Circuitos sequenciais síncronos

Sistemas Digitais 2017/2018

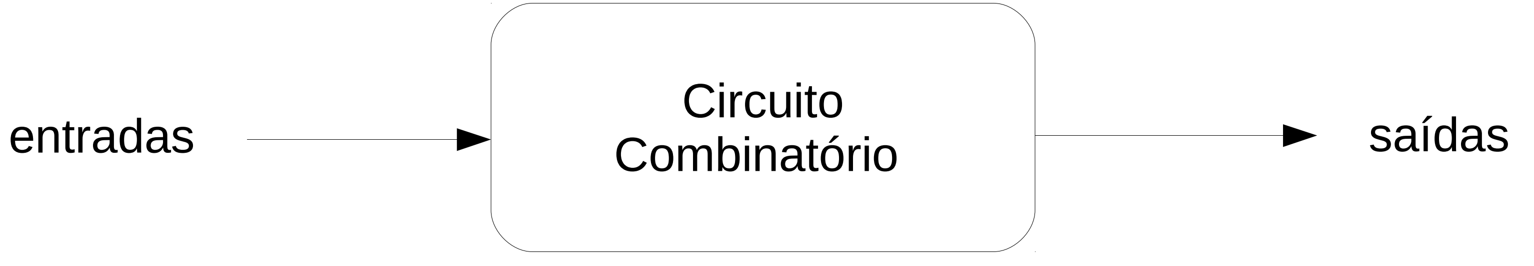
Pedro Salgueiro
pds@di.uevora.pt

Sumário

- Circuito sequencial
- Modelo ASM
- Síntese de CSS
  - Exemplo 1
  - Exemplo 2
  - Exemplo 3
  - Exemplo 4
- Análise de CSS
  - Exemplo

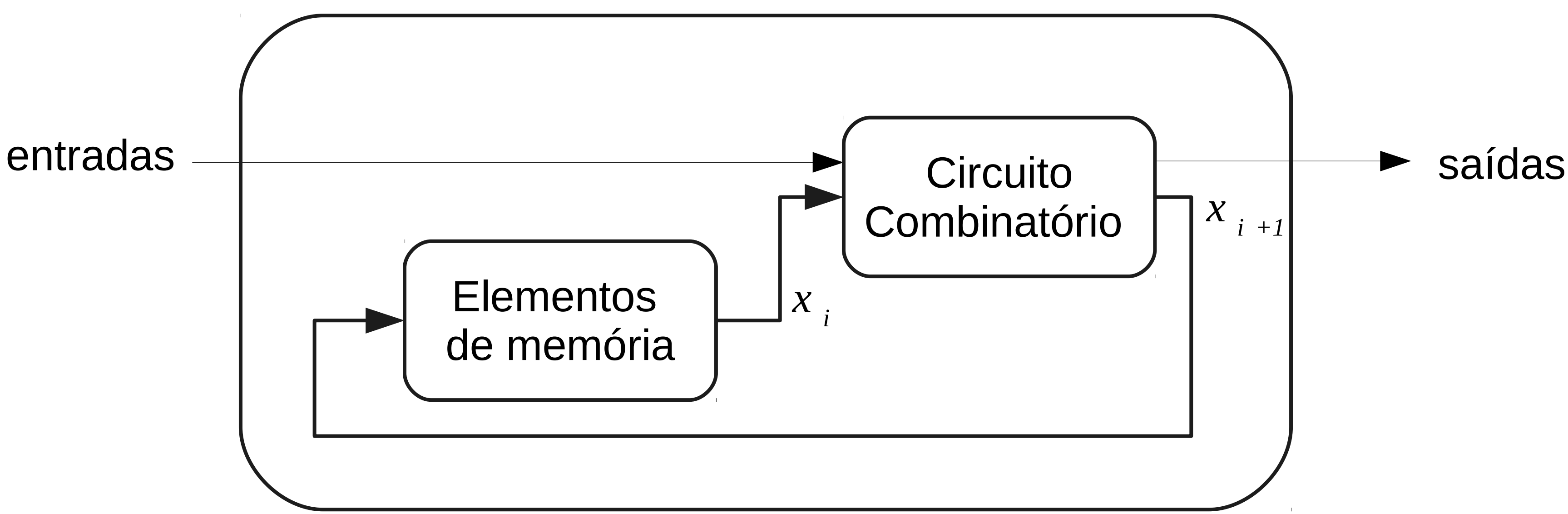
Circuito combinatório

- As saídas são determinadas em função
  - Dos valores lógicos presentes nas entradas



Circuito sequencial

- As saídas são determinadas em função
  - Dos valores lógicos presentes nas entradas
  - Das condições anteriores a que o circuito esteve sujeito (estados anteriores)
- Pressupõe a existência de memória
  - Circuitos biestáveis / flip-flops

