

Урок 5. Проверка статистических гипотез. Р-значения. Доверительные интервалы. А/В-тестирование

Урок 5. Проверка статистических гипотез.
Р-значения. Доверительные интервалы. А/В-тестирование

1. Известно, что генеральная совокупность распределена нормально со средним квадратическим отклонением, равным 16. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания μ с надежностью 0.95, если вторичная средняя $\bar{x} = 80$, а объем выборки $n = 256$

$$\bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$80 \pm 1,96 \cdot \frac{16}{\sqrt{256}}$$

Ответ: [78,04 ; 81,96]

2. В результате 10 независимых измерений некоторой величины X , выполненных с одинаковой точностью, получены следующие данные: 6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1. Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей, оценить истинное значение величины X при помощи доверительного интервала, покрывающего это значение с доверительной вероятностью 0.95

Используем критерий Стьюдента

$$\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Найдем t по таблице с $\nu = n - 1 = 9$, $\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.262$$

$$\bar{x} = 6.59 \quad (\text{ср. арифм.})$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \approx 0.4808$$

Получился интервал $[6.267; 6.912]$

Ответ: $x \in [6.267; 6.912]$

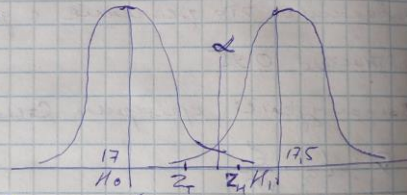
3. Утверждается, что шарик для подшипников, изготовленные автоматическим станком, имеют средний диаметр 17 мм

Используя односторонний критерий с $\alpha = 0,05$, проверить эту гипотезу, если в выборке из $n = 100$ шариков средний диаметр оказался равным 17,5 мм, а дисперсия известна и равна 4 кв.мм

$$\mu_0 = 17 = \mu_0$$

$$\mu_1 = 17,5 > \mu_0$$

$$\sigma = 2 \text{ мм}$$



Используем Z критерий

$$Z_n = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{0,5 \cdot \sqrt{100}}{2} = 2,5$$

$$Z_{\alpha} = 1,65 \quad (\text{по таблице Z значений})$$

Так как $Z_n > Z_{\alpha}$, то принимаем гипотезу H_1

4. Продавец утверждает, что средний вес папки
 почтовый составляет 200г. Из партии извлечена
 выборка из 10 папок. Вес каждой папки состав-
 ляет: 202, 203, 199, 197, 195, 201, 200, 204, 194, 196.
 Известно, что их веса распределены нормально.
 Верно ли утверждение продавца, если учитывать,
 что доверительная вероятность равна 99%

воспользуемся t -критерием

$$\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Посчитаем среднее арифметическое выборки

$$\bar{X} = 198.5$$

$$\mu_0 = 200 = \mu_0$$

$$\mu_1 \neq 200 \quad \mu \neq \mu_0$$

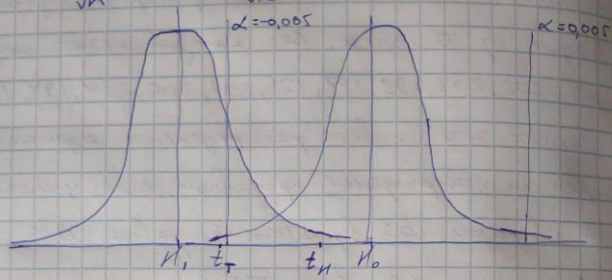
$$\alpha = 0.01$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} \approx 4.453$$

Найдем t по таблице с $\nu = n-1 = 9$ и $\frac{\alpha}{2} = 0.005$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 3.25$$

$$t_n = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{198,5 - 200}{\frac{4,453}{\sqrt{10}}} = -\frac{1,5 \cdot \sqrt{10}}{4,453} \approx -1,065$$



Так как абсолютное значение t_n не превышает табличное значение $t_{\frac{\alpha}{2}}$, то нулевая гипотеза считается корректной.

Ответ: утверждение правдиво верно при доверительной вероятности 99%.