

# AOD Lista 2

Mateusz Gancarz 261694

20 kwietnia 2023

## 1 Zadanie 1

### 1.1 Treść zadania

W zadaniu przedsiębiorstwo lotnicze musi dokonać wyboru dostawcy paliwa dla swoich samolotów odrzutowych spośród trzech dostępnych firm. Każdy z dostawców ma określone ilości paliwa, jakie może dostarczyć w nadchodzącym miesiącu. Przedsiębiorstwo musi również określić plan dostaw paliwa do czterech lotnisk, na których obsługuje swoje samoloty.

Koszt jednego galonu paliwa na każdym lotnisku zależy od dostawcy, z którego pochodzi paliwo. Celem jest minimalizacja kosztów całkowitych zakupu i dostawy paliwa na wszystkie lotniska.

### 1.2 Opis modelu

#### 1.2.1 Dane

- $n$ , liczba firm dostarczających paliwo
- $m$ , liczba lotnisk
- $companies\_constraints_i$ , limit zasobów paliwa poszczególnych firm
- $airports\_constraints_i$ , ilość paliwa potrzebna na każdym z lotnisków
- $costs_{i,j}$ , koszty jednego galonu paliwa firma/lotnisko

#### 1.2.2 Zmienne decyzyjne

- $x_{i,j}$ , macierz z ilościami dowiezionego paliwa na firmę przez lotnisko

#### 1.2.3 Ograniczenia

- $\sum_{i=1}^m x_{i,j} \geq airports\_constraints_j, j = 1, \dots, n$  ilość paliwa dostarczonego na lotniska nie może być mniejsza niż jego zapotrzebowanie
- $\sum_{j=1}^n x_{i,j} \leq companies\_constraints_i, i = 1, \dots, m$  ilość paliwa dostarczonego przez firmy nie może przekroczyć ich limitów

#### 1.2.4 Funkcja celu

$$f(x) = \sum_{i,j}^{n,m} costs_{i,j} \cdot x_{i,j} \text{ minimalizacja}$$

## 1.3 Odpowiedzi

a) Minimalny koszt całkowity przedsięwzięcia będzie równy 8525000 i oto plan zakupów:

- Firma 1 dowiezie 165000 litrów paliwa na Lotnisko 2 oraz 110000 litrów na Lotnisko 4
- Firma 2 dowiezie 110000 litrów paliwa na Lotnisko 1 oraz 55000 litrów na Lotnisko 2
- Firma 3 dowiezie 330000 litrów paliwa na Lotnisko 3 oraz 330000 litrów na Lotnisko 4

b) tak, wszystkie firmy dostarczają paliwo

c) nie, Firmie 2 zostanie trochę paliwa

## 2 Zadanie 2

### 2.1 Treść zadania

Zadanie polega na znalezieniu najtańszej ścieżki pomiędzy dwoma zadanymi miastami w grafie skierowanym, gdzie koszt przejazdu reprezentowany jest przez wagę krawędzi  $c_{i,j}$ , a czas przejazdu przez  $t_{i,j}$ . Dodatkowo wymagane jest, aby całkowity czas przejazdu nie przekroczył zadanego limitu  $T_{max}$ .

### 2.2 Opis modelu

#### 2.2.1 Dane

- $n$ , liczba wierzchołków
- $m$ , liczba krawędzi
- $T_{max}$  ograniczenie dla drogi
- $weights_{i,j}$ , wagi krawędzi
- $costs_{i,j}$ , koszty przejścia przez krawędzie
- $b_i$ , ograniczenie bilansu przepływu

#### 2.2.2 Zmienne decyzyjne

- $x_{i,j}$ , macierz z krawędziami, które występują w ścieżce (0—nie występuje, 1—występuje)

