

Trabalho 2 de Pesquisa Operacional

Davi Magalhães Pereira e Alexandre Vieira Pereira Pacelli

Departamento de Ciência da Computação, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora

15 de setembro de 2021

Otimização de portfólio de investimentos

1. Modelagem

1.1. Variáveis

Como variáveis do modelo temos todos os ativos pertencentes à carteira de investimentos do investidor.

Sendo $x[i]$, para todo e qualquer ativo, a porcentagem da carteira a ser investida no mesmo de acordo com a resposta do modelo (seguindo restrições e função objetivo)

1.2. Restrições

Restrições Solicitadas pelo Investidor:

- Ativos RENDA FIXA == 15% do total investido
- Ativos FUNDOS IMOBILIÁRIOS == 15% do total investido
- Ativos GOLD11, HASH11, BIAU39 == 5% do total investido
- Ativos DEMAIS AÇÕES == 65% do total investido
- TODOS os ATIVOS devem possuir um investimento $\geq 1\%$ do total investido
- TODOS os ATIVOS devem possuir um investimento $\leq 15\%$ do total investido
- Soma de todos os investimentos == 100%

Restrições gerais presentes em todos os modelos testados para o trabalho:

- TODOS os ATIVOS devem possuir um investimento $\geq 0.5\%$ do total investido
- TODOS os ATIVOS devem possuir um investimento $\leq 15\%$ do total investido
- Soma de todos os investimentos == 100%
- O RETORNO TOTAL do investimento $\geq 8\%$ OU A VARIÂNCIA TOTAL do investimento $\leq 60\%$

Em 2.2.1. Modelo mantendo todas as restrições solicitadas pelo investidor

Neste modelo nós mantivemos as restrições solicitadas pelo investidor

Objetivo: Minimizar Variância

- Porcentagem em fundos imobiliários == 0.15
- Porcentagem em renda fixa == 0.15
- Porcentagem em GOLD11, HASH11 e BIAU39 == 0.05
- Porcentagem no restante dos ativos == 0.65
- Valor mínimo em cada ação ≥ 0.005
- Valor máximo em cada ação ≤ 0.15
- Soma das variáveis == 1
- Retorno mínimo ≥ 8

Objetivo: Maximizar Retorno

- Porcentagem em fundos imobiliários == 0.15
- Porcentagem em renda fixa == 0.15
- Porcentagem em GOLD11, HASH11 e BIAU39 == 0.05
- Porcentagem no restante dos ativos == 0.65
- Valor mínimo em cada ação ≥ 0.005
- Valor máximo em cada ação ≤ 0.15
- Soma das variáveis == 1
- Variância máxima ≤ 60

Em 2.2.2. Modelo removendo algumas restrições entre ativos de renda variável

Neste modelo, removemos algumas restrições entre ativos de renda variável e mantivemos as restrições de rendas fixas separadas dos de renda variável, pois esses não devem ser comparados.

Objetivo: Minimizar Variância

- Porcentagem em renda fixa == 0.15
- Porcentagem em renda variável == 0.85
- Valor mínimo em cada ação ≥ 0.005
- Valor máximo em cada ação ≤ 0.15
- Soma das variáveis == 1
- Retorno mínimo ≥ 8

Objetivo: Maximizar Retorno

- Porcentagem em renda fixa == 0.15
- Porcentagem em renda variável == 0.85
- Valor mínimo em cada ação ≥ 0.005
- Valor máximo em cada ação ≤ 0.15
- Soma das variáveis == 1
- Variância máxima ≤ 60

Em 2.2.3. Modelo removendo algumas restrições e utilizando faixas de restrições

Neste deixamos o modelo mais livre, ao invés de usar as restrições de igualdades anteriormente propostas demos uma margem para essas.

Objetivo: Minimizar Variância

- Porcentagem em renda fixa ≥ 0.1
- Porcentagem em renda fixa ≤ 0.3
- Porcentagem em renda variável ≥ 0.7
- Porcentagem em renda variável ≤ 0.9
- Valor mínimo em cada ação ≥ 0.005
- Valor máximo em cada ação ≤ 0.15
- Soma das variáveis $= 1$
- Retorno mínimo ≥ 8

Objetivo: Maximizar Retorno

- Porcentagem em renda fixa ≥ 0.1
- Porcentagem em renda fixa ≤ 0.3
- Porcentagem em renda variável ≥ 0.7
- Porcentagem em renda variável ≤ 0.9
- Valor mínimo em cada ação ≥ 0.005
- Valor máximo em cada ação ≤ 0.15
- Soma das variáveis $= 1$
- Variância máxima ≤ 60

Em 2.2.4. Modelo mais livre

E, por fim, deixamos o modelo ainda mais livre. Removemos todas restrições impostas aos ativos, exigindo somente que seja alocado uma porcentagem mínima e máxima em cada um.

