?

Radiosurveillance du spectre - Goniométrie et localisation - Radiogoniométrie

ARTICLE DE RÉFÉRENCE

Référence TE6892 | Date de publication :10 août 2012
François delaveau, Yvon LIVRAN

2. RADIOGONIOMÉTRIE

2.1 Principes et notations

Un radiogoniomètre mesure la direction d'arrivée d'une onde électromagnétique par rapport à une direction de référence. Le processus est purement passif et indécelable par l'émetteur.

Quels que soient leurs principes, les radiogoniomètres classiques utilisent tous l'hypothèse de fronts d'ondes plans associés à chaque émetteur : les lieux isophases (c'est-à-dire, à phase constante) de l'onde émanant d'un émetteur sont supposés être des plans parallèles à distance suffisante de l'émetteur (c'est-à-dire, au-delà de la distance de Fresnel $D_{\mathrm{Fresnel}} = D^2_{\mathrm{TX}}/\lambda$, D_{TX} étant le diamètre – ou plus grande longueur – de l'aérien de l'émetteur, λ étant la plus petite longueur d'onde reçue).

- **Objectif**

  La mesure du goniomètre a pour objectif de donner la normale à ces lignes isophases, normale qui correspond, sous les hypothèses précédentes, à la direction d'arrivée de l'émetteur.

  On distingue les radiogoniomètres 1D, qui n'estiment que le gisement ou l'azimut, et les goniomètres 2D qui estiment le gisement ou l'azimut, et l'élévation ou le site (voir les notations définies sur la figure **1**) :

  - **gisement et élévation** : les références sont définies par la géométrie et les axes de symétrie de l'aérien ;
  - **azimut** : la référence est, en général, le nord magnétique ou géographique ;
  - **site** : la référence est, en général, l'horizontale locale. On utilise parfois le complémentaire à l'angle de site, repéré par rapport à la verticale locale.

- **Applications**

  La radiogoniométrie s'applique *a priori* à tous types de signaux de communications, sans protocole particulier entre émetteur et capteur susceptible de la favoriser. Des modes génériques de balayage et des traitements génériques sont implantés pour s'adapter à tous les environnements et signaux susceptibles d'être rencontrés, ce qui n'exclut pas des modes de scrutation des fréquences et des traitements particularisés pour certains émetteurs d'intérêt.

  Exemple

  En radionavigation portuaire ou aéroportuaire un radiogoniomètre fournit le relèvement d'un émetteur mobile spécifiquement conçu à cet effet, et donc connu du capteur.

Les modes de scrutation, la réception, et les traitements sont ainsi dédiés et simplifiés.

2.2 Architectures de réception

2.2.1 Spécificités

- Les **performances** demandées à un récepteur de radiogoniométrie sont *grosso modo* celles d'un récepteur d'interception, tel que décrit dans [TE 6 891], avec les spécificités suivantes :
  - **parallélisation** plus ou moins importante des voies de réception ;
  - **apprentissage** et **compensation des distorsions en amplitude et en phase** entre voies de réception, sous forme d'une calibration de celles-ci ;
  - **synchronisme du positionnement des voies de réception sur porteuse** ;
  - **synchronisme de la numérisation des voies de réception**, si celle ci est numérique : on considère généralement dans la pratique que la précision du synchronisme des échantillonneurs doit être au moins de l'ordre de $1/(20\ F_{max})$, F_{max} étant la fréquence la plus haute du signal après transposition et filtrage, c'est-à-dire la fréquence échantillonnée la plus haute respectant la condition de Shannon.
- La même structure superhétérodyne et les mêmes filtres de canalisation sont **souvent utilisés sous forme parallélisée**.

  Exemple

  Une structure courante de réception consiste en un récepteur à 6 voies RF parallèles, dont 1 est consacrée à l'interception rapide et les 5 autres à la goniométrie des émissions interceptées. On dénomme d'ailleurs ce type de senseur « intercepteur/goniomètre ».

2.2.2 Architecture fonctionnelle globale

L'architecture fonctionnelle commune à tous les radiogoniomètres est donnée sur la figure **2**. Elle comprend :

- **un aérien**, constitué d'une antenne ou d'un réseau d'éléments antennaires ;
- **un ensemble de commutations** entre gammes de fréquences et/ou entre éléments de l'aérien le cas échéant ;
- **un ensemble de réception** sur une bande de mesure $W \leqslant \Delta F$ (ΔF bande d'interception) et de transposition en FI ;
- **un ensemble de transpositions et filtrages** en bande de base et de numérisation de la bande de mesure W, en réception numérique (avec respect de la condition de Shannon) ;
- **une machine de traitement spécialisée**, selon les cas (*ASIC – Application Specialized Integrated Circuit* ; *FPGA – Field Programmable Gate Array* ; *DSP – Digital Signal Processor*) ou générique (*GPP – General Programmable Processor*).

2.2.3 Traitements liés aux signaux et modes de commutation des voies de réception

Les traitements de signaux effectués dans chaque sous-ensemble dépendent :

- des caractéristiques de l'onde électromagnétique utilisée pour extraire les informations d'angle(s) d'arrivée(s) (bande étroite/ large, forme d'onde continue/impulsive, etc.) ;
- de l'acquisition des signaux, qui peut se faire en parallèle ou de manière commutée.

- **En acquisition « parallèle »**, il y a autant de voies de réception que de signaux générés par les éléments du réseau antennaire la mesure est quasi instantanée ;
- **En acquisition « commutée »**, la mesure n'est disponible qu'après une séquence impliquant des commutations séquentielles entre les éléments du réseau antennaire, une gestion des transitions et des temps de montée des filtres après commutations, etc.

2.2.4 Catégories de traitements

Les différents traitements de radiogoniométrie peuvent être approximativement groupés en deux catégories.

- **Radiogoniomètres à résolution simple**
  Ils sont adaptés aux situations de mono-émission dans le canal fréquentiel traité, et aux cas de propagation par trajet unique. Parmi ces radiogoniomètres, on distingue en général deux classes, suivant que la mesure se base sur l'amplitude ou la phase des signaux reçus :
  - les radiogoniomètres d'amplitude ;
  - les radiogoniomètres de phase.
- **Radiogoniomètres à super et haute résolution**
  Ils sont capables de traiter plusieurs émissions simultanées dans un même canal fréquentiel (brouillages, interférences, trajets multiples).
  Ces radiogoniomètres utilisent systématiquement un réseau antennaire, et exploitent des opérateurs statistiques d'ordre au moins égal à 2 du signal reçu (exemple : matrices de covariance), ainsi que différents procédés algébriques pour inverser et/ou décomposer ces opérateurs § **2.6** et **2.7**.

2.3 Compromis techniques et contraintes communes

- Le **choix d'une technique de radiogoniométrie**, toujours délicat, est une recherche de compromis sur les performances pour répondre à une situation opérationnelle donnée et à un porteur donné.
  Des caractéristiques sont à prendre en compte pour chaque application telles que :
  - l'automaticité ;
  - la taille de l'aérien ;
  - les gammes de fréquences à couvrir ;
  - la durée d'installation ;
  - le poids ;
  - la consommation ;
  - la gamme climatique ;
  - les rechanges, etc.
- Cependant, **certains paramètres** interviennent de manière prépondérante dans la conception ou le choix d'un radiogoniomètre. On peut retenir les treize suivants :
  - les **ouvertures physique, apparente et/ou équivalente** de l'antenne du réseau antennaire (§ **2.3.1**) ;
  - la **résolution du radiogoniométre ou du traitement spatial d'antenne** (§ **2.3.2**) ;
  - la nature des **signaux traités en bandes étroite et large** (§ **2.3.3**) ;
  - la **distribution du champ radioélectrique sur la surface de l'antenne et la signature spatiale des sources** (§ **2.3.4**) ;
  - la **sensibilité recherchée** (§ **2.3.5**) ;
  - la **précision angulaire recherchée** (§ **2.3.6**) ;
  - la **borne de Cramer Rao mono-source du radiogoniomètre** (§ **2.3.7**) ;
  - la **rapidité du radiogoniomètre** (§ **2.3.8**) ;
  - le **comportement du radiogoniomètre en présence de multi-trajets de propagation** (§ **2.3.9**) ;
  - les **corrélations spatiale et temporelle** des signaux ou multi-trajets susceptibles d'être rencontrés par le radiogoniomètre (§ **2.3.10**) ;
  - l'**ambiguïté des réseaux d'antennes** (§ **2.3.11**) ;
  - le comportement du radiogoniomètre en **présence de multi-émissions** dans la bande de réception (§ **2.3.12**) ;
  - la protection du canal de radiogoniométrie **sur le canal adjacent** (§ **2.3.13**).

2.3.1 Divers types d'ouvertures d'une antenne ou d'un réseau antennaire

L'ouverture, ou diamètre physique D, d'une antenne ou d'un réseau antennaire, est la distance extrême entre éléments de l'antenne (éléments de ligne, de surface ou de volume, pour une antenne à structure continue, éléments discrets pour une antenne échantillonnée).

L'ouverture relative est définie comme le rapport D/λ, entre l'ouverture D et la longueur d'onde. Ces notions sont intrinsèques à la géométrie de l'antenne.

- L'**ouverture apparente**$D_{app}(\Theta)$ d'une antenne ou d'un réseau antennaire pour une incidence Θ est l'ouverture physique correspondant a la surface projetée de l'antenne ou du réseau dans le plan orthogonal à la direction définie par l'incidence Θ .
- L'**ouverture équivalente** d'une antenne, ou d'un réseau antennaire pour une incidence Θ, traduit l'impact de la géométrie de l'antenne sur les performances en précision.
  - **Pour une antenne continue** (linéique surfacique ou volumique), elle est liée au (double) de l'écart-type de la distribution en distance des éléments de la figure de l'antenne projetée sur le plan normal à l'incidence Θ.
  - **Pour les géométries plus complexe**, elle est liée aux expressions des bornes de Cramer Rao, qui seront explicitées dans la suite.
  - **D'une manière générale**, elle est proportionnelle à l'ouverture D/λ d'un facteur $\kappa(\Theta)$, qui dépend de la géométrie apparente de l'aérien projeté normalement à Θ : $D_e(\Theta) = D \cdot \kappa(\Theta)$.

2.3.2 Résolution en radiogoniométrie et en traitement d'antenne

Différentes définitions théoriques existent pour la résolution. Toutefois des définitions simples à « caractère physique » illustrent assez bien les mécanismes en jeu dans les traitements.

- **Résolution temporelle d'un radiogoniomètre**
  Elle se définit intuitivement comme sa capacité à séparer deux émissions identiques en termes de niveau et de forme d'onde (typiquement un signal se propageant selon un trajet direct et un trajet réfléchi), présentant des instants d'arrivées différents.
  En pratique, cette résolution temporelle est très liée aux caractéristiques du signal lui-même et à la manière dont il est filtré dans les étages de réception et traitement. Pour un signal de largeur de bande BW convenablement filtré, la résolution temporelle native τ_{3dB} de la plupart des traitements abordés dans ce traité est $\tau_{3dB} \approx \kappa_{BW}/BW$ proportionnelle à $1/BW$, le coefficient κ_{BW} dépendant de la forme de l'enveloppe temporelle du signal. Il existe toutefois des traitements à haute résolution temporelle qui permettent de séparer des émissions distantes d'une fraction seulement de cette résolution temporelle native τ_{3dB} .
- **Résolution spatiale d'un radiogoniomètre**
  Elle se définit intuitivement comme sa capacité à séparer deux émissions de niveaux égaux et d'angles d'arrivée différents (figure **3**).
  En toute rigueur, une définition précise de la résolution spatiale ferait dépendre celle-ci de la direction pointée, et de l'ouverture apparente et de la forme précise du diagramme d'antenne de l'aérien dans la direction pointée, et des niveaux relatifs entre signaux à séparer.
  - **Pour les techniques de radiogoniométrie à résolution simple**, la résolution spatiale se confond en première approximation avec la largeur à 3 dB du lobe de l'antenne ou du réseau antennaire, proportionnelle à l'inverse de l'ouverture relative D/λ dans la direction normale à l'antenne, soit $2\Theta_{3dB} = \kappa_{ant}\lambda/D$, κ_{ant} étant un paramètre dépendant de la géométrie de l'antenne dont la valeur est proche de 1 lorsque les expressions sont en radians (exemples : $\kappa_{ant} = 0{,}89$ pour une antenne linéaire ou rectangulaire avec une illumination uniforme, pour une parabole $\kappa_{ant} \approx 1{,}2$).

  En pratique, pour les antennes de géométrie simple au diagramme bien maîtrisé, il est assez aisé de gagner un facteur 2 sur la résolution lors des traitements par analyse du comportement des estimateurs de localisation au voisinage des maxima locaux.
  - **Pour les géométries plus complexes**, la résolution spatiale est définie selon la nature exacte de la variable estimée dans le traitement spatial : gisement, azimut, pseudo-grisement, etc.

Exemple

Pour une antenne linéaire échantillonnée de N_{ant} éléments, la variable estimée est généralement le complémentaire au pseudo-gisement (ou même le sinus du complémentaire au pseudo-gisement), cet angle sphérique étant celui formé entre l'axe de l'antenne linéique longueur *D* et la direction de la source. Pour des angles proches de la direction normale à l'antenne, le complémentaire au pseudo-gisementΘ et son sinus se confondent, Θ étant exprimé en radians et de valeur proche de 0), et il est lors possible d'en revenir à une résolution angulaire $2\Theta_{3dB} = \kappa_{ant} \cdot \lambda/D$ comme précédemment en posant $\kappa_{ant} \approx [6\,(N_{ant} - 1)/(N_{ant} + 1)/\pi^2]^{1/2}$.

Pour les géométries les plus simples, Θ_{3dB} s'interprète physiquement comme l'intervalle angulaire mesuré par rapport à la direction normale de l'aérien au-delà duquel le gain de l'aérien est diminué de moitié. Il existe toutefois des traitements à haute résolution spatiale qui permettent de séparer des émissions distantes d'une fraction seulement de la résolution spatiale native $2\Theta_{3dB}$ (§ **2.6** et § **2.7**).

2.3.3 Signaux en bandes étroite et large

Suivant les notations adoptées dans [TE 6 891], le signal sur porteuse f_0 est noté :

$$s\ (t) = Re\ \{a\ (t) \exp\ [i\varphi\ (t)] \exp\ [2i\pi\ f_0 t]\}$$

Son spectre est noté $\hat{s}\ (f)$.

Le signal étant filtré en bande de base $f_0 = 0$ ou sur porteuse $f_0 > 0$, son support spectral est supposé borné sur $[f_0 - \Delta f/2,\ f_0 + \Delta f/2]$.