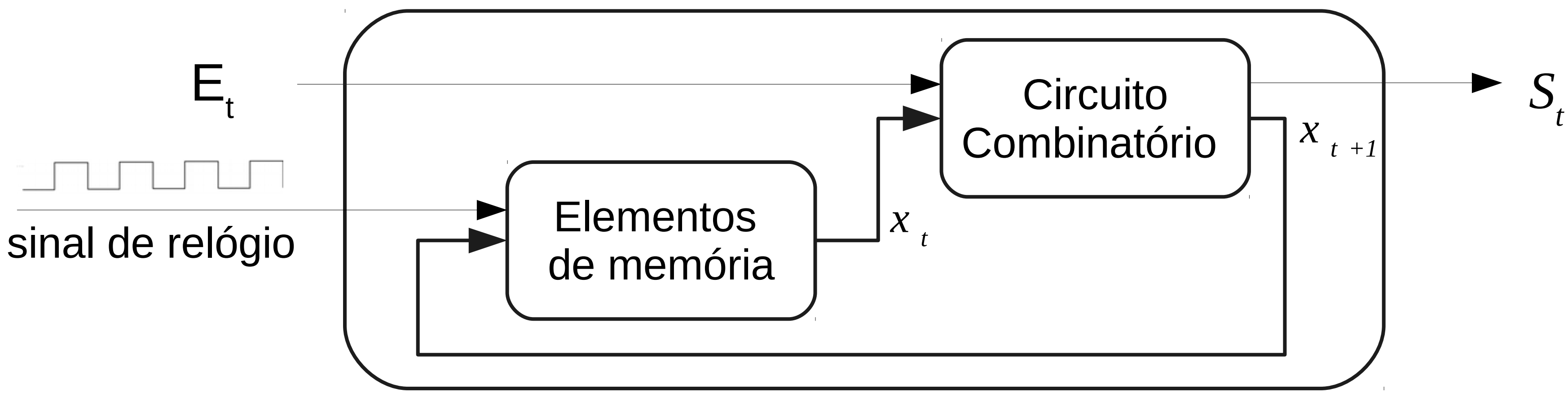


Circuito sequencial

Conceitos

- Estado de um circuito sequencial
  - Configuração (estado) dos flip-flops que compõem o circuito
  - Com n flip-flops podem existir 2^n estados distintos
- Registo
  - Conjunto de flip-flops do circuito sequencial
- Circuito assíncrono
  - As mudanças de estado são causadas pelas mudanças de valores apresentadas às entradas
- Circuito síncrono
  - As mudanças de estado são definidas por um sinal de referência – o sinal de relógio

Circuito sequencial síncrono



- $E_t \rightarrow$ vector de entradas
- $S_t \rightarrow$ vector de saídas
- $X_t \rightarrow$ estado actual
  - As componentes são as variáveis de estado
- $X_{t+1} \rightarrow$ estado seguinte
- $f \rightarrow$ função de saída
  - $S_t = f(X_t, E_t)$
- $g \rightarrow$ função estado seguinte
  - $X_{t+1} = g(X_t, E_t)$

Modelo ASM

- Diagrama de estados
  - Representação gráfica das transições de estado de um circuito sequencial
- Modelo ASM
  - Algorithmic State Machine
    - Formalismos para representar um diagrama de estados
  - Elementos gráficos
    - Estado
    - Transição
    - Decisão
    - Saída condicional

Modelo ASM

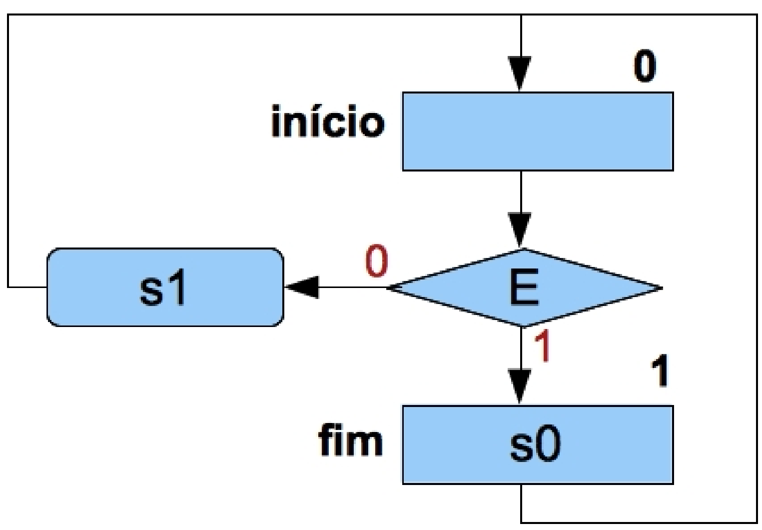
Elementos gráficos

- Caixa de **Estado**
  - Representado por rectângulo
  - Informação
    - **Mnemónica** – representada à esquerda do rectângulo
    - **Codificação** – representada na parte superior do rectângulo
    - **Saídas activas** – inscritas no interior do rectângulo
- **Transição** entre estados
  - Representada por uma seta
  - Liga o estado actual ao seguinte
- Caixa de **Decisão**
  - Representada por um losango
  - Avalia uma expressão booleana das entradas para escolha do estado seguinte

Elementos gráficos

- Caixa de **Saída Condicional**
  - Representado por rectângulo arredondado
    - Especifica as saídas condicionadas pelas entradas. São colocadas após as caixas de decisão

