embalagem 1, conforme o teste Tukey, ao nível de 5% de probabilidade.

Fator B:

Médias:

$m_{B4} = 57,66$ a

$m_{B3} = 53,66$ ab

$m_{B2} = 47,00$ bc

$m_{B1} = 43,33$ c

Contrastes:

$Y_1 = m_{B4} – m_{B3} = 57,66 – 53,66 = 4,00^{ns}$

$Y_2 = m_{B4} – m_{B2} = 57,66 – 47,00 = 10,66*$

$Y_3 = m_{B4} – m_{B1} = 57,66 – 43,33 = 14,66^{*}$

$Y_4 = m_{B3} – m_{B2} = 53,66 – 47,00 = 6,66^{ns}$

$Y_5 = m_{B3} – m_{B1} = 53,66 – 43,33 = 10,33*$

$Y_6 = m_{B2} – m_{B1} = 47,00 – 43,33 = 3,67^{ns}$

Valor da DMS:

$\Delta = q \sqrt{QMR / IK}$

$\Delta = 3{,}90 \sqrt{41{,}5 / 9} = 7{,}25$

$q_{5\% \, (4,\, 24)} = 3{,}90$

Conclusão:

Os frutos de goiabeira obtiveram maior vida útil quando utilizou a cera tipo 4 e 3 comparado a cera tipo 1, pelo teste Tukey ao nível de 5% de probabilidade.

Cálculo do Coeficiente de Variação:

$$CV = S / mg \times 100 = \sqrt{41{,}5} / 50{,}42 \times 100 = 12{,}78\ \%.$$

Tabela 1. Valores médios da vida útil de frutos de goiabeira em função de tipos de filmes plásticos e tipos de cera.

Tipos de Filmes	Vida útil (dias)
Filme $_{(1)}$	47,00 b
Filme $_{(2)}$	50,00 ab
Filme $_{(3)}$	54,25 a
DMS	6,56
Tipos de Cera	
Cera $_{(1)}$	43,33 c
Cera $_{(2)}$	47,00 bc
Cera $_{(3)}$	53,66 ab
Cera $_{(4)}$	57,66 a
DMS	7,25
CV (%)	12,78

* Nas colunas, as médias seguidas pela mesma letra não diferem entre si pelo teste de Tukey ao nível de 5 % de probabilidade.

Caso o mesmo experimento fosse feito no Delineamento em Blocos ao Acaso teria que calcular a soma de quadrados de blocos.

Exemplo:

	REPETIÇÕES			
TRATAMENTOS	I	II	III	TOTAIS
1 - A_1B_1	35	45	40	120
2 - A_1B_2	45	48	39	132
3 - A_1B_3	51	54	45	150
4 - A_1B_4	45	50	67	162
5 – A_2B_4	38	44	44	126
6 – A_2B_4	40	50	51	141
7 – A_2B_4	55	56	51	162
8 – A_2B_4	58	66	47	171
9 – A_3B_1	45	48	51	144
10 – A_3B_2	44	60	46	150
11 – A_3B_3	50	65	56	171
12 - A_3B_4	62	65	59	186
TOTAIS DE BLOCOS	**568**	**651**	**596**	1815

SQBLOCOS = 1 / IJ ($\sum TB^2$) – C

SQBLOCOS = 1 / 12 (568^2 + ... + 596^2) – 1815^2 / 36 = 297,17

SQR = SQT_O - SQT_R - SQ_{BL}

SQR = 2450,75 – 1454,75 – 297,17 = **698,83.**

QMR = 698,83 / 22 = **31,77**

F_A = QMA / QMR = 159,25 / 31,77 = 5,01

F_B = QMB / QMR = 374,91 / 31,77 = 11,80

$F_{A\ X\ B}$ = QM $_{A\ X\ B}$ / QMR = 1,92 / 31,77 = 0,060

FV	GL	SQ	QM	F
Plástico (P)	2	318,50	159,25	5,01*
Cera (C)	3	1124,75	374,91	11,80*
P x C	6	11,50	1,92	$0,06^{ns}$
Trat.	11	1454,75		
Bloco	2	297,17		
Resíduo	22	698,83	31,77	
Total	35	2450,75		

Fator A: $F_{5\% (2,24)}$ = 3,40
Fator B: $F_{5\% (3,24)}$ = 3,01
Fator A x B: $F_{5\% (6,24)}$ = 2,51

Neste caso, como os fatores a e b foram significativos a 5 % pelo teste F, deve-se aplicar um teste de comparações múltiplas de médias (ex. Teste de Tukey) para os fatores isolados. Este procedimento já foi feito no exemplo anterior, não havendo a necessidade de se fazer novamente.

b) Caso da interação entre os fatores A e B, significativa:

Exemplo:

Instalou-se um experimento no Delineamento em Blocos ao Acaso, em esquema Fatorial, tipo 3 x 4, com 3 blocos, para testar três fonte de adubos Nitrogenados (F1, F2 e F3) e quatro Espaçamentos (E1, E2, E3 e E4), em mudas de Eucalipto. O quadro da Análise de Variância para a variável massa seca das folhas, encontra-se abaixo:

FV	**GL**	**SQ**	**QM**	**F**
A	2	148,8039	74,4019	66,43**
B	3	22,4097	7,4699	6,67**
A x B	6	44,3228	7,3871	6,59**
Trat.	11	215,5364	-	-
Blocos	2	-	-	-
Resíduo	22	24,60	1,1200	-
Total	35	-	-	-

Fator A: $F_{1\% (2,22)}$ = 5,72
Fator B: $F_{1\% (3,22)}$ = 4,82
Fator A x B: $F_{1\% (6,22)}$ = 3,76

Dada a interação significativa dos Fatores (AxB), realize o desdobramento da interação, e em seguida, aplique Teste de médias, conforme os dados abaixo:

A → Fator A dentro dos níveis do fator B

A \ B	1	2	3	4	Totais
1	69,40	74,50	78,40	82,60	304,9
2	74,50	79,40	84,80	71,50	310,20
3	64,50	63,50	65,20	62,80	256,00
Totais	208,40	217,40	228,40	216,90	**871,10**

Resolução:

a) *Desdobramento da interação A → B*

Esquema para a Análise de Variância:

FV	GL	SQ	QM	F
A/B1	I – 1	$SQ(A/B1) = 1/K\ \sum B_I^2 - TB1^2/IK$	$QMA = SQ(A/B1)/\ GL_{A/B1}$	$QM_{(A/B1)}/\ QMR$
A/B2	I – 1	$SQ(A/B2) = 1/K\ \sum B2^2 - TB2^2/IK$	$QMA = SQ(A/B2)/\ GL_{A/B2}$	$QM_{(A/B2)}/\ QMR$
A/B3	I – 1	$SQ(A/B3) = 1/K\ \sum B3^2 - TB3^2/IK$	$QMA = SQ(A/B3)/\ GL_{A/B3}$	$QM_{(A/B3)}/\ QMR$
A/B4	I – 1	$SQ(A/B4) = 1/K\ \sum B4^2 - TB4^2/IK$	$QMA = SQ(A/B4)/\ GL_{A/B4}$	$QM_{(A/B4)}/\ QMR$
Trat.	(IJ – 1)	$SQT_R = 1 / K \sum(A_IB_j)^2 - C$	-	-
Bloco	K – 1	$SQ_{BL} = 1 / IJ\ (\sum TB^2) - C$	-	-
Resíduo	Diferença	$\mathbf{SQR = SQT_O - SQT_R - SQB_L}$	**QMR= SQ_{RES}/Gl_{RES}**	-
Total	IJK - 1	SQT_O	-	-

$SQ(A/B_1) = 1/3\ (69{,}4^2 + ... + 64{,}5^2) - (208{,}4)^2/9 = 16{,}6689$

$SQ(A/B_2) = 1/3\ (74{,}5^2 + ... + 63{,}5^2) - (217{,}4)^2/9 = 44{,}2022$

$SQ(A/B_3) = 1/3\ (78{,}4^2 + ... + 65{,}2^2) - (228{,}4)^2/9 = 66{,}5955$

$SQ(A/B_4) = 1/3\ (82{,}6^2 + ... + 62{,}8^2) - (216{,}9)^2/9 = 65{,}6600$

$QM\ A/B_1 = SQ\ A/B_1 / GL\ A/B_1 = 16{,}6689 / 2 = 8{,}3344$

$QM\ A/B_2 = SQ\ A/B_2 / GL\ A/B_2 = 44{,}2022 / 2 = 22{,}1011$

$QM\ A/B_3 = SQ\ A/B_3 / GL\ A/B_3 = 66{,}5955 / 2 = 33{,}2977$

$QM\ A/B_4 = SQ\ A/B_3 / GL\ A/B_3 = 65{,}6600 / 2 = 32{,}8300$

$F\ A/B_1 = QM\ A/B_1 / QMR = 8{,}3344 / 1{,}1200 = 7{,}44$

$F\ A/B_2 = QM\ A/B_2 / QMR = 22{,}1011 / 1{,}1200 = 19{,}73$

$F\ A/B_3 = QM\ A/B_3 / QMR = 33{,}2977 / 1{,}1200 = 29{,}73$

$F\ A/B_4 = QM\ A/B_4 / QMR = 32{,}8300 / 1{,}1200 = 29{,}31$

Desdobramento de A dentro de B

FV	GL	SQ	QM	F
A/B_1	2	16,6689	8,3344	7,44*
A/B_2	2	44,2022	22,1011	19,73*
A/B_3	2	66,5955	33,2977	29,73*
A/B_4	2	65,6600	32,8300	29,31*
Trat.	-	-		
Bloco				
Resíduo			1,1200	
Total				

* Significativo a 5 % de probabilidade. $F_{5\% \, (2,22)} = 3{,}44$.

