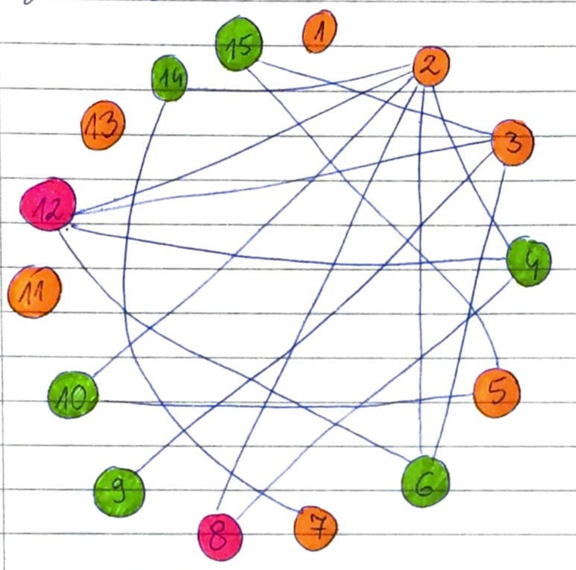
Magdalena Słonińska (322568)
Matematyka dyskretna 2
Zad. 3, 12

1 II 2022

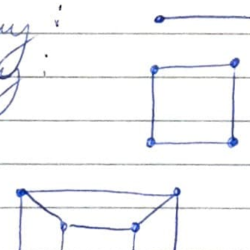
Zad. 12. $H = (V, E)$
$V = \{1, 2, 3, \ldots, 15\}$
$E = \{(i,j) : NWD(i,j) > 1\}$
Czyli graf H wygląda następująco:



Jakie mamy tu spójne składowe?
(1)
(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15)
(11)
(13)

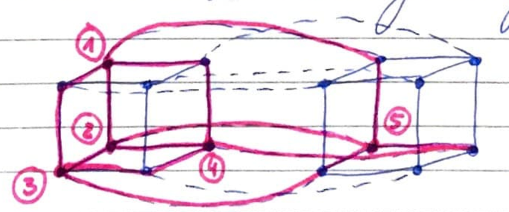
Jak widać możemy pokolorować go na 3 kolory. Nie możemy jednak użyć mniej, bo istnieje w nim kilka klik K_3 (na przykład $\{2, 4, 12\}$).

Zad. 3. Sprawdźmy dla jakich wartości k kostka Q_k jest grafem planarnym.
Dla $k=1$ mamy:
Dla $k=2$ mamy:
Dla $k=3$:



Wszystkie są planarne

Dla $k=4$ natomiast zawiera graf pełny K_5, więc z twierdzenia Kuratowskiego nie jest planarny.



Skoro (ze sposobu konstrukcji kolejnych kostek Q_k) każda kostka Q_k ($k \geq 4$) również zawiera zaznaczony wyżej graf pełny K_5. Zatem k-wymiarowa kostka jest grafem planarnym tylko dla $k \leq 3$.