Objetivo: Minimizar Variância

- Valor mínimo em cada ação ≥ 0.005
- Valor máximo em cada ação ≤ 0.15
- Soma das variáveis $= 1$
- Retorno mínimo ≥ 8

Objetivo: Maximizar Retorno

- Valor mínimo em cada ação ≥ 0.005
- Valor máximo em cada ação ≤ 0.15
- Soma das variáveis $= 1$
- Variância máxima ≤ 60

1.3. Função objetivo

Como Função Objetivo, o investidor despertou interesse em descobrir os ativos de MAIOR RETORNO e de MENOR VARIÂNCIA em sua carteira de investimentos.

Portanto, elaboramos as seguintes Funções Objetivo para os dois interesses acima, onde: * 'i' = Cada Ativo da carteira de investimentos * 'r' = Retorno em % de cada ativo desde sua compra * 'v' = Variância de cada ativo desde sua compra

$$z_{min} = \sum_{i=1}^n v_i \quad (1)$$

$$z_{max} = \sum_{i=1}^n r_i \quad (2)$$

2. Implementação

2.1. Coleta de Dados

Realizamos alguns testes com a API de dados do Yahoo e percebemos que algumas ações e rendas fixas possuíam dados faltantes ou inexistentes, então baixamos essas e coletamos os dados manualmente.

E então, construímos os dois dicionários para formar a função objetivo de um tipo de carteira que foi solicitado pelo investidor. O mesmo nos explicou que gostaria de aplicar mais dinheiro em ações/fundos/rendas fixas menos voláteis e ao mesmo tempo, levar em consideração quanto cada investimento o retornou desde sua compra.

```
[28]: var_dict
```

```
[28]: {'Selic': 7605.365255462518,
      'Prefixado': 271.49614009511976,
      'IPCA': 5.2457444321145195,
      'HASH11.SA': 74.32406074367088,
      'TGAR11.SA': 17.432172175786853,
      'BIAU39.SA': 2.374279376623375,
      'GOLD11.SA': 0.12897262139466956,
      'XINA11.SA': 1.0428390993788819,
      'ALSO3.SA': 4.3012893175270355,
      'ALUP11.SA': 1.7235097835979942,
      'AURA33.SA': 26.92945538709674,
      'BABA34.SA': 63.886195816910124,
      'BOVA11.SA': 84.77055131362727,
      'BRML3.SA': 0.6558331862238179,
      'BRPR3.SA': 0.4034105712248405,
      'COGN3.SA': 0.3964924842230561,
      'CSAN3.SA': 7.398388268431805,
      'CYRE3.SA': 8.040283744860925,
      'DIRR3.SA': 0.7390312531266555,
      'EGIE3.SA': 4.306696404097669,
      'FESA4.SA': 157.19910113627762,
      'GGBR4.SA': 18.87004211357665,
      'GOAU4.SA': 3.8311162536542103,
```

```
'IVVB11.SA': 355.1450851527817,
'JHSF3.SA': 0.19806698450874277,
'KNRI11.SA': 97.79476148887748,
'MXRF11.SA': 0.05479719270370854,
'OIBR3.SA': 0.13187151757975604,
'RAIZ4.SA': 0.05025498623320052,
'SULA11.SA': 14.624895297821103,
'TAEE11.SA': 17.53831546578641,
'TEND3.SA': 9.085364605859361,
'TRIS3.SA': 1.8382505512041083,
'TRPL4.SA': 3.1927415261826284,
'VIVT3.SA': 2.852285603560675,
'XPCI11.SA': 19.760213889181845}
```

```
[29]: return_dict
```

```
[29]: {'IPCA': -7.18,
'Selic': 0,
'Prefixado': 0,
'KNRI11.SA': 0,
'XPCI11.SA': 0,
'XINA11.SA': -22.08,
'VIVT3.SA': -7.45,
'TRPL4.SA': -8.94,
'TRIS3.SA': -23.36,
'TGAR11.SA': 0.29,
'TEND3.SA': -19.57,
'TAEE11.SA': 24.53,
'SULA11.SA': -12.05,
'RAIZ4.SA': -3.51,
'OIBR3.SA': -38.0,
'MXRF11.SA': -0.8,
'JHSF3.SA': 7.34,
'IVVB11.SA': 9.53,
'HASH11.SA': -5.79,
'GOLD11.SA': -3.85,
'GOAU4.SA': 1.41,
'GGBR4.SA': 2.38,
'FESA4.SA': 16.51,
'EGIE3.SA': -7.68,
'DIRR3.SA': -6.52,
'CYRE3.SA': -17.04,
'CSAN3.SA': 4.83,
'COGN3.SA': -14.84,
'BRPR3.SA': -3.45,
'BRML3.SA': 22.01,
'BOVA11.SA': 4.7,
```

```
'BIAU39.SA': -1.77,  
'BABA34.SA': -27.99,  
'AURA33.SA': 14.35,  
'ALUP11.SA': -5.53,  
'ALSO3.SA': 8.66}
```

