

**4. FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL REAL (SOLUÇÕES)****4.1.**

- a)  $D_f = ]-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty[;$       b)  $D_f = ]-1, 0];$       c)  $D_f = \mathbb{R};$   
d)  $D_f = ]-2, 2[;$       e)  $D_f = ]-2, 2[;$       f)  $D_f = \mathbb{R}^-;$   
g)  $D_f = ]1, +\infty[;$       h)  $D_f = [-1, \text{sen}1[;$   
i)  $D_f = \left\{ x \in \mathbb{R} : x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{R} \right\}.$

**4.2.**

- a)  $f$  é ímpar;      b)  $f$  não é par nem ímpar.      c)  $f$  é par;  
d)  $f$  é par;      e)  $f$  é ímpar;      f)  $f$  não é par nem ímpar.

**4.3.**

- a)  $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$  e  $D_{f^{-1}} = \mathbb{R};$       b)  $f^{-1}(x) = 2e^x$  e  $D_{f^{-1}} = \mathbb{R};$   
c)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \text{tg } x$  e  $D_{f^{-1}} = \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[.$

**4.4.** a)  $D_f = \left[ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right], D'_f = \left[ -\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right]$  e  $x = \frac{1}{2} \text{sen} \left( \frac{\pi}{12} \right);$

b)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \text{sen} \left( \frac{\pi}{12} - \frac{x}{3} \right);$       c)  $x = 0.$

**4.5.**  $f(0) = \frac{1}{6}$  e  $x \in \left[ \ln \left( \frac{2}{3} \right), +\infty \right[.$

**4.6.** a)  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$  e  $D'_f = ]2, 3[ \cup ]3, +\infty[;$       b)  $x = 2 + e^{-2}.$

**4.8.**

a) 2;      b) 0;      c) 1;      d)  $na^{n-1}, n \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{R};$       e)  $\frac{4}{3};$

- $f)$   $\frac{4}{3}$ ;       $g)$   $0$ ;       $h)$   $\frac{1}{2}$ ;       $i)$   $0$ ;       $j)$   $\frac{3}{2}$ ;  
 $k)$   $1$ ;       $l)$   $0$ ;       $m)$   $\frac{1}{3}$ ;       $n)$   $\frac{1}{2}$ ;       $o)$   $e$ ;  
 $p)$   $1$ ;       $q)$  não existe.

**4.9.**  $a)$   $f(0^-) = 0$ ,  $f(0^+) = 1$  e  $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ;       $b)$   $g(0^-) = -\infty$ ,  $g(0^+) = 0$  e  $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ .

**4.12.**

- $a)$   $1$ ;       $b)$   $k$ ;       $c)$   $+\infty$ ;       $d)$   $0$ ;       $e)$   $1$ ;  
 $f)$   $1$ ;       $g)$   $\frac{2}{3}$ ;       $h)$   $0$ ;       $i)$   $\frac{-1}{4}$ .

**4.14.**

- $a)$  contínua em  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;       $b)$  contínua em  $\mathbb{R}$ ;       $c)$  contínua em  $\mathbb{R}^+$ ;  
 $d)$  contínua em  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ ;       $e)$  contínua em  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;       $f)$  contínua em  $\mathbb{R}$ ;  
 $g)$  contínua em  $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ ;       $h)$  contínua em  $\mathbb{R}$ ;       $i)$  contínua em  $\mathbb{R}$ .

**4.15.**  $a)$  A função  $i$  não é prolongável;

$$b) F(x) = \begin{cases} \frac{x^4 + x^2}{x^4 + 3x} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}.$$

**4.17.**  $m = \frac{1}{4}$ .

**4.18.**  $a = -3$  e  $b = 4$ .

**4.19.**  $m = 0$  e  $k = -\frac{1}{2}$ .

**4.20.**  $a)$   $r = \frac{\pi}{2}$ .

$b)$  contínua em  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

$c)$   $D'_f = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ , tem supremo e máximo igual a  $\frac{\pi}{2}$  e tem ínfimo e mínimo igual a  $-\frac{\pi}{2}$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  não existe.

**4.21.** a) contínuas nos respectivos domínios.

b)  $F(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$  e  $g$  não é prolongável.

**4.22.** a)  $D_f = [0, 1[ \cup ]1, +\infty[$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$  e  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ .

c)  $D'_f = \mathbb{R}$ .

d) Por exemplo,  $u_n = 1 - \frac{1}{n}$  e  $v_n = n$ .

**4.23.**  $f$  é continua no seu domínio e

$$F(x) = \begin{cases} \ln|x+2| + \arctg\left(\frac{1}{x}\right) - \ln 2 & \text{se } x \leq 0, \\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}x\right) - \frac{\pi}{2} & \text{se } 0 < x < 1, \\ e^{x-1} + \frac{\pi}{4} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

**4.27.** a)  $a = 2$  e  $b = 0$ .

**4.28.** a)  $g(0) = 0$  e  $g(3) = 3$ .

b) F.

c) Não.

**4.29.** b) Por exemplo,  $f(x) = \frac{x+1}{2}$ .

**4.30.** a) F;      b) V;      c) V;      d) F.