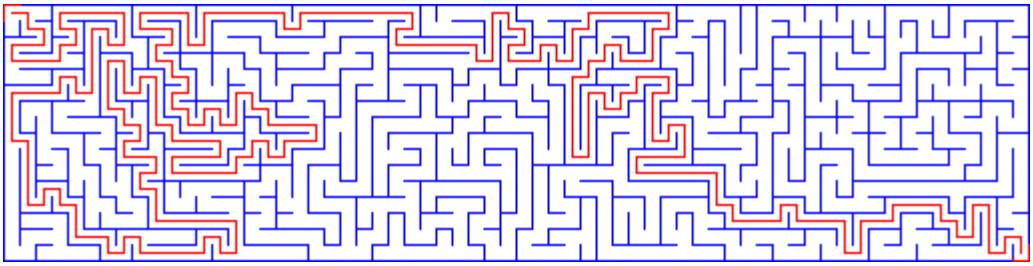
Wszystko co chciałbyś wiedzieć o labiryntach ale boisz się zapytać

Wiktor Zychla



Labirynt wygenerowany programem TorqMaze 0.02

Ściągnij źródło i binarium programu TorqMaze 0.02 (C#)

Ściągnij źródło i binarium programu TorqMaze 0.01 (C#)

W jaki sposób szybko i efektywnie budować labirynty?
W jaki sposób szybko i efektywanie znajdować drogę w labiryncie?

Problemom tym postanowiłem poświęcić kilka dni, ten artykuł zaś jest wynikiem owej kilkudniowej przygody.

Budowanie labiryntu

Algorytm budowania labiryntu jest bardzo intuicyjny. Zaczynamy od układu, w którym nie ma żadnych dróg pomiędzy komórkami labiryntu, każda komórka otoczona jest czterema ścianami. Taki układ będę nazywał **zaczynem labiryntu** lub po prostu **zaczynem**. Algorytm polega na sprytnym przejściu całego zaczynu i decydowaniu o ewentualnym usuwaniu ścian dzielących komórki. Z tego powodu jest niezykle szybki, działa w czasie liniowym.
Podsumujmy. Algorytm więc:

- jednokrotnego przejścia prostokątnego obszaru zaczynu w sposób losowy
- w każdym kroku przejścia - decydowania o tym czy usuwać ścianę dzielącą komórki czy nie

Losowe przechodzenie zaczynu obszaru

Losowe przejście zaczynu można dość łatwo przełożyć na algorytm rekurencyjny:

```
przechodz_komorki( x, y )
{
        jesli ( odwiedzona( x, y ) ) return;
        tworz_losowa_permutacje( p )_zbioru_0_3
        w_kolejnosci_wyznaczonej_przez_p_wolaj
        {
                przechodz_komorki( x-1, y );
```

```
            przechodz_komorki( x+1, y );
            przechodz_komorki( x, y-1 );
            przechodz_komorki( x, y+1 );
        }
}
```

Takie podejście jednak nie sprawdzi się w przypadku dużych zaczynów z powodu ograniczenia pamięci stosu dostępnego programom. W praktyce, w programie napisanym w C# nie byłem już w stanie uzyskać labiryntu o rozmiarach 64x64, bowiem program kończył się oczywistym wyjątkiem "Stack overflow".
Problem ten rozwiązałem przez wersję iteracyjną tego algorytmu. Wymagało to zaimplementowania stosu, na którym podczas przejścia do nowej komórki odkłada się aktualną pozycję oraz wskaźnik, który mówi które kierunki drogi z danej komórki były już próbowane.
Na przykład jeśli algorytm znajduje się akurat w komórce (4, 5) i przechodzi do komórki (4, 6) to na stos odkłada informację (4, 5, stan_kierunków | kierunek_wschód).
Kiedy podczas analizy drogi algorytm dochodzi do komórki, dla której wszystkie kierunki ruchu zostały już przeanalizowane, po prostu ściąga ze stosu stan obliczeń i próbuje kolejnych, jeszcze nie wykorzystanych dróg dla tego stanu.

Decydowanie o usuwaniu ścian między komórkami podczas przechodzenia zaczynu

Drugą trudnością jest konieczność sprawdzenia w każdym kroku czy dwie komórki mają już jakieś połączenie. Chodzi o to, aby każde dwie komórki były połączone dokładnie jedną drogą. Jeśli komórka źródłowa i docelowa są już połączone jakąś drogą, to algorytm nie będzie próbował usuwać ściany pomiędzy nimi.
Tak naprawdę decydowanie o tym czy dwie komórki są już połączone czy nie wcale nie jest takie proste. W naiwnym podejściu wymaga to ponownej analizy całego zbudowanego do tej pory labiryntu!
Wykorzystałem więc pewną wersję algorytmu przypisywanego Robertowi E. Tarjanowi (laureatowi m.in. nagrody im.Turinga za badania nad podstawiami algorytmiki). Algorytm, w ujęciu takim w jakim przedstawiony był w materiałach źródłowych, wydał mi się pomimo swojej prostoty i tak niepotrzebnie zawiły. Postanowiłem go uprościć jeszcze bardziej.
Pomysł jest następujący: w dodatkowej tablicy (nazwanej **tablicą baz**) będziemy przechowywali informację o tym, które komórki są już połączone. Tablica indeksowana będzie indeksem komórki (index(X, Y) = szerokosc_labiryntu * Y + X) i przechowywać będzie informacje dwojakiego rodzaju:

