## CÁLCULO DA DIMENSÃO DE UMA AMOSTRA – PARTE II

ricardo.anselmo.castro@tecnico.ulisboa.pt

#### **ABSTRACT**

O artigo pretende operacionalizar os conceitos do cálculo da dimensão de uma amostra, mediante dois cenários distintos: estimar o desempenho de um processo, tanto para o curto prazo, como para o longo prazo.

Palavras-chave: erro amostral, média, desviopadrão, nível sigma, capabilidade.

#### **PROBLEMA**

Será de senso-comum que é importante entender o nível de desempenho de um determinado processo, produto ou serviço, seja em termos de design, seja já durante o próprio ciclo de vida daquilo que se está a transacionar ou vender. Não só esta aferição pretende traduzir o nível de satisfação do cliente, como também o de se entender em que patamar de desempenho o negócio atualmente se situa. De entre as várias métricas e indicadores possíveis (seja por Cpk, Pp ou pelo nível sigma) sabe-se que para dados de natureza contínua todas elas necessitam de uma estimativa do desviopadrão do próprio processo (seja este ou real ou ao nível de previsão futura, via design).

Importa por isso estimar, por exemplo, dois tipos de nível sigma: o de curto prazo (Zst) e o de longo prazo (Zlt), simplesmente porque se o primeiro traduz o potencial máximo de desempenho que se pode esperar de um processo (legitimidade), sem se recorrer a nova tecnologia ou elevados investimentos, o segundo refere-se à verdadeira experiência do cliente. Como fazê-lo?

## DIREÇÃO DA SOLUÇÃO

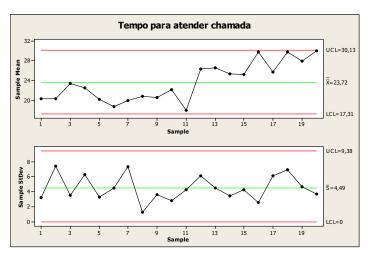
Precisamos antes demais definir um pouco melhor os próprios conceitos de curto e de longo prazo. Intuitivamente sabemos que algo

de curto prazo terá uma janela temporal de dimensão menor quando a comparamos com o nível sigma de longo prazo. Aqui encontramos a primeira barreira porque quão curto é curto e quão longo é longo? Na expetativa de que a intuição seja suficiente costumamo-nos apoiar nos especialistas, na experiência e na própria dinâmica do negócio. Mas talvez possamos adicionar algo mais palpável a esta análise. Antes de me adiantar na explicação, o leitor saberá também que ao desvio-padrão de curto ou longo prazo se associa uma outra variável, isto é, o modo como o próprio desvio padrão é calculado. Imagine-se que se recolhem amostras ao longo do tempo e em cada uma dessas amostras se obtêm subgrupos de 5, ou seja, 5 observações de cada vez, com instantes de tempo entre observações muito reduzidos. Em termos de engenharia da qualidade estamos a criar a condição de apenas observarmos aquilo a que se chama de ruído branco, ou seja, as diferenças detetadas dentro de cada subgrupo. Estas diferenças são provenientes da variabilidade devido às causas comuns do processo, isto é, à variabilidade intra-amostral. Neste sentido, não estamos a considerar os eventuais desfasamentos a um valor nominal ou à própria média de todas as observações. Consequentemente, o desviopadrão deste modo apurado é necessariamente menor e, por isso mesmo, se denomina desviopadrão de curto prazo. Por outro lado, se tivermos em consideração todas variações não só intra-amostrais, mas também de amostra para amostra (variações inter-amostrais), o desvio-padrão apurado denomina-se longo prazo (para além de se ter deixado passar mais tempo para deixar o processo variar). A partir do momento que conseguimos estimar cada uma destas variabilidades estaremos em condições de estimar o desempenho do processo tanto no curto como no longo prazo (esquecendo um pouco agora o possível cenário de estarmos a desenvolver o design de um novo produto ou serviço que ainda não chegou ao mercado).

### CASO PRÁTICO

Vamos assumir que recolhemos 20 amostras com subgrupos de dimensão 5 referente ao tempo decorrido até se atender uma chamada, num call center. Depois de se garantir que podemos, de facto, confiar nos dados – isto é, que o sistema de medição foi validado, a primeira coisa que queremos fazer para podermos vir a estimar o desempenho (capabilidade) do processo é entender se os dados são estáveis e se até seguem uma distribuição normal. A estabilidade dos dados pode ser operacionalmente aferida a partir de uma carta de controlo Xbar/S para o efeito (página seguinte). Não havendo pontos fora de controlo assume-se que o processo é estatisticamente estável (não se está a olhar para os padrões ditos de causa especial, mesmo quando os pontos estão dentro dos limites).

**Fig.1:** Carta de controlo Xbar/S para o tempo de atendimento das chamadas. O p-value quanto à normalidade de cada um dos conjuntos de pontos é, tanto para a média como para o desvio-padrão intra-amostral, superior a 0,1.



# Estimativa do desvio-padrão de curto e longo prazo

Para estarmos seguros de que o número de amostras é adequado para estas estimativas vamos usar os dados originais registados e desenhar, ao longo do tempo, o desvio-padrão intra-amostral acumulativo. Ou seja, para a primeira amostra o desvio-padrão das 5 observações foi de 3,2 segundos. Para a

segunda amostra o valor foi de 7,4 segundos, para a terceira amostra foi de 3,5 segundos, etc.

