

Analiza numeryczna (L) - Lista 12

Magdalena Słonińska

25 stycznia 2022

Zadanie 6

Rozważmy zadanie obliczania wartości całki $I := \int_{-2}^5 f(x)dx$ (gdzie $f \in C[-2, 5]$) metodą Romberga. W **ilu** i w **których** punktach przedziału $[-2, 5]$ **wystarczy** wyznaczyć wartości funkcji f , aby obliczyć przybliżenie $T_{13,0}$ całki I ?

Wartości funkcji f potrzebujemy tylko do wyliczenia elementów pierwszej kolumny tablicy Romberga, ponieważ resztę wyznaczymy rekurencyjnie. Element $T_{0,13}$ odpowiada elementowi $T_{2^{13}}$ ze wzoru trapezów, czyli mamy

$$T_{0,13} = T_{2^{13}} = \frac{5 - (-2)}{2^{13}} \sum_{k=0}^{2^{13}-1} f(x_k)$$

gdzie $x_0, \dots, x_{2^{13}-1}$ są miejscami podziału przedziału $[-2, 5]$ na równe kawałki co $h = \frac{7}{8192}$. Zatem te punkty wyrażają się wzorem $x_k = -2 + k \frac{7}{8192}$ i jest ich w sumie 8193.