- liczbę -1, która oznacza - ta komórka jest ogonem pewnego segmentu komórek połączonych
- liczbę nieujemną, która oznacza numer kolejnej komórki w segmencie

Połączmy na przykład komórki (0, 0), (0, 1) i (0, 2) w jeden łańcuch. Odpowiednie indeksy komórek:

index(0, 0)=0, index(0, 1)=1, index(0, 2)=2

Tablica baz wyglądać będzie tak:

[0] : -1

[1] : 0

[2] : 1

...

Aby obliczyć **komórkę bazową** danej komórki, obliczamy jej index a następnie przeszukujemy tablicę baz tak długo, aż trafimy na ogon sekwencji (kod z programu TorqMaze 0.01):

```
int base_cell( int tIndex )
{
	int index = tIndex;
	while ( maze_base[ index ] >= 0 )
	{
		index = maze_base[ index ];
	}
	return index;
}
```

Sprawdzenie czy dwie komórki C1 i C2 są połączone jest proste - wystarczy obliczyć komórkę bazową dla C1 i C2 i sprawdzić czy to jest ta sama komórka. Dzieje się tak dlatego, że dwa obszary rozłączne można połączyć w jeden, przez przypisanie komórce bazowej jednego z obszarów wskaźnika na komórkę bazową drugiego:

```
void merge( int index1, int index2 )
{
	// merge both lists
	int base1 = base_cell( index1 );
	int base2 = base_cell( index2 );
	maze_base[ base2 ] = base1;
}
```

Na przykład dwa rozłączne obszary

[0] : -1

[1] : 0

[2] : 1

oraz

[3] : -1

[4] : 3

[5] : 4

są łączone przez funkcję merge() jako:

