

Feuille de TD 1 : Introduction aux tests statistiques

Exercice 1

On reprend l'exercice du chapitre 1 du cours : plusieurs personnes ont souffert d'intoxication alimentaire de salmonelle. Après enquête, on suspecte une marque de glaces d'en être responsable. Sur 9 pots de glace testés, on a obtenu les mesures de niveau de salmonelles suivantes (exprimées en NPP - Nombre le Plus Probable - par gramme) :

0.175 0.205 0.760 0.719 0.199 0.529 0.306 0.520 0.010.

On note X la v.a "quantité de salmonelle dans un pot de glace" et $\mu = \mathbb{E}[X]$. On suppose que X suit une loi gaussienne et que sa variance est connue et égale à 0.08 :

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, 0.08).$$

Le niveau réglementaire que doit respecter un fabricant de glaces étant de 0.3 NPP/g, on veut tester (après simplification des hypothèses) :

$$(H_0) : \mu = 0.3 \text{ contre } (H_1) : \mu = 0.4.$$

1. Faire le test au niveau 5%.
2. Refaire le même test au niveau 10%. Comparer les résultats.
3. Calculer la puissance du test.
4. Trouver la taille de l'échantillon nécessaire à l'obtention d'une puissance de 95% puis 99%.

Exercice 2

Une machine produit des tiges métalliques dont la longueur est égale à 8.30 cm. Les fluctuations de la longueur dues au procédé de fabrication correspondent à un écart-type de 0.6 cm. Sur la base d'un échantillon de taille $n = 100$, la moyenne des longueurs mesurées est de 8.57 cm. On veut tester si la machine est bien réglée.

On note X la v.a "longueur des tiges métalliques" et $\mu = \mathbb{E}[X]$. On suppose que X suit une loi gaussienne dont la variance vaut donc 0.6 :

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, 0.6^2).$$

Pour simplifier, les hypothèses du test à effectuer sont définies par :

$$(H_0) : \mu = 8.3 \text{ contre } (H_1) : \mu = 8.9.$$

1. Effectuer le test aux niveaux 5% et 1%.
2. Refaire le test en supposant que l'on a uniquement 25 échantillons.
3. Calculer la puissance du test au niveau 5% en conservant cette valeur de $n = 25$.