1) a) Résoudre les systèmes suivants par la méthode du Pivot de Gauss :

$$S_1 := \begin{cases} x - 2y + 3z = 14 \\ -3x + 4y - z = -14 \\ 2x - y + 5z = 19 \end{cases}$$

$$S_2 := \begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + 3y - 4z = 2 \\ 3x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

Réponses : S_1 : opérations : $L_2 <-- L_2 + 3L_1$
$L_3 <-- L_2 - 2L_1$
puis $L_3 <-- L_3 + \frac{3}{2}L_2$
solutions : $\{1, -2, 3\}$

S_2 : opérations : $L_2 <-- L_2 - 2L_1$
$L_3 <-- L_3 - 3L_1$
puis $L_3 <-- L_3 - \frac{11}{7}L_2$
solutions : $\{2, 4, 3\}$

b) Donner l'écriture matricielle du système $A.X = B$, puis le système homogène et décrire l'ensemble des solutions de ce dernier (utiliser le théorème vu en cours)

2) Résoudre le système suivant par la méthode du pivot de Gauss :

$$S_3 := \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y + 3z = -1 \\ -4x + 5y - 7z = 4 \end{cases}$$

S_3 : opérations : $L_2 <-- L_2 - 2L_1$
$L_3 <-- L_3 + 4L_1$
puis $L_3 <-- L_3 + 3L_2$

On obtient un système avec la dernière equation $0 = -1$, c'est-à-dire, $0x + 0y + 0z = -1$. On ne peut trouver aucun triplet de réels qui satisfait cette équation, donc le système S_3 n'a pas de solution !