AOD Lista 2

Mateusz Gancarz 261694

20 kwietnia 2023

1 Zadanie 1

1.1 Treść zadania

W zadaniu przedsiębiorstwo lotnicze musi dokonać wyboru dostawcy paliwa dla swoich samolotów odrzutowych spośród trzech dostępnych firm. Każdy z dostawców ma określone ilości paliwa, jakie może dostarczyć w nadchodzącym miesiącu. Przedsiębiorstwo musi również określić plan dostaw paliwa do czterech lotnisk, na których obsługuje swoje samoloty.

Koszt jednego galonu paliwa na każdym lotnisku zależy od dostawcy, z którego pochodzi paliwo. Celem jest minimalizacja kosztów całkowitych zakupu i dostawy paliwa na wszystkie lotniska.

1.2 Opis modelu

1.2.1 Dane

- n, liczba firm dostarczających paliwo
- m, liczba lotnisk
- $companies\_constraints_i$, limit zasobów paliwa poszczególnych firm
- $airports\_constraints_i$, ilość paliwa potrzebna na każdym z lotnisków
- $costs_{i,j}$, koszty jednego galonu paliwa firma/lotnisko

1.2.2 Zmienne decyzyjne

- $x_{i,j}$, macierz z ilościami dowiezionego paliwa na firmę przez lotnisko

1.2.3 Ograniczenia

- $\sum_{i=1}^{m} x_{i,j} \geq airports\_constraints_j, j = 1, \ldots, n$ ilość paliwa dostarczonego na lotniska nie może być mniejsza niż jego zapotrzebowanie
- $\sum_{j=1}^{n} x_{i,j} \leq companies\_constraints_i, i = 1, \ldots, m$ ilość paliwa dostarczonego przez firmy nie może przekroczyć ich limitów

1.2.4 Funkcja celu

$f(x) = \sum_{i,j}^{n,m} costs_{i,j} \cdot x_{i,j}$ minimalizacja

1.3 Odpowiedzi

a) Minimalny koszt całkowity przedsięwzięcia będzie równy 8525000 i oto plan zakupów:

- Firma 1 dowiezie 165000 litrów paliwa na Lotnisko 2 oraz 110000 litrów na Lotnisko 4
- Firma 2 dowiezie 110000 litrów paliwa na Lotnisko 1 oraz 55000 litrów na Lotnisko 2
- Firma 3 dowiezie 330000 litrów paliwa na Lotnisko 3 oraz 330000 litrów na Lotnisko 4

b) tak, wszystkie firmy dostarczają paliwo
c) nie, Firmie 2 zostanie trochę paliwa

2 Zadanie 2

2.1 Treść zadania

Zadanie polega na znalezieniu najtańszej ścieżki pomiędzy dwoma zadanymi miastami w grafie skierowanym, gdzie koszt przejazdu reprezentowany jest przez wagę krawędzi $c_{i,j}$, a czas przejazdu przez $t_{i,j}$. Dodatkowo wymagane jest, aby całkowity czas przejazdu nie przekroczył zadanego limitu T_max.

2.2 Opis modelu

2.2.1 Dane

- n, liczba wierzchołków
- m, liczba krawędzi
- T_{max} ograniczenie dla drogi
- $weights_{i,j}$, wagi krawędzi
- $costs_{i,j}$, koszty przejścia przez krawędzie
- b_i, ograniczenie bilansu przepływu

2.2.2 Zmienne decyzyjne

- $x_{i,j}$, macierz z krawędziami, które występują w ścieżce (0$-$nie występuje, 1$-$występuje)

2.2.3 Ograniczenia

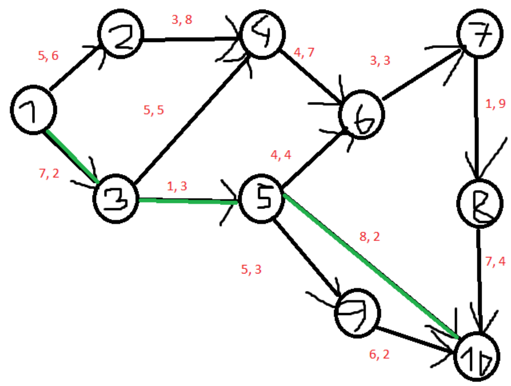
- $\sum_{j=1}^{n} x_{i,j} - \sum_{j=1}^{n} x_{j,i} = b_i, \quad$ dla $i = 1, \ldots, n$, kontrola bilansu przepływu
- $\sum_{i=1,j=1}^{i=n,j=n} costs_{i,j} \cdot x_{i,j} \leq T_{max}$, koszt drogi nie może przekroczyć limitu

