

9 APLICAÇÕES DO CÁLCULO INTEGRAL

9.1. Determine a área dos seguintes subconjuntos de \mathbb{R}^2 :

a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, \ x^2 \leq y \leq x\}$;

b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq y \leq -x^2 + 2\}$;

c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, \ x^2 - 2x \leq y \leq \frac{x}{2}\}$;

d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 5, \ y \geq -5x + 5, \ y \geq \ln x\}$.

9.2. Calcule a área do plano limitada pelo gráfico de $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ e pelo eixo dos xx .

9.3. Determine a área do plano limitada pelas linhas:

a) $x = 0, \ x = 4, \ y = \sqrt{x}, \ y = x^2, \ y = -\frac{x}{3} + \frac{4}{3}$;

b) $y = x, \ y = \frac{3}{x^2 + 2}, \ y = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$;

c) $x = 0, \ x = \pi, \ y = \sin x, \ y = \cos x$;

d) $x = -5, \ x = 0, \ y = e^x, \ y = \operatorname{arctg} x$.

9.4. Determine o comprimento dos arcos de curva definidos por:

a) $y = \frac{2}{3}\sqrt{(x+2)^3}$, entre $x = -2$ e $x = 1$;

b) $y = \ln(\cos x)$, entre $x = 0$ e $x = \frac{\pi}{4}$;

c) $y = \cosh x$, entre $x = 0$ e $x = 1$;

9.5. Considere a região A limitada pelas linhas de equação $0 \leq y \leq \ln x$ e $x < a$, com $a > 1$.

- a) Calcule a área da região A ;
- b) Calcule o comprimento da linha (formada por um arco de curva e dois segmentos de recta) que "limita" o conjunto A .