1. Objectivos

Explorar a lei do movimento pendular.

Determinar a aceleração gravítica, usando o pêndulo gravítico simples.

2. Introdução

O pêndulo simples é um sistema mecânico caracterizado por uma massa pontual suspensa de um fio inextensível de massa desprezável, preso num ponto fixo.

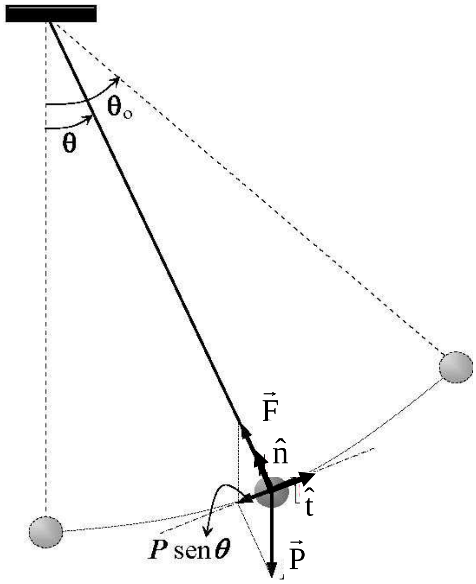

Figura. 1- Esquema do pêndulo gravítico simples

Se a partícula de massa *m* que constitui o pêndulo for afastada da sua posição de equilíbrio, θ = 0º, e largada numa posição que faça um ângulo θ_o com a vertical, ela passará a oscilar em torno da posição de equilíbrio, numa trajectória que é um arco de circunferência de raio igual ao comprimento do pêndulo (L).

O seu movimento, rege-se pela 2ª lei de Newton

$$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a} \tag{1}$$

Considerando as direcções normal, $\hat{n}$, e tangencial, $\hat{t}$, (figura1) podemos representar estes vectores nessas direcções. Então vem

a) segundo $\hat{n}$

$$F - P\cos\theta = m\frac{v^2}{L} \quad , \tag{2}$$

em que v^2/L é a aceleração normal.

b) segundo $\hat{t}$

$$-P\operatorname{sen}\theta = m\frac{dv}{dt} \quad , \tag{3}$$

em que $\frac{dv}{dt}$ é o módulo da aceleração tangencial.

Atendendo a que P = mg , vem,

$$\frac{dv}{dt} = -g\operatorname{sen}\theta \quad , \tag{4}$$

Da figura 2 observa-se que, quando a partícula se encontra na posição R descreveu um arco S, a que corresponde um ângulo θ.

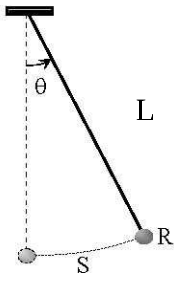

Figura. 2

O valor da velocidade da partícula é dado por

$$v = \frac{dS}{dt} \tag{5}$$

Mas como S=Lθ, a equação (5) pode tomar a forma,

$$v = L\frac{d\theta}{dt} \quad , \tag{6}$$

e

$$\frac{dv}{dt} = L\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad , \tag{7}$$

de (3) e (7) vem,

$$L\frac{d^2\theta}{dt^2} + g\operatorname{sen}\theta = 0 \quad , \tag{8}$$

Considerando o desenvolvimento de senθ em série de Taylor,

$$\operatorname{sen}\theta = \theta - \frac{1}{3!}\theta^3 + \frac{1}{5!}\theta^5 - ... \quad , \tag{9}$$

vê-se que para θ << 1rad tem-se que senθ ≈ θ. Nessas condições, a equação (8) pode escrever-se

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g\theta}{L} = 0 \quad , \tag{10}$$

Esta equação diferencial admite como solução,

$$\theta = \theta_0\operatorname{sen}(\omega t + \alpha) \quad , \tag{11}$$

que é a equação de um movimento harmónico simples, em que θ_o é a amplitude do movimento, α a fase na origem e ω a frequência angular de valor

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad , \tag{12}$$

Como se sabe, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, pelo que vem,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad , \tag{13}$$

A equação (13) relaciona o período de oscilação do pêndulo simples, para pequenas oscilações (θ<15º), com as variáveis de que depende. Entende-se por período, T, o tempo que decorre entre duas passagens consecutivas do pêndulo, no mesmo sentido, sobre uma posição da sua trajectória. Da análise desta equação, podem retirar-se algumas conclusões:

• *As pequenas oscilações são isócronas*, isto é, qualquer que seja a posição em que o pêndulo seja abandonado, dentro das condições impostas (θ_0<15º), o seu período de oscilação é o mesmo;

• *O período de oscilação não depende da massa*. Como se pode observar da equação (13), o período apenas depende do comprimento do pêndulo, L , e da aceleração da gravidade local, g.

Estas duas conclusões fazem parte de um conjunto de três leis, conhecidas por leis do pêndulo. A lei que falta diz-nos que *o pêndulo ao oscilar, fá-lo sempre no mesmo plano*.

3. Material: Um pêndulo simples, um cronómetro, uma fita métrica ou uma régua, um transferidor, papel milimétrico e lápis.

4. Procedimento experimental

1. Ajuste o fio do pêndulo de modo a ter um comprimento L ~ 50 cm e meça esta grandeza.
2. Faça oscilar o pêndulo, no plano vertical, com uma amplitude correspondente a um ângulo $\theta < 15^\circ$, e meça o tempo de 10 oscilações, t_{10}.
3. Repita os pontos anteriores, para outros comprimentos do pêndulo (60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 cm).
4. Usando os diferentes pares de valores (T, L) obtidos experimentalmente, represente graficamente T^2 em função de L e verifique que a relação entre estas duas grandezas é linear.
5. A partir dos parâmetros da regressão linear, determine a aceleração gravítica g.
6. Compare o valor de g obtido com o valor tabelado.
7. Comente os resultados obtidos.