- Sa **fréquence centrale** est alors définie par :

$$f_c(\hat{s}) = \frac{\int_{f_0-\frac{\Delta f}{2}}^{f_0+\frac{\Delta f}{2}} f\left|\hat{s}\ (f)\right|^2 \mathrm{d}f}{\int_{f_0-\frac{\Delta f}{2}}^{f_0+\frac{\Delta f}{2}} \left|\hat{s}\ (f)\right|^2 \mathrm{d}f}$$

- Sa **1/2 bande équivalente** (ou bande rms) est définie par :

$$\frac{BW_e(\hat{s})}{2} = \left(\frac{\int_{f_0-\frac{\Delta f}{2}}^{f_0+\frac{\Delta f}{2}} (f - f_c)^2\left|\hat{s}\ (f)\right|^2 \mathrm{d}f}{\int_{f_0-\frac{\Delta f}{2}}^{f_0+\frac{\Delta f}{2}} \left|\hat{s}\ (f)\right|^2 \mathrm{d}f}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Exemples

Dans le **cas d'un signal de spectre équilibré** autour de la porteuse, on a $f_c = f_0$.

Pour un signal de spectre blanc dans une bande $BW \subseteq [f_0 - \Delta f/2,\ f_0 + \Delta f/2]$, la largeur de bande équivalente est $BW_e = \Delta f/\sqrt{3}$.

À partir de ces définitions, le signal est dit « intrinsèquement en bande étroite » si le rapport entre la bande équivalente et la porteuse vérifie $BW_e/f_0 \ll 1$ (en pratique la limite souvent considérée est $BW_e/f_0 < 1/20$). La signification physique de cette notion réside dans le fait que pour un tel signal, l'impact d'un effet Doppler se traduit par un simple décalage en fréquence, sans distorsion de la bande BW_e.

Considérant une antenne ou un réseau antennaire de diamètre *D* (plus grande longueur entre éléments), le signal est dit « en bande étroite pour le réseau de diamètre *D* » si le rapport entre la bande équivalente et la porteuse vérifie $BW_e D/c << 1$ (en pratique la limite souvent considérée est

$BW_e D/c$ < 1/20). La signification physique de cette notion réside dans le fait que pour un tel signal, les distorsions des déphasages entre les éléments du réseau restent faibles lorsque la fréquence parcourt la bande BW_e.

Le signal est dit « en bande étroite » (au sens large) si les deux conditions ci-dessus sont réalisées.

Certaines définitions et certains traitements ne s'appliquent en toute rigueur qu'aux signaux à bande infinitésimalement étroite ; c'est notamment le cas de nombreuses notions et procédures intervenant en radiogoniométrie. Dans le cas où le signal n'est pas « en bande étroite » (au sens large ci-dessus), la décomposition inverse de Fourier du signal temporel permet d'écrire formellement :

$$s\,(t) = \int_{f_0-\frac{\Delta f}{2}}^{f_0+\frac{\Delta f}{2}} \hat{s}\,(f)\,e^{2i\pi ft}\,df$$

En pratique, cette formulation montre qu'au moyen de bancs de filtres adéquats, tels que ceux mis en œuvre dans les intercepteurs à analyse parallèle, il est possible de décomposer tout signal à bande large en somme de composantes à « bande étroite » *b*, qui s'écrivent formellement $s_f\,(t) = \hat{s}\,(f)\,e^{2i\pi ft}$, à chaque fréquence *f* pour appliquer les traitements à bande étroite à chacune de ces composantes.

2.3.4 Distribution des champs sur toute surface dans son voisinage

Quelle que soit sa nature (bande large ou étroite, onde plane ou non), une source d'émission radioélectrique induit une distribution du champ radioélectrique sur toute surface et en son voisinage, qui est en toute généralité une fonction de la position de l'espace et du temps.

Pour un réseau antennaire composé d'éléments ponctuels ou supposés tels, la signature spatiale d'une source radioélectrique correspond à la distribution du champ radioélectrique aux centres de phase de chaque élément du réseau, donc à un vecteur de coefficients complexes dépendant du temps et de la position des éléments composant le réseau.

- **Considérer des surfaces isophases (ou fronts d'onde) planes** est une hypothèse justifiée lorsque la distance de propagation depuis l'émetteur excède la distance de Fresnel définie par :

  $$D_{\text{Fresnel}} = D_{\text{Tx}}^2/\lambda$$

  avec :

  D_{Tx} : diamètre – ou plus grande longueur – de l'aérien de l'émetteur,

  λ : plus petite longueur d'onde reçue.

  Dans ce cas, l'onde est dite « plane » et il est possible de définir une direction normale au front d'onde, identique en tout point de l'espace qui correspond à l'incidence de la source, notée *Θ* = (*q*, Δ) dans la suite (*q* pour l'azimut, Δ pour le site). La variable « position de la source » est alors remplacée par la variable « incidence de la source » *Θ*.

- La **notion de vecteur directeur** correspond à la signature spatiale d'une onde plane monochromatique incidente sur le réseau antennaire, faisant apparaître notamment les phases différentielles du signal reçu entre éléments du réseau antennaire et, le cas échéant, les amplitudes différentielles entre éléments du réseau antennaire, dépendant de l'incidence *Θ*.

  - Le vecteur directeur est **construit à partir des signaux complexes reçus sur chaque élément du réseau antennaire** :

    $$x_n\,(\Theta\,,\,t) = A_n\,(\Theta)\,\exp\,(2i\pi f_0 t) = a_n\,(\Theta)\,\exp\,[i\varphi_n\,(\Theta)]\,\exp\,(2i\pi f_0 t)$$

    avec :

    a_n (Θ) : amplitude,

    j_n (Θ) : phase,

    f_0 : fréquence monochromatique égale par définition à la porteuse.

    Par normalisation, on fait apparaître les amplitudes différentielles $a_n(\Theta)/a_1((\Theta))$ et les phases différentielles $j_n(\Theta)/j_1((\Theta))$ sous la forme :

$$A_s(\Theta) = [A_1(\Theta)\ A_2(\Theta) \ldots A_{N_{ant}}(\Theta)]$$
$$= a_1(\Theta) e^{i[\varphi_1(\Theta)]} \left(1\ \frac{a_2(\Theta)}{a_1(\Theta)} e^{i[\varphi_2(\Theta)-\varphi_1(\Theta)]} \ldots \frac{a_{N_{ant}}(\Theta)}{a_1(\Theta)} e^{i[\varphi_{N_{ant}}(\Theta)-\varphi_1(\Theta)]}\right)^T$$

- La notion de vecteur directeur **ne s'applique en toute rigueur qu'aux signaux monochromatiques**, c'est-à-dire à bande infinitésimalement étroite. Dans le cas où le signal n'est pas « en bande étroite » (au sens large), il faut faire intervenir sa distribution spectrale et définir les vecteurs directeurs par leurs composantes de Fourier.
  Cela s'écrit formellement :

$$s(t) = \int_{f_0-\frac{\Delta f}{2}}^{f_0+\frac{\Delta f}{2}} \hat{s}(f) e^{2i\pi ft} df \quad ; \quad \hat{A}_n(f,\Theta) = \hat{s}_{(f)} e^{2i\pi f(t-\tau)} a_n(f,\Theta) \exp[i\varphi(f,\Theta)]$$
$$\hat{A}(f,\Theta) = [\hat{A}_1(f,\Theta)\quad \hat{A}_2(f,\Theta) \ldots \quad \hat{A}_{N_{ant}}(f,\Theta)]^T$$

  Les décompositions précédentes et les traitements décrits dans la suite s'appliquent alors à chaque composante de Fourier $\hat{A}(f,\Theta)$ des vecteurs directeurs, mais des posts traitements sont alors nécessaires pour associer les résultats des goniométries multiples réalisées en bande étroite aux émetteurs large bande qui leur correspondent.

2.3.5 Sensibilité

La sensibilité d'un radiogoniomètre se définit comme le niveau minimal de signal reçu donnant lieu à des détections et à des estimations angulaires « exploitables ». C'est une caractéristique importante qui conditionne la portée d'un système, ainsi que le maintien de précisions et de temps de traitement acceptables sur les signaux reçus à faible rapport signal à bruit, ce qui est fréquent dans les applications militaires.

> Rappelons, par exemple, que l'un des objectifs des transmissions à étalement de spectre est justement la réduction de la densité spectrale de puissance émise, ce qui place les capteurs de radiosurveillance dans des conditions de réception à faible rapport signal à bruit S/B.

La sensibilité instrumentale d'un système de radiogoniométrie est généralement donnée sous la forme du champ électrique (en µV/m) ou du flux de puissance reçue sur l'antenne (en dBm/m^2), nécessaire à l'obtention d'un écart quadratique moyen de l'estimateur angulaire de l'ordre de 1^o ou 2^o, pour une durée globale de mesure de l'ordre de 1 à 2 s.

Elle dépend donc, non seulement des traitements mais aussi des performances de la chaîne de réception en amont :

- gains d'antenne ;
- pertes diverses (câbles, etc.) ;
- facteurs de bruit des amplificateurs ;
- dynamique et non linéarités du récepteur, etc.

2.3.6 Précision angulaire

Il s'agit ici de la précision instrumentale sur les mesures angulaires : azimut et site, le cas échéant (radiogoniomètres aéroportés, radiogoniomètres HF avec Localisation LSU).

- **Mesure de la précision**
  Elle est mesurée pour des caractéristiques de réception fixées :
  - pour un radiogoniomètre à résolution simple : émission unique et rapport signal à bruit supérieur à

la limite de sensibilité d'une marge donnée ;

- pour un radiogoniomètre à super ou haute résolution : nombre d'émissions en deçà d'une certaine limite, rapport signaux à bruit + interférences par émission supérieurs à la limite de sensibilité d'une marge donnée, cohérences spatiales et temporelles entre signaux reçus en deça des limites de performances avec une marge donnée.

- **Formalisation de la précision**
  Elle est généralement donnée sous la forme d'une valeur quadratique moyenne calculée pour chaque angle(s) azimut/site et pour chaque fréquence de la gamme à couvrir. L'ensemble des composantes et des postes d'erreur du radiogoniomètre doit être inclus, y compris ceux liés au récepteur et à l'aérien.
- **Besoins d'infrastructures pour la mesure de précision**
  Les mesures de précision angulaires nécessitent des infrastructures lourdes : des émetteurs calibrés servant de référence et une base de mesure tournante sur laquelle le radiogoniomètre est installé, dans un environnement aussi isotrope que possible, sans obstacles, ni réflecteurs proches pour éviter tout masquage et trajet multiple.

La **plupart des radiogoniomètres modernes annoncent une précision instrumentale de l'ordre du degré sur l'azimut**. Mais seulement en conditions très idéalisées : fort rapport signal à bruit, environnement mono-émetteur et mono-trajet de propagation.

2.3.7 Borne de Cramer Rao mono-source et convergence statistique

Le traitement de radiogoniométrie comprend une partie cohérente sur une durée d'intégration T, suivi d'un filtrage et d'une intégration statistique des mesures, de nature généralement incohérente, sur des durées atteignant parfois jusqu'à quelques secondes. La sensibilité et la précision ultimes des mesures angulaires dépendent de ces paramètres.

Ce compromis entre précision, sensibilité et durée d'intégration du traitement cohérent dans le processus de goniométrie est traduit par la borne de Cramer Rao mono-source. Cette borne donne, pour une situation de réception idéale d'une source unique sans multi-trajets de propagation, l'écart-type sur l'incidence en fonction :

- de l'ouverture relative d'antenne $D_{(\Theta)}/\lambda$ dans la direction de pointage Θ ($D_{(\Theta)}$ étant le diamètre apparent de l'antenne dans la direction Θ c'est-à-dire, le diamètre apparent de la figure de l'antenne projetée sur le plan normal à la direction Θ) ;
- de λ, longueur d'onde ;
- de ρ_{SNR}, rapport signal à bruit en valeur réelle ;
- de T, durée d'intégration cohérente de la mesure ;
- de W, bande de mesure supposée convenablement adaptée à celle du signal ;
- de produit $WT = K$ correspond au nombre d'échantillons indépendants pris dans le processus d'intégration cohérente pour des signaux de radiocommunication classiques convenablement filtrés. Dans le cas particulier où W est accordé à la bande d'un signal de radiocommunications, K correspond aux nombres de symboles reçus pris en compte dans le processus d'intégration cohérente.

$$\sigma(\Theta) = \frac{\kappa(\Theta)}{2\pi \frac{D}{\lambda}\sqrt{N_{ant}}} \frac{1}{\sqrt{\rho_{SNR} WT}}$$

avec :

N_{ant} : nombre d'antennes du réseau,

***κ* (*Θ*)** : valeur dans un intervalle réduit, qui dépend du principe de mesure et de la géométrie apparente du réseau d'antenne dans la direction *Θ* ($\kappa_{(\Theta)}$ ≈ 1 pour un système de goniométrie optimal, en pratique $\kappa_{(\Theta)}$ = √2 à 3 pour un radiogoniomètre de bonne performance),

ρ_{SNR} : rapport signal à bruit sur un élément en entrée de traitement (exprimé en valeurs réelles), $K\ \rho_{SNR}$ apparaît donc comme le rapport signal à bruit en sortie de traitement cohérent sur un élément du réseau antennaire et $N_{ant} \cdot K \cdot \rho_{SNR}$ comme le rapport signal à bruit en sortie de traitement sur l'ensemble du réseau antennaire.

Le terme de diamètre équivalent $D\ /\kappa_{(\Theta)})$, dépend de la géométrie précise du réseau antennaire dans la direction pointée et de la variable effectivement estimée.