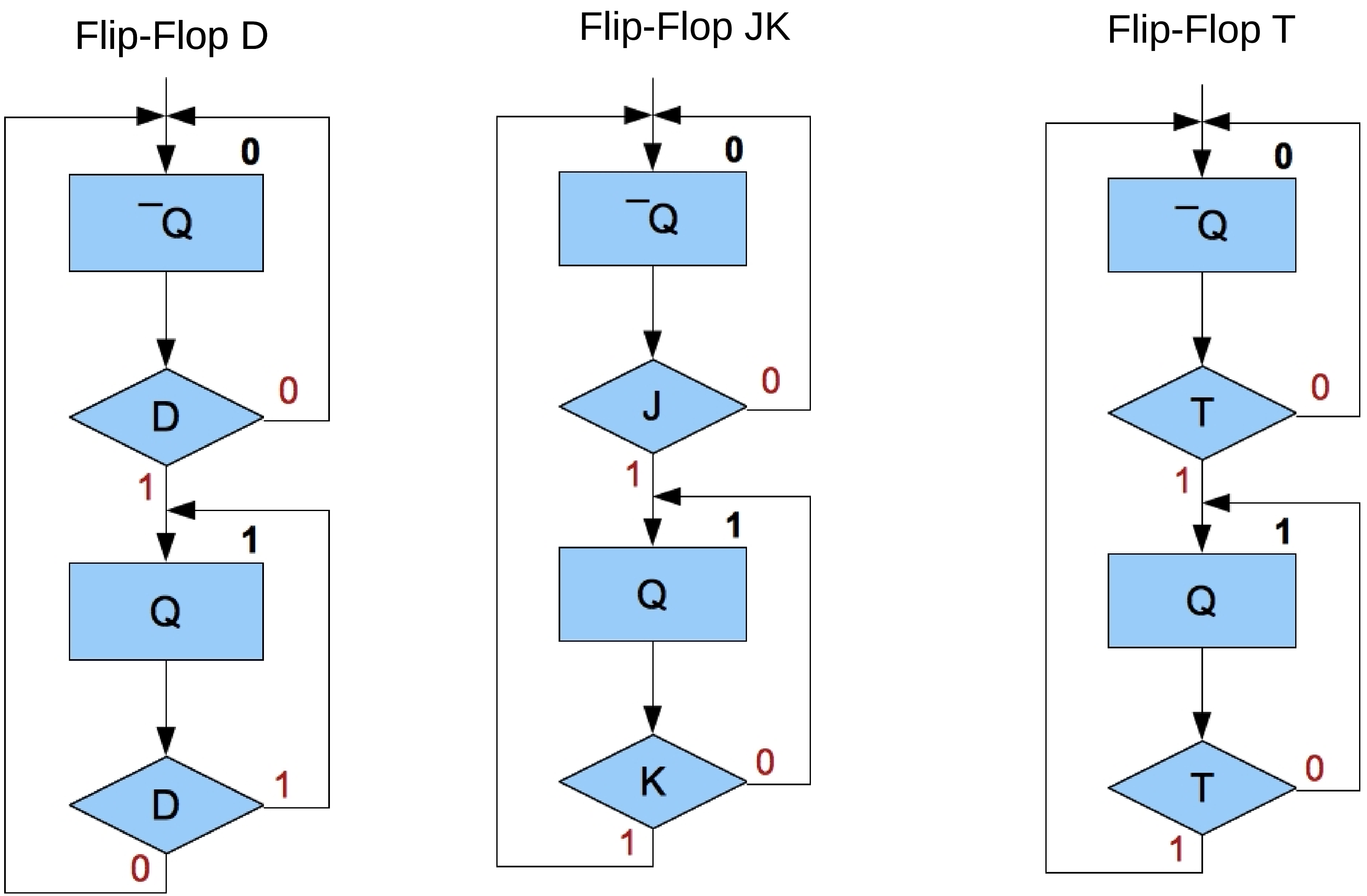
- Exemplo



Codificação dos estados

- Nº de bits
  - Depende do nº de estados total do sistema
  - Cada bit traduz o estado de um flip-flop
- Código
  - É normal seguir o CBN
  - Se existir exigência de contiguidade usa-se o código de Gray

Codificação dos estados



Síntese de circuito

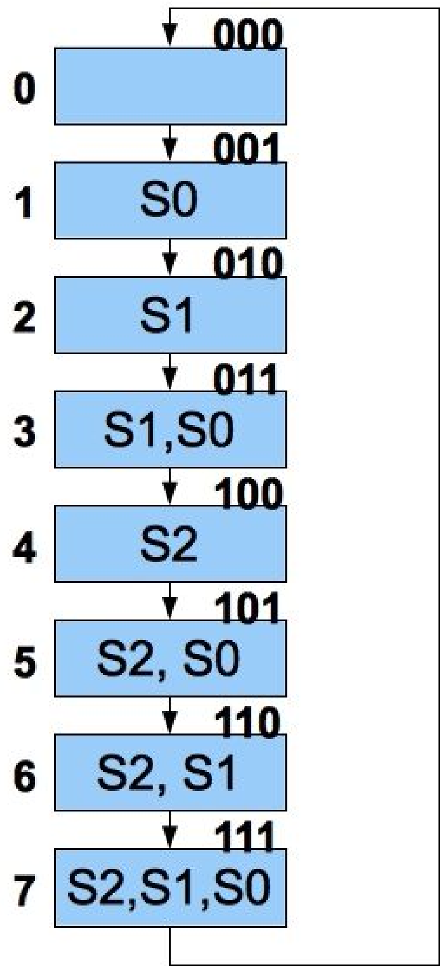
1. Desenhar o diagrama de estados
2. Codificar os estados
3. Obter a tabela de transições e de saídas
4. Escolher flip-flops
5. Obter as equações das entradas dos flip-flops e das saídas
6. Desenhar o logigrama

Exemplo 1

Pretende-se projectar um circuito que, ao longo de sucessivos impulsos de relógio apresente nas saídas a sequência natural do código binário de 0 a 7.

- Entradas
  - 0
- Saídas:
  - 3 (S0, S1 e S2)
  - Para codificar o número binário de 0 a 7
- Estados:
  - $2^3 = 8$
  - Podem ser identificados com as saídas através da adequada atribuição de códigos aos estados

Passos 1, 2 e 3



Q_t			Q_{t+1}			S_t		
x2	x1	x0	x2	x1	x0	s2	s1	s0
0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1	1

x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	**0**	**1**	**3**	**2**
1	**4**	**5**	**7**	**6**

