```
思维导图对应660讲解在b站: 考研数学峰哥
                                                             有数学问题咨询峰哥微信: qinghuafengge
                                                                                                                                                                                      在△x趋于0时的极限a如果存在,a
                                                                                                                                                                                      即为在xo处的导数,记作f(xo)或
                                                                                                                                                                                      df(xo)/dx (2020年数学一第二
                                                                                                                                                                            数学表达式: f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}
                                                                                                                                                                                                                                      1.3、1.14,2.13, (数学一二
                                                                                                                                                                                                                                      3.8) (数学二3.6) z2.1,z3.19,
                                                                                                                                                                                                                                      (数学三z3.22,数学二z3.25)
                                                                                                                                                                              微分定义: 当函数f(x)的自变量x在
                                                                                                                                                                              一点xo上产生一个增量△x时函数值
                                                                                                                                                                              的增量∆y
                                                                                                                                                                             数学表达式: \Delta y = f'(x)\Delta x + o(\Delta x)
                                                                                                                                                                                                                     1.6,2.11
                                                                                                                                                                            导数的几何意义: 函数y=f(x)在
                                                                                                                                                                            x0点的导数f'(x0) 的几何意义: 表
                                                                                                                                                                            示函数曲线在点P (x0,f (x0))处
                                                                        闭区间连续函数的零点定理
                                                                                                                                                                            的切线的斜率 (导数的几何意义是
                                                                                                                                                                            该函数曲几何意义是曲线在这一点
                                                                            逆用罗尔定理进行判断
                                                                                                                                                                            上的切线斜率)。
                                                                计算过程,一般是求导,根据单调
                                                                                                                                                                            导数定义求极限:本质上是凑导数
                                                                性确定函数的大致图像,然后根据
                                                                                                                                                                                                                  29, 30, 31, 47, 150
                                                                                                                                                                            定义的形式求解极限
                                                                零点定理大致确定函数的图像即可
                                                                                                                                                                                                                  1.2, 2.2, 2.3, 2.6,z2.6
                                                                                                                                                                                             (\sin x)' = \cos x, (\cos x)' = -\sin x
                                                                 (数学一二3.32,数学三3.29,)
                                                                                                                                                                                             (\tan x)' = \sec^2 x, (\sec x)' = \sec x \tan x
                                                                                                                                                                                            (\csc x)' = -\csc x \cot x, (\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}, (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}
                                                                  (数学一二, 3.33,3.34, 数学三
                                                                3.30,3.31)
                                                                                                                                                                           基本求导公式: (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}
                                                                z1.9,z1.10,z1.11,z3.11,z3.21 (
                                                                                                                                                                                            (x^a)' = ax^{a-1}, (\ln x)' = \frac{1}{x}, (\ln |x|)' = \frac{1}{x}
                                                                数学二z3.26)
                                                            如果导数在有限区间有界,则函数
                                                                                                                                                                            隐函数求导:通常就是等式两边求
                                                            是有=有界的
                                                                                                                                                                            导,把y看做x的函数求导即可
                                                                                                                                                                                                                  3.3,3.4,z3.2
                                                            如果i函数有界,导数未必是有界的
                                                                                                                                                                            参数方程求导(2020年数学一第
                                                                                                                                                                                                              \frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}
                                                                                                  导数和函数的关系
                                                                                     167,168
                                                                                                                                                                             10题):
                                                                                                                                                                                                                                           (数学一二3.5、3.6,)
                                                                                        z1.8,
                                                                                                                                                                            幂指函数求导:通常改写为e^vlnu
                                                                                                                                                                            求导,
                                                                                                                                                                                                                  32
                                                                              导数定义
                                                                       2.1
                                                                                                                                                                            分段函数求导: 分段点用导数定义
                                                     如果满足F(x)=f(x)|x-a|且满足
                                                                                                                                                                                                                  26, 27, 28, 146, 147, 148