Exemples

• **Pour un élément antennaire surfacique d'ouverture angulaire $2\Theta_{3dB}$** sous l'approximation d'un lobe principal d'antenne parabolique et pour un rapport signal à bruit significatif (ρ_{SNR} > 10) la borne de Cramer Rao obtenue sur l'angle sphérique *Θ* mesuré par rapport à l'axe de l'antenne est :

$$\sigma^{CR}(\Theta) \approx \frac{\Theta_{3dB}}{\sqrt{\rho_{SNR} \cdot WT}} \approx \frac{\kappa_{ant}}{2\frac{D}{\lambda}} \frac{1}{\sqrt{\rho_{SNR} \cdot WT}}\ ;\ \kappa(\Theta) \approx \pi \cdot \kappa_{ant}$$

• **Pour un réseau linéaire de N_{ant} éléments antennaires** de longueur totale *D* et orienté selon l'axe y de la figure **1**, la borne de Cramer Rao obtenue sur le cosinus de l'angle sphérique *Ψ* (*Θ*), mesuré par rapport à l'axe de l'antenne [cos *Ψ* (Θ) = cos (*u*) cos (*ζ*), *u* : gisement, *ζ* : élévation] est :

$$\sigma^{CR}(\cos[\Psi\ (\Theta)]) \approx \frac{\sqrt{6\frac{N_{ant}-1}{N_{ant}+1}}}{2\pi\frac{D}{\lambda}\sqrt{N_{ant}}} \frac{1}{\sqrt{\rho_{SNR} WT}}\ ;$$

$$\kappa\ [\cos(\Psi\ (\Theta))] \approx \sqrt{6\frac{N_{ant}-1}{(N_{ant}+1)}}$$

• **Pour un réseau circulaire de N_{ant} > 2 éléments disposés sur un polygone régulier** inscrit dans un cercle de diamètre D_{circ} horizontal selon le plan (X, Y) de la figure **1** et effectuant une mesure d'azimut *q*, la borne de Cramer Rao obtenue sur l'azimut *q* est :

$$\sigma^{CR}(\Theta) \underset{\substack{N_{ant}\text{pair,} \\ N_{ant}\text{impair} \\ \text{et grand}}}{\approx} \frac{1}{\pi\frac{D_{circ}}{\lambda}\sqrt{N_{ant}}} \frac{1}{\sqrt{\rho_{SNR} \cdot WT}}\ ;\ \kappa(\Theta) \underset{\substack{N_{ant}\text{pair,} \\ N_{ant}\text{impair} \\ \text{et grand}}}{\approx} 2$$

Pour des signaux de radiocommunication classiques convenablement filtrés, le produit *WT* correspond au nombre *K* d'échantillons indépendants pris dans le processus d'intégration cohérente.

Dans le cas particulier où *W* est accordé à la bande d'un signal de radiocommunication, *K* correspond aux nombres de symboles reçus pris en compte dans le processus d'intégration.

À l'instar de la résolution angulaire $2\Theta_{3dB}$, σ_Θ est inversement proportionnel à l'ouverture relative *D*/*λ*, mais peut être améliorée par intégration cohérente (paramètre *K* = *WT*). À σ_q constant, un facteur 2 sur l'ouverture *D*/*λ* est équivalent à une augmentation de 6 dB sur le rapport signal à bruit ou à un facteur 4 sur le temps d'intégration cohérente *T*.

Enfin, par filtrage et intégration incohérente des meilleures mesures sur un nombre suffisant *K '*, on peut affiner la précision initiale selon le schéma classique de la convergence statistique, et obtenir une précision ultime de mesure angulaire par :

$$\sigma'_{\Theta} \xrightarrow[K'_{\text{grand}}]{} \frac{1}{\sqrt{K'}}\sigma_{\Theta}$$

2.3.8 Rapidité

Elle est caractérisée par la durée minimale pendant laquelle le signal doit être présent pour obtenir une goniométrie fiable. Cela conditionne, entre autres, la durée d'intégration des traitements cohérents et la précision des mesures brutes indexées sur la borne de Cramer Rao (paramètres T et $K = WT$).

2.3.9 Comportement face à des multi-trajets de propagation

Dans une situation opérationnelle, le comportement d'un radiogoniomètre dans un champ d'ondes perturbé par la présence de trajets multiples est d'une importance majeure. En effet, quels que soient leurs principes, les radiogoniomètres classiques utilisent tous l'hypothèse de front d'onde plan, la mesure d'incidence revenant à donner la normale.

- **En HF**, à la sortie de l'ionosphère, le champ électromagnétique résultant est la somme de trajets ayant des amplitudes, des paramètres angulaires (azimut et site), des polarisations, des phases et des fréquences instantanées différents.
- **En onde de sol (HF ou VUHF)**, la présence d'obstacles sur le chemin de propagation en onde de sol génère des situations de trajets multiples plus ou moins corrélés spatialement et temporellement, particulièrement importants en zone urbaine.

2.3.10 Corrélations spatiale et temporelle des signaux ou trajets multiples

- **Corrélation spatiale des signaux ou multi-trajets**
  Cette notion est relative à la résolution du réseau $2\Theta_{3dB}$ qui quantifie sa capacité de séparation spatiale intrinsèque (figure **3**). Deux sources S_1 et S' seront considérées comme spatialement corrélées si la différence entre leurs angles d'arrivée respectifs $\Theta 0$ et $\Theta' 0$ est inférieure à $2\Theta_{3dB}$.
  En pratique, il est souvent possible de considérer la demi ouverture de lobe Θ_{3dB} comme limite de résolution, au moyen d'une analyse de la variation des critères d'estimations au voisinages des extrémums.
- **Corrélation temporelle des multi-trajets**
  Cette notion est relative à la résolution temporelle elle-même dépendant de l'inverse de la bande du signal et/ou de la bande du filtre appliqué au signal. Deux signaux S_1 et S_2 d'enveloppes identiques occupant la bande instantanée de traitement W seront considérés comme temporellement corrélés si la différence entre les instants d'arrivée respectifs τ_1 et τ_2 est inférieure à $\tau_{3dB} \propto \kappa_W /W$, paramètre fréquemment dénommé « largeur du lobe d'ambiguïté» dans le domaine radar.
  De même que pour la résolution spatiale, il est souvent possible de considérer en pratique la demi-ouverture de lobe $\tau_{3dB}/2$ comme limite de résolution, au moyen d'une analyse de la variation des critères d'estimations au voisinage des extrémums.
  Il existe différents degrés de corrélation temporelle, dont la figure **4** présente une synthèse.
- **Discussion sur l'effet des signaux cohérents**
  Ce qui précède montre que :
  - la présence de trajets multiples dé-corrélés entraîne une multiplication du nombre apparent d'émetteurs vus par le radiogoniomètre ;
  - la présence de trajets multiples fortement corrélés entraîne une distorsion du front d'onde qui devient courbe, voire aléatoire. La distorsion est fonction du nombre, des amplitudes et des phases différentielles et des directions d'arrivée des différents trajets ;
  - l'impact de cette distorsion dépend de l'ouverture relative D du radiogoniomètre. Une large ouverture permet une intégration spatiale de la distorsion plus importante, ce qui en réduit l'impact (figure **5**).

Dans la pratique, on distinguera les radiogoniomètres « petite base » dont le principe ne leur permet pas de dépasser $D/\lambda \leq 1$ et les radiogoniomètres « large base » pouvant fonctionner avec des aériens tels que $D/\lambda > 1$.

2.3.11 Ambiguïté des réseaux d'antennes

La notion d'ambiguïté à l'ordre *M* des réseaux d'antennes est liée aux résurgences de niveaux élevés des lobes d'antennes, principalement dues au sous-échantillonnage spatial.

L'ambiguïté d'ordre *M* d'un réseau est définie par le lobe de réseau le plus élevé en présence de *M* sources incidentes, et correspond donc à un diagramme d'antenne à *M* + 1 lobes. *M* sources reçues sur les lobes d'ambiguïté d'ordre *M* d'un réseau antennaire sont, en théorie, corrélées spatialement et non-discernables de ce fait par le réseau.

- La **qualification des ambiguïtés** de réseau concerne principalement les premiers ordres. Les seuils recommandés pour les niveaux des lobes d'ambiguïté sont de l'ordre de 10 % de la directivité maximale du réseau.
  - **En VUHF** avec des réseaux antennaires limités à cinq ou six éléments en général, on s'intéresse particulièrement aux ambiguïtés d'ordre 2 et aux risques de confusion entre deux directions d'arrivée (figure **6**). Avec un réseau à cinq ou six éléments, une séparabilité de deux sources correspond aux performances typiques des traitements à haute résolution, cf. § **2.7**).
  - **En HF**, la densité d'émetteurs impose souvent des aériens à dix éléments et plus, et un soin particulier est apporté à la conception de l'aérien pour contrôler les ambiguïtés jusqu'à l'ordre 4 (avec un réseau à dix éléments, une séparation de quatre sources simultanées correspond aux performances typiques des algorithmes de goniométrie à haute résolution – cf. § **2.7**).
    Relativement au réseau antennaire, la corrélation spatiale et la capacité à séparer les sources par leur angle d'arrivée dépendent donc, non seulement des localisations respectives des sources, mais aussi des ambiguïtés du réseau.
- **Ces ambiguïtés sont réduites ou tout du moins contrôlées par diverses pratiques de la conception des réseaux d'antennes**.
  - **Un échantillonnage spatial suffisant** : par exemple un espacement inter-capteur $d_{ant} \leq \lambda/2$ garantit l'absence d'ambiguïté d'ordre 1 dans un réseau linéaire, quel que soit l'angle d'arrivée. À taille d'aérien fixée, la contrainte implicite est le nombre d'éléments antennaires nécessaires.
  - **Un sous-échantillonnage spatial** avec rejet des lobes d'ambiguïté dans certains secteurs : par exemple un espacement inter-capteur $\lambda/2 \leq d_{ant} \leq \lambda$ garantit l'absence d'ambiguïté d'ordre 1 dans un réseau linéaire de N_{ant} capteurs, pour toute angle d'arrivée Θ compris dans l'intervalle $-\arcsin[(\lambda/d_{ant})-1] \leq \Theta \leq \arcsin[(\lambda/d_{ant})-1]$ par rapport à la direction normale au réseau.
    À taille d'aérien fixée, cette conception réduit le nombre d'éléments antennaires et les coûts afférents. Elle est particulièrement indiquée pour un réseau composé d'éléments directifs en gérant le rejet des lobes d'ambiguïté de réseau dans les lobes secondaires desdits éléments, ce qui atténue très significativement leur impact et les risques d'erreurs dans les traitements de séparation et d'estimation angulaire.
  - **Une disposition à géométrie aléatoire**, voire fractale, pour casser les périodicités spatiales du réseau et optimiser (généralement par simulation) le rapport entre l'ouverture relative (qui conditionne la résolution ultime) et le nombre d'éléments (qui conditionne ambiguïté, complexité et coûts matériels).

2.3.12 Comportement en multi-émissions dans la bande de réception

La présence d'un deuxième signal, non corrélé au signal que l'on veut goniométrer, et reçu simultanément dans la bande d'analyse, perturbe la précision de mesure d'autant plus que sa puissance est grande devant celle du signal mesuré. Cette situation est fréquente en radiosurveillance du fait de la congestion spectrale ou du brouillage.

En entrée d'un traitement de radiogoniométrie classique, un rapport SINR (rapport entre la puissance du signal et la puissance cumulée de bruit + interférences + brouillages) de 10 dB au minimum est nécessaire pour obtenir une précision acceptable.

2.3.13 Protection par rapport au canal adjacent

C'est l'écart de puissance admissible entre un brouilleur situé sur le canal adjacent en dehors de la bande d'analyse et le signal utile.

En VUHF, la protection requise sur un canal adjacent est de l'ordre de 70 dB. En HF, elle peut atteindre 80 dB et plus.

2.4 Radiogoniomètres à résolution simple

Les radiogoniomètres à résolution simple sont classifiés en goniomètres d'amplitude et goniométrie de phase.

Il existe quatre grandes catégories de techniques :

- la **radiogoniométrie d'amplitude** utilisant directement le diagramme de rayonnement de l'antenne du goniomètre ;
- la **radiogoniométrie Watson-Watt** à antennes Adcock ;
- la **radiogoniométrie Doppler** ;
- la **radiogoniométrie par interférométrie**.

2.4.1 Radiogoniométrie d'amplitude

- **Techniques de mesure**
  La mesure s'effectue, soit par :
  - **recherche d'un maximum d'amplitude** (antenne surfacique ou linéique directive, antenne échantillonnée à formation de faisceaux analogiques, ou à formation de faisceau par le calcul) ;
  - **comparaison d'amplitudes** en sortie de deux diagrammes se recouvrant partiellement (écartométrie d'amplitude, dite aussi « écartométrie monopulse en radar ») ;
  - **recherche d'un minimum d'amplitude** (antenne à cadre et/ou diagramme cardioïde tournant).
- **Principes de mesure**
  Les principes de mesure sont présentés sur la figure **7** et sont listés ci-après.
  - La **détermination du maximum d'amplitude** est effectuée au moyen d'une antenne directive : la direction de pointage correspondant au maximum fournit l'estimation de la direction d'arrivée Θ. La résolution et la précision angulaires sont approximativement 2 $\Theta_{3dB} \propto \lambda/D$. Une voie de réception suffit pour ce procédé.
  - La **comparaison d'amplitudes** est effectuée au moyen de plusieurs antennes directives dont les orientations sont contrôlées : une relation bi-univoque existe entre la direction de pointage et le rapport correspondant entre les amplitudes mesurées sur chaque diagramme calibré, qui permet de déduire une estimation de la direction d'arrivée Θ.
    Une voie de réception commutée sur les deux antennes suffit pour ce procédé, mais deux voies de réception l'améliorent (intégration plus longue, meilleures mesures des signaux impulsifs).
    En conditions idéales, la précision de mesure est légèrement améliorée par rapport à la résolution basique 2 $\Theta_{3dB} \propto \lambda/D$ liée au diamètre de l'aérien global.
  - Le **radiogoniomètre en azimut à cadre tournant** est un concept ancien basé sur le repérage d'un minimum d'amplitude, et récemment repris (et amélioré) en réception numérique. Un récepteur à deux voies synchrones est relié à une antenne cadre associée à un monopôle omnidirectionnel :
    - sur la voie somme des signaux : on obtient un diagramme omnidirectionnel ;
    - sur la voie différence des signaux : on obtient un diagramme dipolaire en sin q ;

- la sommation des deux diagrammes est une cardioïde qui permettant de lever l'ambiguïté angulaire.

Ce principe a été particulièrement utilisé dans les gammes HF et VHF sous une forme moderne qui consiste à réaliser une cardioïde tournante à partir d'une antenne Adcock (figure **11**) et à gérer électroniquement une rotation de cette cardioïde : la résultante sur le signal est une modulation d'amplitude dont le déphasage par rapport à la rotation de référence correspond à la direction d'arrivée (figure **8***a*).

- La **formation de faisceaux** (figure **8***b*) est une technique issue du sonar et du radar, basée sur une pondération en phase des signaux reçus sur les antennes.

Nota :
cette pondération en phase peut être doublée, le cas échéant, d'une pondération en amplitude pour prendre en compte des masques induits par les matures et les obstacles proches.