Conclusão

Dentro de cada nível de B, há pelo menos um contraste entre médias dos níveis de A, que apresenta efeito significativo, ao nível de 5 % de probabilidade.

b) Teste de Comparação de Médias: Tukey ao nível de 5% de probabilidade

Passos para o Teste de Tukey (A em B):

1. Passo: Calcular as médias de A em cada nível de B, em seguida, colocar em ordem decrescente:

A1/B1 A1/B2 A1/B3 A1/B4

A2/B1 A2/B2 A2/B3 A2/B4

A3/B1 A3/B2 A3/B3 A3/B4

2. Passo: Formar e calcular os contrastes de A em cada nível de B

YA/B1 YA/B2 YA/B3 YA/B4

3. Passo: Calcular o $\Delta = q\ (5\%(A,\ glRes))\sqrt{QMres/k}$

4. Passo: Comparação com os contrastes e conclusões

Médias:

$m_{A2}/B_1 = 24{,}83$ a	$m_{A2}/B_2 = 26{,}47$ a
$m_{A1}/B_1 = 23{,}13$ ab	$m_{A1}/B_2 = 24{,}83$ a
$m_{A3}/B_1 = 21{,}50$ b	$m_{A3}/B_2 = 21{,}17$ b
$m_{A2}/B_3 = 28{,}27$ a	$m_{A1}/B_4 = 27{,}53$ a
$m_{A1}/B_3 = 26{,}13$ a	$m_{A2}/B_4 = 23{,}83$ b
$m_{A3}/B_3 = 21{,}73$ b	$m_{A3}/B_4 = 20{,}93$ c

Cálculo da DMS:

$\Delta = 3{,}55\ \sqrt{1{,}12/3} = 2{,}17.$

$q_{5\%\ (3,22)} = 3{,}55.$

Contrastes de médias:

$Y_{A/B1}$

$Y_1 = m_{A2}/B_1 - m_{A1}/B_1 = 24{,}83 – 23{,}13 = 1{,}70^{NS}$

$Y_2 = m_{A2}/B_1 - m_{A3}/B_1 = 24{,}83 – 21{,}50 = 3{,}33^*$

$Y_3 = m_{A1}/B_1 - m_{A3}/B_1 = 23{,}13 – 21{,}50 = 1{,}63^{NS}$

$Y_{A/B2}$

$Y_1 = m_{A2}/B_2 - m_{A1}/B_2 = 26{,}47 – 24{,}83 = 1{,}64^{NS}$

$Y_2 = m_{A2}/B_2 - m_{A3}/B_2 = 26{,}47 – 21{,}17 = 5{,}30^*$

$Y_3 = m_{A1}/B_2 - m_{A3}/B_2 = 24{,}83 – 21{,}17 = 3{,}66^*$

$Y_{A/B3}$

$Y_1 = m_{A2}/B_3 - m_{A1}/B_3 = 28{,}27 – 26{,}13 = 2{,}14^{NS}$

$Y_2 = m_{A2}/B_3 - m_{A3}/B_3 = 28{,}27 – 21{,}73 = 6{,}54^*$

$Y_3 = m_{A1}/B_3 - m_{A3}/B_3 = 26{,}13 – 21{,}73 = 4{,}40^*$

$Y_{A/B4}$

$Y_1 = m_{A1}/B_4 - m_{A2}/B_4 = 27{,}53 – 23{,}83 = 3{,}70^*$

$Y_2 = m_{A1}/B_4 - m_{A3}/B_4 = 27{,}53 – 20{,}93 = 6{,}60^*$

$Y_3 = m_{A2}/B_4 - m_{A3}/B_4 = 23{,}83 – 20{,}93 = 2{,}90^*$

Conclusões:

Conclusão $Y_{A/B1}$

No espaçamento 1 foi observado maior massa seca da planta de Eucaliptus quando foi utilizada a fonte de adubo 2 comparado com a fonte de adubo 3 a 5 % de probabilidade pelo teste F.

Conclusão $Y_{A/B2}$ e $Y_{A/B3}$

Nos espaçamentos 2 e 3 foi observado maior massa seca da planta de Eucaliptus quando com as fontes de adubo 2 e 1 comparado com a fonte de adubo 3 a 5 % de probabilidade pelo teste F.

Conclusão $Y_{A/B4}$

No espaçamento 4 foi observado maior massa seca da planta de Eucaliptus quando foi utilizada a fonte de adubo 1 comparado com as demais fontes de adubo (2 e 3) a 5 % de probabilidade pelo teste F.

b) Desdobramento da interação B → A

A \ B	1	2	3	4	Totais
1	69,40	74,50	78,40	82,60	304,9
2	74,50	79,40	84,80	71,50	310,20
3	64,50	63,50	65,20	62,80	256,00
Totais	208,40	217,40	228,40	216,90	**871,10**

Esquema para a Análise de Variância (B em A):

FV	GL	SQ	QM	F
B/A1	I – 1	SQ(B/A1) = 1/K $\sum A_I^2 - TA1^2/JK$	QMA = SQ(B/A1)/ $GL_{B/A1}$	$QM_{(B/A1)}$/ QMR
B/A2	I – 1	SQ(B/A2) = 1/K $\sum A2^2 - TA2^2/JK$	QMA = SQ(B/A2)/ $GL_{B/A2}$	$QM_{(B/A2)}$/ QMR
B/A3	I – 1	SQ((B/A3) = 1/K $\sum A3^2 - TA3^2/JK$	QMA = SQ(B/A3)/ $GL_{B/A3}$	$QM_{(B/A3)}$/ QMR
Trat.	(IJ – 1)	SQT_R = 1 / K $\sum(A_IB_j)^2$ – C	-	-
Bloco	K – 1	SQ_{BL}= 1 / IJ $(\sum TB^2)$ – C	-	-
Resíduo	Diferença	SQR = SQT_O - SQT_R – SQB_L	QMR= SQ_{RES}/Gl_{RES}	-
Total	IJK - 1	SQT_O	-	-

$SQ(B/A_1) = 1/3\ (69{,}4^2 + ... + 82{,}60^2) - (304{,}9)^2/12 = 31{,}6425$

$SQ(B/A_2) = 1/3\ (74{,}5^2 + ... + 71{,}50^2) - (310{,}20)^2/12 = 33{,}9633$

$SQ(B/A_3) = 1/3\ (64{,}50^2 + ... + 62{,}80^2) - (256{,}00)^2/12 = 1{,}1266$

$QM\ B/A_1 = SQ\ B/A_1\ /\ GL\ B/A_1 = 31{,}6425\ /\ 3 = 10{,}5475$

$QM\ B/A_2 = SQ\ B/A_2\ /\ GL\ B/A_2 = 33{,}9633\ /\ 3 = 11{,}3211$

$QM\ B/A_3 = SQ\ B/A_3\ /\ GL\ B/A_3 = 1{,}1266\ /\ 3 = 0{,}3755$

$F\ B/A_1 = QM\ B/A_1\ /\ QMR = 10{,}5475\ /\ 1{,}1200 = 9{,}42$

$F\ B/A_2 = QM\ B/A_2\ /\ QMR = 11{,}3211\ /\ 1{,}1200 = 10{,}11$

$F\ B/A_3 = QM\ B/A_3\ /\ QMR = 0{,}3755\ /\ 1{,}1200 = 0{,}34$

Desdobramento de B dentro de A

FV	GL	SQ	QM	F
B/A_1	3	31,6425	10,5475	9,42*
B/A_2	3	33,9633	11,3211	10,11*
B/A_3	3	1,1266	0,3755	$0{,}34^{NS}$
Trat.				
Bloco				
Resíduo			1,1200	
Total				

* Significativo a 5 % de probabilidade. $F_{5\%\ (3,22)} = 3{,}05$.

Conclusão

Dentro de cada nível de A_1 e A_2, há pelo menos um contraste entre médias dos níveis de B, que apresenta efeito significativo, ao nível de 5 % de probabilidade.

Teste de Comparação de Médias: Tukey ao nível de 5% de probabilidade

Passos para o Teste de Tukey (B em A):

1. Passo: Calcular as médias de B em cada nível de A, em seguida, colocar em ordem decrescente:

B1/A1 B1/A2 B1/A3

B2/A1 B2/A2 B2/A3

B3/A1 B3/A2 B3/A3

B4/A1 B4/A2 B4/A3

2. Passo: Formar e calcular os contrastes de B em cada nível de A

YB/A1 YB/A2 YB/A3

3. Passo: Calcular o $\Delta = q\ (5\%(B, glRes))\sqrt{QMres/k}$

4. Passo: Comparação com os contrastes e conclusões

Médias:

$mB_4 / A_1 = 27,53$ A	$mB_3 / A_2 = 28,27$ A
$mB_3 / A_1 = 26,13$ AB	$mB_2 / A_2 = 26,47$ AB
$mB_2 / A_1 = 24,83$ BC	$mB_1 / A_2 = 24,83$ BC
$mB_1 / A_1 = 23,13$ C	$mB_4 / A_2 = 23,83$ C

$mB_3 / A_3 = 21,73$ A

$mB_1 / A_3 = 21,50$ A

$mB_2 / A_3 = 21,17$ A

$mB_4 / A_3 = 20,93$ A

Cálculo da DMS:

$\Delta = 3,93\ \sqrt{1,12/3} = 2,40$

$q_{5\%\ (4,22)} = 3,93.$

Contrastes de médias:

$Y_{B/A1}$:

$$Y_1 = m_{B4}/A_1 - m_{B3}/A_1 = 27{,}53 - 26{,}13 = 1{,}40^{ns}$$
$$Y_2 = m_{B4}/A_1 - m_{B2}/A_1 = 27{,}53 - 24{,}83 = 2{,}70^{*}$$
$$Y_3 = m_{B4}/A_1 - m_{B1}/A_1 = 27{,}53 - 23{,}13 = 4{,}40^{*}$$
$$Y_4 = m_{B3}/A_1 - m_{B2}/A_1 = 26{,}13 - 24{,}83 = 1{,}30^{ns}$$
$$Y_5 = m_{B3}/A_1 - m_{B1}/A_1 = 26{,}13 - 23{,}13 = 3{,}30^{*}$$
$$Y_6 = m_{B2}/A_1 - m_{B1}/A_1 = 24{,}83 - 23{,}13 = 1{,}70^{ns}$$

$Y_{B/A2}$:

$$Y_1 = m_{B3}/A_2 - m_{B2}/A_2 = 28{,}27 - 26{,}47 = 1{,}80^{ns}$$
$$Y_2 = m_{B3}/A_2 - m_{B1}/A_2 = 28{,}27 - 24{,}83 = 3{,}44^{*}$$
$$Y_3 = m_{B3}/A_2 - m_{B4}/A_2 = 28{,}27 - 23{,}83 = 4{,}44^{*}$$
$$Y_4 = m_{B2}/A_2 - m_{B1}/A_2 = 26{,}47 - 24{,}83 = 1{,}64^{ns}$$
$$Y_5 = m_{B2}/A_2 - m_{B4}/A_2 = 26{,}47 - 23{,}83 = 2{,}64^{*}$$
$$Y_6 = m_{B1}/A_2 - m_{B4}/A_2 = 24{,}83 - 23{,}83 = 1{,}00^{ns}$$

$Y_{B/A3}$:

$$Y_1 = m_{B3}/A_3 - m_{B1}/A_3 = 21{,}73 - 21{,}50 = 0{,}23^{ns}$$
$$Y_2 = m_{B3}/A_3 - m_{B2}/A_3 = 21{,}73 - 21{,}17 = 0{,}56^{ns}$$
$$Y_3 = m_{B3}/A_3 - m_{B4}/A_3 = 21{,}73 - 20{,}93 = 0{,}80^{ns}$$
$$Y_4 = m_{B1}/A_3 - m_{B2}/A_3 = 21{,}50 - 21{,}17 = 0{,}33^{ns}$$
$$Y_5 = m_{B1}/A_3 - m_{B4}/A_3 = 21{,}50 - 20{,}93 = 0{,}57^{ns}$$
$$Y_6 = m_{B2}/A_3 - m_{B4}/A_3 = 21{,}17 - 20{,}93 = 0{,}24^{ns}$$

Conclusões:

Conclusão $Y_{B/A1}$

Na fonte de adubo 1 foi observado maior massa seca da planta de Eucaliptus quando as plantas foram cultivadas no espaçamento 4 comparado aquelas cultivadas no espaçamento 2 e 1 a 5 % de probabilidade pelo teste F.

Conclusão $Y_{B/A2}$

Na fonte de adubo 2 foi observado maior massa seca da planta de Eucaliptus quando as plantas foram cultivadas no espaçamento 3 comparado aquelas cultivadas no espaçamento 1 e 4 a 5 % de probabilidade pelo teste F.

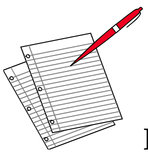
Conclusão $Y_{B/A3}$

Na fonte de adubo 3 não foi observada diferença significativa na maior massa seca da planta de Eucaliptus quando as plantas foram cultivadas no diferentes espaçamentos de plantio a 5 % de probabilidade pelo teste F.

