Suma en $\mathbb{R}^3$

$$(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$$

Prod. vectorial $\times : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \to$ es una operación

x, y

$$\begin{array}{ccc} x & y & z \\ \hline x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{array}$$

$$x \times y = (x_2 y_3 - x_3 y_2, -x_1 y_3 + x_3 y_1, x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

¡No tiene elemento neutro!

Ejemplos de E.V.:

→ $\mathbb{R}^3$ con cuerpo en $\mathbb{R}$ con suma y prod por escalar tradicionales

$\mathbb{R}^{m\times n}$ con cuerpo en $\mathbb{R}$, con suma y prod por escalar tradicionales es EV.

$$j \cdot \underset{V}{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} j & j \\ j & j \end{bmatrix} \notin \mathbb{R}^{2\times 2} \qquad 1 \cdot j$$

- $\overline{C[a,b]}$ conjunto de funciones continuas en $[a,b]$ (con cuerpo en $\mathbb{R}$)

  $+$: $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

- $L^2(\mathbb{R})$ y $K = \mathbb{R}$ $\qquad f: \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx < \infty$

$x \in S$

$x' \in S$

$\downarrow$

$x' + x = 0_E$

$x \in V \ (S \subseteq V)$

$\exists x' / x' + x = 0$

$V = \mathbb{R}^{n \times m}$ $S_1 = \{ M \in \mathbb{R}^{n \times m} / M^T = M^{-1} \}$.

$K = \mathbb{R}$ $0 \notin S_1 \Rightarrow$ No es SEV

$\cancel{+}$ + y · tradicionales

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$S_2 = \{ M \in \mathbb{R}^{n \times m} / M^T = M \}$

0 está en S_2 ✓

A y $B \in S_2$ $(A+B)^T = A^T + B^T = A + B$

$\Rightarrow A+B \in S_2$

$k \cdot A = (kA)^T = kA^T = kA \Rightarrow kA \in S_2$

S, T SEV de V

$S \cap T = \{ v \in V / v \in S, v \in T \}$

0 está $(0 \in S,\ 0 \in T$ (porque son SEV) $\Rightarrow 0 \in S \cap T)$

$v, w \in S \cap T$

$v + w \qquad \left.\begin{array}{l} v \in S, w \in S \Rightarrow v + w \in S \\ v \in T, w \in T \Rightarrow v + w \in T \end{array}\right\} \Rightarrow v + w \in S \cap T$

S, T SEV de V

$S + T = \{ v \in V / v = s + t,\ s \in S, t \in T \}$

$\mathbb{R}^{m\times m}$ $M = M^T$ - S

$M \geq 0$ = ?

