Урок 3. Описательная статистика. Качественные и количественные характеристики популяции. Графическое представление данных

1. Даны значения зарплат из выборки выпускников: 100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150. Посчитать (желательно без использования статистических методов наподобие std, var, mean) среднее арифметическое, среднее квадратичное отклонение, смещенную и несмещенную оценки дисперсий для данной выборки.

In [1]:
```
import numpy as np
```

In [2]:
```
z = np.array([100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150])
```

In [5]:
```
z.sort()
z
```

Out[5]:
```
array([ 17,  24,  25,  30,  33,  45,  55,  57,  65,  65,  70,  75,  75,
        77,  80,  84,  89,  90, 100, 150])
```

среднее арифметическое:

In [11]:
```
z.sum()/z.size
```

Out[11]:
```
65.3
```

среднее квадратичное отклонение:

In [17]:
```
std = np.sqrt(((z - z.sum()/z.size)**2).sum() / z.size)
std
```

Out[17]:
```
30.823854398825592
```

смещенная оценка дисперсии:

In [18]:
```
variance = ((z - z.sum()/z.size)**2).sum() / z.size
variance
```

Out[18]:
```
950.1099999999999
```

несмещенная оценка дисперсии:

In [19]:
```
variance2 = ((z - z.sum()/z.size)**2).sum() / (z.size - 1)
variance2
```

Out[19]:
```
1000.115789473684
```

Урок 3. Описательная статистика. Качественные и количественные характеристики популяции. Графическое представление данных

2. В первом ящике находится 8 мячей, из которых 5 - белые. Во втором ящике - 12 мячей, из которых 5 белых. Из первого ящика вытаскивают случайным образом два мяча, из второго 4. Какова вероятность того, что 3 мяча белые?

а) из первого ящика достают 2 белых мяча и из второго ящика 1 мяч белый из 4-х, а 3 небелых или белых - не важно

$$P_a = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{12} = \frac{25}{168}$$

б) из первого ящика достают 1 белый мяч, из второго ящика - 2 белых мяча

$$P_б = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{25}{264}$$

в) из второго ящика достают 3 белых мяча

$$P_в = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{22}$$

$$P = P_a + P_б + P_в \approx 0,289$$

3. На соревновании по биатлону один из трех спортсменов стреляет и попадает в мишень. Вероятность попадания для первого спортсмена равна 0,9, для второго – 0,8, для третьего – 0,6. Найти вероятность того, что выстрел произведен:

а) первым спортсменом

Посчитаем по формуле Байеса

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1)\cdot P(A|B_1)}{P(A)}$$

A – попадание в мишень

$P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = 1/3$

$P(A|B_1) = 0,9$

$P(A|B_2) = 0,8$

$P(A|B_3) = 0,6$

$$P(A) = P(B_1)\cdot P(A|B_1) + P(B_2)\cdot P(A|B_2) + P(B_3)\cdot P(A|B_3) =$$
$$= \frac{1}{3}\cdot 0,9 + \frac{1}{3}\cdot 0,8 + \frac{1}{3}\cdot 0,6 = \frac{2,3}{3} = \frac{23}{30}$$

$$P(B_1|A) = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{10}}{\frac{23}{30}} = \frac{9}{23} \approx \underline{0,3913}$$

б) вторым спортсменом

$$P(B_2|A) = \frac{P(B_2)\cdot P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{8}{10}}{\frac{23}{30}} = \frac{8}{23} \approx \underline{0,3478}$$

в) третьим спортсменом

$$P(B_3|A) = \frac{P(B_3)\cdot P(A|B_3)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{10}}{\frac{23}{30}} = \frac{6}{23} \approx \underline{0,2607}$$

4. В университет на факультеты A и B поступило равное количество студентов, а на факультет C студентов поступило столько же, сколько на A и B вместе. Вероятность того, что студент факультета A сдаст первую сессию, равна 0,8. Для студента B эта вероятность равна 0,7, а для студента фак-та C – 0,9. Студент сдал первую сессию. Какова вероятность, что он учится: а) на факультете A б) на факультете B в) на факультете C

$P(B_1) = P(B_2) = \frac{1}{4}$

$P(B_3) = \frac{1}{2}$

$P(A|B_1) = 0{,}8$

$P(A|B_2) = 0{,}7$

$P(A|B_3) = 0{,}9$

$$P(A) = \frac{1}{4}\cdot 0{,}8 + \frac{1}{4}\cdot 0{,}7 + \frac{1}{2}\cdot 0{,}9 = \frac{3{,}3}{4} = \frac{33}{40}$$

а) $$P(B_1|A) = \frac{P(B_1)\cdot P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}\cdot 0{,}8}{\frac{33}{40}} = \frac{8}{33} \approx \underline{0{,}(24)}$$

б) $$P(B_2|A) = \frac{P(B_2)\cdot P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}\cdot \frac{7}{10}}{\frac{33}{40}} = \frac{7}{33} = \underline{0{,}(21)}$$

в) $$P(B_3|A) = \frac{P(B_3)\cdot P(A|B_3)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot \frac{9}{10}}{\frac{33}{40}} = \frac{18}{33} = \underline{0{,}(54)}$$

5. Устройство состоит из трех деталей. Для первой детали вероятность выйти из строя в первый месяц равна 0,1, для второй – 0,2, для третьей – 0,25.

Какова вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя:

а) все детали

$P(ABC) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,25 = \underline{0,005}$

б) только две детали

$P = P(A) \cdot P(B) + P(B) \cdot P(C) + P(A) \cdot P(C) = 0,1 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,25 + 0,1 \cdot 0,25 = 0,02 + 0,05 + 0,025 = \underline{0,095}$

в) хотя бы одна деталь

$P = P(A) + P(B) + P(C) = 0,1 + 0,2 + 0,25 = \underline{0,55}$

г) от одной до двух деталей?

$P = P_б + P_в = 0,095 + 0,55 = 0,645$