Tabela 1 – Massa seca da folha de eucalipto em função de diferentes fontes de adubo Nitrogenado (F) e diferentes espaçamentos (E).

	Massa seca (g.planta^{-1})			
	Espaçamentos			
Fontes de Adubos N	E1	E2	E3	E4
F1	23,13 ab C	24,83 a BC	26,13 a AB	27,53 a A
F2	24,83 a BC	26,47 a AB	28,27 a A	23,83 b C
F3	21,50 b A	21,17 b A	21,73 b A	20,93 c A

Nas colunas, as médias seguidas pela mesma letra minúscula, e nas linhas pela mesma letra maiúscula não diferem entre si pelo teste de Tukey ao nível de 5 % de probabilidade.



Exercícios

Nas questões abaixo, considere a estrutura Fatorial dos tratamentos, realize a Análise de Variância, o dobramento dos fatores e os procedimentos Pós-Anova.

1) Em um experimento em blocos casualizados com 4 repetições, no esquema fatorial 2x3 foi avaliado o efeito de 2 variedades de cana-de-açúcar (V1 e V2) e 3 tipos de inoculantes (I1, I2 e I3) quanto ao peso do colmo (ton/ha). Os dados estão apresentados na Tabela abaixo:

Tabela. Peso do colmo (ton/ha) para os 6 tratamentos de um experimento em blocos casualizados (DBC), com 4 repetições, em esquema fatorial 2x3.

Tratamentos	Repetições 1	2	3	4	Totais
1 – V_1I_1	238,1	256,0	267,7	163,6	925,4
2 – V_1I_2	223,6	217,0	184,7	210,5	835,8
3 – V_1I_3	286,8	205,8	231,6	252,9	977,1
4 – V_2I_1	347,5	403,9	347,0	442,6	1541,0
5 – V_2I_2	351,2	452,5	396,9	298,4	1499,0
6 – V_2I_3	372,3	406,5	374,5	363,8	1517,1
Totais	1819,5	1941,7	1802,4	1731,8	7295,4

Croqui de campo:

BL I	2	4	1	3	6	5
BL II	5	2	6	1	4	3
BL III	3	4	5	2	1	6
BL IV	6	1	3	4	5	2

Realize a Análise de Variância e os procedimentos Pós-Anovas apropriados para este experimento.

2) Os dados da Tabela abaixo referem-se ao tempo em segundos da reação entre duas concentrações de um reagente na presença e na ausência de um catalizador. A análise de variância considerando o delineamento Inteiramente Casualisado é apresentada a seguir.

Tabela 1. Tempo em segundos da reação entre duas concentrações de um reagente na presença e na ausência de um catalizador.

Tratamentos	Repetições			Totais
	I	II	III	
R15	28	25	27	80
R25	36	32	32	100
R15 + C	18	19	23	60
R25 + C	31	30	29	90

Quadro da Anova:

FV	GL	SQ	QM	F_c
Tratamentos	3	291,67	97,22	24,80*
Erro	8	31,33	3,92	
Total	11	323,00		

3) Os dados apresentados na Tabela abaixo foram adaptados de um ensaio sobre a produção de matéria seca de forrageiras consorciadas com leguminosas. O ensaio foi montado segundo o esquema fatorial 3x4 em blocos casualisados, sendo 3 gramíneas (Azevém, Falaris e Festuca) e 3 doses de calagem além de uma testemunha (0, 1, 2 e 4 toneladas/ha).

Calcáreo (t/ha)	Blocos	Gramíneas		
		Azevém	Falaris	Festuca
0	I	1,97	4,48	6,46
	II	1,90	4,40	7,80
	III	2,02	3,89	6,82
1	I	2,59	5,05	7,64
	II	2,40	5,00	7,80
	III	2,63	4,98	7,82
2	I	2,83	5,55	5,37
	II	2,94	5,60	5,66
	III	3,00	5,78	6,72
4	I	3,32	3,78	5,32
	II	4,80	4,20	5,48
	III	5,00	3,65	4,90

5. Fatoriais 2^K e 3^K

Existem casos especiais de ensaios fatoriais de grande importância porque são amplamente utilizados na prática e também formam uma base para outros esquemas de experimentos de uso comum. Um destes casos refere-se a K fatores, cada um com dois níveis. Uma repetição completa deste ensaio tem 2 x 2 x ... x 2 = 2^K tratamentos. Outro caso comum é o de K fatores cada um a três níveis (fatorial 3^K).

6. Fatoriais p x q x s

São os esquemas fatoriais com três fatores sendo um fator com **p** níveis, outro com **q** níveis e o terceiro fator com **s** níveis. O modelo estatístico para um experimento em blocos casualisados com J repetições é:

$$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + \delta_{ijk} + b_{lk} + e_{ijkl}$$

μ : representa uma constante inerente a todas as parcelas;

α_i: é o efeito do nível *i* do fator A;

β_j : é o efeito do nível j do fator B;

γ_k : é o efeito do nível k do fator C;

$\alpha\beta_{ij}$: é o efeito da interação entre os fatores A e B;

$\alpha\gamma_{ik}$: é o efeito da interação entre os fatores A e C;

$\beta\gamma_{jk}$: é o efeito da interação entre os fatores B e C;

δ_{ijk} : é o efeito da interação entre os fatores A , B e C;

b_l : é o efeito do bloco l;

e_{ijkl} : é o erro experimental em cada parcela;

Sendo **i** = 1,2, ..., p, **j** = 1,2, ... , q e **k** = 1, 2, ..., s.

EXPERIMENTOS EM PARCELAS SUBDIVIDIDAS

1. Características

O esquema experimental em parcelas subdivididas se caracteriza como sendo uma variação do experimento fatorial com dois fatores. A principal característica destes experimentos é que as parcelas são divididas em subparcelas. Os tratamentos das parcelas são chamados de primários ou principais e são dispostos segundo um tipo qualquer de delineamento, sendo os mais usados os delineamentos em blocos casualizados, com o objetivo de procurar controlar a variabilidade que possa haver no material experimental. Os tratamentos das subparcelas são chamados secundários e são dispostos aleatoriamente dentro de cada parcela.

Assim, cada parcela funciona como um bloco para os tratamentos secundários. Primeiro casualizam-se os níveis do fator primário nas parcelas de cada bloco; em seguida, casualizam-se os níveis do fator secundário nas subparcelas de cada parcela. A maior precisão existente no teste de tratamentos secundários.

2. Vantagens

Os experimentos em parcelas subdivididas apresentam uma grande utilidade na pesquisa agropecuária, além de outras diversas áreas.

Tais experimentos são úteis em situações como:

a) Quando os níveis de um dos fatores exigem grandes quantidades de material experimental (por exemplo, níveis de irrigação), devendo ser casualizados nas parcelas;

b) Quando informações prévias asseguram que as diferenças entre os níveis de um dos fatores são maiores que as do outro fator;

c) Quando se deseja maior precisão para comparações entre níveis de um dos fatores;

d) Quando existe um fator de maior importância (que deverá ser casualizado na subparcela) e outro de importância secundária, sendo este incluído para aumentar a extensão dos resultados e

e) Nas situações práticas, onde é difícil a instalação do experimento no esquema fatorial.

3. Desvantagem

Há uma redução do número de graus de liberdade do erro, comparativamente ao esquema fatorial, redução esta decorrente da existência de dois erros, o erro (a) referente às parcelas e o erro (b), correspondente às subparcelas dentro das parcelas.

4. Modelo estatístico de experimentos em parcelas subdivididas

Varia de acordo com o delineamento utilizado (DIC, DBC), com j repetições:

$$Y_{IJK} = \mu + \alpha_I + S_{IK} + \beta_J + (\alpha\beta)_{IJ} + e_{IJK} \quad \text{(DIC)}$$

$$Y_{IJK} = \mu + \alpha_I + R_K + (SR_{IK}) + \beta_J + (\alpha\beta)_{IJ} + e_{IJK} \text{ (DBC)}$$

Onde:

Y_{IJK} = k-ésima resposta que recebeu o i-ésimo nível do fator α e o j-ésimo nível do fator β.
μ = é uma constante (média geral);
α_I = efeito do i-ésimo nível do fator α com i = 1,... a;
β_J = efeito do j-ésimo nível do fator β com j = 1,... b;
S_{IK} = efeito da k-ésima parcela recebendo o i-ésimo nível de A (erro A). (DIC);
R_k = efeito do k-ésimo bloco;
(SR_{IK}) = efeito do conjunto do i-ésimo nível de A e do k-ésimo bloco. (erro A). DBC;
$\alpha\beta_{IJ}$ = efeito da interação do i-ésimo nível do fator αI com o efeito do j-ésimo nível do fator βJ;
e_{IJK} = efeito do erro aleatório.

5. Quadro da Análise de Variância

Quadro da Análise de Variância no DIC:

FV	GL	SQ	QM	F
A	I – 1	SQA	QMA	QMA/QMR$_A$
Erro a	(I – 1)(K – 1)	SQR$_A$	QMR$_A$	
Parcelas	(IK – 1)	SQP$_{ARC.}$	-	
B	(J – 1)	SQB	QMB	QMB/QMR$_B$
A x B	(I – 1)(J – 1)	SQ (A x B)	QM (A x B)	QM (A x B)/ QMR$_B$
Erro b	I(K – 1) (J – 1)	SQR$_B$	QMR$_B$	
Total	IJK - 1	SQT$_{OTAL}$	-	

Quadro da Análise de Variância no DBC:

FV	GL	SQ	QM	F
Bloco	K - 1	SQB_L	-	
A	I – 1	SQA	QMA	QMA/QMR_A
Erro a	(I – 1)(K – 1)	SQR_A	QMR_A	
Parcelas	(IK – 1)	$SQP_{ARC.}$	-	
B	(J – 1)	SQB	QMB	QMB/QMR_B
A x B	(I – 1)(J – 1)	SQ (A x B)	QM (A x B)	QM (A x B)/ QMR_B
Erro b	I(K – 1) (J – 1)	SQR_B	QMR_B	
Total	IJK - 1	SQT_{OTAL}	-	

Lembrando: i = níveis do fator a (parcela)

j = níveis do fator b (subparcela).

k = número de repetições ou blocos

Soma de Quadrado:

a) $SQT_O = \sum Y^2_{IJK} – C \rightarrow C = G^2 / IJK$

b) $SQA = 1 / JK \sum A_I^2 – C$

c) $SQB_L = 1 / IJ \sum BL_J^2 – C$

d) $SQP_{ar} = 1 / K \sum T^2_{Parc} – C$

e) $SQ_{erro\ A} = SQP_{parc} – SQB_L – SQA$

f) $SQB = 1 / IK \sum B_K^2 – C$

g) $SQ (A x B) = SQ (A,B) – SQA – SQB_L$

h) $SQ (A,B) = SQT_{RAT} = 1 / K \sum(A_I B_K)^2 – C$

i) $SQR_B = SQT_O – SQP_{ARC} – SQB – SQ (A x B)$.