#### 2.2.3 Ograniczenia

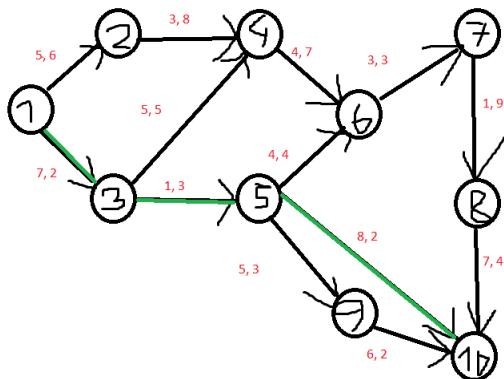
- $\sum_{j=1}^n x_{i,j} - \sum_{j=1}^n x_{j,i} = b_i$ , dla  $i = 1, \dots, n$ , kontrola bilansu przepływu
- $\sum_{i=1, j=1}^{i=n, j=n} costs_{i,j} \cdot x_{i,j} \leq T_{max}$ , koszt drogi nie może przekroczyć limitu

#### 2.2.4 Funkcja celu

$f(x) = \sum_{i,j}^{i=n, j=n} weights_{i,j} \cdot x_{i,j}$  minimalizacja

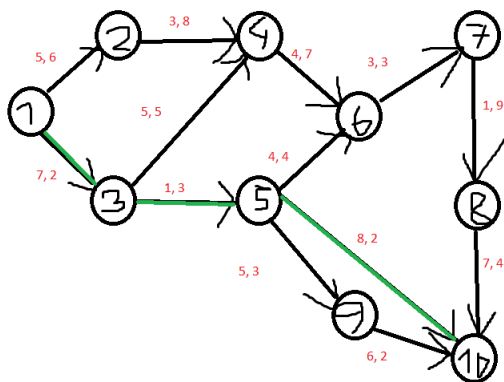
## 2.3 Odpowiedzi

a) Rozwiązanie dla grafu



b) Tak, ograniczenie na całkowitość zmiennych decyzyjnych jest konieczne. Bez tego ograniczenia, modele programowania liniowego nie będą w stanie uwzględnić wymagań dotyczących sieci połączeń między miastami. Zmienna decyzyjna o wartości niecałkowitej nie ma sensu w kontekście tego problemu, ponieważ nie można zbudować części połączenia między miastami.

c) Po zwiększeniu ograniczenia  $T_{max}$  do 1000 rozwiązanie wygląda następująco



## 3 Zadanie 3

### 3.1 Treść zadania

W zadaniu należy wyznaczyć przydział minimalnej liczby radiowozów do każdej zmiany i dzielnicy policji, spełniający określone minimalne i maksymalne wymagania oraz minimalizujący łączną liczbę radiowozów.

## 3.2 Opis modelu

### 3.2.1 Dane

- $shifts$ , liczba zmian
- $districts$ , liczba dzielnic
- $shift\_constraints_i$  najmniejsze ilości radiowozów dla zmiany
- $district\_constraints_i$ , najmniejsze ilości radiowozów dla dzielnic
- $lower\_constraints_i$ , minimalne liczby radiowozów dla każdej zmiany i dzielnicy
- $upper\_constraints_i$ , maksymalne liczby radiowozów dla każdej zmiany i dzielnicy

### 3.2.2 Zmienne decyzyjne

- $x_{i,j}$ , liczba radiowozów na  $j$  zmianie w  $i$  dzielnicy

### 3.2.3 Ograniczenia

- $upper\_constraints_{i,j} \geq x_{i,j} \geq lower\_constraints_{i,j}$ , dla  $i = 1, \dots, shifts, j = 1, \dots, districts$ , liczby radiowozów zawierają się między minimalnymi i maksymalnymi limitami
- $\sum_{i=1}^{districts} x_{i,j} \geq districts\_constraints_{i,j}$ , dla  $j = 1, \dots, shifts$ , liczby radiowozów są większe niż minimalne liczby dla dzielnic
- $\sum_{j=1}^{shifts} x_{i,j} \geq shifts\_constraints_{i,j}$ , dla  $i = 1, \dots, districts$ , liczby radiowozów są większe niż minimalne dla zmian

### 3.2.4 Funkcja celu

$$f(x) = \sum_{i,j}^{i=shifts, j=districts} x_{i,j} \text{ minimalizacja}$$

## 3.3 Odpowiedzi

a) Całkowita liczba radiowozów jest równa 48. Oto przydział radiowozów:

	zmiana 1	zmiana 2	zmiana 3
$p_1$	2	7	5
$p_2$	3	6	7
$p_3$	5	7	6

## 4 Zadanie 4

### 4.1 Treść zadania

Firma przeładunkowa chce rozmieścić kamery na swoim terenie, aby monitorować kontenery składowane w wybranych kwadratach. Każda kamera może obserwować  $k$  kwadratów na lewo, prawo, górę i dół, ale nie może być umieszczona w kwadracie zajmowanym przez kontener. Celem jest rozmieszczenie kamer w sposób umożliwiający monitorowanie każdego kontenera przez co najmniej jedną kamerę oraz minimalizacja liczby użytych kamer.