2.2. Implementação do Modelo

Com os dados de variância e retorno obtidos, podemos agora otimizar o portfólio.

2.2.1. Modelo mantendo todas as restrições solicitadas

- Minimizando a variância e com retorno mínimo de 8%

```
objective: 55.019  
invs_IPCA=0.140  
invs_Selic=0.005  
invs_Prefixado=0.005  
invs_KNRI11.SA=0.005  
invs_XPCI11.SA=0.005  
invs_XINA11.SA=0.005  
invs_VIVT3.SA=0.005  
invs_TRPL4.SA=0.005  
invs_TRIS3.SA=0.005  
invs_TGAR11.SA=0.135  
invs_TEND3.SA=0.005  
invs_TAEE11.SA=0.150  
invs_SULA11.SA=0.005  
invs_RAIZ4.SA=0.005  
invs_OIBR3.SA=0.005  
invs_MXRF11.SA=0.005  
invs_JHSF3.SA=0.005  
invs_IVVB11.SA=0.005  
invs_HASH11.SA=0.005  
invs_GOLD11.SA=0.005  
invs_GOAU4.SA=0.005  
invs_GGBR4.SA=0.005  
invs_FESA4.SA=0.009  
invs_EGIE3.SA=0.005  
invs_DIRR3.SA=0.005  
invs_CYRE3.SA=0.005  
invs_CSAN3.SA=0.005  
invs_COGN3.SA=0.005  
invs_BRPR3.SA=0.005  
invs_BRML3.SA=0.150  
invs_BOVA11.SA=0.005  
invs_BIAU39.SA=0.040  
invs_BABA34.SA=0.005
```

invs_AURA33.SA=0.150
invs_ALUP11.SA=0.005
invs_ALS03.SA=0.086

Variância encontrada pela função objetivo: 55.01854056755589

Retorno total: 7.999999999999997

Total alocado em renda fixa: 0.15

Total alocado em renda variável: 0.8500000000000001

- Maximizando o retorno e com variância máxima de 60

objective: 8.256

invs_IPCA=0.140
invs_Selic=0.005
invs_Prefixado=0.005
invs_KNRI11.SA=0.005
invs_XPCI11.SA=0.005
invs_XINA11.SA=0.005
invs_VIVT3.SA=0.005
invs_TRPL4.SA=0.005
invs_TRIS3.SA=0.005
invs_TGAR11.SA=0.135
invs_TEND3.SA=0.005
invs_TAEE11.SA=0.150
invs_SULA11.SA=0.005
invs_RAIZ4.SA=0.005
invs_OIBR3.SA=0.005
invs_MXRF11.SA=0.005
invs_JHSF3.SA=0.005
invs_IVVB11.SA=0.005
invs_HASH11.SA=0.005
invs_GOLD11.SA=0.005
invs_GOAU4.SA=0.005
invs_GGBR4.SA=0.005
invs_FESA4.SA=0.042
invs_EGIE3.SA=0.005
invs_DIRR3.SA=0.005
invs_CYRE3.SA=0.005
invs_CSAN3.SA=0.005
invs_COGN3.SA=0.005
invs_BRPR3.SA=0.005
invs_BRML3.SA=0.150
invs_BOVA11.SA=0.005
invs_BIAU39.SA=0.040
invs_BABA34.SA=0.005
invs_AURA33.SA=0.150
invs_ALUP11.SA=0.005
invs_ALS03.SA=0.053