Les faisceaux ainsi formés dépendent du nombre d'antennes $N_{ant,}$ de l'écartement d_{ant} des antennes et des déphasages entre antennes successives. Les pondérations des antennes correspondant à la voie formée vers une source de direction donnée Θ permettent de remettre en phase les signaux provenant de ladite source et d'égaliser leurs amplitudes le cas échéant : le diagramme d'antenne présente alors un maximum dans cette direction, sa résolution angulaire est proportionnelle à $\lambda/[(N_{ant}–1)\ d_{ant}]$ et la réception du signal bénéficie d'un gain spatial cohérent approximé par N_{ant} en valeur réelle, 10 log (N_{ant}) en dB.

- **Notations**

On note :

- « * », « ^{T} » et « ^{H} », les opérateurs de conjugaison, de transposition, et de transposition/conjugaison ;
- $X = [x_1 , ..., x_{Nant}]^T$ le vecteur des signaux reçus sur les antennes 1 à N_{ant} ;
- $E [X] = [E [x_1], ..., E [x_{Nant}]]^T$ l'espérance du signal X, estimée en pratique d'après les signaux échantillonnés x_n, n = 1, ..., N_{ant} à la fréquence $FE = 1/TE$ par des moyennes temporelles sur la durée d'intégration cohérente de processus T (correspondant pour un signal numérique à $K = [T/TE\ ]$ échantillons. Et, dans le cas d'un échantillonnage du signal de communication en bande de base à la fréquence de Nyquist, à K symboles indépendants). L'estimation de l'espérance du signal est pratiquée à partir de l'échantillon d'indice k_0 correspondant à l'instant $t = k_0TE$, selon la formulation suivante :

$$\bar{\bar{E}}\ [x_n]\underset{n=1,\ ...,\ N_{ant}}{=}\frac{1}{K}\sum_{n=1}^{K}x_n\,[(k_0+k)\,TE]$$

- $R_{XX} = [E\ [(x_n - E\ [x_n])\ (x_{n'} - E\ [x_{n'}])^H]]_{n,n'=1..Nant}$, la matrice de corrélation des signaux reçus sur les antennes du réseau, estimée par des moyennes temporelles sur les échantillons numérisés des signaux x_n reçus sur les éléments du réseau, prises sur des horizons temporels de K – 1 échantillons à partir des échantillons d'indices k_0 et k_1 correspondant aux instants $t_0 = k_0TE_e$ et $t_1 = k_1TE$ selon la formulation suivante :

$$\bar{\bar{R}}_{x_n x_{n'}\,[k_0 k_1]}\underset{n,n'=1,...,N_{ant}}{=}\frac{1}{K-1}\sum_{k=1}^{K}[x_n\,[(k_0+k)\,TE]-\bar{\bar{E}}\ [x_n]]\ [x_{n'}\,((k_1+k)\,TE)-\bar{\bar{E}}\ [x_{n'}\ ]]^H$$

- $A\ (\Theta\ )=[A_1\ (\Theta\ ), ..., A_{Nant}\ (\Theta\ )]$ la signature spatiale associée à la direction Θ, dont chaque coordonnée $A_n\ (\Theta\ ) = a_n\ (\Theta\ ) \exp\ (ij_n)$ à un instant t est, à une normalisation près, le signal complexe reçu sur l'antenne n.

Nota :

A (Θ) contient de ce fait toutes les informations d'amplitude et de phase différentielle des signaux reçus.

- **Formules et calculs**

  Pour chacune des directions de pointage Θ supposées, la formation de voie dans la direction Θ revient à appliquer la pondération $A^{H}(\Theta)$ au signal $X = [x_1, ..., x_{Nant}]^T$ reçu sur les antennes pour produire le signal filtré dans la voie $\Theta Y(\Theta) = A^{H}(\Theta)$ X. Il revient au même de calculer la puissance normalisée en sortie :

  $$P(\Theta) = E\,[Y(\Theta)\,Y(\Theta)^{H}] = [A^{H}(\Theta)\,R_{XX}\,A(\Theta)]\,/\,[A^{H}(\Theta)\,A(\Theta)]$$

  dont le maximum donne une estimation de la direction Θ_0 de la source.

  Dans le cas classiquement rencontré en radar et en sonar d'un réseau linéaire composés d'éléments espacés de d_{esp}, les signatures spatiales A (Θ) sont construites à partir des phases normalisées par le premier élément d'antenne, cela peut se formuler de la façon suivante selon l'angle sphérique Ψ (Θ) formé entre l'incidence et l'axe de l'antenne linéaire, exprimé en fonction du gisement et de l'élévation $\Xi = (u, \zeta)$ par cos (Ψ (Θ)) = cos (u) cos (ζ) (cos ($\Psi(\Theta)$) = 0 pour une onde arrivant par le travers, i.e. dans le plan orthogonal à l'antenne) :

  $$A(\Theta) \underset{\cos\psi = \cos\upsilon\,\cos\zeta}{=} \left(1\ e^{2j\pi\frac{d_{esp}}{\lambda}\cos(\psi)}\ \dots\ e^{2j\pi(N_{ant}-1)\frac{d_{esp}}{\lambda}\cos(\psi)}\right)$$

  $$Y(\Theta) \underset{\cos\psi = \cos\upsilon\,\cos\zeta}{=} A(\Theta)^{H} X = \sum_{n=1}^{N_{ant}} e^{-2j\pi(n-1)\frac{d_{esp}}{\lambda}\cos(\psi)} x_n$$

  $$P(\Theta) \underset{\cos\psi = \cos\upsilon\,\cos\zeta}{=} E[Y(\Theta)\,Y(\Theta)^{H}] = \sum_{n,n'=1}^{N_{ant}} e^{2j\pi(n'-n)\frac{d_{esp}}{\lambda}\cos(\psi)} \bar{R}_{x_n x_{n'}}[0,0]$$

  À contrainte antennaire fixée, l'estimateur obtenu avec P (Θ) et le filtre spatial associé $A^{H}(\Theta)$ sont, en théorie, optimaux dans le cas mono-source et mono-trajet de propagation. Ce résultat de principe n'est toutefois viable en pratique que pour une ouverture d'antenne et un nombre suffisant d'éléments qui permettent d'obtenir :

  - un lobe d'antenne assez fin sans ambiguïté de réseau ;
  - une résolution compatible de l'écartement entre sources ou trajets multiples ;
  - une discrétisation angulaire de l'espace de recherche des incidences émetteurs qui soit adaptée à la résolution angulaire du réseau.

  C'est pourquoi la formation de voie est utilisée préférentiellement aux fréquences supérieures à 1 GHz.

  Exemple

  Avec une antenne de 1 m correctement conçue et échantillonnée pour la réception de signaux à 1 GHz, la résolution obtenue est de l'ordre de 20^o et la précision angulaire théoriquement atteignable sur une source reçue avec 20 dB de rapport signal à bruit en sortie de réception et traitement $N_{ant}^2 WT \rho_{S/B} = 100$) est de l'ordre du degré.

2.4.2 Radiogoniométrie Watson-Watt à antennes cadres et Adcock

Un radiogoniomètre Watson-Watt exploite deux antennes de faible ouverture et perpendiculaires. Le front de l'onde électromagnétique reçue génère deux signaux dont le rapport des amplitudes est très proche de la tangente de l'azimut tg q (figure **9**).

Le procédé, s'appliquant aux antennes de petites ouvertures relatives, est d'un grand intérêt en gamme HF (longueurs d'ondes supérieures à 10 m).

- **Utilisation d'antennes cadres**

  Historiquement, les premières antennes utilisées furent des cadres croisés orthogonaux, chaque signal étant reçu, et amplifié, par un récepteur analogique calibré en amplitude et en phase, les sorties d'amplification attaquant les plaques d'un tube cathodique dont la trace visualisée sur un oscilloscope donnait une droite de pente tg *q* (figures **9** et **10**).

Le même procédé s'applique aussi bien sur des signaux convenablement échantillonnés issus d'une réception numérique, par calcul et affichage du rapport entre les signaux s_1 et s_2 .

Toutefois, l'utilisation de cadres croisés rend le système sensible à la présence d'une composante horizontale du champ magnétique (fréquente en HF par réflexion ionosphérique) qui entraîne alors des erreurs importantes :

- dans la situation favorable où l'onde est polarisée verticalement et arrive parallèlement à l'un des cadres, seul ce cadre est coupé par le champ magnétique ;
- si la polarisation est horizontale, c'est l'autre cadre qui est coupé par le champ magnétique et l'erreur commise est de 90^{o} ;
- les ondes ionosphériques étant polarisées elliptiquement, l'erreur peut donc varier entre 0 et 90^{o}.

Utilisation d'antennes Adcock

Pour pallier cet inconvénient, les antennes cadres ont été remplacées par des réseaux d'antennes verticales, monopôles en HF et dipôles en VUHF, moins sensibles à l'influence d'une composante horizontale du champ électrique (figure **11**).

Une antenne Adcock horizontale à huit éléments suivants comme sur la figure **11** permet de générer les deux signaux E_{NS} et E_{EO} suivants :

$$E_{NS}(t) = A_{(t)} \sin\left(\pi \frac{D}{\lambda} \cos(\Delta) \cos(\theta) \cos(\gamma)\right) \cos\left(\pi \frac{D}{\lambda} \cos(\Delta) \sin(\theta) \sin(\gamma)\right)$$

$$E_{EO}(t) = A_{(t)} \sin\left(\pi \frac{D}{\lambda} \cos(\Delta) \sin(\theta) \cos(\gamma)\right) \cos\left(\pi \frac{D}{\lambda} \cos(\Delta) \cos(\theta) \sin(\gamma)\right)$$

Rapport entre signaux :

$$\frac{E_{NS}(t)}{E_{EO}(t)} \underset{\frac{D}{\lambda} \ll 1}{\approx} \mathrm{tg}(\theta)$$

avec :

***A* (*t*)**	:	amplitude du signal reçu réelle (si réception sur porteuse), complexe (si transposition en bande de base),
D	:	diamètre de l'antenne,
E_{NS} , E_{EO}	:	signaux respectivement nord-sud et est-ouest,
γ	:	demi-angle formé par un couple d'antennes,
λ	:	longueur d'onde,
q	:	angle d'azimut,
Δ	:	angle de site.

Le lever de doute entre *q* et *π* + *q* est comme précédemment obtenu en comparant les phases de E_{EO} et E_{NS} avec la phase d'un signal de référence obtenu sur une troisième voie de réception à partir d'une antenne omnidirectionnelle ou d'un signal omnidirectionnel reconstitué par sommation des aériens.

Comme précédemment, le concept « petite base » de cette méthode est lié à la nécessité d'avoir *D* /λ très petit pour assurer la convergence E_{EO} /E_{NS} → tg *q*. L'augmentation de *D* /λ cause une erreur octantale d'autant plus importante que l'angle de site Δ est faible ; de ce fait, le rapport *D* /λ est, en pratique, limité à 1.

Par ailleurs, le site affecte la mesure de l'azimut, rendant une éventuelle calibration du réseau difficile, en particulier pour une application dans la gamme HF avec propagation ionosphérique.

Avantages des deux types d'antennes

Finalement, les avantages du radiogoniomètre Watson-Watt à antennes Adcock sont :

- sa rapidité, qui ne dépend que du temps de réaction des récepteurs, fonction de la réponse impulsionnelle des filtres utilisés et de la constante de désensibilisation de la CAG [TE 6 891] ;

- une possible indication de situations d'interférences : la réception de deux signaux simultanés, et non cohérents, dans la même bande conduit à l'affichage d'un parallélogramme dont les côtés sont orientés dans les directions des deux émetteurs correspondants. Cette propriété est facilement exploitable pour détecter des interférences entre signaux peu fluctuants en amplitude (signaux modulés en phase ou en fréquence).

Inconvénients de cette méthode

Ce sont :

- la faible ouverture par principe qui limite la précision instrumentale du système, et plus encore la précision opérationnelle en présence de trajets multiples de propagation ;
- la nécessité d'avoir un ensemble de réception à trois voies calibrées en phase et en amplitude ; une calibration dynamique du système est, en pratique, nécessaire.

2.4.3 Radiogoniométrie Doppler

Dans ce procédé, un effet Doppler par rapport à la source émettrice est obtenu par une antenne en rotation à vitesse Ω et à distance D /2 autour d'un axe central. Il est possible d'appliquer ce principe avec une seule antenne, de type généralement cardioïde, soit par rotation physique de l'aérien, soit par commutation électronique cyclique sur différents aériens fixes en grand nombre [typiquement 16 ou 32 aériens régulièrement répartis sur un cercle (figure **12**)].

Principe

Le principe consiste ensuite à détecter l'angle pour lequel la fréquence instantanée du signal reçu est maximale. En effet, si un signal « monochromatique » $X(t) = A \cos[\omega t + j(t)]$ (A : amplitude fixe du signal ; $j(t)$ phase du signal, $\omega = 2\pi f$ pulsation, f fréquence) est vu sous un azimut q et un site Δ, le signal obtenu en sortie d'antenne est de la forme $S(t) = A \cos[\omega t + j(t) + m(t)]$, et présente une modulation de phase $m(t) = \pi (D/\lambda) \cos(\Omega t - q) \cos(\Delta)$ due à la rotation d'antenne dépendante de l'incidence $\Theta = (q, \Delta)$.

Une antenne omnidirectionnelle placée au centre de l'antenne permet de recevoir le signal de référence $X(t) = A \cos[\omega t + j(t)]$. L'incidence q est alors obtenue après démodulation en phase du signal $S(t)$ et comparaison du signal de phase $m(t)$ avec le second signal de référence $\cos(\Omega t)$ lié à la rotation d'antenne.

Avantages

La radiogoniométrie Doppler présente les avantages suivants :

- le procédé peut utiliser une large base, et atteindre de ce fait d'excellentes précisions en environnement dégagé, ce qui a fait son succès, en particulier pour des applications de radionavigation en VHF sur les ports et aéroports ;
- l'utilisation de récepteurs simples, sans spécification de calibration en phase ou en amplitude, est possible.

