

Урок 1. Случайные события. Условная вероятность. Формула Байеса. Независимые испытания

1. Из колоды в 52 карты извлекаются случайным образом 4 карты

а) Найти вероятность того, что все карты - крести

Из 52 карт 13 крести
Количество сочетаний крести делим на
общее количество сочетаний

$$C_{13}^4 = \frac{13!}{4!(13-4)!}$$
$$C_{52}^4 = \frac{52!}{4!(52-4)!}$$
$$P = C_{13}^4 / C_{52}^4 = \frac{13! \cdot 4! \cdot 48!}{4! \cdot 9! \cdot 52!} = \frac{10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13}{49 \cdot 50 \cdot 51 \cdot 52} = \frac{17160}{6497400} \approx 0,00264$$

б) Найти вероятность, что среди 4-х карт окажется хотя бы один туз

Сумма сочетаний 1 туз + 3 карты, 2 туза + 2 карты,
3 туза + 1 карта, 4 туза

1) 1 туз + 3 карты

$$C_5 = C_4^1 \cdot C_{48}^3 = \frac{4!}{1!(4-1)!} \cdot \frac{48!}{3!(48-3)!} = \frac{4 \cdot 46 \cdot 47 \cdot 48}{6} = 69184$$

2) 2 туга + 2 карта

$$C_2 = C_4^2 \cdot C_{48}^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} \cdot \frac{48!}{2!(48-2)!} = \\ = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 47 \cdot 48}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 6768$$

3) 3 туга + 1 карта

$$C_3 = C_4^3 \cdot C_{48}^1 = \frac{4!}{3!(4-3)!} \cdot \frac{48!}{1!(48-1)!} = \\ = \frac{4 \cdot 48}{1} = 192$$

4) 4 туга

$$C_4 = C_4^4 \cdot C_{48}^0 = \frac{4!}{4!(4-4)!} \cdot \frac{48!}{0!(48-4)!} = 1$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 76145$$

Оське число исходов!

$$C_{52}^4 = \frac{52!}{4!(52-4)!} = \frac{49 \cdot 50 \cdot 51 \cdot 52}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 270725$$

$$P = C/C_{52}^4 = \frac{76145}{270725} \approx \underline{0,2813}$$

2. На входной двери подъезда установлен кодовый замок, содержащий 10 кнопок с цифрами от 0 до 9. Код содержит 3 цифры, которые нужно нажать одновременно.

Какова вероятность того, что человек, не знающий код, откроет дверь с первой попытки?

Вероятность появления 3х зависимых событий

$$P(A \times B \times C) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|AB) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{720}$$

$$P = 0,0013(8) \approx \underline{0,14\%}$$

3. В ящике имеется 15 деталей, из которых 9 окрашены. Рабочий случайным образом извлекает 3 детали. Какова вероятность того, что все извлеченные детали окрашены

Представим три одновременных события:

1) 15 деталей, 9 окрашенных деталей

2) 14 деталей, 8 окрашенных деталей

3) 13 деталей, 7 окрашенных деталей

$$P(A \times B \times C) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|AB) = \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} \cdot \frac{7}{13} = \frac{504}{2730}$$

$$P \approx 0,1846 \approx \underline{18,46\%}$$

4. В лотерее 100 билетов. Из них 2 выигрышных. Какова вероятность того, что 2 приобретенных билетов окажутся выигрышными?

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{99} \approx 0,000101$$

$$P(AB) \approx 0,0101\%$$