Retorno encontrado pela função objetivo: 8.255755501530928

Variância total: 60.0
Total alocado em renda fixa: 0.15
Total alocado em renda variável: 0.85

2.2.2. Modelo removendo algumas restrições entre ativos de renda variável

- Minimizando a variância e com retorno mínimo de 8%

```
objective: 49.189
invs_ALS03.SA=0.150
invs_ALUP11.SA=0.005
invs_AURA33.SA=0.005
invs_BABA34.SA=0.005
invs_BOVA11.SA=0.005
invs_BRML3.SA=0.150
invs_BRPR3.SA=0.005
invs_COGN3.SA=0.005
invs_CSAN3.SA=0.110
invs_CYRE3.SA=0.005
invs_DIRR3.SA=0.005
invs_EGIE3.SA=0.005
invs_FESA4.SA=0.005
invs_GGBR4.SA=0.005
invs_GOAU4.SA=0.005
invs_IVVB11.SA=0.005
invs_JHSF3.SA=0.150
invs_KNRI11.SA=0.005
invs_MXRF11.SA=0.005
invs_OIBR3.SA=0.005
invs_RAIZ4.SA=0.005
invs_SULA11.SA=0.005
invs_TAEE11.SA=0.150
invs_TEND3.SA=0.005
invs_TRIS3.SA=0.005
invs_TRPL4.SA=0.005
invs_VIVT3.SA=0.005
invs_XPCI11.SA=0.005
invs_Selic=0.005
invs_Prefixado=0.005
invs_IPCA=0.140
invs_HASH11.SA=0.005
invs_TGAR11.SA=0.005
invs_BIAU39.SA=0.005
invs_GOLD11.SA=0.005
invs_XINA11.SA=0.005
```

Variância encontrada pela função objetivo: 49.18879023082532
Retorno total: 7.9999999999999964
Total alocado em renda fixa: 0.15

Total alocado em renda variável: 0.8499999999999999

- Maximizando o retorno e com variância máxima de 60

objective: 9.731

invs_ALS03.SA=0.150
invs_ALUP11.SA=0.005
invs_AURA33.SA=0.150
invs_BABA34.SA=0.005
invs_BOVA11.SA=0.005
invs_BRML3.SA=0.150
invs_BRPR3.SA=0.005
invs_COGN3.SA=0.005
invs_CSAN3.SA=0.005
invs_CYRE3.SA=0.005
invs_DIRR3.SA=0.005
invs_EGIE3.SA=0.005
invs_FESA4.SA=0.054
invs_GGBR4.SA=0.005
invs_GOAU4.SA=0.005
invs_IVVB11.SA=0.005
invs_JHSF3.SA=0.061
invs_KNRI11.SA=0.005
invs_MXRF11.SA=0.005
invs_OIBR3.SA=0.005
invs_RAIZ4.SA=0.005
invs_SULA11.SA=0.005
invs_TAEE11.SA=0.150
invs_TEND3.SA=0.005
invs_TRIS3.SA=0.005
invs_TRPL4.SA=0.005
invs_VIVT3.SA=0.005
invs_XPCI11.SA=0.005
invs_Selic=0.005
invs_Prefixado=0.005
invs_IPCA=0.140
invs_HASH11.SA=0.005
invs_TGAR11.SA=0.005
invs_BIAU39.SA=0.005
invs_GOLD11.SA=0.005
invs_XINA11.SA=0.005