Quadrado Médio:

a) $QMA = SQA / GL_A$

b) $QMR_A = SQR_A / GL_A$

c) $QMB= SQB/ GL_B$

d) $QMR_B = SQR_B / GL_B$

e) $QM_{A\ X\ B} = SQ_{A\ X\ B} / GL_{A\ X\ B}$

F:

$F_A = QMA / QMR_A$

$F_B = QMB / QMR_B$

$F_{A\ X\ B} = QM_{A\ X\ B} / QMR_B$

Possíveis resultados para a Análise de Variância:

a) Caso da Interação Não Significativa:

Este resultado indica que os efeitos entre os fatores ocorrem de forma independente. Portanto recomenda-se que as comparações dos níveis de um fator sejam feitas de forma geral em relação ao outro fator, ou seja, independente dos níveis outro fator.

b) Caso da Interação Significativa:

Este resultado implica que os efeitos dos fatores atuam de forma dependente. Neste caso as comparações entre os níveis de um fator levam em consideração o nível do outro fator, pois o resultado significativo para a interação indica que o efeito de um fator depende do nível do outro fator.

Portanto, não é recomendado realizar o teste F para cada fator isoladamente tal como foi apresentado para o caso da interação não- significativa. O procedimento recomendado é realizar o desdobramento do efeito da interação.

Para realizar este desdobramento deve-se fazer uma nova análise de variância em que os níveis de um fator são comparados dentro de cada nível do outro fator.

6. Procedimentos para os testes de comparações de média

Tem-se que considerar quais tratamentos estão em comparação e se a interação foi significativa ou não.

a) Comparações entre duas médias de tratamentos primários:

Interação não significativa entre tratamentos primários e secundários.

Informações da variância amostral e do GLR_A que são utilizadas para realizar o teste desejado são pertinentes ao resíduo (a) da ANOVA.

$$\triangle = q \sqrt{\frac{QMR_A}{JK}}$$

$$q\alpha = f\,[\,I;\ GLR_A\,]$$

b) Comparação entre duas médias de tratamentos secundários:

Interação não significativa entre tratamentos primários e secundários.

Informações da variância amostral e do GLR_B que são utilizadas para realizar o teste desejado são pertinentes ao resíduo (b) da ANOVA.

$$\triangle = q \sqrt{\frac{QMR_B}{IK}}$$

$$q\alpha = f\,[\,J;\ GLR_B\,]$$

c) Comparação entre duas médias de tratamentos secundários num mesmo tratamento primário:

Interação significativa entre tratamentos primários e secundários.

Informações da variância amostral e do GLR_B que são utilizadas para realizar o teste desejado são pertinentes ao resíduo (b) da ANOVA.

$$\Delta = q \sqrt{\frac{QMR_B}{K}}$$

$$q\alpha = f\,[\,J;\, GLR_B\,]$$

d) Comparação entre duas médias de tratamentos primários num mesmo tratamento secundário:

Interação significativa entre tratamentos primários e secundários.

Informações da variância amostral e do GLR são obtidos por uma composição do resíduo (a) com o resíduo (b) denominado (QMR combinado).

$$QMRcomb. = q \sqrt{\frac{QMR_A + (J - 1)\, QMR_B}{JK}}$$

$$q\alpha = f\,[\,I;\, n'\,]$$

Por uma composição do resíduo (A) e do resíduo (b) denominado de GL de Satterhwaitte (n').

$$n' = \frac{[QMR_A + (J - 1)\, QMR_B]^2}{\dfrac{[QMR_A]^2}{(I - 1)(K - 1)} + \dfrac{[(J - 1)\, QMR_B]^2}{I\,(J - 1)(K - 1)}}$$

Exemplos:

1) *Caso da interação Não Significativa:*

Exemplo:

Para se estudar os sólidos solúveis (ºBrix) em mangas de acordo com a variedade e a posição dos frutos na planta, um pesquisador procedeu a coleta de 4 frutos, cada um deles de um ponto cardeal, em cada um das 3 repetições de cada uma das 5 variedades em teste. Com base nos resultados (º Brix) fornecidos a seguir, pede-se usando o nível de 5% de probabilidade, proceder a análise de variância e o procedimento pós-Anova (Tukey 5%).

Var	Norte	Sul	Leste	Oeste	Totais Parc.	Totais Var.
1	18,0	17,1	17,6	17,6	70,3	210,7
	17,5	18,8	18,1	17,2	71,6	
	17,8	16,9	17,6	16,5	68,8	
2	16,3	15,9	16,5	18,3	67,0	191,8
	16,6	14,3	16,3	17,5	64,7	
	15,0	14,0	15,9	15,2	60,1	
3	16,0	16,2	17,9	16,1	66,2	196,0
	19,5	14,9	15,0	15,3	64,7	
	16,3	16,4	16,0	16,4	65,1	
4	16,6	15,2	14,2	15,5	61,5	194,3
	15,9	13,2	18,0	17,3	64,4	
	17,5	15,8	16,7	18,4	68,4	
5	18,9	18,6	15,3	17,0	69,8	211,3
	18,5	13,7	18,2	18,3	68,7	
	21,5	16,4	18,3	16,6	72,8	
	261,9	**237,4**	**251,6**	**253,2**	**1004,1**	**1004,1**

1) Análise de Variância:

$C = (1004,1)^2 / 60 = 16.803,61$

a) Soma de Quadrado:

$SQV_A = 1 / 12\ (210,7^2 + ... + 211,3^2) - C = 29,55$

$SQP_{ARC} = 1 / 4\ (70,3^2 + ... + 72,8^2) - C = 45,26$

$SQR_A = SQP_{ARC} - SQV = 45,26 - 29,55 = 15,71$

$SQF_A = 1 / 15\ (261,9^2 + ... + 253,2^2) - C = 20,60$

$SQT_O = (18,0^2 + 17,1^2 + ... + 16,6^2) - C = 137,58$

Calcular a SQ (V_A x F_A): quadro auxiliar:

VAR \ FACE	N	S	L	O
1	53,3	52,8	53,3	51,3
2	47,9	44,2	48,7	51,0
3	51,8	47,5	48,9	47,8
4	50,0	44,2	48,9	51,2
5	58,9	48,7	51,8	51,9

$SQ\ (V_A \times F_A) = SQ\ (V_A, F_A) - SQV_A - SQF_A$

$SQ\ (V_A, F_A) = 1 / 3\ (53,3^2 + 47,9^2 + ... + 51,9^2) - C = 70,27$

$SQ\ (V \times F_A) = 70{,}27 - 29{,}55 - 20{,}60 = 20{,}12$

$SQR_B = SQT_O - SQP - SQF_A - SQ\ (V \times F_A).$

$SQR_B = 137{,}58 - 45{,}26 - 20{,}60 - 20{,}12 = 51{,}60$

b) Quadrado Médio:

$QMV_A = SQV / GL_V = 29{,}55 / 4 = 7{,}39$

$QMR_A = SQR_A / GL_A = 15{,}71 / 10 = 1{,}57$

$QMF_A = SQF_A / GL_{FA} = 20{,}60 / 3 = 6{,}87$

$QMR_B = SQR_B / GL_B = 51{,}60 / 30 = 1{,}72$

$QM\ V\ X\ F_A = SQ\ V\ X\ F_A / GL_{V\ X\ FA} = 20{,}12 / 12 = 1{,}68$

c) F:

$F_{VA} = QMV / QMR_A = 7{,}39 / 1{,}57 = 4{,}71$

$F_{FA} = QMF_A / QMR_B = 6{,}87 / 1{,}72 = 3{,}99$

$F_{V\ X\ FA} = QM_{\ V\ X\ FA} / QMR_B = 1{,}68 / 1{,}72 = 0{,}97$

Quadro da Análise de Variância:

FV	GL	SQ	QM	F
V_A	4	29,55	7,39	4,71*
Erro a	10	15,71	1,57	
Parcelas	14	45,26		
F_A	3	20,60	6,87	3,99*
V_A x F_A	12	20,12	1,68	$0{,}97^{ns}$
Erro b	30	51,60	1,72	
Total	59	137,58		

Variedade: $F_{5\%\ (4,10)} = 3{,}48$
Faces: $F_{5\%\ (3,30)} = 2{,}92$
Interação V x F_A: $F_{5\%\ (12,30)} = 2{,}09$

Conclusões

Existe pelo menos um contraste entre médias dos níveis da Variedade e da Face da Árvore, com efeito significativo, ao nível de 5 % de probabilidade.

Não houve interação entre os fatores V_A x F_A.

Os fatores podem ser estudados isoladamente.

2) Teste de Tukey para os fatores V e F_A:

Variedades (V):

a) Comparação entre duas médias de tratamentos primários:

Procedimento:

1 – Colocar as médias em ordem decrescente.

m_5 = 17,61 a

m_1 = 17,56 ab

m_3 = 16,33 ab

m_4 = 16,19 ab

m_2 = 15,90 b

2 – Formar e calcular o valor de cada contraste.

$Y_1 = m_5 - m_1 = 17,61 - 17,56 = 0,05^{ns}$

$Y_2 = m_5 - m_3 = 17,61 - 16,33 = 1,28^{ns}$

$Y_3 = m_5 - m_4 = 17,61 - 16,19 = 1,42^{ns}$

$Y_4 = m_5 - m_2 = 17,61 - 15,90 = 1,71^{*}$

$Y_5 = m_1 - m_3 = 17,56 - 16,33 = 1,23^{ns}$

$Y_6 = m_1 - m_4 = 17,56 - 16,19 = 1,37^{ns}$

$Y_7 = m_1 - m_2 = 17,56 - 15,90 = 1,66^{ns}$

$Y_8 = m_3 - m_3 = 16,33 - 16,19 = 0,14^{ns}$

$Y_9 = m_3 - m_2 = 16,33 - 15,90 = 0,43^{ns}$

$Y_{10} = m_4 - m_2 = 16,19 - 15,90 = 0,29^{ns}$

$$\Delta = q \sqrt{\frac{QMR_A}{JK}} \quad q\alpha = f\,[\,I;\, GLR_A\,]$$

$$\Delta = 4,65 \sqrt{1,57/12} = 1,67$$

$$q_{5\%\,(5,\,10)} = 4,65$$

3. Conclusão:

Foi observado maior teor de sólidos solúveis em frutos de plantas proveniente da variedade 5 comparado com os frutos da variedade 2, conforme o teste de Tukey ao nível de 5% de probabilidade.

b)Faces da planta (F_A)

Comparação entre duas médias de tratamentos secundários.

Procedimento:

1 – Colocar as médias em ordem decrescente.

m_N = 17,46 a

m_O = 16,88 a b

$m_L = 16,77$ a b

$m_S = 15,83$ b

2 – Formar e calcular o valor de cada contraste.

$Y_1 = m_N - m_O = 17,46 - 16,88 = 0,58^{ns}$

$Y_2 = m_N - m_L = 17,46 - 16,77 = 0,69^{ns}$

$Y_3 = m_N - m_S = 17,46 - 15,83 = 1,63^{*}$

$Y_4 = m_O - m_L = 16,88 - 16,77 = 0,11^{NS}$

$Y_5 = m_O - m_S = 16,88 - 15,83 = 1,05^{NS}$

$Y_6 = m_L - m_S = 16,77 - 15,83 = 0,94^{NS}$

$$\Delta = q \sqrt{\frac{QMR_B}{IK}} \quad q\alpha = f\,[\,J;\, GLR_B\,]$$

$$\Delta = 3,85\sqrt{1,72/15} = 1,30$$

$$q_{5\%\,(4,\,30)} = 3,85$$

3 - Conclusão:

Foi observado maior teor de sólidos solúveis em frutos de plantas proveniente da Face Norte da planta comparado com os frutos da Face Sul, conforme o teste de Tukey ao nível de 5% de probabilidade.