2.2.4 Funkcja celu

$f(x) = \sum_{i,j}^{i=n,j=n} weights_{i,j} \cdot x_{i,j}$ minimalizacja

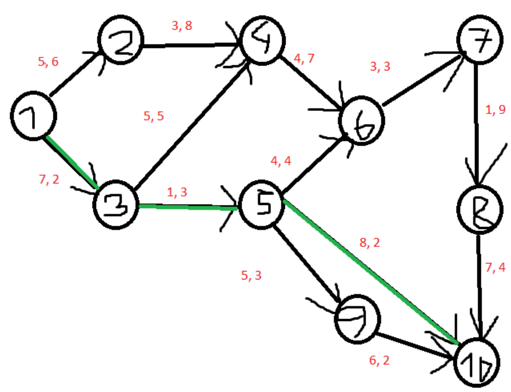
2.3 Odpowiedzi

a) Rozwiązanie dla grafu



b) Tak, ograniczenie na całkowitoliczbowość zmiennych decyzyjnych jest konieczne. Bez tego ograniczenia, modele programowania liniowego nie będą w stanie uwzględnić wymagań dotyczących sieci połączeń między miastami. Zmienna decyzyjna o wartości niecałkowitej nie ma sensu w kontekście tego problemu, ponieważ nie można zbudować części połączenia między miastami.

c) Po zwiększeniu ograniczenia T_{max} do 1000 rozwiązanie wygląda następująco



3 Zadanie 3

3.1 Treść zadania

W zadaniu należy wyznaczyć przydział minimalnej liczby radiowozów do każdej zmiany i dzielnicy policji, spełniający określone minimalne i maksymalne wymagania oraz minimalizujący łączną liczbę radiowozów.

3.2 Opis modelu

3.2.1 Dane

- $shifts$, liczba zmian
- $districts$, liczba dzielnic
- $shift\_constraints_i$ najmniejsze ilości radiowozów dla zmiany
- $dsitrict\_constraints_i$, najmniejsze ilości radiowozów dla dzielnic
- $lower\_constraints_i$, minimalne liczby radiowozów dla każdej zmiany i dzielnicy
- $upper\_constraints_i$, maksymalne liczby radiowozów dla każdej zmiany i dzielnicy

3.2.2 Zmienne decyzyjne

- $x_{i,j}$, liczba radiowozów na j zmianie w i dzielnicy

3.2.3 Ograniczenia

- $upper\_constraints_{i,j} \geq x_{i,j} \geq lower\_constraints_{i,j}, \quad$ dla $i = 1, \ldots, shifts, j = 1, \ldots, districts$, liczby radiowozów zawierają się między minimalnymi i maksymalnymi limitami
- $\sum_{i=1}^{districts} x_{i,j} \geq districts\_constraints_{i,j}, \quad$ dla $j = 1, \ldots, shifts$, liczby radiowozów są większe niż minimalne liczby dla dzielnic
- $\sum_{j=1}^{shifts} x_{i,j} \geq shifts\_constraints_{i,j}, \quad$ dla $i = 1, \ldots, districts$, liczby radiowozów są większe niż minimalne dla zmian

3.2.4 Funkcja celu

$f(x) = \sum_{i,j}^{i=shifts,j=districts} x_{i,j}$ minimalizacja

3.3 Odpowiedzi

a) Całkowita liczba radiowozów jest równa 48. Oto przydział radiowozów:

	zmiana 1	zmiana 2	zmiana 3
p_1	2	7	5
p_2	3	6	7
p_3	5	7	6

4 Zadanie 4

4.1 Treść zadania

Firma przeładunkowa chce rozmieścić kamery na swoim terenie, aby monitorować kontenery składowane w wybranych kwadratach. Każda kamera może obserwować k kwadratów na lewo, prawo, górę i dół, ale nie może być umieszczona w kwadracie zajmowanym przez kontener. Celem jest rozmieszczenie kamer w sposób umożliwiający monitorowanie każdego kontenera przez co najmniej jedną kamerę oraz minimalizacja liczby użytych kamer.