## 4.2 Opis modelu

### 4.2.1 Dane

- $n$ , liczba wierszy
- $m$ , liczba kolumn
- $c$  liczba kontenerów
- $k$  zasięg kamer

### 4.2.2 Zmienne decyzyjne

- $x_{i,j}$ , reprezentacja siatki magazynu, wartość w komórce jest równa 1 jeśli jest kamera, 0 jeśli nie

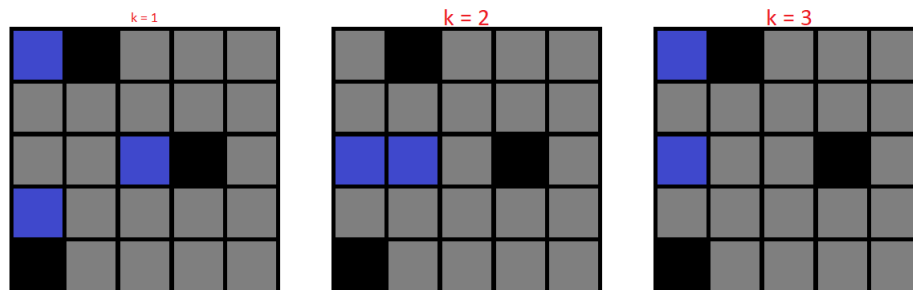
### 4.2.3 Ograniczenia

- $\sum_{t=\min(j-k,1)}^{t=\max(j+k,m)} x_{i,t} + \sum_{t=\min(i-k,1)}^{t=\max(i+k,m)} x_{t,j} \geq 1$  dla każdego pola na siatce magazynu, gdzie znajduje się kontener

### 4.2.4 Funkcja celu

$$f(x) = \sum_{i,j}^{i=n,j=m} x_{i,j} \text{ minimalizacja}$$

## 4.3 Odpowiedzi



## 5 Zadanie 5

### 5.1 Treść zadania

W zadaniu przedstawiony jest problem optymalizacji produkcji czterech różnych wyrobów w fabryce, z uwzględnieniem czasu obróbki na trzech maszynach oraz ograniczeń czasowych i popytu na produkty. Celem jest znalezienie optymalnego tygodniowego planu produkcji i obliczenie zysku z ich sprzedaży.

## 5.2 Opis modelu

### 5.2.1 Dane

- $materials\_count$ , liczba produktów
- $machines\_count$ , liczba maszyn

- *hours\_constraints*, ograniczenie tygodniowe dla godzin pracy maszyn
- *materials\_constraints*, popyt na materiały
- *minutes\_per\_kg*, czas potrzebny do wyrobu na poszczególniej maszynie
- *costs*, koszty zasobów dla produktów
- *profits*, przychody dla poszczególnych produktów
- *machine\_costs*, koszty produkcji produktów na maszynach

### 5.2.2 Zmienne decyzyjne

- $x_i$ , ilości wyprodukowanych materiałów

### 5.2.3 Ograniczenia

- $x_i \leq b_i$ , dla  $i = 1, \dots, n$ , ilość wyprodukowanego materiału nie może przekroczyć popytu
- $\sum_{j=1}^n t_{ij}x_j \leq h_i$ , dla  $i = 1, \dots, m$ , czas spędzony na produkcji nie może przekroczyć limitu czasowego

### 5.2.4 Funkcja celu

$$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i(p_i - c_i) - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{t_{ij}c_{mi}}{60}x_j \text{ maksymalizacja}$$

## 5.3 Odpowiedzi

Zysk przy optymalnym wyrobie materiałów wynosi 3632.5 i tak wygląda podział na poszczególne materiały:

- materiał 1 = 125kg
- materiał 2 = 100kg
- materiał 3 = 150kg
- materiał 4 = 500kg