Com estes valores vamos calcular o desviopadrão (pooled) acumulativo, sempre que adicionarmos mais uma amostra. Assim, o primeiro ponto no gráfico são os próprios 3,2 segundos. O segundo ponto já é a média dos dois primeiros valores, isto é, 5,3 segundos. E, o terceiro ponto será a média dos três primeiros valores, ou seja, 4,7. Estendendo o raciocínio para todas as amostras obtém-se o seguinte gráfico:



**Fig. 2:** Evolução da estimativa do desvio-padrão ao longo do tempo (sempre que se adiciona mais uma amostra).

Não parece haver dúvidas que o processo está totalmente estabilizado para que se possa estimar o desvio-padrão de curto prazo e, com isso, estimar o nível sigma de curto prazo. O desvio-padrão de curto prazo é dado pela fórmula:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4} \iff \hat{\sigma} = \frac{4,49}{0,94} \quad \hat{\sigma} = 4,78$$

c<sub>4</sub> é apenas um valor que vem em função da dimensão do subgrupo e que serve para corrigir um enviesamento da estimativa do desvio-padrão. Se, por exemplo, o limite de especificação superior deste processo for de 20 segundos e o valor nominal de 10 segundos, então torna-se trivial o cálculo do nível sigma de curto prazo (Zst=2,1):

$$P(X > 20) = P\left(Z > \frac{USL - T}{\hat{\sigma}_{ST}}\right)$$

$$P\left(Z > \frac{20-10}{4,78}\right) \approx P(X > 2,1) \approx 17900 \text{ defeitos}$$

Façamos o mesmo raciocínio para estimarmos o desvio-padrão de longo prazo. Desta vez, para cada subgrupo calculamos o desvio-padrão acumulativo, pela fórmula que tem em consideração os desvios da média. Por exemplo, o desvio-padrão de longo prazo, ao final da segunda amostra, não é mais do que o desvio padrão que tem por base as primeiras 10 observações (resultando em 5,4 segundos).

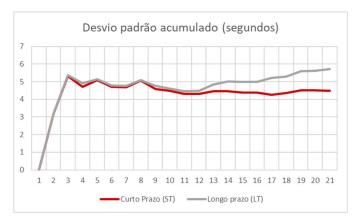
Subgrupo	1	2	3	4	5			
Amostra	Tempo.ChamadaTelefónica					S_ST (pooled) S.A	cum_ST	S_LT
1	20	22	25	17	18	3,2	3,2	3,2
2	10	26	28	22	16	7,4	5,3	5,4
3	25	21	19	24	28	3,5	4,7	4,9
4	26	18	14	28	27	6,2	5,1	5,1

**Fig. 3:** Excerto dos dados originais e valores respetivos do desvio-padrão de curto e de longo prazo.

Contudo, se fizermos o gráfico respetivo, vemos que a linha cinzenta, que representa o desvio-padrão de longo prazo não está a convergir, o que nos leva a pensar que o número de amostras recolhidas para estimar o nível sigma de longo prazo (e consequentemente o Zshift) ainda não é suficiente. Haverá mais variáveis de ruído que precisam ser contabilizadas no cálculo para termos uma verdadeira avaliação do desviopadrão. Qualquer cálculo feito ao dia de hoje iria simplesmente sobrestimar a verdadeira capabilidade de longo prazo do processo. Será por isso preciso continuar a recolher mais amostras até que a linha convirja para um declive próximo de zero.

#### **CONCLUSÃO**

Neste artigo mostrou-se uma visão mais aprofundada quanto aos verdadeiros pressupostos no cálculo da dimensão da



**Fig. 4:** Evolução da estimativa do desvio-padrão ao longo do tempo (sempre que se adiciona mais uma amostra), tanto para curto como para longo prazo.

amostra, sempre que se pretende estimar o desempenho de um processo.

Pretendeu-se demonstrar que avaliar a

estabilidade dos dados, apenas por SPC tradicional (Shewhart) pode não ser suficiente, sempre que se pretender estimar o

desempenho do processo tanto no curto como no longo prazo. A validação destes pressupostos de estabilidade são relevantes na medida em que se pretende descrever a realidade como ela é e não como gostaríamos que fosse. Estas considerações permitem à equipa de projeto avaliar e medir de forma sólida o desempenho do processo tanto no curto como no longo prazo, a partir de definições operacionais objetivas. Tal irá prevenir um menor ruído na comunicação com o cliente, um maior alinhamento das expetativas e uma melhor caraterização do próprio negócio. Pretende-se que esta informação possa ser usada em termos práticos pelo praticante de projetos de melhoria contínua, mais especificamente o Black Belt.

#### REFERÊNCIAS

[1] Harry, M. (2003) Resolving the mysteries of six sigma. NY Times and Business Week.

**Ricardo Anselmo de Castro** é coordenador do Programa de Especialização de Lean Six Sigma Black Belt, do Instituto Superior Técnico, e tem dois livros publicados na mesma área.

doctorflow.net https://tecnicomais.pt/diploma-de-formacaoavancada/lean-six-sigma-black-belt