Inconvénients

Les inconvénients sont :

- l'application possible aux seuls signaux à bande étroite ;
- la complexité et l'encombrement de l'aérien (liés au nombre assez élevé d'antennes nécessaires pour effectuer un échantillonnage correct de la phase) qui en rend l'usage difficile dans des utilisations tactiques ou à forte mobilité ;
- la nécessité d'utiliser des antennes de faible hauteur pour limiter le couplage entre antennes adjacentes. Généralement, la perte de sensibilité induite est compensée par l'utilisation de préamplificateurs d'antennes qui ont, eux, l'inconvénient de limiter la linéarité du système (particulièrement dommageable pour une utilisation en environnement radioélectrique dense) ;

- la limitation de vitesse imposée par la rotation d'antennes qui ne peut pas être augmentée sans dégrader la protection sur les canaux adjacents (contrainte par les temps de réponse des filtres réjecteurs [TE 6 891]) ;
- un second récepteur est nécessaire quand le signal émis est lui-même modulé en phase ou en fréquence à l'émission pour obtenir en réception une référence permettant d'extraire la modulation liée au Doppler (après mélange des deux signaux $S(t)$ et $X(t)$, la modulation de phase d'origine $j(t)$ est supprimée) ;
- si une estimation de l'angle de site Δ est théoriquement possible par détermination de l'excursion de phase, elle reste imprécise en raison de la dépendance en cos (Δ) du signal de sortie $S(t)$.

2.4.4 Radiogoniométrie par interférométrie et corrélation vectorielle

2.4.4.1 Introduction au procédé - avantages

L'interférométrie est une technique de goniométrie utilisée dans des domaines aussi variés que l'astronomie, le radar, le sonar.

En radiogoniométrie des émetteurs de transmissions, on distingue :

- l'**interférométrie***stricto sensu*, qui utilise les différences de phases créées par une onde incidente entre les antennes d'un réseau pour déduire la direction d'arrivée de l'onde ;
- la **corrélation vectorielle**, qui utilise les différences de phases et les différences d'amplitude créées par une onde incidente entre les antennes d'un réseau pour déduire la direction d'arrivée de l'onde. La mise en œuvre est, dans son principe, très similaire à celle de l'interférométrie de phase, mais nécessite de traiter en plus la variable amplitude (complexité accrue). L'avantage est la robustesse renforcée des mesures grâce à la prise en compte des masquages et réflexions pouvant survenir sur les éléments du réseau antennaire et varier selon les directions d'arrivée (effet d'un mât, d'éléments de la structure porteuse du goniomètre, d'obstacles proches, etc.).

On peut considérer ces techniques comme les plus performantes des méthodes à simple résolution. Par leur simplicité et leurs précisions en environnement mono-source non perturbé, elles se prêtent bien à une implantation temps réel sur processeur embarqué pour réaliser des intercepteurs/goniomètres rapides, fonctionnant sur tout type de réseau antennaire calibré et non ambigu, sans contrainte *a priori* sur le nombre d'aériens, l'ouverture, la directivité, sans limitation de principe sur la nature de signaux (continus, impulsifs, bande étroite, large bande).

Ces radiogoniomètres sont donc les plus génériques et les plus facilement intégrables sur tous types de porteur, en particulier pour des applications terrestres mobiles, navales ou aéroportées, que ce soit pour des systèmes tactiques ou des infrastructures plus lourdes (centres d'écoute).

- **En condition favorable** (aérien bien dégagé, fort rapport signal à bruit), il n'est pas rare d'obtenir au final une précision isotrope meilleure que 1^{o}, avec un réseau ouvrant à quelques longueurs d'ondes seulement (exemple typique : goniomètre de port dédié au contrôle du trafic maritime installé en bord de mer, goniomètre d'aéroport dédié au contrôle du trafic aérien installé en bout de piste d'atterrissage).
- **Dans le cas 1D** (figure **13**), la détermination de l'azimut q utilise le vecteur directeur $A(q)$ constitué d'un ensemble phases différentielles (et d'amplitude différentielles dans le cas de la corrélation vectorielle) entre les antennes (le vecteur des temps $\tau_{n,n'}(q)$ équivaut au vecteur des phases par la transformation $j_{n,n'}(q) = (2\pi\lambda /c)\tau_{n,n'}(q)$, n et n' variant entre 1 et le nombre N_{ant} de capteurs).
- **Dans le cas 2D**, la même approche est appliquée sur un vecteur directionnel le vecteur directeur $A(q, \Delta)$ qui dépend des angles d'azimut et site q, Δ, et non plus du seul angle d'azimut q.
  Ce vecteur directionnel estimé d'après les différences de phases et/ou d'amplitudes mesurées sur le signal est comparé avec un ensemble de vecteurs calibrés en fonction des angles q ou (q, Δ) (et des amplitudes dans le cas de la corrélation vectorielle). Le vecteur de la table de calibration « le plus proche » (au sens d'une distance minimale) du vecteur directionnel est ensuite exploité pour une première estimation des valeurs d'angles azimut (et site le cas échéant). Des techniques d'interpolation

dans la table peuvent ensuite être appliqués pour raffiner l'estimation initiale. Ces calculs nécessitent un tarage en phase des voies de réception (et en amplitude pour la corrélation vectorielle), une calibration de l'antenne (1D ou 2D selon les cas, au minimum en phase et, le cas échéant, en amplitude – si corrélation vectorielle), ainsi que des techniques d'optimisation numérique appliquées dans les phases de recherche et d'interpolation dans la table de calibration.

2.4.4.2 Réseaux antennaires utilisés

Une mesure non ambiguë de l'azimut q et de l'angle d'élévation Δ nécessite un minimum de trois antennes convenablement disposées, mais de multiples réseaux antennaires sont utilisables en interférométrie pour obtenir une goniométrie omnidirectionnelle ou sectorielle.

La figure **14** en illustre certains, parmi les plus classiques.

En HF, une géométrie de réseau triangulaire est fréquemment utilisée afin d'obtenir des champs d'antenne à nombre réduit d'éléments et à ambiguïtés contrôlées, à la fois pour les mesures d'ondes de sol et les mesures d'ondes ionosphériques.

La figure **15** montre les résolutions et ambiguïtés correspondant au réseau constitué de deux triangles équilatéraux imbriqués de côtés 108 et 324 m, illuminés par une onde d'incidence $\Theta_0 = (q_0 = 90^{o}, \Delta_0 = 60^{o},)$ à la fréquence 1,2 MHz.

2.4.4.3 Mise en œuvre algorithmique

- **Phases et amplitudes différentielles pour former un « vecteur source »**
  La méthode de détermination des différences de phase $j_{n,n'}(q)$ ou $j_{n,n'}(q, \Delta)$ et d'amplitude $a_{n,n'}(q)$ ou $a_{n,n'}(q, \Delta)$ met en œuvre un calcul d'intercorrélation entre les signaux reçus sur les différents capteurs. Elle peut être réalisée soit en :
  - **bande étroite**, en sortie FI de récepteurs superhétérodyne ;
  - **large bande** en utilisant les transformations de Fourier identiques à celles mises en œuvre dans l'interception à analyse parallèle pour former des canaux fréquentiels bande étroite [TE 6 891] et en appliquant le traitement bande étroite à chaque canal fréquentiel.
    Ce traitement est généralement celui appliqué dans les radiogoniomètres modernes avec un filtrage, une durée d'intégration cohérente T et une résolution b paramétrables et adaptés à la canalisation et à la largeur de bande des signaux traités (les valeurs des produits bT typiques varient de 1 à 10 pour les radiogoniomètres VUHF génériques, b étant adaptée à la canalisation des signaux recherchés).

« * », « ^{T} » et « ^{H} », désignent, comme précédemment, les opérateurs de conjugaison, de transposition, et de transposition/conjugaison.

- **En interférométrie de phase**, le vecteur source normalisé $\Phi_S(\Theta)$ ($\Theta = q$ en goniométrie 1D, ou $\Theta = (q, \Delta)$ en goniométrie 2D) est construit à partir de ces phases différentielles :

$$\Phi_S(\Theta) = [1\,\Phi_{12}(\Theta) \dots \Phi_{1N_{ant}}(\Theta)] = (1\; e^{j\varphi_{12}(\Theta)} \dots e^{j\varphi_{1N_{ant}}(\Theta)})$$
$$= (1\; e^{j[\varphi_2(\Theta)-\varphi_1(\Theta)]} \dots e^{j[\varphi_{N_{ant}}(\Theta)-\varphi_1(\Theta)]})^T$$

- **En corrélation vectorielle**, le vecteur source normalisé $A_S(\Theta)$ ($\Theta = q$ en goniométrie 1D, ou $\Theta = (q, \Delta)$ en goniométrie 2D) est construit à partir des amplitudes complexes différentielles :

$$A_S(\Theta) = [1\,A_{12}(\Theta) \dots A_{1N_{ant}}(\Theta)] = (1\,a_{12}(\Theta)\, e^{j\varphi_{12}(\Theta)} \dots a_{1N_{ant}}(\Theta)\, e^{j\varphi_{1N_{ant}}(\Theta)})^T$$
$$= \left(1\, \frac{a_2(\Theta)}{a_1(\Theta)} e^{j[\varphi_2(\Theta)-\varphi_1(\Theta)]} \dots \frac{a_{N_{ant}}(\Theta)}{a_1(\Theta)} e^{j[\varphi_{N_{ant}}(\Theta)-\varphi_1(\Theta)]}\right)^T$$

Pour ces méthodes, le vecteur source est supposé correspondre à une estimation de la signature spatiale complexe du vecteur signal total X en entrée d'antenne (estimation simplifiée en interférométrie, complète en corrélation vectorielle), X étant supposé produit par une source unique à front d'onde plan et par une propagation sans multi-trajets.

- La **mise en œuvre de ce calcul du vecteur source** peut soit utiliser :
  - **deux voies de réception** seulement, que l'on commute de manière séquentielle sur la durée de la fenêtre du tir goniométrique. On parle, dans ce cas, d'interférométrie (ou de corrélation vectorielle) commutée deux voies. Cette technique permet de réaliser l'opération de calibration en amplitude et phase des voies de réception par double pesée. Elle est bien adaptée aux signaux de nature continue reçus avec un bon rapport signal à bruit ;
  - **le nombre maximum N_{ant} de voies de réception disponibles en parallèle** (fréquemment N_{ant} = 5 ou 6) sur la fenêtre du tir goniométrique. On parle, dans ce cas, d'interférométrie (ou de corrélation vectorielle) parallèle N_{ant} voies. Cette technique nécessite une opération de calibration en amplitude et phase complète des voies de réception, mais est beaucoup plus adaptée que la technique commutée pour le traitement des signaux impulsifs : l'intégration est plus longue ; la capacité à séparer des émetteurs multiples, la probabilité de goniométrer, la sensibilité et la précision sont meilleures.

  La figure **16** illustre le procédé mis en œuvre pour le cas de la goniométrie commutée à N_{ant} = 2 voies avec un filtrage à partir de Transformées de Fourier discrètes (TFD).

- **Calcul d'un critère d'optimisation**

  Un critère à optimiser est élaboré pour permettre l'estimation de l'incidence Θ_0 à partir du vecteur directeur estimé de la source.

  - **En interférométrie corrélative**, ce critère est défini comme une distance entre le vecteur de phases Φ_S (Θ_0) et l'espace vectoriel engendré par un ensemble $\{\Phi_s(\Theta'_1), ..., \Phi_s(\Theta'_J)\}$ de vecteurs de phases calibrés normalisés, pré-calculés d'après un modèle d'antenne ou une calibration expérimentale (rappelons que, par définition les vecteurs de phase sont normalisés à N_{ant} et que leur première coordonnée est 1). Ce critère est, en général, lié à une norme de référence qui est souvent la norme euclidienne : l'estimée $\hat{\Theta}_0$ de la direction de la source vérifie alors soit le critère de :
    - minimisation :

$$\hat{\Theta}_0 = \underset{\substack{\Theta' \\ \Phi(.)=[1\Phi_{12}(.)...\Phi_{1N_{ant}}(.)] \\ \Phi'(\Theta')\in Vect\{\Phi_1(\Theta'_1),...\Phi_1(\Theta'_1)\}}}{\arg\min} \left[\left\|\Phi_S(\Theta_0) - \Phi(\Theta')\right\|^2\right]$$

    - maximisation équivalent :

$$\hat{\Theta}_0 = \underset{\substack{\Theta' \\ \Phi(.)=[1\Phi_{12}(.)...\Phi_{1N_{ant}}(.)] \\ \Phi'(\Theta')\in Vect\{\Phi_1(\Theta'_1),...\Phi_1(\Theta'_1)\}}}{\arg\max} \mathrm{Re}\,[\Phi_S(\Theta_0)^H\ \Phi'(\Theta')]$$

  - **Lorsque le vecteur source est une estimation de la signature spatiale complexe normalisée**A_S de la source (cas de la corrélation vectorielle et des méthodes à hautes résolutions traitées dans la suite), ce dernier critère de maximisation s'étend aisément au moyen d'une normalisation adéquate par l'amplitude des vecteurs directeurs. Il est dénommé critère « xcorr » entre vecteur source et vecteurs directeurs calibrés normalisés (voir aussi § **2.7.4**) :

$$\text{Pour } A_S(\Theta) = [1\ A_{12}(\Theta) \ldots A_{1N_{ant}}(\Theta)]^T$$

$$= \left(1\ \frac{a_2(\Theta)}{a_1(\Theta)}\, e^{i[\Phi_2(\Theta)-\Phi_2(\Theta)]} \ldots \frac{a_{N_{ant}}(\Theta)}{a_1(\Theta)}\, e^{i[\Phi_{N_{ant}}(\Theta)-\Phi_1(\Theta)]}\right)^T$$

$$\hat{\Theta}_0 = \underset{\substack{\Theta' \\ A(.)-[1 A_{12}(.)\ldots A_{1N_{ant}}(.)] \\ A'(\Theta') \in Vect\{A_1(\Theta'_1),\ldots A_1(\Theta'_1)\}}}{\arg\max} \mathrm{Re}\,[A_S(\Theta_0)^H\ A'(\Theta')]$$

Ce critère étend directement celui utilisé en interférométrie corrélative, mais s'appliquant ici à des vecteurs complexes de norme variable, son utilisation est toutefois moins rigoureuse que lorsqu'il est appliqué à des vecteurs de phase de norme intrinsèquement identique (égale à N_{ant}).

- **Optimisation du critère**

  La position du maximum ou du minimum du critère à rechercher est initialisée par test et sélection des valeurs du modèle ou de la table de calibration. Ensuite, la recherche d'optimum peut être affinée par différents algorithmes :

  - la recherche par dichotomie entre valeurs de table les plus proches présente l'avantage d'une grande simplicité ;
  - l'algorithme de Raphson-Newton présente l'avantage de converger en une seule itération lorsque la fonction à optimiser est une forme quadratique et de donner de plus une formulation analytique de l'optimum en fonction du gradient (différentielle d'ordre 1) et du Hessien (différentielle d'ordre 2) de la fonction. Or, au voisinage de l'optimum, le critère peut efficacement être approximé par une telle forme quadratique et cette approximation fournit de plus une formulation analytique simple du Gradient et du Hessien qui sont utilisés dans l'algorithme.