                                       151, 153
                                                                                                                                                                            求导, 非分段点用求导公式求
                                                     f(a)=0,那么x=a点F是可导的
                                                                                                                                                                                                                  1.1,z3.1
                 1.4、1.5、1.1、,2.17,z1.5,z3.5
                                                                                                                                                                            反函数求导: x' = \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{x}}, x'' = -\frac{y''}{(y')^3}
                                                                 1.满足包双侧
                                                                2.满足不可跨
                                                                                  判断函数是否可导 (149)
                                                                                                                                                                            多项乘方开方求导:一般采用取对
                                                                                   (154)
                                                                3.满足阶相同
                                                                                                                                                                            数化乘积为求和,或者整体令一个
                                                                                                                                                                            函数求解 (33)
     (数学一二3.13,数学三3.11),
                                                                                                                                                                            复合函数求导:
     (数学一二3.17, 数学三3.15)
                                                                                                                                                                                               3.1,3.2
     (数学一二3.18, 数学三3.16)、
                                                                                                                                                                            变限积分求导: (37)、(38)
     (数学一二3.19, 数学三3.17)
                                                                                                                                                                             (155)
     (数学一二3.20,数学三3.18)
     (顺数学一二3.21,数学三3.20)
                                                                      拉格朗日中值定理
                                                                                                                                                                                         数学归纳法:一般就是试探法,求
     (数学一二3.22,数学三
                                                                                                                                                                                         一阶导,二阶导然后归纳结论就行
                                                                                                                                                                                                                             1.12,2.15, 3.9,z3.18
                                           设f(x) 在[a,b]连续,在(a,b)可导,
    3.21) ,z1.12,z2.4
                                                                                                                                                                                                             (e^x)^{(n)} = e^x, (\sin x)^{(n)} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), (\cos x)^{(n)} = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)
                                                                                                                                                                                         高阶导公式: (40) \left(\frac{1}{ax+b}\right)' = \frac{(-1)^n a^n n!}{(ax+b)^{n+1}}
                                           那么满足f(b) - f(a) = f'(\xi)(b-a)[a < \xi < b]
                                                                                                                                                                                         莱布尼茨求导法: (数学三41)
                                                                                                                                                                            高阶导数
                                                                                                                                                                                                (uv)^{(n)} = \sum_{k=0}^n C_n^k u^{(n-k)} v^{(k)}
 (数学一二3.14,数学三3.12)、
                                                                                                                           660+880题第二章思维导图
                                                                        罗尔定理
 (数学一二3.15, 数学三3.14),
                                                                                                                                                                                         泰勒展开求高阶导:
(数学一二3, 16, 数学三3.14)
                                      设f(x) \alpha[a,b] 连续,在(a,b)可导,
                                                                                                                                                                                          rac{f^{(n)}(x_{	heta})}{n!}(x-x_{	heta})^n=a_n(x-x_{	heta})^n
z1.4,z3.6,z3.7,
                                                                                                                                                                                                                152
                                      那么满足f(b) = f(a),那么必然在(a,b)内存在一点\xi
                                                                                                                                                                                         对应 rac{f^{(n)}(x_0)}{n!}=a_n
                                                                                                                                                                                                                1.13
                                      使得f'(\xi) = 0
                                                                                                                                                                               d(u \pm v) = du \pm dv
                         (数学一二3.24, 数学三3。
                                                                                  柯西中值定理
                                                                                                                                                                               d(uv) = udv + vdu
                        23) 、(数学一二3.25,数学三

\partial f(x),g(x) 在(a,b) 可导,且g'(x)\neq 0
                                                                                                                                                                               d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{vdu - udv}{v^2}
                        3.24) ,z3.12
                                                              则满足如下 \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(\xi)}{g(\xi)}
                                                                                                                                                             微分的运算:
                                                                                                                                                                                 原函数,一阶导,二阶导的研究:
                                                                  z3.9,z3.10
                                                                                 费马定理: 存在区间内极值且函数
                                                                                                                                                                                 f(x),f'(x)
                                                                                  可导, 那么该点导数为零
                                                                                                                                                                                                        设 y = y(x) 可导且 y'(x) \neq 0,则曲线 y = y(x) 在(x,y) 处的切线斜率为 k = y'(x),法
                                                                                                                                                                                                      线斜率为-\frac{1}{k} = -\frac{1}{v'(x)},于是切线方程为Y - y = y'(x)(X - x),法线方程为Y - y =
                                                                                                                                                                                切线、法线、截距:
               佩亚诺余项f(x) = f(x_{\theta}) + f'(x_{\theta}) \left(x - x_{\theta}\right) + \dots + \frac{f^{(n)}(x_{\theta}) \left(x - x_{\theta}\right)^{n}}{n!} + o\left(x^{n}\right)
                                                                                                                                                                                                      -\frac{1}{y'(x)}(X-x). 令 X=0,则切线在 y 轴上的截距为 y-xy'(x),法线在 y 轴上的截距为 y+
                                                                                                                                                                                                                                                            36, 49, 156
                                                                                                                                                                                                      \frac{x}{y'(x)};令Y=0,则切线在x轴上的截距为x-\frac{y}{y'(x)},法线在x轴上的截距为x+yy'(x).