S, T sev de $V \Rightarrow$ ES SEV

$S+T = \{ v \in V \mid v = s+t,\ s \in S \text{ y } t \in T \}$

$v_1 = s_1 + t_1$ $\quad v_1 + v_2 = s_1 + t_1 + s_2 + t_2 \in S+T$

$v_2 = s_2 + t_2$

$\in S$ $\quad \in T$

$S \cup T \Rightarrow$ NO es SEV

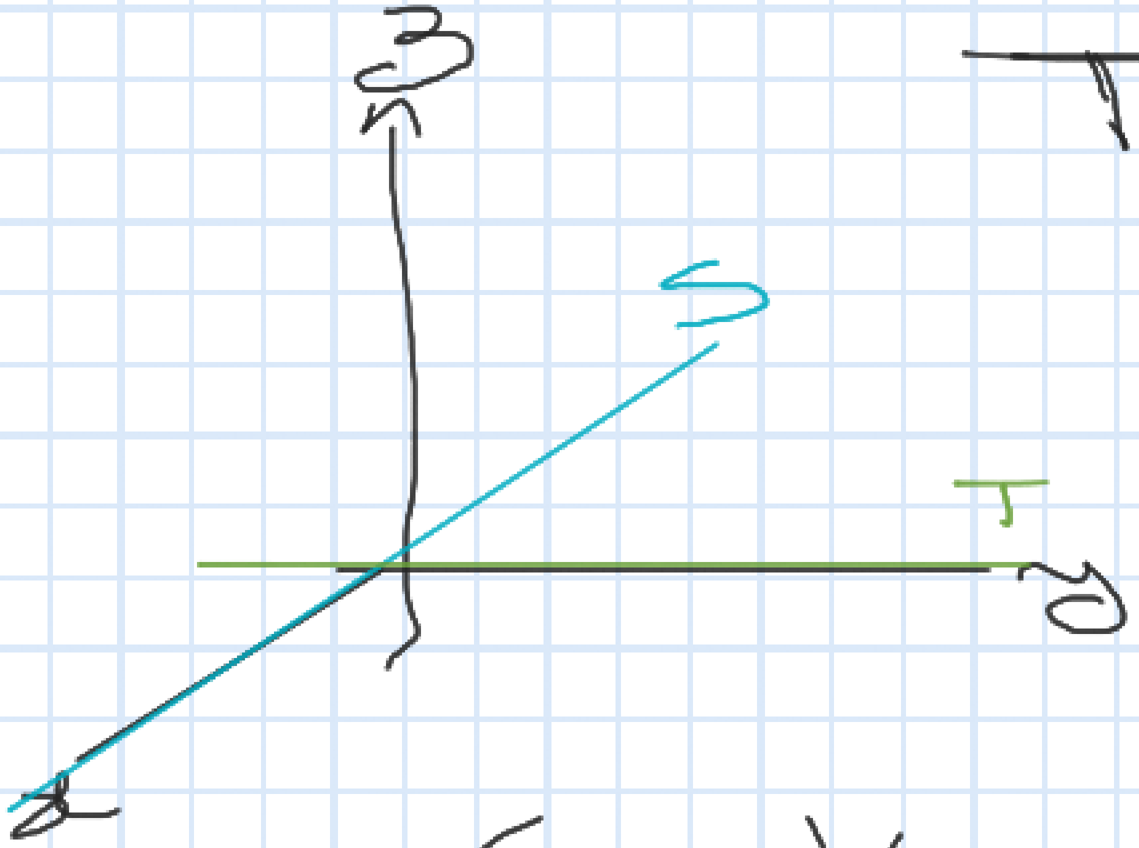
Suma directa $\oplus$ $\mathring{+}$

$S \oplus T$ si $S \cap T = 0$

$\mathbb{R}^3$

$S = \{v \in \mathbb{R}^3 / (x_1, 0, 0)\}$

$T = \{v \in \mathbb{R}^3 / (0, x_2, 0)\}$



$G = \{(1,0,0), (0,1,0)\}$

$\alpha_1 (1,0,0) + \alpha_2 (0,1,0)$

$G = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$

P_2 polinomios (con coef reales) de grado 2

$$p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

$G = \{1 + x^2, x, x+1, \frac{3}{2}\}$ $\Rightarrow$ es un generador de P_2

$\mathbb{R}^3$ $G = \{(0,1,0), (1,1,0), (0,1,1), (1,0,1)\}$

$B = \{1, x, x^2\} \rightarrow \dim(P_2) = 3$

P polinomios de coef reales.

$B = \{1, x, x^2, x^3, \dots\} \rightarrow$ No es de dim finita

$\mathbb{R}^n, \ \mathbb{K} = \mathbb{R} \Rightarrow \langle x, y \rangle = x^T y = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$

$$[x_1, \dots, x_n] \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$L^2, \ \mathbb{K} = \mathbb{R} \qquad \langle f, g \rangle = \int f(x) g(x) \, dx$

$\mathbb{R}^{m \times n}, \ \mathbb{K} = \mathbb{R} \qquad \langle A, B \rangle = \operatorname{tr}(AB)$

$A \in \mathbb{R}^{4\times 4}$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$A(1|1)$

$$\mathrm{Tr}(A) = a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14}$$

$$\det(A) = a_{11}\det(A(1|1)) - a_{12}\det(A(1|2)) + a_{13}\det(A(1|3)) - a_{14}\det(A(1|4))$$

$$A(1|1) = A' \quad \det(A'(1|1)) - a_{22}\det(A'(1|2)) + \dots$$

$$A^T x = b$$

$$\underbrace{A^T A}\, x = A^T b$$

$$x = \underbrace{(A^T A)^{-1} A^T}\, b$$