



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

Departamento de Matemática

**3.<sup>a</sup> Frequência de Análise Matemática I - 6/01/2018**

---

**ATENÇÃO:** Apresente todos os cálculos que efectuar e justifique todas as suas respostas. **Resolva cada grupo em folhas de teste distintas.** Numere todas as folhas de teste que entregar: por exemplo, se entregar 4 folhas de teste, deve numerá-las como 1/4, 2/4, 3/4 e 4/4.

---

### Grupo I

1. Seja  $f : D \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  a função real de variável real definida por

$$f(x) = \operatorname{sen} x.$$

a) Determine o polinómio de Taylor de ordem 4 da função  $f$ , em zero.

b) Use a fórmula obtida na alínea anterior para calcular um valor aproximado de  $\operatorname{sen} 1$ .

2. Calcule os seguintes limites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{\ln(1+x)};$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + e^{3x})^{\frac{1}{x}}.$

### Grupo II

3. Determine uma primitiva das seguintes funções, indicando o intervalo onde é válida:

a)  $\frac{\arctan^2 x}{1+x^2};$

b)  $x^2 \cos x;$

c)  $\frac{1}{x(x^2 - 2x + 1)}.$

### Grupo III

4. Considere  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  uma função duas vezes derivável em  $\mathbb{R}$  e a função

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt.$$

a) Determine  $g'(x)$ ,  $g''(x)$  e  $g'''(x)$ .

b) Justifique que: se  $f(0) \neq 0$ , então a função  $g$  tem um ponto de inflexão em  $x = 0$ .

5. Seja  $f : [0, 1] \longrightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua. Prove que

$$\int_a^b f(\sin^2 x) dx = \int_{a+\pi}^{b+\pi} f(\sin^2 t) dt.$$

### Grupo IV

6. Calcule, se possível, o valor dos seguintes integrais:

a)  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx;$

b)  $\int_0^2 \frac{1}{x^k} dx$ , com  $k \in \mathbb{R}_0^+$ .

c)  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx.$

Nome: \_\_\_\_\_

N.º \_\_\_\_\_

Curso: \_\_\_\_\_