Tabela 1. Valores médios para o sólidos solúveis (ºBrix)) de frutos da manga em função da variedade e da face da planta.

Variedades	ºBrix
1	17,56 a
2	15,98 b
3	16,33 a
4	16,19 a
5	17,61 a
Faces	
Norte	17,46 a
Sul	15,83 b
Leste	16,77 ab
Oeste	16,80 ab

* As médias seguidas pela mesma letra não diferem entre sí ao nível de 5% de probabilidade, pelo teste Tukey.

Cálculo do Coeficiente de variação da parcela:

$$CV(\%) = \frac{\sqrt{QMR_A}}{MG} X\,100 = \frac{\sqrt{1,57}}{50,21} X\,100 = 2,49\ \%$$

$$MG = \frac{G}{I\,X\,J} = \frac{1004,1}{5\,X\,4} = 50,21$$

Cálculo do Coeficiente de variação da subparcela:

$$CV(\%) = \frac{\sqrt{QMR_B}}{MG} \times 100 = \frac{\sqrt{1,72}}{50,21} \times 100 = 2,61\ \%$$

$$MG = \frac{G}{I \times J} = \frac{1004,1}{5 \times 4} = 50,21$$

2) Caso da interação Significativa:

Exemplo 1:

Os dados do experimento foram coletados em laboratório. Na parcela constaram de 4 tipos de cera (C1, C2, C3 e C4) e na subparcela de 4 filmes plásticos (F1, F2, F3, e F4) para acondicionar frutos de morango. O experimento foi feito no Delineamento Inteiramente ao Acaso com 4 repetições. Os dados abaixo referem-se ao teor de vitamina C do fruto. Realize a análise de variância do experimento e os procedimentos pós-anova (Teste de Tukey a 5%)

CER	REP	F1	F2	F3	F4	TOTAIS PARC.	TOTAIS PREP.
C1	1	42,9	41,6	28,9	30,8	144,2	**679,3**
	2	53,8	58,5	43,9	46,3	202,5	
	3	49,5	53,8	40,7	39,4	183,4	
	4	44,4	41,8	28,3	34,7	149,2	
C2	1	53,3	69,6	45,4	35,1	203,4	**854,5**
	2	57,6	69,6	42,4	51,9	221,5	
	3	59,8	65,8	41,4	45,4	212,4	
	4	64,1	57,4	44,1	51,6	217,2	
C3	1	62,3	58,5	44,6	50,3	215,7	**868,9**
	2	63,4	50,4	45,0	46,7	205,5	
	3	64,5	46,1	62,6	50,3	223,5	
	4	63,6	56,1	52,7	51,8	224,2	
C4	1	75,4	65,6	54,0	52,7	247,7	**977,1**
	2	70,3	67,3	57,6	58,5	253,7	
	3	68,8	65,3	45,6	51,0	230,7	
	4	71,6	69,4	56,6	47,4	245,0	
		965,3	**936,8**	**733,8**	**743,9**	**3.379,8**	

C = $(3.379,8)^2$ / 64 = 178.485,13

1. Análise de Variância:

a) Soma de quadrado

SQC = 1 /16 ($679,3^2$ +...+ $977,1^2$) – C = 2.848,02

SQP_{ARC} = 1 / 4 ($144,2^2$ +...+ $245,0^2$) – C = 3.590,61

$SQR_A = SQC - SQV = 3.590,61 - 2.848,02 = 742,59$

$SQF = 1 / 16 (965,3^2 + ... + 743,9^2) - C = 2.842,87$

$SQT_O = (18,0^2 + 17,1^2 + ... + 16,6^2) - C = 7.797,39$

Para calcular a SQ da interação, vamos estruturar o quadro:

Prep \ Filmes	F1	F2	F3	F4
C1	190,6	195,7	141,8	151,2
C2	234,8	262,4	173,3	184,0
C3	253,8	211,1	204,9	199,1
C4	286,1	267,6	213,8	209,6

$SQ (C \times F) = SQ (C,F) - SQC - SQF$

$SQ (C,F) = 1 / 4 (190,6^2 + ... + 209,6^2) - C = 6.309,19$

$SQ (C \times F) = 6.309,19 - 2.848,02 - 2.842,87 = 618,30$

$SQR_B = SQT_O - SQP_{ARC} - SQF - SQ (C \times F)$.

$SQR_B = 7.797,39 - 3.590,61 - 2.842,87 - 618,30 = 745,61$

b) Quadrado médio

$QMC = SQC / GL_P = 2848,02 / 3 = 947,34$

$QMR_A = SQR_A / GL_{RA} = 742,59 / 12 = 61,88$

$QMF = SQF / GL_F = 2842,87 / 3 = 947,62$

$QMR_B = SQR_B / GL_{RB} = 745,61 / 36 = 20,71$

$QM\ C \times F = SQ\ C \times F / GL_{P \times F} = 618,3 / 9 = 68,70$

c) F

$F_C = QMC / QMR_A = 947,34 / 61,88 = 15,31$

$F_F = QMF / QMR_B = 947,62 / 20,71 = 45,75$

$F_{C \times F} = QM_{C \times F} / QMR_B = 68,70 / 20,71 = 3,32$

Quadro da Análise de Variância:

FV	GL	SQ	QM	F
C	3	2.848,02	947,34	15,31*
Erro a	12	742,59	61,88	
Parcelas	15	3.590,61		
F	3	2.842,87	947,62	45,75*
C x F	9	618,30	68,70	3,32*

Erro b	36	745,61	20,71
Total	63	7.797,39	

Cera: $F_{5\% (3,12)} = 3,49$
Filmes: $F_{5\% (3,36)} = 2,84$
Interação C x F: $F_{5\% (9,36)} = 2,12$

d) Conclusão

Houve interação entre os fatores C x F. Deve-se fazer o desdobramento da interação dos fatores C e F.

2. Teste de Comparação de Médias (Tukey 5%)

a) Comparações entre duas médias de tratamentos primários num mesmo tratamento secundário:

Comparações múltiplas: A/B níveis - Comparações entre médias de tratamentos principais dentro de cada nível de tratamento secundário.

Esta comparação envolve os dois erros por meio de um erro médio, sendo portanto um pouco mais complicada que as demais.

Procedimento:

1- Colocar as médias em ordem decrescente:

$m_{C4}/F_1 = 71,53$ a
$m_{C3}/F_1 = 63,45$ ab
$m_{C2}/F_1 = 58,70$ b
$m_{C1}/F_1 = 47,65$ c
↓
$M_{C4}/F_3 = 53,45$ a
$M_{C3}/F_3 = 51,22$ a
$M_{C2}/F_3 = 43,33$ ab
$M_{C1}/F_3 = 35,45$ b

$m_{C4}/F_2 = 66,90$ a
$m_{C2}/F_2 = 65,60$ a
$m_{C3}/F_2 = 52,78$ b
$m_{C1}/F_2 = 48,92$ b
↓
$M_{C4}/F_4 = 52,40$ a
$M_{C3}/F_4 = 49,78$ a
$M_{C2}/F_4 = 46,00$ ab
$M_{C1}/F_4 = 37,80$ b

2 – Formar e calcular o valor de cada contraste:

$\mathbf{Y_{C/F1}}$

$Y_1 = m_{C4}/F_1 – m_{C3}/F_1 = 71,53 – 63,45 = 8,08^{ns}$

$Y_2 = m_{C4}/F_1 – m_{C2}/F_1 = 71,53 – 58,70 = 12,83^{*}$

$Y_3 = m_{C4}/F_1 – m_{C1}/F_1 = 71,53 – 47,65 = 23,88^{*}$

$Y_4 = m_{C3}/F_1 – m_{C2}/F_1 = 63,45 – 58,70 = 4,75^{ns}$

$Y_5 = m_{C3}/F_1 - m_{C1}/F_1 = 63{,}45 - 47{,}65 = 15{,}80^*$

$Y_6 = m_{C2}/F_1 - m_{C1}/F_1 = 58{,}70 - 47{,}65 = 11{,}05^*$

$\mathbf{Y_{C/F2}}$

$Y_1 = m_{C4}/F_2 - m_{C2}/F_2 = 66{,}90 - 65{,}60 = 1{,}30^{NS}$

$Y_2 = m_{C4}/F_2 - m_{C3}/F_2 = 66{,}90 - 52{,}78 = 14{,}12^*$

$Y_3 = m_{C4}/F_2 - m_{C1}/F_2 = 66{,}90 - 48{,}92 = 17{,}98^*$

$Y_4 = m_{C2}/F_2 - m_{C3}/F_2 = 65{,}60 - 52{,}78 = 12{,}82^*$

$Y_5 = m_{C2}/F_2 - m_{C1}/F_2 = 65{,}60 - 48{,}92 = 16{,}68^*$

$Y_6 = m_{C3}/F_2 - m_{C1}/F_2 = 52{,}78 - 48{,}92 = 3{,}86^{NS}$

$\mathbf{Y_{C/F3}}$

$Y_1 = m_{C4}/F_3 - m_{C3}/F_3 = 53{,}45 - 51{,}22 = 2{,}23^{NS}$

$Y_2 = m_{C4}/F_3 - m_{C2}/F_3 = 53{,}45 - 43{,}33 = 10{,}12^{NS}$

$Y_3 = m_{C4}/F_3 - m_{C1}/F_3 = 53{,}45 - 35{,}45 = 18{,}00^*$

$Y_4 = m_{C3}/F_3 - m_{C2}/F_3 = 51{,}22 - 43{,}33 = 7{,}89^{NS}$

$Y_5 = m_{C3}/F_3 - m_{C1}/F_3 = 51{,}22 - 35{,}45 = 15{,}77^*$

$Y_6 = m_{C2}/F_3 - m_{C1}/F_3 = 43{,}33 - 35{,}45 = 7{,}88^{NS}$

$\mathbf{Y_{C/F4}}$

$Y_1 = m_{C4}/F_4 - m_{C3}/F_4 = 52{,}40 - 49{,}78 = 2{,}62^{NS}$

$Y_2 = m_{C4}/F_4 - m_{C2}/F_4 = 52{,}40 - 46{,}00 = 6{,}40^{NS}$

$Y_3 = m_{C4}/F_4 - m_{C1}/F_4 = 52{,}40 - 37{,}80 = 14{,}60^*$

$Y_4 = m_{C3}/F_4 - m_{C2}/F_4 = 49{,}78 - 46{,}00 = 3{,}78^{NS}$

$Y_5 = m_{C3}/F_4 - m_{C1}/F_4 = 49{,}78 - 37{,}80 = 11{,}98^*$

$Y_6 = m_{C2}/F_4 - m_{C1}/F_4 = 46{,}00 - 37{,}80 = 8{,}20^{NS}$

O número de graus de liberdade (n') associado a este Erro Médio é calculado de modo aproximado pela fórmula de Satterthwaite:

$$QMRcomb. = q\sqrt{\frac{QMR_A + (K-1)\,QMR_B}{JK}} \quad ; q\alpha = f\,[\,I;\, n'\,]$$

$$n' = \frac{[QMR_A + (K-1)\,QMR_B]^2}{\dfrac{[QMR_A]^2}{(I-1)(J-1)} + \dfrac{[(k-1)\,QMR_B]^2}{I\,(J-1)\,(K-1)}}$$

$$n' = \frac{[61{,}88 + (4-1)\;20{,}71]^2}{\dfrac{[61{,}88]^2}{(4-1)(4-1)} + \dfrac{[(4-1)\;20{,}71]^2}{4\,(4-1)\,(4-1)}}$$

$$n' = 28{,}86 \approx 29 \text{ GL.}$$

$$q_{5\% \, (4,\, 29)} = 3,85$$

$$QMRcomb = 3,85 \sqrt{\frac{61,88 + (4-1)\ 20,71}{4 \times 4}} = 10,72$$

3 – Conclusões:

Conclusão $Y_{C/F1}$

Quando foi utilizado o tipo de filme plástico 1 foi observado maior teor de vitamina C na polpa do fruto da goiaba associado com o tipode cera 4 comparado aqueles frutos que receberam o tipo de cera 2 e 1 a 5 % de probabilidade pelo teste Tukey.

