

Magdalena Stonińska (322568)

Analiza numeryczna L

Lista 8 (14 XII 2021)

Zad. 1.

a) Mamy zestaw danych

| $x_k$ | 0 | 4  | 8    |
|-------|---|----|------|
| $y_k$ | 0 | 64 | -128 |

Porozumujemy odpowiedniej funkcji NIFS3, gdzie

$$s(x) = \begin{cases} s_1(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D & \text{dla } x \in [0, 4] \\ s_2(x) = Ex^3 + Fx^2 + Gx + H & \text{dla } x \in [4, 8] \end{cases}$$

$$s'(x) = \begin{cases} 3Ax^2 + 2Bx + C & \text{dla } x \in [0, 4] \\ 3Ex^2 + 2Fx + G & \text{dla } x \in [4, 8] \end{cases}$$

$$s''(x) = \begin{cases} 6Ax + 2B & \text{dla } x \in [0, 4] \\ 6Ex + 2F & \text{dla } x \in [4, 8] \end{cases}$$

Z warunków lwyterioir funkcji NIFS3 moiemy wyshai ulitad 8 warunkow:

$$s_1(0) = 0 \Leftrightarrow D = 0$$

$$s_1(4) = 64 \Leftrightarrow 64A + 16B + 4C + D = 64$$

$$s_2(4) = 64 \Leftrightarrow 64E + 16F + 4G + H = 64$$

$$s_2(8) = -128 \Leftrightarrow 512E + 64F + 8G + H = -128$$

$$\left. \begin{aligned} s_1'(4) &= s_2'(4) \\ s_1''(4) &= s_2''(4) \end{aligned} \right\} \text{ciągłość} \Leftrightarrow \begin{aligned} 48A + 8B + C &= 48E + 8F + G \\ 12A + B &= 12E + F \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} s''(0) &= 0 \\ s''(8) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{naturalność} \Leftrightarrow \begin{aligned} 2B &= 0 \\ 24E + F &= 0 \end{aligned}$$

Moiemy go latwo rozwiązi

$$\begin{cases} A = -1 & C = 32 & E = 1 & G = 128 \\ B = 0 & D = 0 & F = -24 & H = -128 \end{cases}$$

Zatem

b) Teraz szukamy funkcji: NIFS3 t.j.,  $s(x) \in \Pi_3$  interpolującej dane:

|       |       |       |       |   |      |      |      |
|-------|-------|-------|-------|---|------|------|------|
| $x_k$ | -3    | -2    | -1    | 0 | 1    | 2    | 3    |
| $y_k$ | -6062 | -4041 | -2020 | 1 | 2022 | 4043 | 6064 |

Od samej natury się  $s(x) = 2021x + 1$ , sprawdzimy czy taka funkcja spełnia kryteria funkcji NIFS3:

1°  $s(x_k) = y_k$  ( $k = 0, 1, \dots, n$ )

2°  $s|_{[x_{k-1}, x_k]} \in \Pi_3$  ( $k = 1, \dots, n$ )

3°  $s, s', s''$  są ciągłe na przedziale  $[-3, 3]$

4°  $s''(-3) = s''(3) = 0$

Sprawdźmy po kolei:

1°  $s(-3) = 2021(-3) + 1 = -6062 = y_0$

$s(-2) = -4041 = y_1$

$\vdots$

$s(3) = 6064 = y_6$

2° Na każdym z podprzedziałów funkcja  $s$  ma taką samą postać i  $(2021x + 1) \in \Pi_3$ , więc spełnia to kryterium.

3°  $s(x) = 2021x + 1$  - ciągła na  $[-3, 3]$

$s'(x) = 2021$  - ciągła na  $[-3, 3]$

$s''(x) = 0$  - ciągła na  $[-3, 3]$

4°  $s''(-3) = 0$

$s''(3) = 0$

$s$  spełnia to kryterium

Zatem  $s(x) = 2021(x) + 1$  jest interpolacyjną funkcją sklejano 3-ciego stopnia.