  Toutefois, aucune des méthodes ne permet de surmonter, à coup sûr, la présence de minima locaux dans le diagramme d'antenne, et encore moins de compenser totalement des lobes d'ambiguïté de réseau. Des précautions sont donc à prendre dans les étapes de post-traitements visant à affiner les précisions brutes obtenues par convergence statistique : élimination des directions aberrantes, etc.

- **Résolution angulaire intrinsèque de l'interférométrie corrélative ou de la corrélation vectorielle**

  Elle reste faible *a priori* dans la mesure où elle dépend principalement de l'ouverture et de l'orientation des diagrammes des éléments d'antennes.

  - **Lorsque des dipôles sont utilisés**, la couverture est omnidirectionnelle, mais la résolution angulaire intrinsèque est inexistante, seule la résolution procurée par le traitement temps/fréquence permet de séparer éventuellement les émissions :
    - la canalisation, notamment par TDF en analyse parallèle, permet, dans une certaine mesure, de séparer les émissions à bandes étroites, ou certains motifs bande étroite apparaissant dans certains signaux (tons de synchronisation en fréquence par exemple) ;
    - le fenêtrage en temps des durées d'intégration cohérente, la gestion du glissement des fenêtres temporelles et la synchronisation des tirs goniométriques sur les signaux permettent, dans une certaine mesure, de séparer les émissions ; en particulier lorsqu'elles sont impulsives (modem série, TDMA, EVF).
  - **Lorsque des éléments directifs sont utilisés** pour le réseau antennaire (patchs, etc.), la couverture de chaque élément est sectorisée, ce qui procure une certaine résolution liée au diagramme des éléments.

2.5 Limite de la goniométrie classique

Les techniques de goniométrie classiques précitées sont fondamentalement mono-sources : à quelques cas particuliers près (antennes très directives, goniométrie de signaux impulsifs discriminés par une synchronisation préalable), elles nécessitent des conditions de réception à fort rapport signal sur bruit + interférence + brouillage, typiquement supérieur à 10 dB en entrée. Elles ne sont généralement pas capables de traiter des sources simultanément présentes et interférentes dans le canal analysé ; en particulier, elles sont très affectées par des multi-trajets, même de niveaux moyens.

Les méthodes à super-résolution et celles à haute résolution ont été introduites depuis une trentaine d'années pour accroître la résolution spatiale des méthodes mono-source exploitant des réseaux antennaires tels que la formation de voie ou l'interférométrie, suite notamment aux développements des sonars, puis des radars. Leurs bases théoriques remontent aux années 1960 à 1980. Elles apparaissent comme des prolongements naturels de la formation de voie et de l'interférométrie simple résolution, à réserver aux environnements complexes, de par leur efficience face aux brouillages aux émissions multiples, aux interférences, et à certains cas de propagation par trajets multiples.

Elles permettent la séparation angulaire de deux sources et plus, avec une résolution supérieure à la demie ouverture du lobe principal $\Theta_{3B} \approx \lambda/(2D)$.

> **Le prix à payer est une complexité de traitement accrue**, se traduisant éventuellement par une réduction des vitesses de balayage, et par de possibles latences dans la production des résultats, selon les performances des calculateurs embarqués.

Dans la suite de l'exposé, on considérera un radiogoniomètre basé sur un réseau antennaire de N_{ant} éléments, et les notations suivantes qui prolongent celles déjà adoptées précédemment pour décrire la formation de voie et l'interférométrie de phase classique.

- **On notera « * », « ^{T} » et « ^{H} », les opérateurs de conjugaison, transposition, et transposition/conjugaison**.
- On notera $X(t) = [x_1(t), ..., x_{Nant}(t)]^T$ le **vecteur des signaux complexes en bande de base** reçu sur les antennes 1 à N_{ant}, dont chaque coordonnée s'écrit sous la forme :

$$x_n(t) = a_{x,n}(t) \exp[i\ \varphi_{x,n}(t)]$$

  Les statistiques du signal sont estimées en pratique d'après le signal échantillonné à la fréquence $FE = 1/TE$ par des moyennes temporelles sur des durées d'intégration de processus T (correspondant pour un signal numérique convenablement filtré et échantillonné en bande de base à K symboles indépendants), avec des hypothèses implicites de stationnarité et d'ergodicité sous les formes suivantes.

- $E[X(t)]$, l'**espérance du vecteur signal *X* (*t*)**, est estimée par une moyenne temporelle sur la durée d'intégration cohérente T correspondant :
  - pour un signal échantillonné à $K = [T/TE]$ échantillons ;
  - pour un signal en bande de base échantillonné à la fréquence de Nyquist, à K symboles indépendants,
    à partir de l'échantillon d'indice k_0 (instant $t = k_0 TE$), selon la formulation vectorielle :

$$\bar{E}\,[X\,(k_0)] = \frac{1}{K}\sum_{n=1}^{K} X\,[(k_0+k)\,TE] \underset{\substack{\text{hypothèse}\\\text{d'ergodicité}}}{=} \bar{E}[X]$$

- $R_{XX} = E[(X - E[X])(X - E[X])^H]$, la **matrice de covariance des signaux reçus sur les antennes du réseau** est estimée par des moyennes temporelles sur un horizon temporel de $K - 1$ échantillons numérisés de X à partir des échantillons d'indices k_0 et k_1 (instants $t_0 = k_0 TE$ et $t_1 = k_1 TE$), selon la formulation matricielle :

$$\bar{R}_{XX[k_0k_1]} = \frac{1}{K-1}\sum_{k=1}^{K}\left[X\,((\bar{k}_0+k)\,TE) - E\,[X]\right]\left[X\,((k_1+k)\,TE) - \bar{E}\,[X]\right]^H \underset{\substack{\text{hypothèse}\\\text{d'ergodicité}}}{=} \bar{R}_{XX}(k_1-k_0)$$

- Pour une source S de direction Θ émettant le signal $s(t)$ reçu avec un retard τ, on désignera, en omettant la dépendance en t pour alléger les notations, par $A_S(\Theta) = [A_{S,1}(\Theta), ..., A_{SNant}(\Theta)]$ la **signature spatiale complexe de la source *S***, dont chaque coordonnée $A_{S,n}(\Theta)$, à un instant t, est à une normalisation près (par le signal $s(t - \tau)$ émis à l'instant $t - \tau$ et par les pertes de propagation moyennes notées α) le signal complexe correspondant à la source S reçu sur l'élément n du réseau antennaire.

En pratique, ces vecteurs sont fréquemment manipulés après une normalisation par la phase du champ reçu sur l'élément 1 (de manière à le rendre réel positif voire exactement égal à 1 lorsque les amplitudes ne varient pas sur le réseau), et par une normalisation en amplitude le cas échéant, c'est-à-dire, pris sous la forme :

$$A_S(\Theta) = \frac{A_1(\Theta)}{\|A_S\|}[1\ A_{12}(\Theta) \ldots A_{1N_{ant}}(\Theta)]^T, \quad \|A_S\| = \sqrt{|A_1(\Theta)|^2 + |A_2(\Theta)|^2 + \ldots + |A_{N_{ant}}(\Theta)|^2}$$

$$= \frac{a_1(\Theta)\, e^{j\varphi_1(\Theta)}}{\|A_S\|}\left(1\ \frac{a_2(\Theta)}{a_1(\Theta)}\, e^{j[\varphi_2(\Theta)-\varphi_1(\Theta)]} \ldots \frac{a_{N_{ant}}(\Theta)}{a_1(\Theta)}\, e^{j[\varphi_{1N_{ant}}(\Theta)-\varphi_1(\Theta)]}\right)^T$$

- Le **vecteur signal utile correspondant à la source *S***, s'écrit de ce fait :
  $S(t) = \alpha\, s(t - \tau)\, A_S(\Theta)$
  α désigne l'atténuation moyenne subie par la source S, $A_S(\Theta)$ contient toutes les informations d'amplitude et de phase des signaux reçus à l'instant t.
- Le **vecteur signal total *X*** correspondant à la réception de sources multiples S_1, ..., S_{NS} considérées comme indépendantes et retardées par la propagation respectivement de τ_1, ..., τ_{NS} ; de brouilleurs J_1, ..., J_{NJ} considérées comme indépendants entre eux et indépendants des sources ; et affecté d'un bruit de réception $B(t)$, s'écrit dès lors sous la forme :

$$X(t) = \alpha_1 s_1(t - \tau_1)\, A_{S1}(\Theta_1) + \ldots + \alpha_{NS}\, s_{NS}(t - \tau_{NS})\, A_{SNS}(\Theta_{NS}) + J(t) + B(t)$$

  avec :
  $B(t)$: vecteur bruit de réception,
  $J(t)$: $= j_1(t)\, A_{J1} + \ldots + j_{NJ}(t)\, A_{JNJ}$ vecteur brouillage total reçu,
  $j_\kappa(t)$: $\kappa = 1, ..., NJ$ signaux de brouillage reçus,
  $A_{j\kappa}$: $\kappa = 1, ..., NJ$ représentant les vecteurs directeurs correspondants.
  Dans cette expression, on nomme « espace signal » l'espace vectoriel engendré par les vecteurs directeurs normalisés des sources $A_{S1}(\Theta_1)$, ..., $A_{SNS}(\Theta_{SNS})$.
- Avec ce modèle de signal, l'**expression de la covariance R_{XX}** est générique et prend la forme :

$$R_{XX} = R'_{AA} + R'_{JJ} + R_{BB}$$

  avec :
  R'_{AA} : $= |\alpha_1|^2 \pi_{s1}[A_{S1}(\Theta_1)\, A_{S1}(\Theta_1)^H] + \ldots + |\alpha_{NS}|^2 \pi_{SNS}[A_{SNS}(\Theta_{NS})\, A^H_{SNS}(\Theta_{NS})]$ covariance du mélange des sources 1 à N_S,
  :
  π_{sn} : puissance du signal émis $s_n(t)$,
  $|\alpha_{NS}|^2$: pertes de propagation du signal $s_n(t)$,
  $A_{Sn}(\Theta_n)\, A_{Sn}(\Theta_n)^H$: matrice de rang 1 générée par la signature spatiale $A_{Sn}(\Theta_n)$ de la source S_n.
  - Dans l'expression de R_{XX}, **les composantes « signal » apparaissent donc sous la forme de la somme de matrices** :

$$|\alpha_1|^2 \pi_{s1}[A_{S1}(\Theta_1)\, A_{S1}(\Theta_1)^H] + \ldots + |\alpha_{NS}|^2 \pi_{SNS}[A_{SNS}(\Theta_{NS})\, A^H_{SNS}(\Theta_{NS})]$$

    Chacune des matrices de la somme étant de rang 1.
    avec :

R_{BB} : covariance du bruit et prend la forme $R_{BB} = \sigma_B^2 I_{Nant}$ (I_{Nant} : matrice identité de taille $N_{ant} \times N_{ant}$) dans le cas d'un bruit spatialement blanc,

R'_{JJ} : $= \pi_{j1}[A_{J1} A_{J1}^H] + ... + \pi_{jNJ}[A_{JNJ} A_{JNJ}^H]$ covariance du brouillage total,

:

π_{jK} : puissance reçue du brouilleur $J_K(t)$,

$A_{J_K} \cdot A_{J_K}^H$: matrice de rang 1 généré par la signature spatiale A_{JK} du brouilleur J_K .

2.6 Radiogoniomètres à super résolution

2.6.1 Procédé – Hypothèses de mise en œuvre

Les méthodes à super-résolution sont issues du concept de filtre adapté spatial déjà à l'œuvre dans la formation de voies classique.

Le filtrage Adapté Spatial théorique optimal w_{FAS} maximise le rapport signal/(bruit + interférences + brouillages) sur le signal de sortie $Y = w_{FAS}^H X$, soit le critère de puissance en sortie $P(Y) = E[Y Y^H] = w_{FAS}^H R_{XX} w_{FAS}$.

(rappel : $R_{XX} = E[(X - E[X])(X - E[X])^H]$).

Bâtie sur ce principe, la goniométrie à super résolution consiste à estimer les directions d'arrivée Θ des sources au moyen d'un critère de puissance moyenne sur le signal Y en sortie d'un filtre spatial $w(\Theta)$, dont la structure est imposée par une consigne de pointage dans la direction Θ.

Elle suppose donc que les sources ou multi-trajets éventuels ne sont que faiblement corrélés, à la fois spatialement et temporellement, pour ne pas affecter le critère de puissance en sortie des voies formées qui constitue la base de la discrimination angulaire des sources.

2.6.2 Cas particulier du filtre spatial Capon

La plus connue de ces méthodes est la méthode de Capon. Elle correspond au choix d'un vecteur filtrage de la forme :

$$w_{CAPON}(\Theta) = [1/(A_S(\Theta)^H R_{XX}^{-1} A_S(\Theta)] R_{XX}^{-1} A_S(\Theta)$$

- **Pour estimer l'incidence Θ** , le critère consiste à maximiser le rapport signal/bruit + interférences du signal de sortie $Y_{CAPON}(\Theta) = w_{CAPON}^H(\Theta) X$ pour une consigne de pointage du faisceau d'antenne dans ladite direction Θ, supposée correspondre à la signature spatiale $A_S(\Theta)$ de la source.
  Le critère s'écrit alors :

$$P[Y_{CAPON}(\Theta)] = [1/(A_S(\Theta)^H R_{XX}^{-1} A_S(\Theta)]$$

- **En pratique**, l'espace angulaire est discrétisé et différentes hypothèses d'incidence $\Theta'_1 ... \Theta'_J$ sont testées au moyen du critère précédent pour décider de l'estimation la plus vraisemblable de l'angle d'arrivée (figure **17**). Le cas échéant, des techniques d'interpolation du critère sont mises en œuvre pour affiner la précision (dichotomie, Newton-Raphson, etc.).

2.6.3 Avantages et limitations

2.6.3.1 Pouvoir séparateur et résolution

Le pouvoir séparateur de ce genre de méthode est inférieur à $N_{ant} - 1$. En pratique, on considère qu'il est au moins de l'ordre de $(N_{ant} - 1)/2$ sources faiblement à moyennement corrélées. Des lois théoriques permettent de prédire le comportement global de la méthode dans de nombreux cas d'applications.