Conclusão $Y_{C/F2}$

Quando foi utilizado o tipo de filme plástico 2 foi observado maior teor de vitamina C na polpa do fruto da goiaba associado com o tipo de cera 4 e 2 comparado aqueles frutos que receberam o tipo de cera 2 e 1 a 5 % de probabilidade pelo teste Tukey.

Conclusão $Y_{C/F3}$ e $Y_{C/F4}$

Quando foi utilizado o tipo de filme plástico 3 e 4 foi observado maior teor de vitamina C na polpa do fruto da goiaba associado com o tipo de cera 4 comparado aqueles frutos que receberam o tipo de cera 1 a 5 % de probabilidade pelo teste Tukey.

Comparações múltiplas: B/A níveis.

Procedimento:

1 - Colocar as médias em ordem decrescente:

$m_{F2}/c_1 = 48,92$ A
$m_{F1}/c_1 = 47,65$ A
$m_{F4}/c_1 = 37,80$ B
$m_{F3}/c_1 = 35,45$ B

$m_{F2}/c_2 = 65,60$ A
$m_{F1}/c_2 = 58,70$ A
$m_{F4}/c_2 = 46,00$ B
$m_{F3}/c_2 = 43,33$ B

$m_{F1}/c_3 = 63,45$ A
$m_{F2}/c_3 = 52,78$ B
$m_{F3}/c_3 = 51,22$ B
$m_{F4}/c_3 = 49,78$ B

$m_{F1}/c_4 = 71,53$ A
$m_{F2}/c_4 = 66,90$ A
$m_{F3}/c_4 = 53,45$ B
$m_{F4}/c_4 = 52,40$ B

2 - Formar e calcular o valor de cada contraste:

$Y_{F/C1}$

$Y_1 = m_{F2}/C_1 – m_{F1}/C_1 = 48{,}92 – 47{,}65 = 1{,}27^{NS}$

$Y_2 = m_{F2}/C_1 – m_{F4}/C = 48{,}92 – 37{,}80 = 11{,}12^*$

$Y_3 = m_{F2}/C_1 – m_{F3}/C_1 = 48{,}92 – 35{,}45 = 13{,}45^*$

$Y_4 = m_{F1}/C_1 – m_{F4}/C_1 = 47{,}65 – 37{,}80 = 9{,}85^*$

$Y_5 = m_{F1}/C_1 – m_{F3}/C_1 = 47{,}65 – 35{,}45 = 12{,}2^*$

$Y_6 = m_{F4}/C_1 – m_{F3}/C_1 = 37{,}80 – 35{,}45 = 2{,}35^{NS}$

$Y_{F/C2}$

$Y_1 = m_{F2}/C_2 – m_{F1}/C_2 = 65{,}60 – 58{,}70 = 6{,}90^{NS}$

$Y_2 = m_{F2}/C_2 – m_{F4}/C_2= 65{,}60 – 46{,}00 = 19{,}60^*$

$Y_3 = m_{F2}/C_2 – m_{F3}/C_2 = 65{,}60 – 43{,}33 = 22{,}27^*$

$Y_4 = m_{F1}/C_2 – m_{F4}/C_2 = 58{,}70 – 46{,}00 = 12{,}70^*$

$Y_5 = m_{F1}/C_2 – m_{F3}/C_2 = 58{,}70 – 43{,}33 = 15{,}37^*$

$Y_6 = m_{F4}/C_2 – m_{F3}/C_2 = 46{,}00 – 43{,}33 = 2{,}67^{NS}$

$Y_{F/C3}$

$Y_1 = m_{F1}/C_3 – m_{F2}/C_3 = 63{,}45 – 52{,}78 = 10{,}67^*$

$Y_2 = m_{F1}/C_3 – m_{F3}/C_3= 63{,}45 – 51{,}22 = 12{,}23^*$

$Y_3 = m_{F1}/C_3 – m_{F4}/C_3 = 63{,}45 – 49{,}78 = 13{,}67^*$

$Y_4 = m_{F2}/C_3 – m_{F3}/C_3 = 52{,}78 – 51{,}22 = 1{,}56^{NS}$

$Y_5 = m_{F2}/C_3 – m_{F4}/C_3 = 52{,}78 – 49{,}78 = 3{,}00^{NS}$

$Y_6 = m_{F3}/C_3 – m_{F4}/C_3 = 51{,}22 – 49{,}78 = 1{,}44^{NS}$

$Y_{F/C4}$

$Y_1 = m_{F1}/C_3 – m_{F2}/C_3 = 71{,}53 – 66{,}90 = 4{,}63^{NS}$

$Y_2 = m_{F1}/C_3 – m_{F3}/C_3= 71{,}53 – 53{,}45 = 18{,}08^*$

$Y_3 = m_{F1}/C_3 – m_{F4}/C_3 = 71{,}53 – 52{,}40 = 19{,}13^*$

$Y_4 = m_{F2}/C_3 – m_{F3}/C_3 = 66{,}90 – 53{,}45 = 13{,}45^*$

$Y_5 = m_{F2}/C_3 – m_{F4}/C_3 = 66{,}90 – 52{,}40 = 14{,}50^*$

$Y_6 = m_{F3}/C_3 – m_{F4}/C_3 = 53{,}45 – 52{,}40 = 1{,}05^{NS}$

$$\Delta = q \sqrt{\frac{QMR_B}{J}}$$

$q\alpha = f\ [\ J;\ GLR_B\ ]$

$\Delta = 3{,}79\ \sqrt{20{,}71/4} = 8{,}62$

$Q_{5\%\ (4,\ 36)} = 3{,}79$

3 - Conclusões:

Conclusão $Y_{F/C1}$ e $Y_{F/C2}$

Quando foi utilizado o tipo de ceras 1 e 2 foi observado maior teor de vitamina C na polpa do fruto da goiaba associado com o tipo de filme plástico 2 e 1 comparado aqueles frutos que foram acondicionados com o tipo de filme plástico 4 e 3 a 5 % de probabilidade pelo teste Tukey.

Conclusão $Y_{F/C3}$

Quando foi utilizado o tipo de cera 3 foi observado maior teor de vitamina C na polpa do fruto da goiaba associado com o tipo de filme plástico 1 comparado aqueles frutos que foram acondicionados nos demais tipos de filmes plásticos (2, 3 e 4) a 5 % de probabilidade pelo teste Tukey.

Conclusão $Y_{F/C4}$

Quando foi utilizado o tipo de cera 4 foi observado maior teor de vitamina C na polpa do fruto da goiaba associado com o tipo de filme plástico 1 e 2 comparado aqueles frutos que foram acondicionados nos filmes plásticos 3 e 4 a 5 % de probabilidade pelo teste Tukey.

Tabela 1 – Valores médios de teor de vitamina C em função do tipo de cera e do filme plástico em frutos de goiaba.

	Teor de Vitamina C (mg.100 g de amostra)			
	Filme plástico			
Preparo	F1	F2	F3	F4
P1	47,65 c A	48,92 b A	35,45 b B	37,80 b B
P2	58,70 ab A	65,60 a A	43,33 ab B	46,00 ab B
P3	63,45 a A	52,78 b B	51,22 a B	49,78 a B
P4	71,53 a A	66,90 a A	53,45 a B	52,40 a B

Nas colunas, as médias seguidas pela mesma letra minúscula e nas linhas pela mesma letra maiúscula, não diferem entre sí pelo teste de Tukey ao nível de 5 % de probabilidade.

Exemplo 2.

Foi realizado um experimento em blocos casualizados com 4 repetições, no esquema de parcelas subdivididas. Os tratamentos das parcelas foram 4 variedades de banana (T_1, T_2, T_3 e T_4) e os tratamentos das subparcelas foram uma e duas linhas de irrigação ($T_1´$ = 1 linha e $T_2´$ = 2 linhas). Abaixo encontram-se os dados do comprimento (cm) nas subparcelas:

Quadro 1.

Repetições	Tratamentos								Totais
	T_1		T_2		T_3		T_4		
	T_1'	T_2'	T_1'	T_2'	T_1'	T_2'	T_1'	T_2'	
1	19,0	18,9	19,2	19,8	20,8	20,7	21,1	16,9	156,4
2	17,1	17,6	19,5	18,3	20,9	21,3	22,7	17,7	155,1
3	17,5	14,9	17,5	19,3	18,6	17,4	21,0	16,4	142,6
4	17,6	18,2	20,2	19,0	21,7	19,8	19,9	18,6	155,0
Totais	71,2	69,6	76,4	76,4	82,0	79,2	84,7	69,6	609,1

Croqui de Campo:

	T_2		T_4		T_1		T_3	
BL I	T_2'	T_1'	T_2'	T_1'	T_1'	T_2'	T_1'	T_2'
	T_3		T_1		T_2		T_4	
BL II	T_1'	T_2'	T_2'	T_1'	T_1'	T_2'	T_2'	T_1'
	T_4		T_3		T_1		T_2	
BL III	T_1'	T_2'	T_1'	T_2'	T_1'	T_2'	T_2'	T_1'
	T_1		T_2		T_3		T_4	
BL IV	T_2'	T_1'	T_1'	T_2'	T_2'	T_1'	T_1'	T_2'

Considerando que a unidade de cálculo é a subparcela, do Quadro de dados podemos tirar:

$$C = \frac{(609{,}1)^2}{32} = 11593{,}8378;$$

$$\text{SQ Blocos} = \frac{1}{8}(156{,}4^2 + 155{,}1^2 + 142{,}6^2 + 155{,}0^2) - 11593{,}8378$$

SQ Blocos = 11609,5913 – 11593,8378 = 15,7535;

SQ Total = $19{,}0^2 + 17{,}1^2 + \ldots + 16{,}4^2 + 18{,}6^2 - 11593{,}8378$

SQ Total = 11687,8500– 11593,8378 = 94,0122.

Para a soma da soma de quadrados de parcelas, é necessário fazer um quadro auxiliar com os totais de parcelas.