Flip-flops D

– Tabela de excitação

Q*	Q	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

– Equação das entradas dos flip-flops

- $D2 = x2 \oplus (x1\ x0)$
- $D1 = x1 \oplus x0$
- $D0 = \overline{x0}$

D2

x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	1	0	1

D1

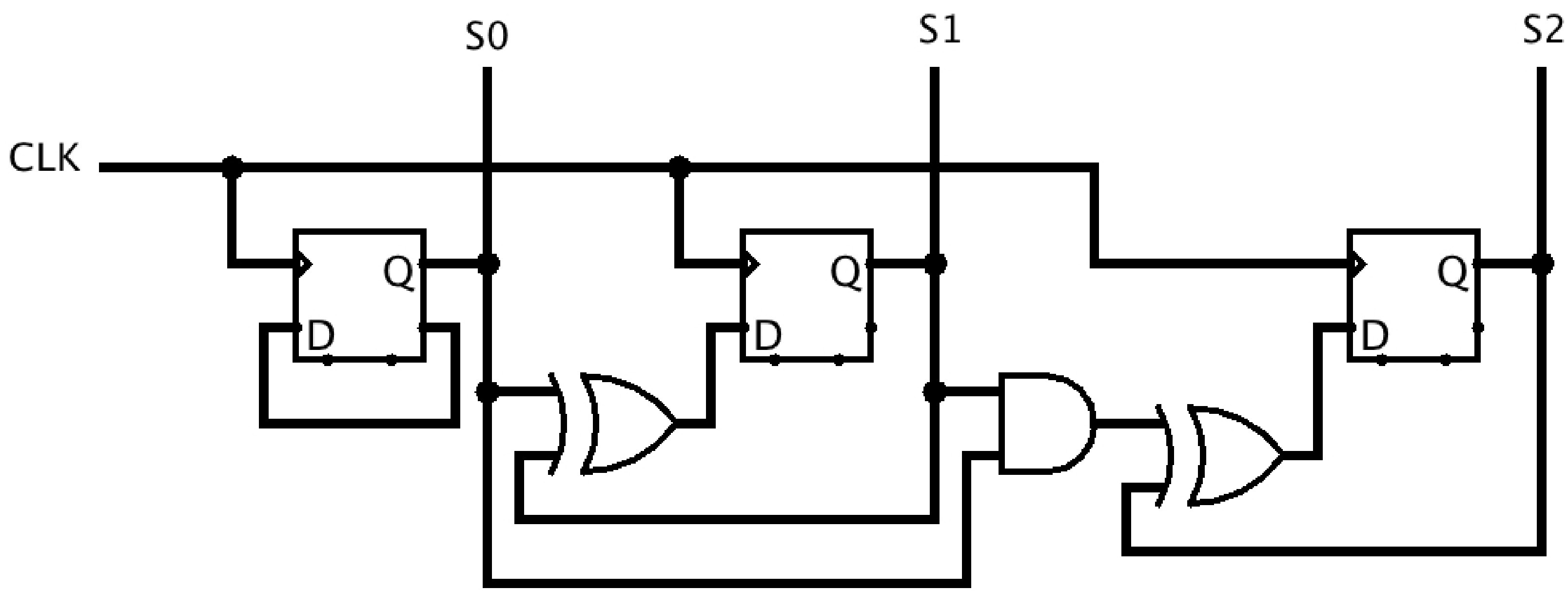
x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	0	1	0	1

D0

x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	0	0	1

Síntese de CSS
Exemplo 1

Logigrama



Síntese de CSS
Exemplo 1

Flip-flops JK

- Tabela de excitação

Q*	Q	J	K
0	0	0	-
0	1	1	-
1	0	-	1
1	1	-	0

- Equação das entradas dos FF
  - *J2 = K2 = x1 x0*
  - *J1 = K1 = x0*
  - *J0 = K0 = 1*

2

	x2 \ x1x0	00	01	11	10
J	0	0	0	1	0
	1	-	-	-	-
K	0	-	-	-	-
	1	0	0	1	0

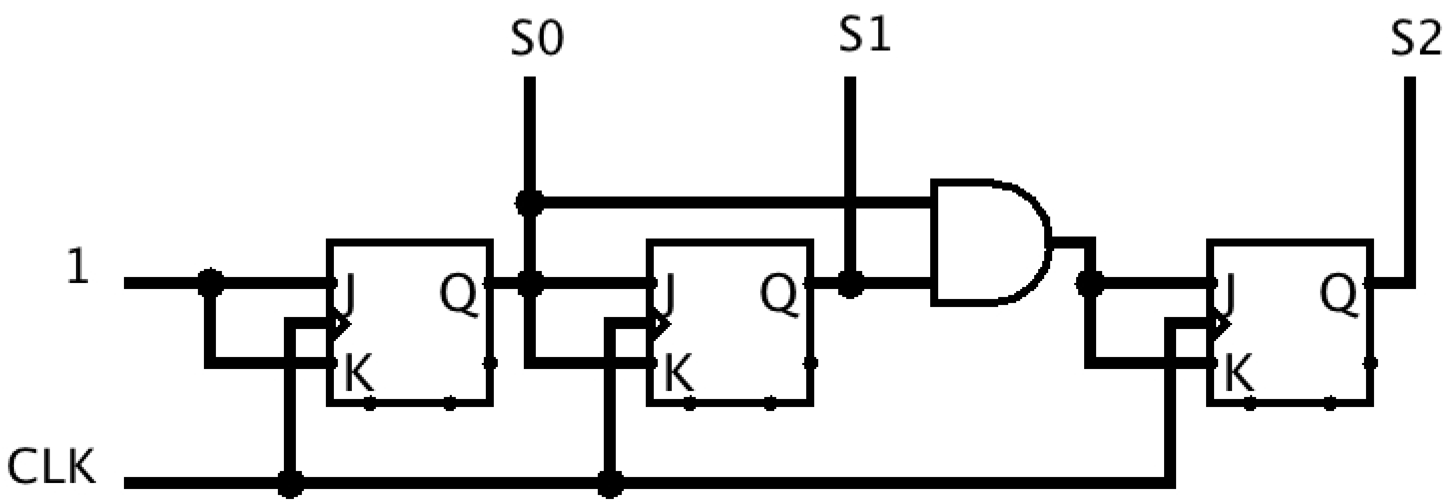
1

	x2 \ x1x0	00	01	11	10
J	0	0	1	-	-
	1	0	1	-	-
K	0	-	-	1	0
	1	-	-	1	0

0

	x2 \ x1x0	00	01	11	10
J	0	1	-	-	1
	1	1	-	-	1
K	0	-	1	1	-
	1	-	1	1	-

Logigrama



Flip-flops T

- Tabela de excitação

Q*	Q	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Equação das entradas dos FF
  - *T2 = x1 x0*
  - *T1 = x0*
  - *T0 = 1*

