

Nome: Nicole Migliorini Magagnin

Lista Matemática Aplicada – Transformada Z Inversa

Prof: Walter Gontijo

1) Determine a transformada inversa de $X(z) = \frac{4z}{(z-1)(z-3)}$

$$X(z) = \frac{4z}{(z-1)(z-3)} = \frac{K1}{z-1} + \frac{K2}{z-3}$$

$$\frac{4z(z-1)(z-3)}{(z-1)(z-3)} = \frac{K1(z-1)(z-3)}{z-1} + \frac{K2(z-1)(z-3)}{z-3}$$

$$4z = k1 * (z-3) + k2 * (z-1)$$

p/ z = 1

$$4z = k1 * (1-3) + 0 * k2$$

$$-2K1 = 4$$

$$K1 = -2$$

p/ z = 3

$$4 * 3 = 0 + 2k2$$

$$12 = 2k2$$

$$k2 = 6$$

$$= \frac{-2}{z-1} + \frac{6}{z-3} \rightarrow \frac{-2}{1} * \frac{z}{z-1} + \frac{6}{1} * \frac{z}{z-3}$$

$$2 * u[n] + 3^n * u[n]$$

$$\mathbf{x1[n] = (2 + 3^n) * u[n]}$$

2) Determine a função de transferência dos sistemas discretos modelados pelas seguintes equações diferença:

$$a) \quad y(k) - \frac{1}{2} * y(k-1) = x(k) + \frac{1}{3} * x(k-1)$$

$$Y(z) - \frac{1}{2} * z^{-1} * Y(z) = X(z) + \frac{1}{3} * z^{-1} * X(z)$$

$$1 - \frac{1}{2} * z^{-1} * Y(z) = 1 + \frac{1}{3} * z^{-1} * X(z)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + \frac{1}{3} * z^{-1}}{1 - \frac{1}{2} * z^{-1}}$$

$$H(z) = \frac{z + \frac{1}{3}}{z - \frac{1}{2}}$$

$$b) \quad y(k) - \frac{3}{4} * y(k-1) + \frac{1}{8} * y(k-2) = 2x(k)$$

$$Y(z) - \frac{3}{4} * z^{-1} * Y(z) + \frac{1}{8} * z^{-2} * Y(z) = 2 * x(z)$$

$$\left(1 - \frac{3}{4} * z^{-1} + \frac{1}{8} * z^{-2}\right) * Y[z] = 2 * X(z)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2}{1 - \frac{3}{4} * z^{-1} + \frac{1}{8} * z^{-2}} = \frac{2z^2}{z^2 - \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}}$$

3) Para cada uma das transferências discretas a seguir:

- Determine os pólos e zeros da função.
- Esboce os pólos e zeros no plano z (desenhe também o círculo de raio unitário).
- Verifique se o sistema é estável e justifique.
- Obtenha o correspondente h[n].

