660+880多元函数思维导图

思维导图对应660讲解在b站：考研数学峰哥

有数学问题咨询峰哥微信：qinghuafengge

概念

- 极限：limf(x,y)=A(洛必达，单调有界不能用，通常是夹逼准则计算）（226）（228）2.1，2.2，2.3
  - 选择特殊路径证明极限不存在一般是y=kx（227）（231）
- 连续：limf(x,y)=f(x0,y0)
- 极限的保号性：如果limf(x,y)>0，那么存在δ>0,使得f(x,y)>0(247)（254）
- 偏导数：（230）（232）（239）（241）（242）z1.4
- 二阶偏导数：特指fxy,fyx,fxx,fyy（94）（243）2.9，2.10，
- 可微：
  $\Delta z = A\Delta x + B\Delta y + o(\rho)$.
- 判断可微一般从如下结论（237）（238）z3.14，
  - 偏导数连续是可微的充分条件
  - 定义法：（229）
- 偏导数连续的证明：（234）（237）
- 连续，可偏导、可微之间的关系：（240）z1.3 T2
  - 偏导数连续 ⟹ 可微 ⟹ 连续 ⟹ 极限存在(全方向)
  - 可微 ⟹ 偏导数存在(某方向双侧)
  - 可微 ⟹ 方向导数存在(某方向单侧)(仅数学一)

复合函数求导法

- 链式求导法则：第一步确定函数关系（一般是通过树状图），第二步确定自变量因变量个数，因变量的个数以及对应的字母，第三步求导即可。（85）、（87）、（90）、（91）、（92）、（93）、（103）（244）（245）1.6，2.5，3.1，3.7，3.8,z3.1,z3.2,z3.3,
- 全微分的形式不变性（101），（102）（246）、2.4，2.6，2.11
  - 此即为全微分形式不变性.

隐函数求导法

- 一个方程的类型
  - 可以对等式两边直接求导，把z看作x,y的函数直接求导即可，注意此时x,y是独立变量，各自互不影响
  - 公式法求导：
    $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F'_x}{F'_z},\ \frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F'_y}{F'_z}$.
- 多个方程约束的类型
  - 看作隐函数求导，对不同方程求导后联立解出来所求的导数（100）2.14，z3.16，
  - 雅可比变换法：
  - 2.7，2.8，3.2，

隐函数存在定理

- 设F（x,y,z）=0,若满足F(P)=0,且对于F'z(P)≠0，那么我们可以确定z=z(x,y)的函数关系 1.3

二元函数极值最值和一元函数的关系（248）（250）

- 如果二元函数取到极值，那么对应的的一元函数也是取极值的
- 如果二元函数取到唯一极值，那么该点未必是最值

计算具体点的偏导数

- 求出对应的偏导数带值，
- 先带后求，比方说对x求偏导数，可以先把y的函数值带入化简为一元函数求导（86），（88），（89）
  - （86），（88）、（89），1.1，1.2
- 偏导数定义

多元函数的极、最值

- 无条件极值（104）、（105）（250）（253），z1,2,z3.6,z3.7,z3.8，z3.10，z3.11，
  - 1.先算一阶偏导数为零的点2.计算二阶偏导数fxx,fxy,fyy,3验证AC-B^2>0(<0)大于零的话就存在极值，小于零该点不是极值，并且A>0是对应极小值，A<0是极大值
  - 1.4，1.5
- 条件极值（拉格朗日函数法）（251）（252）（255）3.5，3.6，z3.5,z3.9，z3.17，
  - 也可以考虑对所给条件带入化简，简化为一元函数然后根据单调性确定函数的最值

偏微分等式

- 已知偏导数或偏增量的表达式，求解f(x,y)（95）、（96）z2.1,z2.2,z3.12，
- 给出变换，化已知偏微分方程为常微分方程

已知极限求解偏导数

- 极限脱帽法（97）、（98数学二三，）（235）（236）
- 凑微分的定义

全微分的性质

全微分的性质如果某个函数f(x,y)存在全微分形式，那么对应的fxy=fyx（99）

方向导数(数学一)（98数学一）

$$\left.\frac{\partial u}{\partial l}\right|_{P_0} = \lim_{t\to 0^+}\frac{u(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y, z_0+\Delta z)-u(x_0,y_0,z_0)}{\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2}}$$
$$= \lim_{t\to 0^+}\frac{u'_x(P_0)\Delta x+u'_y(P_0)\Delta y+u'_z(P_0)\Delta z+o(t)}{\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2}}$$
$$= u'_x(P_0)\cos\alpha+u'_y(P_0)\cos\beta+u'_z(P_0)\cos\gamma.$$