T2

x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	0

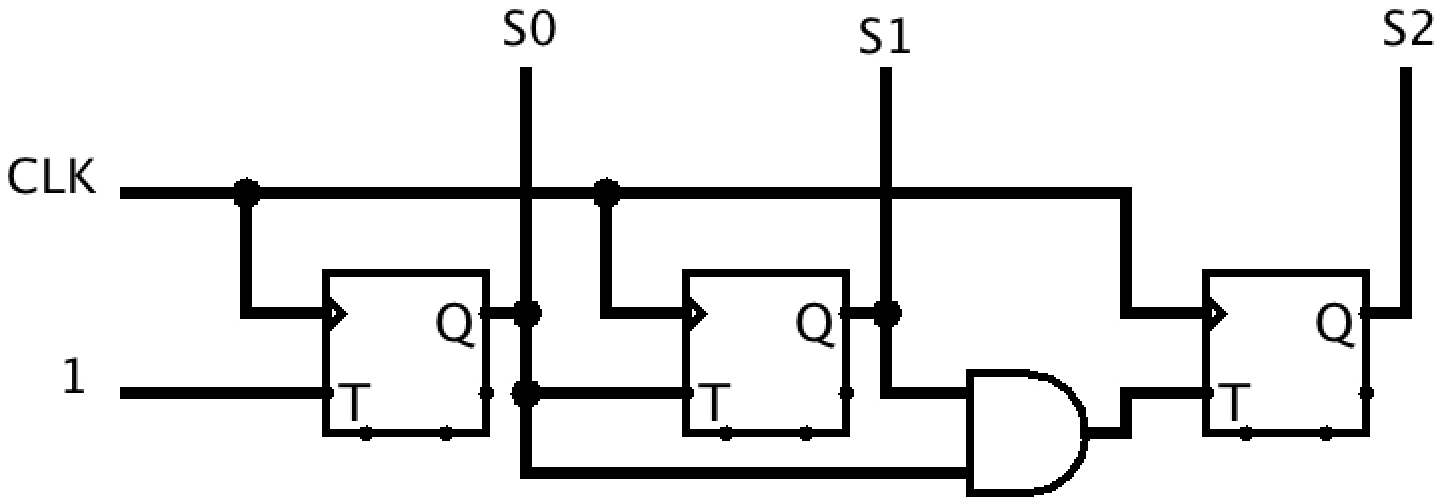
T1

x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	1	0

T0

x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Logigrama



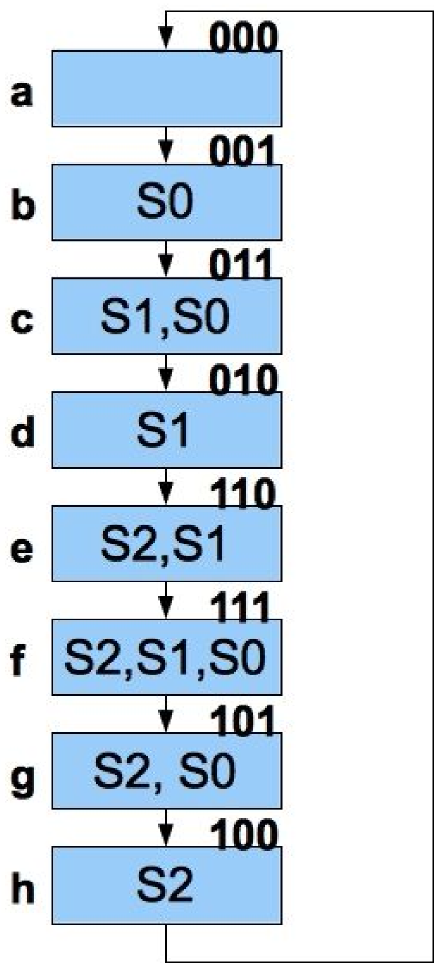
Exemplo 2

- Contador em código Gray 3 bits com flip-flops T
  - Entradas :0
  - Saídas: 3 (S0, S1 e S2)
    - Para codificar o número binário de 0 a 7
  - Estados: $2^3 = 8$
    - Podem ser identificados com as saídas codificando os estados em código Gray

Síntese de CSS
Exemplo 2

Passos 1, 2 e 3

– Modelo ASM



– Transição de estados

x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	a	b	c	d
1	h	g	f	e

– Mapas de Karnaugh

T0

x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	1	0	1

T1

x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	0	1	0

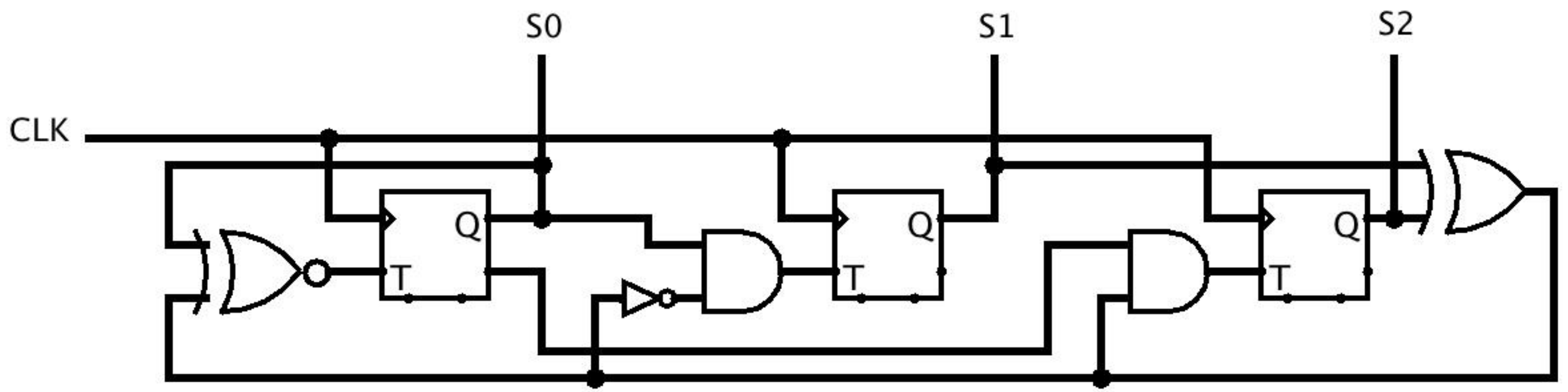
T2

	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	1	0	0	0

Entradas e logigrama

- Entradas
  - $T0 = \overline{x0 \oplus x1 \oplus x2}$
  - $T1 = x0\ \overline{(x1 \oplus x2)}$
  - $T2 = \overline{x0}\ (x1 \oplus x2)$