Retorno encontrado pela função objetivo: 9.7309305094014

Variância total: 59.99999999999999

Total alocado em renda fixa: 0.15

Total alocado em renda variável: 0.8499999999999999

2.2.3. Modelo removendo algumas restrições e utilizando faixas de restrições

- Minimizando a variância e com retorno mínimo de 8%

objective: 48.513

```

invs_ALS03.SA=0.150
invs_ALUP11.SA=0.005
invs_AURA33.SA=0.005
invs_BABA34.SA=0.005
invs_BOVA11.SA=0.005
invs_BRML3.SA=0.150
invs_BRPR3.SA=0.005
invs_COGN3.SA=0.005
invs_CSAN3.SA=0.053
invs_CYRE3.SA=0.005
invs_DIRR3.SA=0.005
invs_EGIE3.SA=0.005
invs_FESA4.SA=0.005
invs_GGBR4.SA=0.005
invs_GOAU4.SA=0.005
invs_IVVB11.SA=0.005
invs_JHSF3.SA=0.150
invs_KNRI11.SA=0.005
invs_MXRF11.SA=0.112
invs_OIBR3.SA=0.005
invs_RAIZ4.SA=0.005
invs_SULA11.SA=0.005
invs_TAEE11.SA=0.150
invs_TEND3.SA=0.005
invs_TRIS3.SA=0.005
invs_TRPL4.SA=0.005
invs_VIVT3.SA=0.005
invs_XPCI11.SA=0.005
invs_Selic=0.005
invs_Prefixado=0.005
invs_IPCA=0.090
invs_HASH11.SA=0.005
invs_TGAR11.SA=0.005
invs_BIAU39.SA=0.005
invs_GOLD11.SA=0.005
invs_XINA11.SA=0.005

```

Variância encontrada pela função objetivo: 48.513149520159

Retorno total: 7.9999999999999964

Total alocado em renda fixa: 0.1

Total alocado em renda variável: 0.8999999999999999

- Maximizando o retorno e com variância máxima de 60

objective: 10.472

```

invs_ALS03.SA=0.150
invs_ALUP11.SA=0.005

```

```

invs_AURA33.SA=0.150
invs_BABA34.SA=0.005
invs_BOVA11.SA=0.005
invs_BRML3.SA=0.150
invs_BRPR3.SA=0.005
invs_COGN3.SA=0.005
invs_CSAN3.SA=0.005
invs_CYRE3.SA=0.005
invs_DIRR3.SA=0.005
invs_EGIE3.SA=0.005
invs_FESA4.SA=0.056
invs_GGBR4.SA=0.005
invs_GOAU4.SA=0.005
invs_IVVB11.SA=0.005
invs_JHSF3.SA=0.109
invs_KNRI11.SA=0.005
invs_MXRF11.SA=0.005
invs_OIBR3.SA=0.005
invs_RAIZ4.SA=0.005
invs_SULA11.SA=0.005
invs_TAEE11.SA=0.150
invs_TEND3.SA=0.005
invs_TRIS3.SA=0.005
invs_TRPL4.SA=0.005
invs_VIVT3.SA=0.005
invs_XPCI11.SA=0.005
invs_Selic=0.005
invs_Prefixado=0.005
invs_IPCA=0.090
invs_HASH11.SA=0.005
invs_TGAR11.SA=0.005
invs_BIAU39.SA=0.005
invs_GOLD11.SA=0.005
invs_XINA11.SA=0.005

```

Retorno encontrado pela função objetivo: 10.471671559498496

Variância total: 60.0

Total alocado em renda fixa: 0.1

Total alocado em renda variável: 0.8999999999999999

2.2.4. Modelo mais livre

- Minimizando a variância e com retorno mínimo de 8%

objective: 47.710

```

invs_ALS03.SA=0.150
invs_ALUP11.SA=0.005
invs_AURA33.SA=0.005
invs_BABA34.SA=0.005

```

invs_BOVA11.SA=0.005
invs_BRML3.SA=0.150
invs_BRPR3.SA=0.005
invs_COGN3.SA=0.005
invs_CSAN3.SA=0.005
invs_CYRE3.SA=0.005
invs_DIRR3.SA=0.005
invs_EGIE3.SA=0.005
invs_FESA4.SA=0.005
invs_GGBR4.SA=0.005
invs_GOAU4.SA=0.005
invs_IVVB11.SA=0.005
invs_JHSF3.SA=0.150
invs_KNRI11.SA=0.005
invs_MXRF11.SA=0.150
invs_OIBR3.SA=0.005
invs_RAIZ4.SA=0.101
invs_SULA11.SA=0.005
invs_TAEE11.SA=0.149
invs_TEND3.SA=0.005
invs_TRIS3.SA=0.005
invs_TRPL4.SA=0.005
invs_VIVT3.SA=0.005
invs_XPCI11.SA=0.005
invs_Selic=0.005
invs_Prefixado=0.005
invs_IPCA=0.005
invs_HASH11.SA=0.005
invs_TGAR11.SA=0.005
invs_BIAU39.SA=0.005
invs_GOLD11.SA=0.005
invs_XINA11.SA=0.005