- **Pour deux sources de puissance identiques**, Bronez et Cadzow ont établi que la séparation angulaire optimum $\Delta\Theta$ entre deux sources est obtenue asymptotiquement (c'est-à-dire pour une intégration cohérente sur nombre K d'échantillons statistiquement indépendants dans les traitements vérifiant $K \to \infty$) par une loi du type suivant :

$$N_{ant}\,\rho_{SNR} \propto \left(\frac{2\Theta_{3dB}}{\Delta\Theta}\right)^4$$

avec :

ρ_{SNR}	: rapport signal/(bruit + interférence + brouillage) en valeur réelle de chaque source en entrée ;
N_{ant}	: nombre d'antennes,
$2\Theta_{3dB}$ ($\propto\lambda/D$)	: ouverture du lobe principal du réseau.

- **Pour le cas d'une antenne linéaire équi-espacée**, une formulation exacte de la résolution limite a été établie par Germain, Maguer et Kopp :

$$N_{ant}\,\rho_{SNR} \propto \left(1{,}3\,\frac{2\Theta_{3dB}}{\Delta\Theta}\right)^4$$

Ainsi, avec N_{ant} = 5 éléments dans le réseau et une intégration suffisante pour assurer la convergence, la séparation angulaire est de l'ordre de la moitié du lobe d'antenne dès que le rapport signal à bruit excède 6 dB ($\rho_{SNR} > 4$, $N_{ant}\,\rho_{SNR} >= 20$). Cela justifie l'appellation de « super résolution ».

2.6.3.2 Risques de biais dans l'estimation

Par contre, la méthode est non biaisée seulement dans le cas mono-émetteur et mono-trajet (auquel cas, elle est équivalente à la formation de voie classique). De fait, en situation de sources multiples, la résolution dépend essentiellement de N_{ant} et n'augmente pas asymptotiquement avec la durée d'intégration K. Pour une antenne et un rapport signal à bruit en entrée donné, la résolution atteint un palier qu'elle ne dépasse jamais, lié à la corrélation spatiale ou temporelle (même faible) entre signaux multiples, fréquente par exemple, en cas de multi-trajets insuffisamment séparés angulairement ou temporellement (physiquement la corrélation entre deux sources à tendance à dévier le lobe formé vers chacune des sources). Ainsi, le biais est d'autant plus important que le nombre d'antennes est faible, que le rapport signal/(bruit + interférences + brouillage) est faible, et que la corrélation entre signaux est forte.

Dans les cas favorables (biais d'estimation faibles), la précision angulaire est donnée en première approximation par la borne de Cramer-Rao mono-source vue plus haut. En pratique, cette borne n'est approchée convenablement que pour des cas de réception de sources incohérentes (c'est-à-dire non temporellement corrélées) reçues avec un SNR suffisant et bien séparées angulairement par le réseau antennaire.

2.6.3.3 Sensibilité aux erreurs (modélisation ou calibration)

Les vecteurs directeurs des sources utiles $A_S\,(\Theta_j)_{j=1,\ldots,J}$ correspondant aux directions pointées doivent être connus sans erreur de modèle pour que le filtre s'applique efficacement.

Pour cette raison, les cas d'application favorables sont les suivants :

- lorsque la direction des sources recherchées est connue *a priori* (radiosurveillance d'infrastructures fixes de communications);
- lorsqu'on l'applique à la formation de voie antibrouillée par le calcul, bien connue en réception radar : les directions de pointage $A\,(\Theta_j')_{j=1,\ldots,J}$ correspondent alors à un balayage discrétisé de l'espace indexé sur la résolution $\Delta\Theta$ de la méthode. Le filtre n'est toutefois « optimal » que si la direction Θ de la source correspond précisément à la direction de pointage supposée Θ_j' (dans le cas contraire et en l'absence de mesure palliative – un sur-échantillonnage spatial par exemple –, le critère de puissance en sortie subit des « pertes de lobes » atteignant rapidement quelques dB).

2.7 Radiogoniomètres à haute résolution

2.7.1 Procédé – Hypothèses de mise en œuvre

Les méthodes à haute-résolution consistent à travailler dans l'espace des directions propres à chaque source pour caractériser leur signature spatiale. La plus connue est la méthode *MUSIC* (*MUltiple SIgnal Classification*) qui élabore un projecteur annulant lesdites signatures spatiales lorsqu'elles correspondent aux sources. Ce projecteur est construit à partir des estimations des opérateurs statistiques du signal reçu sur le réseau antennaire et de leur décomposition en sous-espaces propres :

- **à l'ordre 2**, l'opérateur exploité est principalement la matrice de covariance R_{XX} du signal reçu, hermitien ($R_{XX} = R_{XX}^H$) et positif (pour tout vecteur a, $a^H R_{XX} a \geqslant 0$), et à ce titre, décomposable en valeurs propres réelles positives et vecteurs propres ;
- **à l'ordre 4** (qui n'opère que sur les signaux de nature non gaussienne), on fait intervenir le tenseur de quadri-covariance du signal, lui aussi décomposable en éléments propres en raison de ses propriétés de symétrie hermitienne et de positivité.

- La **mise en œuvre** nécessite l'estimation préalable du nombre de sources reçues sur l'aérien, et suppose que les multi-trajets éventuels ne sont ni cohérents, ni trop fortement corrélés temporellement.
- Des **techniques complémentaires** peuvent être utilisées pour améliorer la discrimination des multi-trajets tels que :
  - le **lissage spatial explicité** par Shan et Kailath (voir aussi). Ce procédé, appliqué préalablement à la méthode *MUSIC*, consiste à exploiter la décorrélation spatiale des champs radioélectriques correspondant à différentes sources ou multi-trajets, sur des réseaux de géométrie particulière (assez contraintes en pratique) ; il peut aussi exploiter un mouvement du porteur ;
  - le **lissage temporel explicité** par Widrow, Duvall, Gooch et Newman . Ce procédé, appliqué préalablement à la méthode *MUSIC*, cherche à exploiter la décorrélation temporelle, induite par le mouvement d'un porteur mobile, entre les champs radioélectriques correspondant aux différentes sources ou multi-trajets qui apparaissent cohérents en instantanés ;
  - la **méthode « *MUSIC* cohérente »** explicitée par Ferréol, Boyer et Larzabal . Ce procédé consiste à estimer par la méthode MUSIC non plus des signatures spatiales individualisées par source ou multi-trajets, mais des combinaisons linéaires des signatures spatiales de sources ou multi-trajets cohérents. Il diminue, dans certains cas, l'ouverture relative de l'aérien et nécessite une gestion d'hypothèses sur les combinaisons entre sources ou multi-trajets cohérents.

<u>2.7.2 Détection MUSIC à l'ordre 2 des sources en entrée d'antenne</u>

- **Dans sa version la plus simple**, ce détecteur exploite la définition et la structure algébrique de la matrice de covariance R_{XX} , et une hypothèse de bruit spatialement et temporellement blanc $(R_{BB} = \sigma_B^2 I_{Nant})$. R_{XX}, étant hermitienne et positive, se décompose alors de manière canonique sous la forme suivante :

$$R_{XX} = \begin{bmatrix} R_{AA} + \sigma_B^2 I_{N_S} & 0 \\ 0 & \sigma_B^2 I_{N_{ant}-N_S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{AA} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \sigma_B^2 I_{N_{ant}}$$

$$= \begin{bmatrix} U_S^H \\ U_B^H \end{bmatrix} [Diag\ [R_{XX}]\ [U_S U_B]$$

$$= \begin{bmatrix} U_S^H \\ U_B^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} |\alpha_{S_1}|^2 \pi_{s_1} + \sigma_B^2 & 0\ldots\ 0 \\ & |\alpha_{S_{NS}}|^2 \pi_{S_{NS}} + \sigma_B^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0\ldots & 0 \\ \ldots & & \ldots \\ 0 & & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0\ldots & 0 \\ \ldots & & \ldots \\ 0 & & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \sigma_B^2 & 0\ldots & 0 \\ & & \sigma_B^2 \end{pmatrix} \end{bmatrix} [U_S\ U_B]$$

avec :

$[U_S\ U_B]$: matrice de passage permettant la décomposition de R_{XX} en matrice diagonale, matrice de passage elle-même décomposable en une partie «signal » U_S de taille N_{ant} N_S et une partie « bruit » U_B de taille N_{ant} ($N_{ant} - N_S$).

Dans cette décomposition canonique, les valeurs propres de R_{XX} apparaissent physiquement, comme les puissances $|\alpha_{sm}|^2$ π_{sm} des sources bruitées présentes dans le signal X reçu en entrée d'antenne, y compris le bruit seul le cas échéant ; les vecteurs propres de R_{XX} correspondent aux N_S vecteurs colonnes u_1 ,...,u_{Ns} de U_S pour la partie « signal », et aux $N_{ant} - N_S$ vecteurs colonnes u_{Ns+1},..., u_{Nant} de U_B pour la partie « bruit ».

Le procédé de la détection *MUSIC* consiste alors à réaliser une estimation des valeurs propres de la matrice covariance R_{XX} , puis à comparer cette estimation à une référence bruit déterminées par les plus faibles d'entre elles (figure **18**).

Le nombre de valeurs propres au-dessus d'un seuil détermine le nombres des sources non cohérentes entre elles, y compris les éventuels brouilleurs, et fournit une estimation de puissance des signaux reçus.

- La **mise en œuvre** pratique nécessite quelques réglages préalables :
  - le seuil est ajusté d'après une estimation préalable de la matrice de covariance « bruit seul » (en l'absence de sources $R_{BB} = \sigma_B^2 I_{Nant}$, en présence de sources $R'_{BB} = \sigma_B^2 I_{Nant\text{-}NS}$) ;
  - les valeurs propres sont classées par ordre croissant, les valeurs les plus élevées correspondant à la puissance des sources utiles et/ou à la puissance des sources de brouillage (figure **18**).
- Cette méthode de détection est **aisément applicable et efficace**, dès lors qu'une référence bruit seul fiable peut être constituée avec précision, au moyen par exemple :
  - d'une calibration préalable de la chaîne de réception ;
  - d'une estimation de R_{BB} sur des canaux fréquentiels non occupés ;
  - d'une estimation de R_{BB} dans les intervalles vides entre signaux impulsifs, etc.

  La méthode est, par ailleurs, d'autant plus fiable que les signaux et les brouilleurs sont forts et bande étroite, que la matrice R_{XX} est estimée par des intégrations longues (réduisant l'impact du bruit et augmentant de ce fait le contraste sur les signaux).

Sous une forme simplifiée, ne faisant intervenir que l'estimation des plus fortes valeurs propres de R_{XX} , cette méthode de détection permet aussi de détecter les situations de multi-émissions et de brouillages.

2.7.3 Goniométrie MUSIC à l'ordre statistique 2 des sources en entrée d'antenne

Le détecteur *MUSIC* précédent peut être complété par une goniométrie haute résolution produite à partir de la réduction canonique (explicitée § **2.5**) de la matrice d'auto-corrélation R_{XX} du signal, en estimant les directions propres du « sous-espace bruit », afin d'élaborer un critère de projection.

- **Détermination du « sous-espace bruit »**

  Le « sous-espace bruit » est déterminé d'après les plus faibles valeurs propres de R_{XX} et les directions propres correspondantes qui sont les N_{ant}-N_S vecteurs colonnes u_{Ns+1}, ... u_{Nant} contenus dans la matrice U_B explicitée plus haut [U_B de taille N_{ant} ($N_{ant} - N_S$)]. Le bruit étant supposé spatialement blanc, temporellement indépendant des signaux sources (vecteurs directeurs A_S) et des signaux brouilleurs cohérents (vecteurs directeurs A_J), les vecteurs colonnes de U_B sont orthogonaux entre eux, orthogonaux aux vecteurs directeurs des sources A_S et orthogonaux aux vecteurs directeurs des brouilleurs A_J .

  Un projecteur orthogonal sur le « sous-espace bruit » peut ainsi être construit à l'aide des U_B (sous la forme $\mathrm{proj}_B(A) = U_B^H A$). Ce projecteur annule les vecteurs directeurs A_S des sources et les vecteurs directeurs A_J des brouilleurs et la puissance $(U_B^H A)^H$ $(U_B^H A)$ du signal en sortie de ce projecteur définit donc, après une normalisation convenable, un critère P dont on peut rechercher les minima (correspondant aux signatures spatiales et incidences Θ induites par les « sources » et les « brouilleurs »).

Le critère s'écrit formellement de la façon suivante :

$$P\,[A(\Theta)] = \frac{A(\Theta)^{H}[U_{B}U_{B}^{H}]\,A(\Theta)}{A(\Theta)^{H}\,A(\Theta)} \underset{\Pi_{B}=[U_{B}U_{B}^{H}]}{=} \frac{A(\Theta)^{H}\prod_{B}A(\Theta)}{A(\Theta)^{H}\,A(\Theta)}$$

$$\hat{\Theta} = \underset{\Theta'}{\arg\min}\,[\|P\,(A(\Theta'))\|]$$

La figure **19** donne la structure et les principales étapes du filtre *MUSIC* à l'ordre statistique 2.

- **Interprétation de vecteurs directeurs déterminés**

  Les vecteurs directeurs déterminés par le critère de projection correspondent effectivement aux sources réelles lorsque celles-ci sont non-cohérentes (dans le cas de sources cohérentes spatialement ou temporellement, la partie « signal » de la matrice de covariance R_{XX} subit une réduction de rang (rang (R_{AA}) < N_S), on ne peut alors déterminer que des vecteurs directeurs « composites » (c'est-à-dire des combinaisons linéaires des vecteurs directeurs « réels » des sources).

  En pratique, la méthode reste robuste pour des cas de corrélations spatiales et temporelles moyens à fort (figure **20**), mais trouve notamment ses limites dans les cas de corrélation temporelle très forte entre signaux. Le lecteur désirant approfondir ces questions pourra consulter par exemple les articles ().

2.7.4 Modèle de réseau d'antenne ou de table de calibration

Les vecteurs directeurs des sources A_S (Θ_0) $A_S\,(\Theta_0')$, etc. étant estimés par minimisation du projecteur sur l'espace bruit, il reste à obtenir les meilleures estimées de la direction des sources d'après un ensemble $\{A_S\,(\Theta_1'),\,...,\,A_S\,(\Theta_J')\}$ de vecteurs calibrés normalisés, pré-calculés d'après un modèle d'antenne, ou d'après une calibration expérimentale.

Pour cela, comme en interférométrie, le critère principalement utilisé est lié à une norme hermitienne ou à un produit hermitien associé à cette norme, et à une projection sur l'espace vectoriel engendré par les vecteurs directeurs calibrés.