- Logigrama

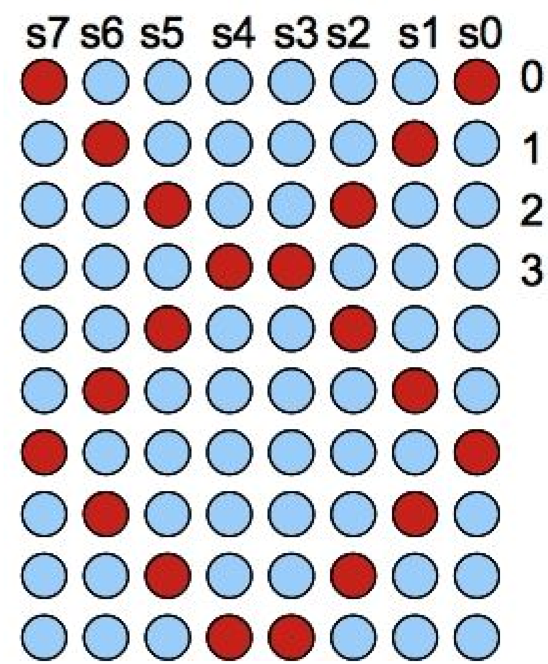


Síntese de CSS

Exemplo 3

- Gerador de padrões sequenciais
  - ao ritmo dos impulsos de relógio acender um conjunto de oito LEDs segundo a figura

    - Entradas :0
    - Saídas: 8 (S0, S1 e S2)
    - Estados: ?
      - Não são 2^8! Neste exemplo não se identifica o vector de estado X_n com o vector de saída S_n.
      - Existem apenas 4 configurações distintas. Bastarão 4 estados?



Exemplo 3

– 4 estados. Qual a dimensão de X_n?

	X_n	X_{n+1}	s7	s6	s5	s4	s3	s2	s1	s0
	a	b	1							1
*	b	c		1					1	
**	c	d			1			1		
	d	c				1	1			
**	c	b			1			1		
*	b	a		1					1	

– Com 4 estados existe ambiguidade na transição!

– Quantos são necessários?

- 6 estados; dimensão de X_n = 3

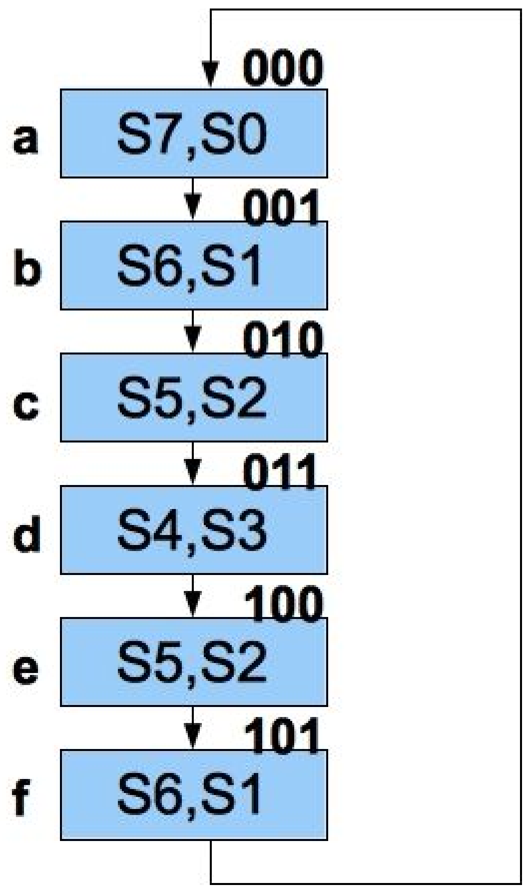
Síntese de CSS
Exemplo 3

Tabela de transição de estados e saías

X_n	X_{n+1}	X_n			X_{n+1}			S_n							
		x2	x1	x0	x2	x1	x0	s7	s6	s5	s4	s3	s2	s1	s0
a	b	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
b	c	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
c	d	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
d	e	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
e	f	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
f	a	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
		1	1	0											
		1	1	1											

ASM e Flip-Flops T

– Modelo ASM



– Tabela de excitação Flip-Flops T

Q*	Q	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

– Mapas de Karnaugh

x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	a	b	d	c
1	e	f	-	-

Mapas de Karnaugh

- Mapas de Karnaugh
  - Estados não utilizados correspondem a indiferenças.

x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	-	-

T1

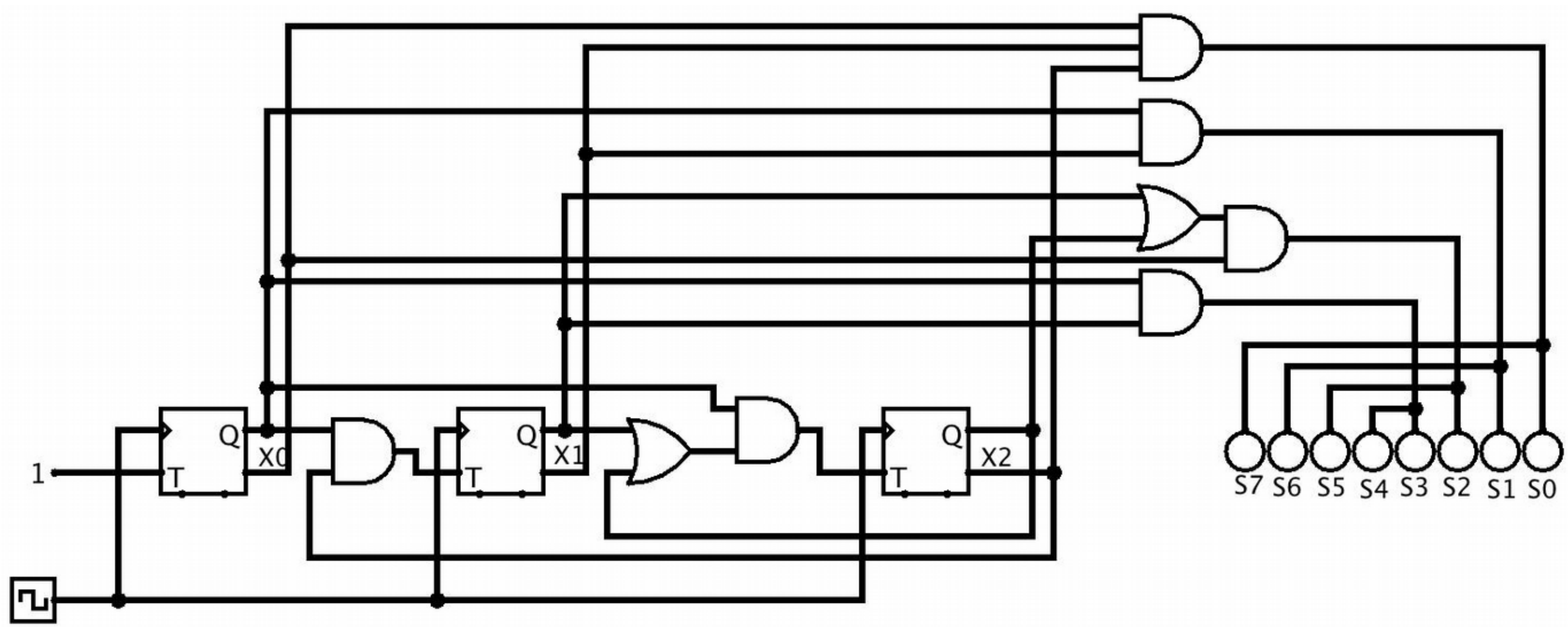
x2 \ x1x0	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	-	-