Variância encontrada pela função objetivo: 47.70984227946272

Retorno total: 7.9999999999999964

Total alocado em renda fixa: 0.015

Total alocado em renda variável: 0.9849999999999999

- Maximizando o retorno e com variância máxima de 60

objective: 11.603

invs_ALS03.SA=0.150
invs_ALUP11.SA=0.005
invs_AURA33.SA=0.150
invs_BABA34.SA=0.005
invs_BOVA11.SA=0.005
invs_BRML3.SA=0.150
invs_BRPR3.SA=0.005
invs_COGN3.SA=0.005

```
invs_CSAN3.SA=0.049
invs_CYRE3.SA=0.005
invs_DIRR3.SA=0.005
invs_EGIE3.SA=0.005
invs_FESA4.SA=0.056
invs_GGBR4.SA=0.005
invs_GOAU4.SA=0.005
invs_IVVB11.SA=0.005
invs_JHSF3.SA=0.150
invs_KNRI11.SA=0.005
invs_MXRF11.SA=0.005
invs_OIBR3.SA=0.005
invs_RAIZ4.SA=0.005
invs_SULA11.SA=0.005
invs_TAEE11.SA=0.150
invs_TEND3.SA=0.005
invs_TRIS3.SA=0.005
invs_TRPL4.SA=0.005
invs_VIVT3.SA=0.005
invs_XPCI11.SA=0.005
invs_Selic=0.005
invs_Prefixado=0.005
invs_IPCA=0.005
invs_HASH11.SA=0.005
invs_TGAR11.SA=0.005
invs_BIAU39.SA=0.005
invs_GOLD11.SA=0.005
invs_XINA11.SA=0.005
```

Retorno encontrado pela função objetivo: 11.602893818642055

Variância total: 60.0

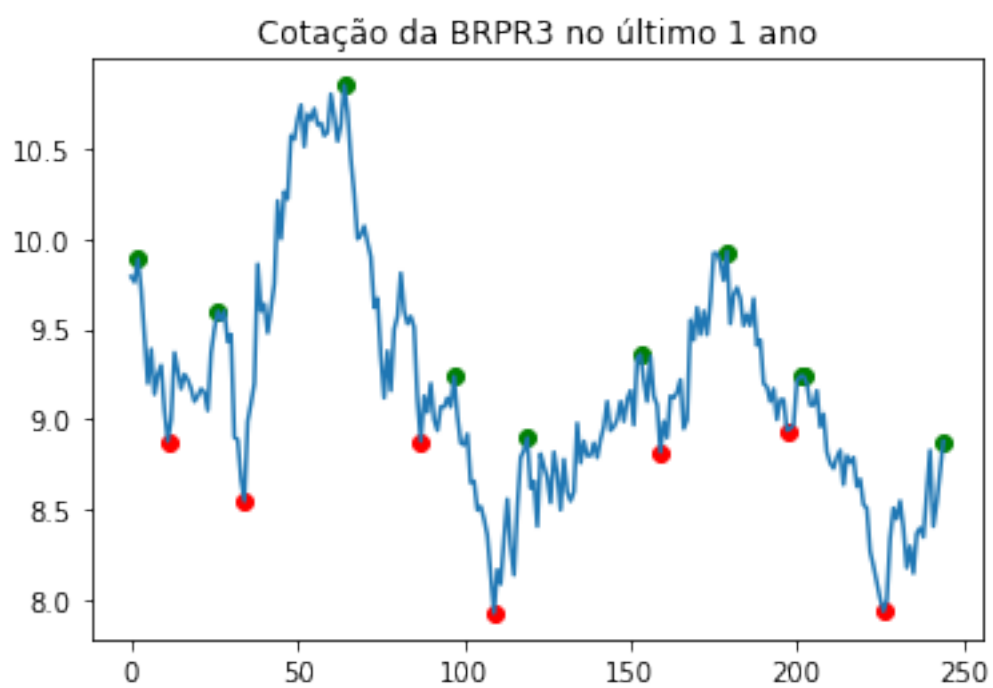
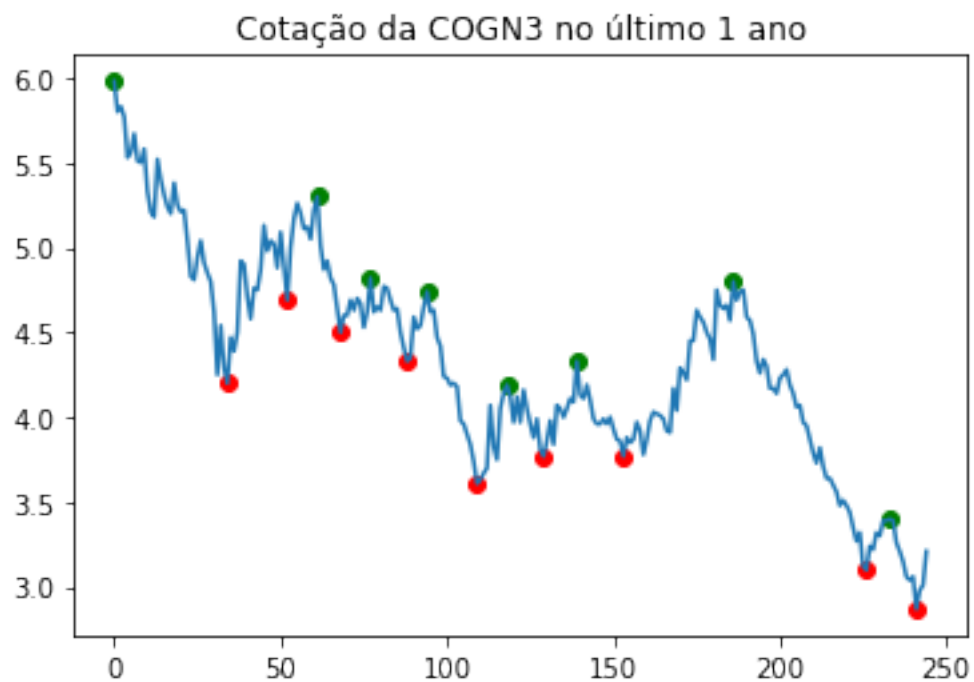
Total alocado em renda fixa: 0.015

