1 Összefoglaló

1. Függetlenség, feltételes valószínűség
   - A és B független, ha $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
   - A esemény valószínűsége feltéve B: $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$
   - Teljes valószínűség tétele: A esemény $B_1, B_2, ...$ teljes esemény rendszer azaz $B_1 \cup B_2 \cup .... = H$ alaphalmazzal és $B_j \cap B_i = \emptyset$, akkor $P(A) = P(A|B_1) \cdot P(B_1) + P(A|B_2) \cdot P(B_2) + ...$
   - Bayes-tétel: $P(B_1|A) = \dfrac{P(A|B_1) \cdot P(B_1)}{P(A)} = \dfrac{P(A|B_1) \cdot P(B_1)}{P(A|B_1) \cdot P(B_1) + P(A|B_2) \cdot P(B_2) + ...}$

2. Valószínűségi változók, várható érték, szórás
   - X valószínűségi változó, értékei a kísérlet kimenetelei, $\{X = k\}$ elemi esemény, $\{X \geq a\}$, stb. összetett események, $P(X = k)$, $P(X \geq a)$,... valószínűségek.
   - $E(X) = \sum_k P(X = k) \cdot k$ várható érték.
   - $D(X) = \sqrt{D^2(X)}$ szórás, ahol $D^2(X) = E(X^2) - E^2(X)$. $E^2(X) = \sum_k P(X = k) \cdot k^2$, $E^2(X)$ pedig a várható érték négyzete.

3. Nevezetes eloszlások, várható érték és szórás tulajdonságai
   - $E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$
   - $D(aX + bY) = \sqrt{a^2 D^2(X) + b^2 D^2(Y)}$
   - X egy adott kísérlethez tartozó valószínűségi változó. $\sum X$ az n független kísérlet alapján kapott értékek összege. $E(\sum X) = nE(X)$ és $D(\sum(X)) = \sqrt{n} D(X)$
   - $\overline{X}$ az előbbiek átlaga, azaz $\overline{X} = \dfrac{\sum X}{n}$, ekkor $E(\overline{X}) = E(X)$ és $D(\overline{X}) = \dfrac{D(\overline{X})}{\sqrt{n}}$
   - Nevezetes eloszlások

	Értékei	$P(X = k)$	$E(X)$	$D^2(X)$
Indikátor	$k = 0, 1$	$1 - p$ illetve p	p	$p \cdot (1 - p)$
Binomiális	$k = 0, 1, \ldots, n$	$\binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$	$n \cdot p$	$n \cdot p \cdot (1 - p)$
Geometriai	$k = 1, 2 \ldots$	$(1 - p)^{k-1} \cdot p$	$\frac{1}{p}$	–
Hipergeom.	$k = 0, 1, \ldots, n$	$\frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	$n \cdot p$	–

4. Markov-láncok
   - Véges sok állapottal bíró rendszer, az állapotok között adott valószínűséggel lépünk át egyikből a másikba.
   - pl. 2 állapot (A, B) esetén A-ból A-ba lépés valószínűsége a, ekkor A-ból B-be lépésé $1 - a$. B-ből B-be lépésé b, akkor B-ből A-ba $1 - b$.
   - Átmenet mátrix ekkor: $M = \begin{pmatrix} a & 1 - a \\ 1 - b & b \end{pmatrix}$
   - a jelenlegi generáció aránya $v = \begin{pmatrix} p & 1 - p \end{pmatrix}$
   - ekkor a következő generáció: $v \cdot M$
   - a második: $v \cdot M^2$
   - ha tudjuk hogy a jelelegi generációban mindenkire az egyik állapot teljesül, pl. A, akkor $v = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
   - létezik egyensúlyi eloszlás, ez a $v \cdot M = v$ egyenlet v megoldása. Hosszútávon mindig ehhez közelít a rendszer viselkedése