4.2 Opis modelu

4.2.1 Dane

- n, liczba wierszy
- m, liczba kolumn
- c liczba kontenerów
- k zasięg kamer

4.2.2 Zmienne decyzyjne

- $x_{i,j}$, reprezentacja siatki magazynu, wartość w komórce jest równa 1 jeśli jest kamera, 1 jeśli nie

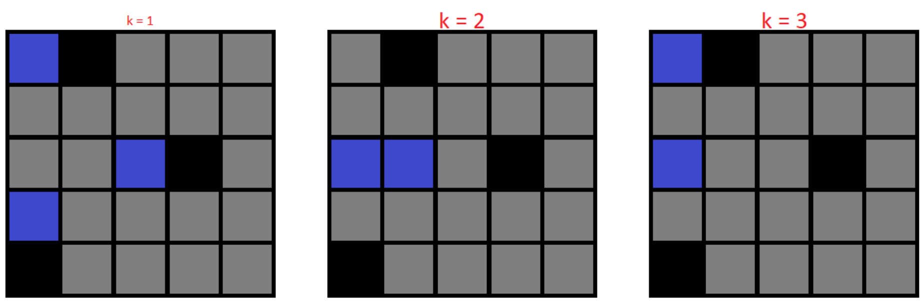
4.2.3 Ograniczenia

- $\sum_{t=min(j-k,1)}^{t=max(j+k,m)} x_{i,t} + \sum_{t=min(i-k,1)}^{t=max(i+k,m)} x_{t,j} \geq 1$ dla każdego pola na siatce magazynu, gdzie znajduje się kontener

4.2.4 Funkcja celu

$f(x) = \sum_{i,j}^{i=n,j=m} x_{i,j}$ minimalizacja

4.3 Odpowiedzi



5 Zadanie 5

5.1 Treść zadania

W zadaniu przedstawiony jest problem optymalizacji produkcji czterech różnych wyrobów w fabryce, z uwzględnieniem czasu obróbki na trzech maszynach oraz ograniczeń czasowych i popytu na produkty. Celem jest znalezienie optymalnego tygodniowego planu produkcji i obliczenie zysku z ich sprzedaży.

5.2 Opis modelu

5.2.1 Dane

- $materials\_count$, liczba produktów
- $machines\_count$, liczba maszyn

- $hours\_constraints$, ograniczenie tygodniowe dla godzin pracy maszyn
- $materials\_constraints$, popyt na materiały
- $minutes\_per\_kg$, czas potrzebny do wyrobu na poszczególnej maszynie
- $costs$, koszty zasobów dla produktów
- $profits$, przychody dla poszczególnych produktów
- $machine\_costs$, koszty produkcji produktów na maszynach

5.2.2 Zmienne decyzyjne

- x_i, ilości wyprodukowanych materiałów

5.2.3 Ograniczenia

- $x_i \leq b_i, \quad$ dla $i = 1, \ldots, n$, ilość wyprodukowanego materiału nie może przekroczyć popytu
- $\sum_{j=1}^{n} t_{ij} x_j \leq h_i, \quad$ dla $i = 1, \ldots, m$, czas spędzony na produkcji nie może przekroczyć limitu czasowego

5.2.4 Funkcja celu

$f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i(p_i - c_i) - \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \frac{t_{ij} c_{mi}}{60} x_j$ maksymalizacja

5.3 Odpowiedzi

Zysk przy optymalnym wyrobie materiałów wynosi 3625.5 i tak wygląda podział na poszczególne materiały:

- materiał $1 = 125kg$
- materiał $2 = 100kg$
- materiał $3 = 150kg$
- materiał $4 = 500kg$