T2

	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	-	-

- Entradas e Saídas
  - $T0 = 1$
  - $T1 = x0\ \overline{x2}$
  - $T2 = X0\ (\ x1 + x2)$
  - $s0 = s7 = \overline{x0}\ \overline{x1}\ \overline{x2}$
  - $s1 = s6 = x0\ \overline{x1}$
  - $s2 = s5 = \overline{x0}\ (x1 + x2)$
  - $s3 = s4 = x0\ x1$

Logigrama



Exemplo 4

- Contador modo variável
  - Por acção de um comutador E, o contador passa de módulo 8 para módulo 5: com E=0, contador módulo 8; com E=1, contador módulo 5.
  - Entradas: 1
  - Saídas: 3
  - Estados 8

Modelo ASM

- No estado “e”, o estado seguinte depende da entrada E
  - *E = 0 → f"*
  - *E = 1 → a"*

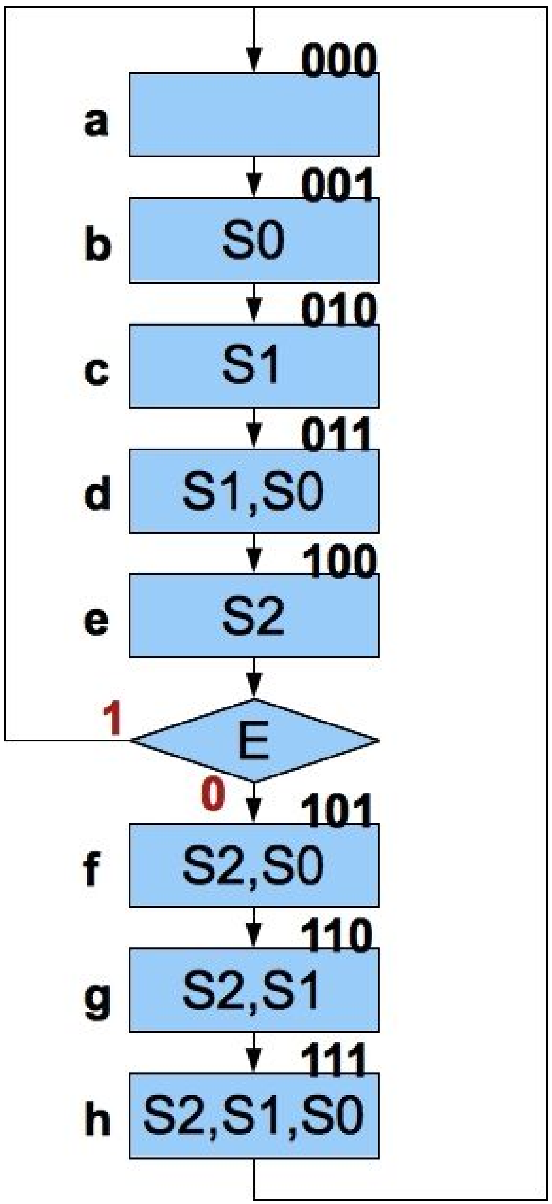


Tabela de transição de estados e saídas

E_n	X_n	X_{n+1}	X_n			X_{n+1}			S_n		
			x2	x1	x0	x2	x1	x0	s2	s1	s0
x	a	b	0	0	0	0	0	1	0	0	0
x	b	c	0	0	1	0	1	0	0	0	1
x	c	d	0	1	0	0	1	1	0	1	0
x	d	e	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	e	f	1	0	0	1	0	1	1	0	0
1	e	a	1	0	0	0	0	0	1	0	0
x	f	g	1	0	1	1	1	0	1	0	1
x	g	h	1	1	0	1	1	1	1	1	0
x	h	a	1	1	1	0	0	0	1	1	1

Mapas de Karnaugh – Flip-Flops T

- Mapa de Karnaugh para T0

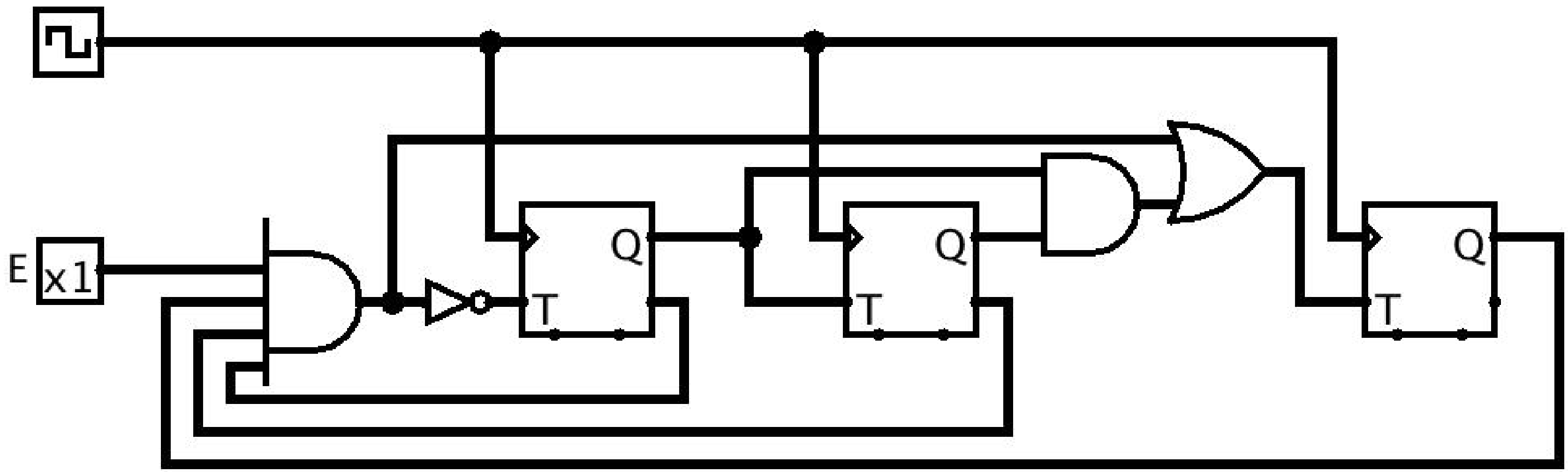
Ex2 \ x1x0	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	0	1	1	1
10	1	1	1	1