Total alocado em renda variável: 0.9849999999999999

2.2.5. Extra - Abordagem de máximos locais

Nessa abordagem maximizamos o número de máximos locais, de forma que o modelo alocará maior parte da carteira em ativos que tenham mais máximos. Essa abordagem é mais interessante para um perfil de investidor mais ousado ou talvez um *day trader*.

Abaixo mostramos exemplos de gráficos de cotação das ações da COGN3 e da BRPR3 destacando os máximos locais com pontos verdes e os mínimos locais com pontos vermelhos.



Resultados obtidos:

objective: 10.140

invs_ALS03.SA=0.010
invs_ALUP11.SA=0.010
invs_AURA33.SA=0.010
invs_BABA34.SA=0.010
invs_BOVA11.SA=0.010
invs_BRML3.SA=0.010
invs_BRPR3.SA=0.010
invs_COGN3.SA=0.010
invs_CSAN3.SA=0.010
invs_CYRE3.SA=0.150
invs_DIRR3.SA=0.150
invs_EGIE3.SA=0.010
invs_FESA4.SA=0.010
invs_GGBR4.SA=0.010
invs_GOAU4.SA=0.010
invs_IVVB11.SA=0.010
invs_JHSF3.SA=0.090
invs_KNRI11.SA=0.010
invs_MXRF11.SA=0.150
invs_OIBR3.SA=0.010
invs_RAIZ4.SA=0.010
invs_SULA11.SA=0.010
invs_TAEE11.SA=0.010
invs_TEND3.SA=0.150
invs_TRIS3.SA=0.010
invs_TRPL4.SA=0.010
invs_VIVT3.SA=0.010
invs_XPCI11.SA=0.010
invs_Selic=0.010
invs_Prefixado=0.010
invs_IPCA=0.010
invs_HASH11.SA=0.010
invs_TGAR11.SA=0.010
invs_BIAU39.SA=0.010
invs_GOLD11.SA=0.010
invs_XINA11.SA=0.010

Valor encontrado pela função objetivo: 10.14

Retorno total: -6.7716

Variância total: 91.35584976331121

Total alocado em renda fixa: 0.03

Total alocado em renda variável: 0.97

3. Conclusão

Em 2.2.1. Modelo mantendo todas as restrições solicitadas pelo investidor

Neste modelo nós mantivemos as restrições solicitadas pelo investidor, acrescentando nas restrições o investimento em certas ações que são do seu interesse.