Quadro 2. Quadro auxiliar com os totais das parcelas

Repetições	Tratamentos				Totais
	T_1	T_2	T_3	T_4	
1	37,9 (2)	39,0	41,5	38,0	156,4 (8)
2	34,7	37,8	42,2	40,4	155,1
3	32,4	36,8	36,0	37,4	142,6
4	35,8	39,2	41,5	38,5	155,0
Totais	140,8(8)	152,8	161,2	154,3	609,1

Do quadro 2, calculamos:

$$\text{SQ Variedades} = \frac{1}{8}(140{,}8^2 + 152{,}8^2 + 161{,}2^2 + 154{,}3^2) - 11593{,}8378$$

SQ Variedades = 11620,8013 – 11593,8378 = 26,9635;

$$\text{SQ Parcelas} = \frac{1}{2}(37{,}9^2 + 34{,}7^2 + \ldots + 37{,}4^2 + 38{,}5^2) - 11593{,}8378$$

$$\text{SQ Parcelas} = 11645{,}5650 - 11593{,}8378 = 51{,}7272\,;$$

SQ Erro (a) = SQ Parcelas – SQ Blocos – SQ Variedades

SQ Erro (a) = 51,7272 – 15,7535 – 26,9635 = 9,0102.

É necessário também fazer um outro quadro auxiliar com a combinação entre os níveis dos dois fatores (variedades e linhas de irrigação) para o cálculo da soma de quadrados do tratamento da subparcela (linhas de irrigação) e da interação variedades x linha (T x T´).

Quadro 3. Quadro auxiliar com os totais de todas as repetições para cada combinação entre os níveis dos fatores T e T´.

Linhas\Variedades	T_1	T_2	T_3	T_4	Totais
T'_1	71,2 (4)	76,4	82,0	84,7	314,3(16)
T'_2	69,6	76,4	79,2	69,6	294,8
Totais	140,8(8)	152,8	161,2	154,3	609,1

Do Quadro 3, é possível obter:

$$SQ\,Linhas = \frac{1}{16}(314{,}3^2 + 294{,}8^2) - 11593{,}8378$$

SQ Linhas = 11605,7206 – 11593,8378 = 11,8828;

$$SQ\,Variedades\,x\,Linhas\,(T\,x\,T') = \frac{1}{4}(71{,}2^2 + 69{,}6^2 + \ldots + 69{,}6^2) - C - SQ\,Variedades - SQLinhas$$

SQ Variedades x Linhas (T x T') = 11650,6025 – 11593,8378 – 26,9635 – 11,8828 = 17,9184;

SQ Erro (b) = SQ Total – SQ Parcela – SQ Linhas – SQ Variedades x Linhas

SQ Erro (b) = 94,0122 – 51,7272 – 11,8828 – 17,9184 = 12,4838.

Quadro da Análise de Variância para o exemplo:

FV	GL	SQ	QM	F	Prob>F
Bloco	3	15,7535	5,2512	5,245	0,0229
Variedades (T)	3	26,9635	8,9878	8,978	0,0045
Erro (a)	9	9,0102	1,0011		
Parcelas	15	51,7272			
Linhas (T')	1	11,8828	11,8828	11,422	0,0055
T x T'	3	17,9184	5,9728	5,741	0,0338
Erro (b)	12	12,4838	1,0403		
Total	31	94,0122			
CV (a) (%)	5,26				
CV (b) (%)	5,37				
Média geral ($\bar{y}$): 19,0		Número de observações:	32		

Nos experimentos em parcelas subdivididas temos dois Coeficientes de Variação:

a) Para parcelas:

$$CV(a) = \frac{\sqrt{QMErro\,(a)}}{\bar{y}}.100 = \frac{\sqrt{1{,}0011}}{19{,}0}.100 = 5{,}26\%\,;$$

b) Para subparcelas:

$$CV(b) = \frac{\sqrt{QMErro\,(b)}}{\bar{y}}.100 = \frac{\sqrt{1{,}0403}}{19{,}0}.100 = 5{,}37\%\,.$$

Considere:
I: número de tratamentos principais,   I = 4 variedades
K: número de tratamentos secundários, k= 2 linhas de irrigação
r: número de blocos, r= 4 blocos.
T_{Ti} e $T_{Ti'}$: total do tratamento principal i e do tratamento secundário i`, respectivamente.
$\overline{T}_i$ e $\overline{T}_i'$: média do tratamento principal i e do tratamento secundário i´, respectivamente.

As comparações de médias que o pesquisador pode ter interesse em um experimento em parcelas subdivididas são as seguintes:

a) Comparações entre médias de tratamentos principais (Médias de variedades- T):

Comparando, por exemplo, a média de T_1 com a média de T_2, pelo teste de Tukey, do Quadro 3, podemos obter:

$$\overline{T}_1 = \frac{T_{T_1}}{rK} = \frac{140,8}{4x2} = 17,6 \quad \text{e} \quad \overline{T}_2 = \frac{T_{T_2}}{rK} = \frac{152,8}{4x2} = 19,1$$

$$DMS = q\sqrt{\frac{QMErro(a)}{r.K}}$$

Sendo que para α=0,05; I=4 tratamentos principais (variedades) e GLerro(a)=9 $\rightarrow$ q=4,41:

$$DMS = 4,41\sqrt{\frac{1,0011}{4.2}} = 1,56\,.$$

O contraste entre $\overline{T}_1$ e $\overline{T}_2$ é:

$$\hat{y} = \overline{T}_1 - \overline{T}_2 = 17,6 - 19,1 = -1,5\,.$$

Lembrando a interpretação do teste de Tukey:

Se $|\hat{y}| \geq DMS \Rightarrow$ as médias dos dois tratamentos em comparação podem ser consideradas estatisticamente diferentes.

$|-1,5| = 1,5 < 1,56$ portanto $\overline{T}_1 = \overline{T}_2$ e assim continua as comparações entre as outras médias de variedades duas a duas.

b) Comparações entre médias de tratamentos secundários (médias de linhas – T´):

Comparando a média de $T_1´$ com a de $T_2´$ pelo teste de Tukey, do Quadro 3, pode-se obter:

$$\overline{T}_1' = \frac{T_{T_1'}}{rI} = \frac{314{,}3}{4x4} = 19{,}64 \quad \text{e} \quad \overline{T}_2' = \frac{T_{T_2'}}{rI} = \frac{294{,}8}{4x4} = 18{,}43$$

$$DMS = q\sqrt{\frac{QMErro(b)}{r.I}}$$

Sendo que para α=0,05; k=2 tratamentos secundários (Linhas) e GLErro (b)=12 $\longrightarrow$ q=3,08:

$$DMS = 3{,}08\sqrt{\frac{1{,}0403}{4.4}} = 0{,}78$$

O contraste ente T'_1 e T'_2 é:

$$\hat{y} = \overline{T}_1' - \overline{T}_2' = 19{,}64 - 18{,}43 = 1{,}21.$$

$1{,}21 > 0{,}78$ portanto $T_1' \neq T_2'$.

c) Comparações entre médias de tratamentos secundários dentro de cada nível de tratamento principal (médias de Linhas dentro de cada Variedade – T/T):

Do Quadro 3, obtém-se:

$$SQ\,Linha\,/Variedade\,1 = SQ\,T'/T_1 = \frac{1}{4}\left(71{,}2^2 + 69{,}6^2\right) - \frac{(140{,}8)^2}{8}$$

$SQ\,T'/T_1$ = 2478,4000 – 2478,0800 = 0,3200;

$$SQ\,Linha\,/Variedade\,2 = SQ\,T'/T_2 = \frac{1}{4}\left(76{,}4^2 + 76{,}4^2\right) - \frac{(152{,}8)^2}{8}$$

$SQ\,T'/T_2$ = 2918,4800 – 2918,4800 = 0,0000;

$$SQLinha\,/\,Variedade\,3 = SQ\,T'\,/\,T_3 = \frac{1}{4}\left(82{,}0^2 + 79{,}2^2\right) - \frac{(161{,}2)^2}{8}$$

$SQ\,T'\,/\,T_3 =$ 3249,1600 – 3248,18 = 0,9800;

$$SQLinha\,/\,Variedade\,4 = SQ\,T'\,/\,T_4 = \frac{1}{4}\left(84{,}7^2 + 69{,}6^2\right) - \frac{(154{,}3)^2}{8}$$

$SQ\,T'\,/\,T_4$ = 3004,5625 – 2976,0613 = 28,5012.

Para certificar se o cálculo das somas de quadrado do desdobramento Linhas dentro de Variedades foi realizado corretamente, basta verificar:

$$SQ\ T' + SQ\ T \times T' = SQ\ T'/T_1 + SQ\ T'/T_2 + SQ\ T'/T_3 + SQ\ T'/T_4$$

$$11{,}8828 + 17{,}9184 = 0{,}3200 + 0{,}0000 + 0{,}9800 + 28{,}5012.$$

$$29{,}8012 = 29{,}8012 \text{ ok!}$$

A análise de variância para o desdobramento T´= T é:

FV	GL	SQ	QM	F	Prob>F
T'/T_1	(K-1) = 2-1 =1	0,3200	0,3200	0,308	0,6347
T'/T_2	(K-1) = 2-1 =1	0,0000	0,0000	0,000	0,9975
T'/T_3	(K-1) = 2-1 =1	0,9800	0,9800	0,942	0,4341
T'/T_4	(K-1) = 2-1 =1	28,5012	28,5012	27,397	0,0346
Erro (b)	12	12,4838	1,0403		

Da análise de variância anterior observa-se que houve diferença significativa entre efeitos de Linhas (T´), comprimento da banana, somente para a Variedade 4. Para as demais variedades T_1, T_2 e T_3 não houve diferença significativa ao nível de 5% de probabilidade entre 1 e 2 linhas de irrigação no comprimento do fruto central da terceira penca de banana.

Podemos, então utilizar o teste de Tukey para comparar as médias de T´(1 e 2 Linhas de irrigação) para T4 (Variedade 4).

Médias:

$$\text{Linha 1/ Variedade 4} = \overline{T_1'T_4} = \frac{84{,}7}{4} = 21{,}18$$

$$\text{Linha 2/ Variedade 4} = \overline{T_2'T_4} = \frac{69{,}6}{4} = 17{,}40$$

Teste de Tukey:

$$DMS = q\sqrt{\frac{QMErro\,(b)}{r}}$$

Sendo q para α=0,05; k=2 tratamentos secundários (Linhas) e GLErro (b)=12 → q=3,08:

$$DMS = 3{,}08\sqrt{\frac{1{,}0403}{4}} = 1{,}57\,.$$

O contraste entre T_1' e T_2' para T4 é:

$$\hat{y} = \overline{T}_1' - \overline{T}_2' = 21{,}18 - 17{,}40 = 3{,}78.$$

3,78 > 1,57 portanto $T_1' \neq T_2'$ para T4. Ou seja, para a Variedade 4 (T4), 1 linha de irrigação (T_1') proporcionou significativamente maior comprimento (cm) do fruto central da terceira penca de banana do que 2 linhas de irrigação (T_2'). Colocando as letras do teste:

Linha 1/Variedade 4=21,18 a
Linha 2/Variedade 4= 17,40 b

d) Comparações entre médias de tratamentos principais dentro de cada nível de tratamento secundário (médias de Variedades dentro de cada Linha – T/T´):

Esta comparação envolve os dois erros por meio de um erro médio, sendo portanto um pouco mais complicada que as demais.

$$\text{QMErro Médio} = \frac{\text{QMErro(a)} + (K-1).\text{QMErro(b)}}{K}$$

$$\text{QMErro Médio} = \frac{1{,}0011 + (2-1).1{,}0403}{2} = 1{,}0207.$$

O número de graus de liberdade (n´) associado a este Erro Médio é calculado de modo aproximado pela fórmula de Satterthwaite:

$$n' = \frac{[\text{QMErro(a)} + (K-1).\text{QMErro(b)}]^2}{\frac{[\text{QMErro(a)}]^2}{\text{GLErro(a)}} + \frac{[(K-1)\text{QMErro(b)}]^2}{\text{GLErro(b)}}}$$

$$n' = \frac{[1{,}0011 + (2-1).1{,}0403]^2}{\frac{[1{,}0011]^2}{9} + \frac{[(2-1).1{,}0403]^2}{12}} = 20{,}67 \approx 21 \text{ (arredondando)}.$$

Observação: GLErro (a) ≤ n´≤ [GLErro (a) + GLErro (b)].