$$a) \quad H(z) = 3 * \frac{z-1,2}{(z-0,5)*(z-0,9)}$$

$$= \frac{3z-3,6}{z^2-1,4z+0,45}$$

Zeros: **3,6**

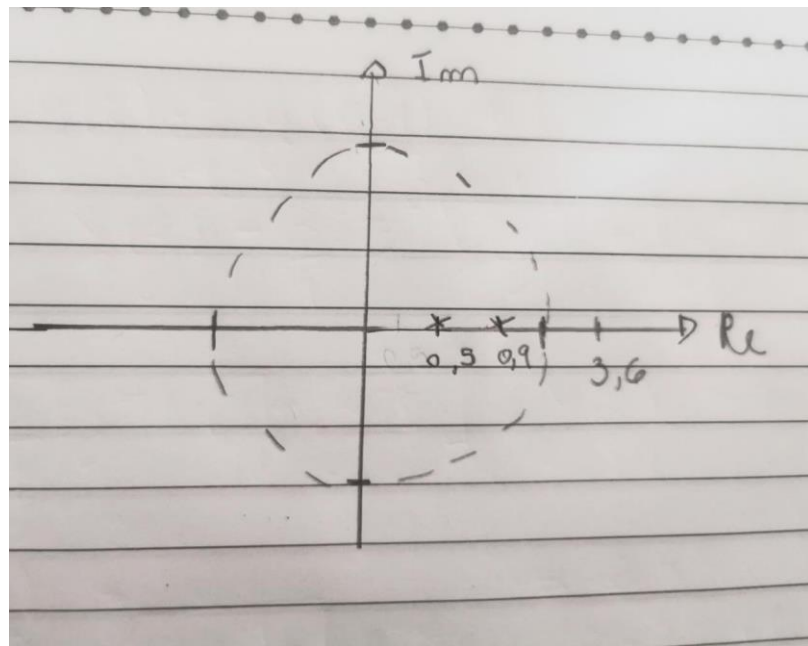
Pólos: $z^2 - 1,4z + 0,45$

$$\frac{1,4 \pm \sqrt{1,4^2 - 4 * 1 * 0,45}}{2}$$

x' = 0,9

x'' = 0,5

Círculo:



- O sistema não é estável, todos os pólos estão no semicírculo direito.

$$H(z) = 3 * \frac{z - 1,2}{(z - 0,5) * (z - 0,9)}$$

$$h[n] = \frac{3z-3,6}{(z-0,5)(z-0,9)} = \frac{k_1}{z-0,5} + \frac{k_2}{z-0,9}$$

$$= \frac{(3z - 3,6) * (z - 0,5) * (z - 0,9)}{(z - 0,5) * (z - 0,9)} = \frac{k_1(z - 0,5) * (z - 0,9)}{z - 0,5} + \frac{k_2(z - 0,5) * (z - 0,9)}{z - 0,9}$$

$$= 3z - 3,6 = k_1 * (z - 0,9) + k_2 * (z - 0,5)$$

$$P/z = 0,5$$

$$3 * 0,5 - 3,6 = k_1 * (0,5 - 0,9) + 0$$

$$1,5 - 3,6 = k_1 * (-0,4)$$

$$-2,1 = -0,4k_1$$

$$k_1 = 5,25$$

$$P/z = 0,9$$

$$3 * 0,9 - 3,6 = 0 + k_2 * (0,9 - 0,5)$$

$$2,7 - 3,6 = 0,4k_2$$

$$k_2 = 2,25$$

$$= \frac{5,25}{z - 0,5} - \frac{2,25}{z - 0,9}$$

$$= \frac{5,25}{1} * \frac{z}{z - 0,5} - \frac{2,25}{1} * \frac{z}{z - 0,9}$$

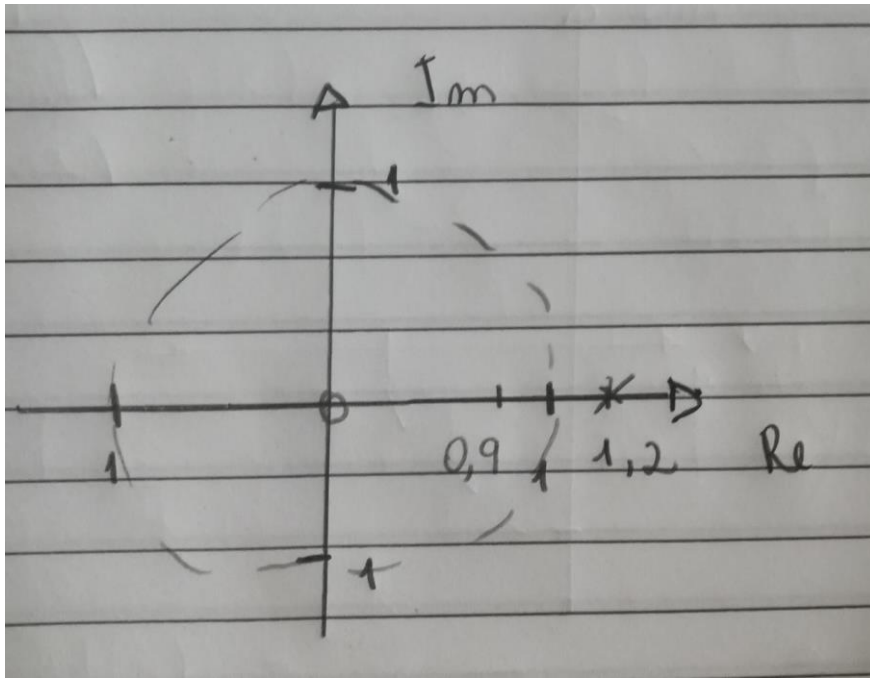
$$\mathbf{h[n] = 3\delta[n] * (-1, 4^n)u[n]}$$