- Tabela de excitação – Flip-Flop T

Q*	Q	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Entradas
  - $T0 = \overline{x2\ \overline{x1}\ \overline{x0}\ E}$
  - $T1 = x0$
  - $T2 = x1\ x0 + x2\ \overline{x1}\ \overline{x0}\ E$

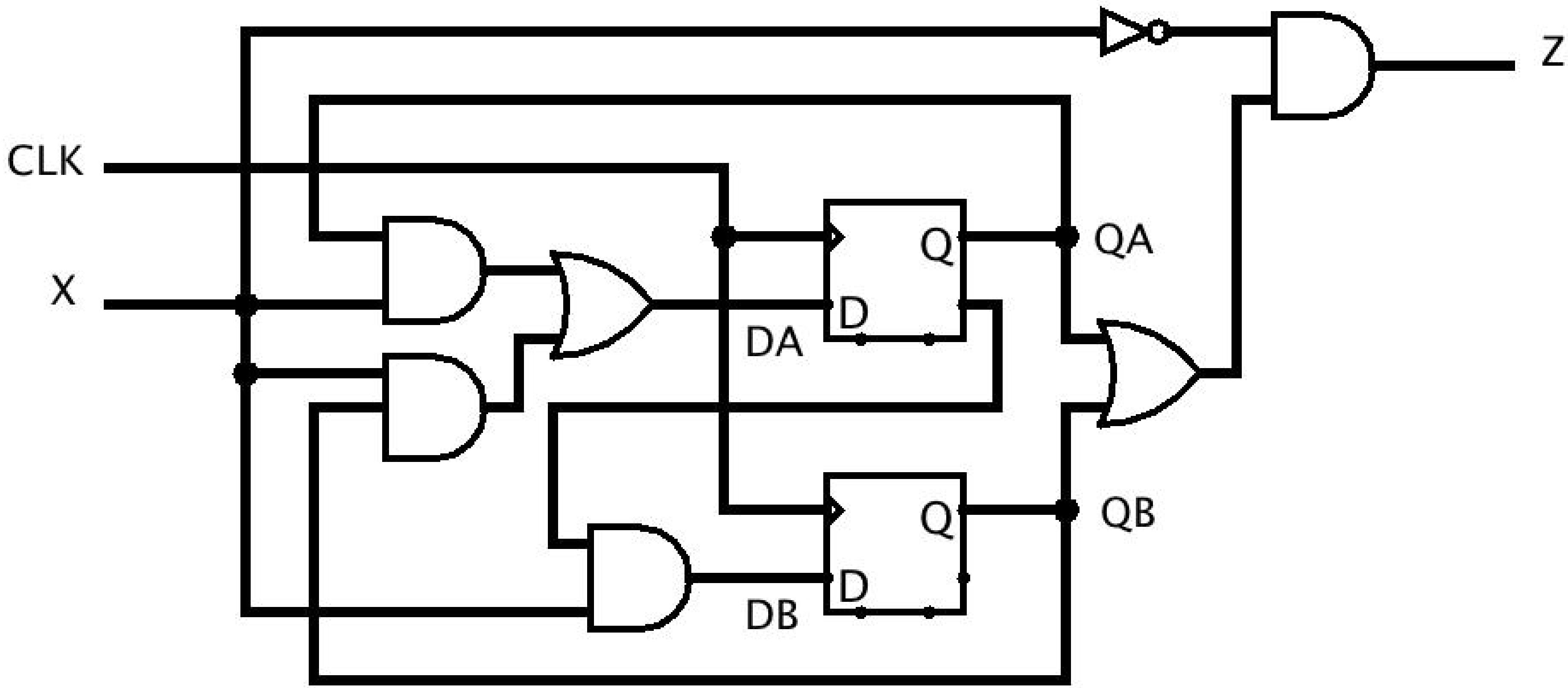
Mapas de Karnaugh – Flip-Flops T



Análise de CSS

- Levantam-se as equações das entradas dos flip-flops e das saídas
- Constrói-se a tabela das entradas dos flip-flops
- Constrói-se a tabela de transições e de saídas
- Obtém-se a tabela de estados e de saídas (através da codificação dos estados)
- Ou em alternativa, desenha-se o diagrama de estados

Exemplo



Passos 1 e 2

- Entradas dos Flip-Flops
  - $DA = QA\ X + QB\ X$
  - $DB = QA\ \overline{X}$
- Saída
  - $Z = \overline{X}\ (QA + QB)$

- Tabela de verdade
  - Traduz os circuitos combinatórios dos flip-flops para o instante *t*

X	Q_A	Q_B	D_A	D_B
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

Passo 3

- Transições e saídas
  - Estado actual e saída: instante *t*
  - Estado seguinte: instante *t + 1*
  - Entrada D(t) coincide com o estado Q(t +1)

$X_{(t)}$	$Q_{A(t)}$	$Q_{B(t)}$	$Q_{A(t+1)}$	$Q_{B(t+1)}$	$Z_{(t)}$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

Passo 4

- Estados

Q_A	Q_B	Estado
0	0	A
0	1	B
1	0	C
1	1	D

- Tabela de estados

X	t	t+1	Z
0	A	A	0
0	B	A	1
0	C	A	1
0	D	A	1
1	A	B	0
1	B	D	0
1	C	C	0
1	D	C	0

Modelo ASM