XI'AN JIAO TONG UNIVERSITY DEPARTMENT OF COMPUTER SCIENCE AND TECHNOLOGY

Homework #1

姓名: magicwenli - 学号: 21xxxxx

课程: 优化方法 - 教授: Mr. WenLi - 日期: 2020/4/13

问题1

证明: 范数 ||·|| 的对偶范数满足范数的定义

$$||z||_* = \sup\{z^T x : ||x|| \le 1\} = \sup\{z^T x : ||x|| = 1\}$$

解:

$$||z||_* = \max_{||x|| \le 1} \sum z_i x_i$$

- 1. 正定性:如果 z = 0, 显然 $||0||_* = 0$.
- 2. 非负性: 如果 $z \neq 0$, 则 $\|x\| \neq 0$. 由于 $x = \frac{z}{\|z\|}$, 有 $\|z\|_* \leq \frac{\|z\|_2^2}{\|z\|} > 0$. 特别的,如果 $\|z\|_* = 0$,则必有 z = 0.
- 3. 齐次性:
 由范数定义,有:

$$||tz||_* = \max_{\|x\| \le 1} |z^T tx| = \max_{\|x\| \le 1} |t| |z^T x| = |t| \max_{\|x\| \le 1} |z^T x| = |t| ||z||_*$$

4. 满足三角不等式: unknow.