$$\text{b) } H(z) = \frac{z}{(z-0,9)*(z-1,2)}$$

Zeros: 0

Pólos: 1,2 e 0,9

Círculo:



- O sistema não é estável pois todos os pólos estão no semicírculo direito.

$$H[n] = \frac{z}{(z - 0,9) * (z - 1,2)} = \frac{K1}{z - 0,9} + \frac{K2}{z - 1,2}$$

$$= \frac{z(z - 0,9)(z - 1,2)}{(z - 0,9)(z - 1,2)} = \frac{K1(z - 0,9)(z - 1,2)}{z - 0,9} + \frac{K2(z - 0,9)(z - 1,2)}{z - 1,2}$$

$$z = K1(z - 1,2) + K2(z - 0,9)$$

$$P/ z = 0,9$$

$$0,9 = 0,3 K1$$

$$K1 = -3$$

$$P/ z = 1,2$$

$$1,2 = 0,3K2$$

$$K2 = 4$$

$$= \frac{-3}{z-0,9} + \frac{4}{z-1,2} \rightarrow H[n] = \frac{-3}{1} * \frac{z}{z-0,9} + \frac{4}{1} * \frac{z}{z-1,2}$$

$$H[n] = (-0,9^n - 1,2^n)u[n]$$

$$H[n] = (-3, 1^n) u[n]$$

c) $H(z) = \frac{z+0,9}{z^2+z+0,41}$

Zeros = -0,9

Pólos =

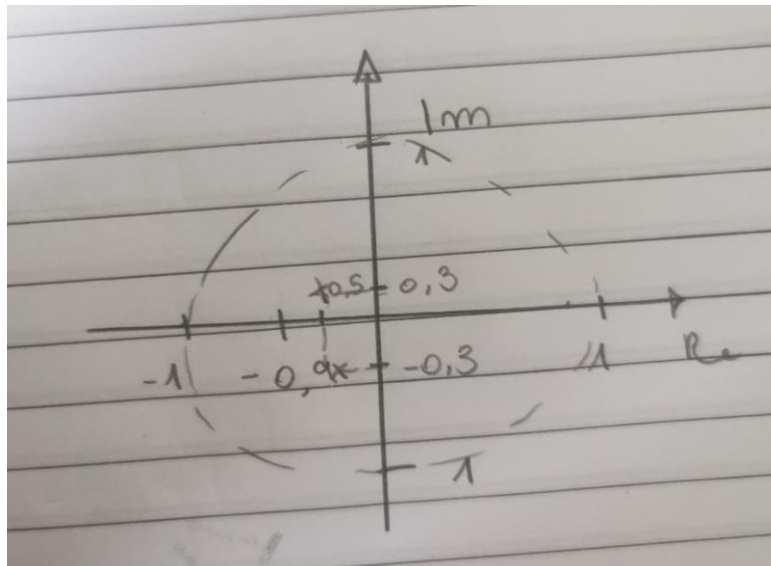
$$\frac{-1 \pm \sqrt{-0,64}}{2}$$

$$\frac{-1 \pm 0,6i}{2}$$

$$x' = -0,5 + 0,3i$$

$$x'' = -0,5 - 0,3i$$

Círculo:



- O sistema é estável, pois todos os pólos estão no semicírculo esquerdo.