Exemple

La « meilleure » estimée $\hat{\Theta}_0$ de la direction Θ_0 de la source vérifiera soit un critère dit de :

- **minimisation « *rms* »** (pour « *root mean square* ») ou dits « moindres carrés » :

$$\hat{\Theta}_0 = \underset{\substack{\Theta' \\ A_S(.)=[1\ A_{S12}(.)\ \ A_{S1N_{ant}}(.)] \\ A_S(\Theta')\in Vect\{A_{S1}(\Theta_1')...A_{SJ}(\Theta_J')\}}}{\arg\min} \left[\|A_S\,(\Theta_0) - A_S\,(\Theta')\|^2\right]$$

- **maximisation « *xcorr* »** (pour « corrélation ») :

$$\hat{\Theta}_0 = \underset{\substack{\Theta' \\ A_S(.)=[1\ A_{S12}(.)\ \ A_{S1N_{ant}}(.)] \\ A_S(\Theta')\in Vect\{A_{S1}(\Theta_1')...A_{SJ}(\Theta_J')\}}}{\arg\max} \mathrm{Re}\left[A_S\,(\Theta_0)^{H} A_S\,(\Theta')\right]$$

Les deux critères sont équivalents dès lors que la norme utilisée et le produit hermitien se correspondent bien (par l'identité $||a||^2 = a^H\,a$) et que les définitions et contraintes de normalisation en phase et amplitude des vecteurs directeurs mesurés et calibrés sont bien les mêmes.

C'est nominalement le cas pour un réseau d'éléments antennaires homogènes sans couplages (donc sans fluctuations d'amplitude entre les composantes des vecteurs directeurs correspondant aux différentes incidences) et cela correspond alors à la mise en œuvre la plus simple.

Toutefois, le second critère est considéré en pratique comme plus robuste aux éventuelles imperfections non/mal compensées du réseau antennaire (couplages entre éléments dépendant de l'angle, erreurs de calibration, etc.) et plus facile à mettre en œuvre, car moins sensible aux normalisations appliquées.

Le cas échéant, pour tenir compte des effets de fluctuations sur les signaux captés par les différents éléments du réseau antennaire (*fading* lié à la propagation, effets de masques liés à la structure proche de l'antenne, etc.), on met en œuvre des critères « *rms* » ou « *xcorr* » avec des normes ou des produits hermitiens pondérés par les estimations de variance des mesures sur les éléments d'antenne (ces variances dépendent en pratique principalement du rapport signal à bruit estimé sur chaque élément du réseau).

Enfin, le critère étant fixé, des techniques d'interpolation sont mises en œuvre pour affiner la précision (dichotomie, Newton-Raphson, etc.).

2.7.5 Particularités des méthodes à haute-résolution

2.7.5.1 Capacité de séparation de source et résolution angulaire :

- **Théorie et pratique**
  L'apport de *MUSIC* est, en théorie, nul par rapport à l'interférométrie dans une situation de source unique reçue à fort rapport signal à bruit. Toutefois, même dans des situations proches de l'idéal, *MUSIC* s'approche en pratique mieux des bornes de Cramer Rao et fournit, par ailleurs, un diagnostic intrinsèque des conditions de réception (par l'estimation des valeurs propres signal et bruit) qui permettent de fiabiliser les estimations angulaires et qui, ajouté au critère « *xcorr* », fournit un indicateur fiable de leur qualité.
  - **Application en environnement complexe**
    Dès que l'environnement se complexifie, les performances d'un goniomètre à haute résolution deviennent très supérieures à celles d'un interféromètre classique placé dans les mêmes conditions :
    - augmentation de la précision et de la sensibilité ;
    - meilleure capacité à séparer des émissions multiples ;
    - meilleure capacité à diagnostiquer et séparer les trajets multiples, etc.
  - **Pouvoir séparateur**
    Le pouvoir séparateur de ce genre de méthode est au maximum $N - 1$ sources, et généralement compris entre $N/2$ et $N - 1$ sources de corrélation moyenne à forte, selon la constitution de l'antenne, les prétraitements et la connaissance *a priori* de l'environnement radioélectrique dans lequel le radiogoniomètre opère (et notamment la disponibilité, ou non, d'une référence bruit préalable à la mise en œuvre qui, lorsqu'elle est disponible, permet d'estimer précisément le nombre de sources N_S sans dépenser de degré de liberté).

Par ailleurs, au contraire du filtre Capon, *MUSIC* est non biaisée asymptotiquement et présente, de ce fait, un pouvoir séparateur qui s'accroît tant que l'intégration en temps est possible ($K \to \infty$).
Cette propriété rend la **méthode particulièrement intéressante pour un réseau antennaire à faible nombre d'éléments**.

Ci-dessus : Exemple d'application du filtre *MUSIC* à l'ordre statistique 2 aux cas de corrélation moyens entre deux sources d'incidences $\boldsymbol{\Theta_0}$ **et** $\boldsymbol{\Theta_0'}$

Exemples

• **Pour deux sources de puissance reçue identiques** $|\alpha_S|^2\ \pi_S$, Johnson et DeGraaf ont établi que la séparation angulaire optimum $\Delta\Theta$ entre deux sources obtenue par *MUSIC* vérifie une loi du type suivant :

$$\tilde{K}\rho_{SNR} \propto \left(\frac{2\Theta_{3dB}}{\Delta\Theta}\right)^4 \text{ avec } \tilde{K} \approx \frac{1}{\frac{\sigma_B^2}{|\alpha_S|^2\pi_S}\frac{\gamma^2}{N_{ant}^2}+\frac{1}{K}} \underset{\gamma\to 0}{\approx} K$$

avec :

- ρ_{SNR} : rapport signal à bruit + interférences +brouilleurs de chaque source en entrée en valeurs réelles,
- N_{ant} : nombre d'antennes,
- $2\Theta_{3dB}$: ouverture du lobe principal du réseau,
- $|\alpha_S|^2\,\pi_S$: puissance (identique) des deux sources reçues sur le réseau,
- σ_B^2 : puissance de bruit,
- K : nombre d'échantillons indépendants pour l'intégration cohérente de R_{XX} ,
- $0 \leqslant \gamma \leqslant 1$: coefficient sans dimension défini par l'étalement de la distribution des valeurs propres de l'estimée de la matrice bruit + brouilleur R_{JJ} + R_{BB} (si $R_{BB}+R_{JJ}=(\sigma_B^2+\sigma_J^2)I$, c'est-à-dire le signal bruit + brouilleur spatialement blanc, alors asymptotiquement γ → 0 lorsque $K \to \infty$),
- $\tilde{K}$: nombre d'échantillons spatio-temporels «équivalents», égal à K lorsque $\gamma = 0$).

• **Pour le cas d'une antenne linéaire équi-espacée**, une formulation exacte a été établie par Germain *et al.* :

$$K\rho_{SNR} = \left(1{,}6\frac{2\Theta_{3dB}}{\Delta\Theta}\right)^4$$

- **En pratique (avec $K\,\rho_{SNR} \succ 100$)**
  La résolution angulaire $\Delta\Theta$ devient meilleure que le demi-lobe d'antenne, mais surtout elle augmente indéfiniment avec la durée d'intégration en devenant indépendante du nombre d'antenne. Par exemple, avec $K\rho_{SNR}$ = 1 700 (32 dB), elle est de l'ordre du quart du lobe d'antenne. Cela justifie l'appellation « haute résolution » et l'intérêt particulier de cette méthode pour les antennes réseau à faible nombre d'éléments.

2.7.5.2 Réduction des risques de biais en estimation d'incidence

Ces bonnes propriétés des méthodes à « haute » résolution $\Delta\Theta$ sont liées au fait que, sauf dans le cas de corrélations temporelle ou spatiale très fortes (on parle alors de « cohérence »), les biais d'estimation intrinsèques tendent asymptotiquement vers 0 (la méthode est alors dite « asymptotiquement non biaisée »).

Toutefois, les ambiguïtés potentielles subsistent et liées au réseau antennaire. Les ambiguïtés d'ordre 1 sont généralement bien contrôlées par la conception de l'aérien, mais, malgré des progrès récents (voir par exemple l'article de Ferréol et Chevalier), il n'est généralement pas possible d'annuler les ambiguïtés à tout ordre. Les risques pratiques de biais, ou d'erreur d'estimation liés aux ambiguïtés de réseau, augmentent de ce fait en pratique avec un nombre de sources reçues supérieur, ou égal, à 2 ou 3.

2.7.5.3 Précision et fiabilité accrues sauf en cas de multi-trajets cohérents

L'avantage pratique de *MUSIC* par rapport à l'interférométrie est donc bien réel dans les situations de multi-émissions, d'interférences, de brouillages et de multi-trajets.

Par ailleurs, l'avantage de *MUSIC* par rapport à CAPON est significatif dans les situations de multi-trajets corrélés. La différence se manifeste particulièrement pour des réseaux antennaires à ouverture réduite et faible nombre d'éléments (aériens compacts). *MUSIC* résiste à des niveaux de corrélation moyens à fort, tandis que CAPON est très vite biaisé, même à des niveaux de corrélation faibles (qui sont très fréquents en pratique sur les réseaux de petite ouverture).

En l'absence d'erreur de modèles, et sous réserve d'une intégration suffisante :

- des **résolutions d'une fraction de lobe** (typiquement, le quart de lobe), et bien meilleures que celles des méthodes à super résolution, sont atteignables par *MUSIC* qui gagne un facteur environ 2 en résolution angulaire par rapport à CAPON lorsque $\tilde{K}/N > 16$;
- des **précisions extrêmes** (le dixième de lobe, voire mieux...) sont atteignables dans des conditions idéales.

La précision angulaire ultime est indexée en première approximation sur la borne de Cramer Rao mono-source vue plus haut. La borne de Cramer Rao est *grosso modo* approchée convenablement pour toutes les sources reçues avec un SNR suffisant, et séparées spatialement et temporellement par la méthode.

2.7.5.4 Limites dues au système d'antenne et de réception

La précision et la résolution sont aussi conditionnées par la précision de la calibration en phase et en amplitude des *N* voies de réception et des éléments du réseau antennaire.

En pratique, bénéficier pleinement des performances de *MUSIC* nécessite des précisions d'appairage en phase de l'ordre du degré en phase et de l'ordre de 0,1 dB en amplitude, à la fois sur l'antenne et sur la réception. Cela requiert une instrumentation de très haute technologie.

> Ainsi, **les erreurs de modèle ou de calibration constituent souvent la limitation principale des méthodes à haute résolution**, et les efforts algorithmique et calculatoire doivent en tenir compte lors de la conception du goniomètre.

2.7.5.5 Risque de faillite de la méthode si cohérence

MUSIC ainsi que la plupart des méthodes qui font l'hypothèse de sources indépendantes, devient toutefois inopérant dans les situations où la matrice R_{XX} est singulière, ce qui survient principalement en cas de cohérence spatiale ou temporelle de sources ou de multi-trajets de propagation (y compris les cas d'ambiguïté de réseau).

Des corrélations parfaites entre signaux reçus, soit provoquées par la physique de la propagation, soit provoquées par les ambiguïtés de réseau, induisent des pertes de rang du sous-espace signal, en rendant alors impossible la discrimination des sources : la méthode produit en sortie des vecteurs directeurs composites, combinaisons linéaires des vecteurs directeurs des sources cohérentes.

2.7.5.6 Application pratique en HF

Dans le cas de multi-trajets en propagation ionosphérique [TE 6 890], une dé-corrélation significative résulte généralement du Doppler différentiel et du temps de groupe différentiel existant entre les trajets associés aux différents modes de propagation ionosphériques du signal.

La capacité, procurée par la goniométrie à haute résolution, à séparer en azimut et en site les trajets directs et multiples réfléchis par l'ionosphère ouvre la voie à la réalisation de systèmes de localisation à station unique performants (§ **6**).

2.7.5.7 Application pratique en VHF et UHF en urbain

- Dans le **cas de multi-trajets en propagation urbaine** [TE 6 890], la décorrélation spatiale résulte, en pratique, des écarts angulaires entre les différents réflecteurs du signal source ; sans être systématique, elle est cependant fréquente.
  La dé-corrélation temporelle est par contre, très liée à la bande instantanée du signal lui-même et à la proximité (ou non) des réflecteurs par rapport à l'émetteur et au goniomètre (figure **21**).
  Toutefois, l'impact des réflecteurs proches de l'émetteur sur la distribution angulaire, sur les fluctuations du vecteur composite et, finalement, sur le biais d'estimation de l'incidence *Θ*, est généralement bien moindre que celui des réflecteurs proches du radiogoniomètre, pour lesquels la distribution spatiale en zone urbaine est fréquemment beaucoup plus isotrope.
- Dans les **cas d'environnements urbains denses et en intérieur**, la dé-corrélation temporelle n'est, en pratique, effective que pour des signaux à large bande instantanée, et pour un environnement suffisamment dégagé à proximité de l'antenne de réception. Une limite, souvent considérée en pratique pour le domaine d'application de *MUSIC* face aux situations de multi-trajets, est un taux de corrélation temporelle inférieur à 0,9 :
  - pour un signal GSM de bande instantanée environ 270 kHz, cela correspond à une différence de

distance parcourue supérieure à 275 m environ, entre deux trajets ;

- pour un signal UMTS de bande instantanée environ 3,8 MHz, cela correspond à une différence de distance parcourue supérieure à 20 m environ, entre deux trajets.

2.7.5.8 Puissances de calcul nécessaires

Alors que leurs fondements ont été élaborés dans les années 1970 et 1980, les puissances de calcul importantes nécessaires à l'application des méthodes à haute résolution, même pour des analyses en bande étroite, ont été un frein à leur dissémination rapide dans des systèmes de mesures radioélectriques. De plus, les calculs requis peuvent augmenter considérablement avec la bande d'analyse et la durée d'intégration nécessaire à la bonne convergence de l'estimation de R_{XX} dans les cas les plus difficiles (rapport signaux à bruit faibles, voire négatifs).

La complexité augmente aussi substantiellement lorsque l'on utilise des réseaux de large ouverture relative pour la recherche de performances extrêmes : l'échantillonnage angulaire de l'espace doit être affiné en raison de la meilleure résolution.

En pratique, des compromis doivent donc être élaborés entre la précision instrumentale atteignable et les ressources de calcul disponibles. Toutefois, les calculateurs embarqués actuels sont bien adaptés pour une mise en œuvre efficace des méthodes à haute résolution, même dans les cas d'application aux signaux en bande large : c'est particulièrement le cas des ordinateurs multi-processeurs, largement éprouvés aujourd'hui pour des implantations fortement parallélisées de ces techniques, chaque cœur de processeur traitant, par exemple, un ensemble de canaux fréquentiels issus d'un filtrage par Transformée de Fourier discrète.