Objetivo: Minimizar Variância

- Variância encontrada pela função objetivo: 55.01854056755589
- Retorno total: 7.999999999999997
- Total alocado em renda fixa: 0.15
- Total alocado em renda variável: 0.8500000000000001

Objetivo: Maximizar Retorno

- Retorno encontrado pela função objetivo: 8.255755501530928
- Variância total: 60.00
- Total alocado em renda fixa: 0.15
- Total alocado em renda variável: 0.85

Tabela 1: Resultados obtidos em 2.2.1

Objetivo	Variância	Retorno
Minimizar variância	55.01	7.99
Maximizar retorno	60.00	8.25

Em 2.2.2 Modelo removendo algumas restrições entre ativos de renda variável

Neste modelo foram removidas algumas restrições impostas pelo investidor como o investimento em ativos específicos da carteira de acordo com o seu interesse.

Objetivo: Minimizar Variância

- Variância encontrada pela função objetivo: 49.18879023082532
- Retorno total: 7.999999999999998
- Total alocado em renda fixa: 0.15
- Total alocado em renda variável: 0.85

Objetivo: Maximizar Retorno

- Retorno encontrado pela função objetivo: 9.7309305094014
- Variância total: 59.99999999999999
- Total alocado em renda fixa: 0.15
- Total alocado em renda variável: 0.85

Tabela 2: Resultados obtidos em 2.2.2

Objetivo	Variância	Retorno
Minimizar variância	49.18	7.99
Maximizar retorno	59.99	9.73

Análise dos resultados:

Percebemos uma diminuição da variância final encontrada pelo modelo. Também notou-se aumento do retorno total como objetivo. Isso pode ocorrer pois, no modelo anterior, ao restringir ativos específicos, o investidor pode estar sujeito a erros e escolher ativos que no final possuem, nesse caso, alta variância e possivelmente menores retornos.

Em 2.2.3 Modelo removendo algumas restrições e utilizando faixas de restrições

Objetivo: Minimizar Variância

- Variância encontrada pela função objetivo: 48.51314952015901
- Retorno total: 7.999999999999998
- Total alocado em renda fixa: 0.1
- Total alocado em renda variável: 0.8999999999999999

Objetivo: Maximizar Retorno

- Retorno encontrado pela função objetivo: 10.471671559498496
- Variância total: 60.00
- Total alocado em renda fixa: 0.1
- Total alocado em renda variável: 0.8999999999999999

Tabela 3: Resultados obtidos em 2.2.3

Objetivo	Variância	Retorno
Minimizar variância	48.51	7.99
Maximizar retorno	60.00	10.47

Análise dos resultados

Ao retirar o investimento de ativos específicos e utilizarmos faixas de restrições podemos ver uma leve diminuição na variância total, assim como aumento do retorno. Isso aconteceu devido à possibilidade que a faixa de restrições deu ao modelo de alocar até 90% do investimento em rendas variáveis e menor alocamento em rendas fixas que podem não ser a melhor opção para investimento seguindo esses objetivos.

Em 2.2.4 Modelo mais livre

Objetivo: Minimizar Variância

- Variância encontrada pela função objetivo: 47.70984227946272
- Retorno total: 7.999999999999998
- Total alocado em renda fixa: 0.015
- Total alocado em renda variável: 0.985

Objetivo: Maximizar Retorno

- Retorno encontrado pela função objetivo: 11.602893818642055
- Variância total: 59.99999999999999
- Total alocado em renda fixa: 0.015
- Total alocado em renda variável: 0.9849999999999999

Tabela 4: Resultados obtidos em 2.2.4

Objetivo	Variância	Retorno
Minimizar variância	47.70	7.99
Maximizar retorno	59.99	11.60

Análise dos resultados

Ao retirarmos as restrições para investimento o modelo conseguiu encontrar os melhores resultados dentre todos os já apresentados. Pois, ao eliminar a restrição de ativos específicos e de grupos de ativos na obrigatoriedade da carteira, foi apresentado para nós os melhores investimentos no decorrer de 1 ano.

A variância mínima encontrada para a carteira de 47% e retorno máximo encontrado de 11.6%

Com isso podemos observar o poder que o modelo tem de escolher os melhores ativos por conta própria. E, além disso, observamos como os interesses particulares dos investidores podem afetar bastante o resultado final de acordo com certas restrições impostas.

Sendo assim, é uma boa opção deixar o modelo mais livre e alimentá-lo com dados variados para posterior análise!