Do quadro 3, obtém-se:

$$\text{SQ Variedade /Linha 1} = \text{SQ T/T}_1' = \frac{1}{4}\left(71{,}2^2 + 76{,}4^2 + 82{,}0^2 + 84{,}7^2\right) - \frac{(314{,}3)^2}{16}$$

$$\text{SQ T/T}_1' = 6201{,}1225 - 6174{,}0306 = 27{,}0919;$$

$$\text{SQ Variedade/Linha 2} = \text{SQ T/T}_2^{'} = \frac{1}{4}\left(69{,}6^2 + 76{,}4^2 + 79{,}2^2 + 69{,}6^2\right) - \frac{(294{,}8)^2}{16}$$

$$\text{SQ T/T}_2^{'} = 5449{,}4800 - 5431{,}6900 = 17{,}7900.$$

Para certificar se o cálculo das somas de quadrados do desdobramento Variedades dentro de Linhas foi realizado corretamente, basta verificar:

$$\text{SQ T} + \text{SQ T x T}^{'} = \text{SQ T / T}_1^{'} + \text{SQ T / T}_2^{'}$$

$$26{,}9635 + 17{,}9184 = 27{,}0919 + 17{,}7900$$

$$44{,}8819 = 44{,}8819 \text{ ok!}$$

A análise de variância para o desdobramento T/T´é:

FV	GL	SQ	QM	F	Prob>F
$T/T_1^{'}$	(I-1) = 4-1 =3	27,0919	9,0306	8,848	0,0005
$T/T_2^{'}$	(I-1) = 4-1 =3	17,7900	5,9300	5,810	0,0047
Erro Médio	21	-	1,0207		

Da análise de variância anterior observa-se que houve diferença significativa entre efeitos de Variedades (T), no comprimento da banana, tanto para 1 linha de irrigação quanto para 2 linhas de irrigação, ao nível de 5% de probabilidade. Podemos então utilizar, por exemplo, o teste de Tukey para comparar as médias de T (Variedades) para T_1´(1 linha de irrigação) e também para T_2´(2 linhas de irrigação).

Médias:

Comparando Médias de T para T_1´, do Quadro 3 pode-se obter:

$$\text{Variedade 1/ Linha 1} = \text{T T}_1^{'} = \frac{71{,}2}{4} = 17{,}80$$

$$\text{Variedade 2/ Linha 1} = \overline{\text{T}_2\text{T}_1^{'}} = \frac{76{,}4}{4} = 19{,}10$$

$$\text{Variedade 3/ Linha 1} = \overline{\text{T}_3\text{T}_1^{'}} = \frac{82{,}0}{4} = 20{,}50$$

$$\text{Variedade 4/ Linha 1} = \overline{\text{T}_4\text{T}_1^{'}} = \frac{84{,}7}{4} = 21{,}18$$

Comparando Médias de T para T_2', do Quadro 3 pode-se obter:

$$\text{Variedade 1/ Linha 2} = \overline{T_1T_2'} = \frac{69,6}{4} = 17,40$$

$$\text{Variedade 2/ Linha 2} = \overline{T_2T_2'} = \frac{76,4}{4} = 19,10$$

$$\text{Variedade 3/ Linha 2} = \overline{T_3T_2'} = \frac{79,2}{4} = 19,80$$

$$\text{Variedade 4/ Linha 2} = \overline{T_4T_2'} = \frac{69,6}{4} = 17,40$$

Teste de Tukey:

$$\text{DMS} = q\sqrt{\frac{\text{QMErro Médio}}{r}}$$

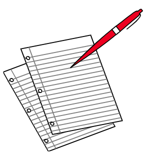
Sendo q para α=0,05; I=4 tratamentos principais (Variedades) e GLErro Médio= n´=21 → q=3,95:

$$\text{DMS} = 3,95\sqrt{\frac{1,0207}{4}} = 2,00\,.$$

Os resultados do teste de Tukey comparando as médias das Variedades para 1 e 2 linhas de irrigação está apresentado a seguir:

Variedades\Linhas	T_1'	T_2'
T_1	17,80 c	17,40 b
T_2	19,10 bc	19,10 ab
T_3	20,50 ab	19,80 a
T_4	21,18 a	17,40 b

Médias seguidas de mesma letra não diferem entre si pelo teste de Tukey (Prob > 0,05).



Exercícios:

1. Um experimento foi conduzido para avaliar o comportamento de diferentes cultivares de soja em diversas épocas de semeadura. Os tratamentos épocas foram sorteados nas parcelas e os cultivares nas subparcelas, utilizando-se o delineamento em blocos casualizados com três repetições. Os resultados obtidos da porcentagem de germinação foram:

Época de Semeadura	Blocos	Cultivar				Total das Parcelas	Média
		E316	Emb1	Rai	Iti		
Outubro	1	81	60	94	57	292(4)	
	2	77	56	90	53	276	
	3	85	64	97	61	307	
Novembro	1	90	92	96	90	368	
	2	94	96	99	94	383	
	3	86	88	92	86	352	
Dezembro	1	86	90	90	91	357	
	2	82	94	94	95	365	
	3	90	86	86	87	349	
Total		771(9)	726	838	714	3049(36)	

Fonte: Dados adaptados de Pereira (1998).

a) Faça a análise de variância e interpretar os resultados;
b) Identifique qual o melhor cultivar de cada época;
c) Identifique qual a melhor época para cada cultivar.
d) Para os itens (b) e (c) faça o desdobramento da interação e aplique o Tukey (5%) para comparar os tratamentos.

2. Um experimento foi realizado para avaliar o comportamento de três cultivares de trigo submetido a três níveis de irrigação. O fator irrigação foi casualizado nas parcelas e os cultivares nas subparcelas utilizando-se o delineamento em blocos casualizados com três repetições. Os valores de índice de glúten (em %) foram:

Cultivar	Irrigação	Blocos		
		1	2	3
A	0	75	83	74
	40	81	85	80
	80	84	90	85
B	0	80	82	80
	40	84	89	83
	80	90	93	89
C	0	79	82	78
	40	87	93	88
	80	96	97	95

a) Faça a análise de variância, interprete os resultados obtidos;
b) Faça o desdobramento da interação para comparar os cultivares em cada nível de irrigação e aplique o teste de Tukey (%) para avaliar os cultivares;
c) Faça o desdobramento da interação para comparar os níveis de irrigação em cada cultivar e use a análise de regressão para descrever o efeito da irrigação;

3. Valores da enzima PFO em função do tipo de colheita e da época de colheita de cafeeiro cultivar mundo novo em experimento em blocos casualizados, com três repetições e tratamentos dispostos em parcelas subdivididas. As épocas de colheitas constituem o fator das parcelas. Fazer a análise de

variância completa, com aplicação de teste de comparação múltipla e desdobramento de interação, se for necessário.

Tipo de Colheita	Bloco	Época de Colheita					
		31-05	14-06	28-06	12-07	26-07	10-08
Pano	1	58	61	66	68	67	70
	2	57	63	67	66	69	72
	3	59	59	65	69	65	68
Chão	1	56	59	60	61	62	63
	2	57	58	59	63	61	61
	3	54	61	61	59	63	63

4. Um pesquisador pretende instalar um experimento para avaliar o efeito dos fatores temperatura de armazenamento (ambiente, resfriado e congelado) e soluções de cálcio (0%, 1%, 2% e 3%) em maças, visando a conservação de frutos de maça com boa qualidade. Como o pesquisador poderá instalar esse experimento? Justifique o uso dos delineamentos experimentais (DIC, DBC ou QL), o número de repetições (quatro?), o que será a unidade experimental? Apresente o esquema de análise de variância considerando que os tratamentos podem ser dispostos, na sua instalação, nos esquemas em fatorial e em parcela subdividida. Comente qual poderá ser a melhor opção para o pesquisador.

5. Um experimento foi conduzido para avaliar condições de armazenamento para conservação de banana prata. Os tratamentos primários foram duas temperaturas (12^0C e 25^0C) e os tratamentos secundários (AR, AR+AE, AM, e AM+AE) constituídos pelo armazenamento refrigerado (AR), atmosfera modificada (AM) pelo uso de filme de polietileno de baixa densidade associados com a absorção de etileno (AE). Utilizou-se o delineamento em blocos casualizados, com duas repetições. Os resultados obtidos para firmeza da polpa (N) foram:

Temperatura	Blocos	Tratamentos			
		AR	AR+AE	AM	AM+AE
12^0C	1	7,0	7,0	5,7	6,6
	2	6,5	6,7	5,4	6,9
25^0C	1	6,2	9,4	7,1	10,5
	2	5,8	8,9	6,5	9,6

a) Faça a análise de variância, interprete os resultados obtidos;

b) Faça o desdobramento da interação para comparar os tipos de armazenamentos em cada nível de temperatura e aplique o teste de Tukey (%) para avaliar os tipos de armazenamentos;

c) Faça o desdobramento da interação para comparar os níveis de temperaturas em cada tipo de armazenamento e use o teste F para comparar os efeitos das temperaturas.

6. Um experimento foi realizado com o objetivo de comparar sistemas de preparo de solo na cultura do milho, bem como determinar a melhor cultivar. O delineamento experimental foi o blocos casualizado com quatro repetições, com os tratamentos dispostos no esquema de parcelas subdivididas. Os valores de produção de grãos (t/ha) obtidos foram:

Sistema de Preparo Solo	Cultivar	Blocos				Total
		I	II	III	IV	
Aração	A	4,2	4,6	4,5	4,4	
	B	4,5	4,7	4,3	4,7	
	C	5,2	5,0	6,8	5,8	
Aração+Gradagem	A	3,8	4,4	4,8	3,9	
	B	3,7	3,5	3,1	3,7	
	C	3,5	3,1	3,4	3,3	
Subsolagem	A	4,2	4,2	5,2	5,1	
	B	4,0	3,8	3,7	4,1	
	C	3,9	3,9	3,7	4,0	

a) Faça a análise de variância completa, incluindo todos os desdobramentos e interpretações;

7. Um experimento foi conduzido no delineamento inteiramente casualizado com duas repetições, com o objetivo de controlar ninfas (formas jovens) de cigarrinhas *(Deois flavopicta)* das pastagens através do uso de inseticidas e do manejo (modos de aplicação, em tempo após corte). Os valores obtidos da porcentagem de eficiência do controle químico foram:

Manejo (Dias após corte)	Repetição	Inseticidas				
		Decis FW	Mipcin 4G	Mipcin 2GF	Toxafeno	Lorsban
1 dia	1	53	58	80	28	25
	2	57	64	84	32	29
8 dias	1	55	28	47	58	33
	2	66	32	51	64	37
15 dias	1	35	77	55	68	40
	2	37	71	53	64	42

a) Faça a análise de variância com desdobramento de interação e interpretação dos resultados.