3. SÉRIES NUMÉRICAS (SOLUÇÕES)

3.1.

a) $x_n = (-1)^n .2;$

b) $x_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n, \quad S = \frac{2}{3};$

c) $x_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n, \quad S = \frac{3}{4};$

d) $x_n = \frac{2}{5^n}, \quad S = \frac{1}{2};$

e) $x_n = \frac{7}{10^n}, \quad S = \frac{70}{9};$

f) $x_n = \frac{1}{3^n} + \frac{1}{5^n}, \quad S = \frac{3}{4};$

g) $x_n = \frac{1}{(n+2)(n+3)}, \quad S = \frac{1}{3};$

h) $x_n = \frac{1}{n(n+2)}, \quad S = \frac{3}{4};$

3.2. *a*) $S_n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n, \quad S = 1;$

b) $S_n = \begin{cases} 1 & \text{se } n \text{ é ímpar,} \\ 0 & \text{se } n \text{ é par;} \end{cases}$

c) $S_n = 1 - \sqrt{n+1};$

d) $S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2(n+2)}, \quad S = \frac{3}{4};$

e) $S_n = \frac{30}{4}\left[1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}\right], \quad S = \frac{15}{2};$

f) $S_n = \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right] + 3\left[1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right], \quad S = 4;$

g) $S_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} - \frac{1}{\sqrt{n+2}}, \quad S = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}};$

h) $S_n = \ln(n+1).$

3.5. *a*) $R_{100} = \frac{1}{101};$ *b*) $p \geq 9.$

3.6. $x_n = \dfrac{1}{n\,(n+1)}$, convergente.

3.7. $a)$ divergente; $b)$ divergente; $c)$ divergente; $d)$ divergente.

3.8. $a)$ Falso; $b)$ Verdadeiro; $c)$ Falso; $d)$ Verdadeiro.

3.9. $a)$ divergente; $b)$ convergente; $c)$ convergente;

$d)$ divergente; $e)$ divergente; $f)$ convergente.

3.11. $a)$ convergente; $b)$ convergente; $c)$ divergente;

$d)$ convergente; $e)$ convergente; $f)$ convergente;

3.12. $a)$ absolutamente convergente; $b)$ simplesmente convergente;

$c)$ absolutamente convergente; $d)$ absolutamente convergente;

$e)$ divergente; $f)$ simplesmente convergente.

3.14. $a)$ divergente; $b)$ divergente; $c)$ divergente;

$d)$ convergente; $e)$ convergente; $f)$ divergente;

$g)$ convergente; $h)$ divergente; $i)$ convergente;

$i)$ absolutamente convergente se $x \in \,](2k-1)\pi, 2k\pi[\,, k \in \mathbb{Z}$ e

divergente se $x \notin \,](2k-1)\pi, 2k\pi[\,, k \in \mathbb{Z}$.

3.15. $a)$ simplesmente divergente se $0 < \alpha \leq 1$;

$b)$ absolutamente convergente se $\alpha > 1$.