[0] : -1

[1] : 0

[2] : 1

[3] : 0

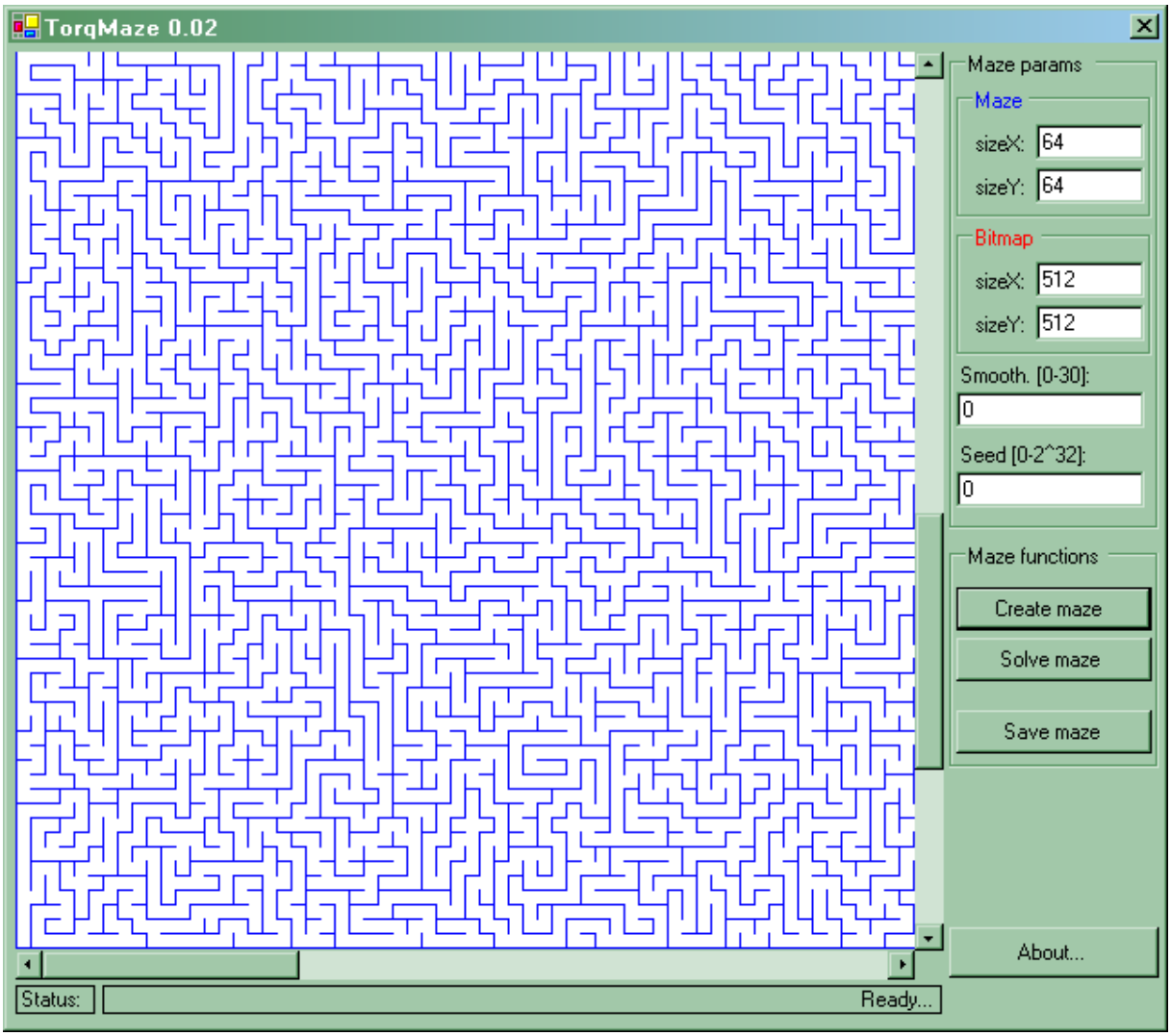
[4] : 3

[5] : 4

Zauważmy, że wartość komórki bazowej base_cell() dla wszystkich tych komórek wynosi 0, czyli rzeczywiście wszystkie te 6 komórek znajduje się teraz w jednym obszarze.

Łączenie przechodzenia przez zaczyn z usuwaniem ścian

Aby niepotrzebnie nie komplikować algorytmu, obie części (przechodzenie i usuwanie ścian) wykonywane są w jednym przebiegu. Dzięki temu po przejściu całego labiryntu algorytm usuwa tylko te ściany, które nie powodują powstawiania cykli (wielu dróg między tymi samymi punktami). Informacja o ścianach zapisywana jest w odpowiedniej strukturze, kolejne przejście przez nią pozwala na utworzenie bitmapy zawierającej odpowiedni obraz.

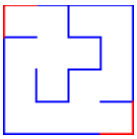


Wygląd interfejsu programu TorqMaze 0.02

Szukanie drogi

Okazuje się, że istnieją różne sprytne algorytmy szukania drogi w labiryntach. Przedstawię najprostszy z nich, pewny i niezawodny, jednak wymagający sporych nakładów pamięciowych (tablicy o rozmiarach takich jak labirynt oraz, dodatkowo, pomocniczej listy).

Algorytm działa bardzo prosto. Pokażę go na przykładzie tego oto labirynciku:



W owej pomocniczej tablicy (nazwijmy ją *mazePath*) będziemy sukcesywnie budować obraz drogi pomiędzy punktem początkowym i końcowym. Na początek wypełnijmy tę tablicę wartościami -1.

-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1

-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1

Algorytm rozpoczynamy wpisując w pole początkowe wartość 0.

0	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1

Następnie wykonujemy *i-ty* krok algorytmu tak długo aż nie osiągniemy punktu końcowego:

- wszystkie pola labiryntu sąsiadujące z polami wypełnionymi w poprzednim kroku (ale tylko te, które nie są jeszcze wypełnione) wypełniamy wartościami *i* oczywiście pod warunkiem, że posuwamy się po ścieżce labiryntu (nie wolno przechodzić przez ściany, to oczywiste)

Interpretacja takiego postępowania jest prosta - w *i-tym* kroku oznaczamy pola osiągalne z pola wyjściowego w ... *i* krokach. Najprościej będzie zobaczyć kolejne kroki algorytmu na naszym przykładzie:

0	1	-1	-1
-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1

0	1	-1	-1
-1	2	-1	-1
-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1

0	1	-1	-1
3	2	3	-1
-1	3	-1	-1
-1	-1	-1	-1

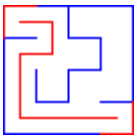
...aż 3 pola są osiągalne w 3 krokach...

...

0	1	-1	-1
3	2	3	-1
4	3	8	-1
5	6	7	8

...a w 8 kroku osiągamy cel!

W tym momencie pierwsza część algorytmu jest zakończona - w ósmym kroku osiągnięto pole końcowe. Należy jedynie ustalić drogę. W tym celu posuwając się od pola końcowego, w kolejnych krokach szukamy kolejno malejących wartości (u nas od 8 do 0) stanowiących drogę pomiędzy punktem końcowym a początkowym. W tym momencie droga jest gotowa.



Szczegóły implementacji (w której przecież chodzi o wydajność) są na tyle nieistotne, że je pominę - odsyłam do kodu źródłowego **TorqMaze 0.02**. Jako ćwiczenie proponuję przetestować ten algorytm na bardziej skomplikowanych labiryntach.