                                                                                                                                                                                                                                                            1.16,2.11,2.16,z3.3,z3.20,(数学
               拉格朗日余项f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)(x - x_0)^n}{n!} + \frac{f^{(n)}(\xi)(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}
                                                                                                                                                                                                                                                           三z3.21)(数学一二3.23)
   z3.13,
                                                                                                                                                                                                                                     157、158、172、173
                                                                                                           泰勒公式
                                                                                                                                                                                                 单调性的判定: 求导f'(x)>0(<0)
                                                                                                                                                                                                                                     1.15,(数学一二28,数学三27)
                                                                                                                                                                                                 极值的定义:对于函数 f(x),若存在
                                                                             积分中值定理
                                                                                                                                                                                                 点x0的某个邻域,使得在该邻域内任
                (数学一二3.23,数学三3.22)
                                                                                                                                                                                                 意一点x,均有f(x) > f(x0)(或 f(x)
                                                        f(x)dx = (b-a)f(\xi) [a \leq \xi \leq b]
                                                                                                                                                                                                  <f(xo))成立,则称点x0为 f(x)的极
                                                                                                                                                                                                 大值点(或极小值点),f(x0)为函数的
                                                                                                                                                                                                 极大值(或极小值).
                                                                                                                                                                                                                                       1.8
                                                                                                                                                                                极值、单调性
                                                                            构造辅助函数求导单调性
                                                                                                                                                                                                                           设 f(x) 在 x = x_0 处连续,且在 x_0 的某去心邻域 U(x_0,\delta) 内可导
                                                                                                                                                                                                                           ① \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) 时, f'(x) < 0, \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) 时, f'(x) > 0, \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) 的, f'(x) > 0, f'(x) \in (x_0 - \delta, x_0)
                                                                                                                                                                                                 极值的第一充分条件:
                                                                                   拉格朗日中值定理
                                                                                                                                                                                                                          ② 若x \in (x_0 - \delta, x_0) 时, f'(x) > 0, 而x \in (x_0, x_0 + \delta) 时, f'(x) < 0, 则f(x) 在x = x_0
                                                                                                                                                                                                                                                                  42、159
                                                                                             凹凸性
                                                                                                                                                                                                                           ③ 若 f'(x) 在(x_0 - \delta, x_0) 和(x_0, x_0 + \delta) 内不变号,则点 x_0 不是极值点
                                                                                                                                                                                                                                                                  1.17,z1.6,z1.7,z2.3,z2.5
                                                                                                         不等式证明
                                                                                 泰勒展开证明不等式
                                                                                                                                                                                                                        设f(x)在x = x_0二阶可导,且f'(x_0) = 0, f''(x_0) \neq 0
                                                                                                                                                                                                                       若f''(x_0) > 0,则f(x)在该点取到极小值
                                                                    (数学一二3.26, 数学三3.25)、
                                                                                                                                                                                                 极值的第二充分条件:
                                                                                                                                                                                                                        若f''(x_0) < 0,则f(x)在该点取到极大值
                                                                  z1.1,z1,2
                                                                                                                                                                                                 拐点定义:连续曲线的凹弧和凸弧
                                                                                                                                                                                                 的分界点为曲线的拐点
                                                                                                                                                                                                                  ① 判别凹凸性的充分条件.
                                                                                                                                                                                                                  设函数 f(x) 在 I 上二阶可导.
                                                                                                                                                                                                 凹凸性的判别:
                                                                                                                                                                                                                                                    (数学三,34,),43,171
                                                                                                                                                                                                                  a. 若在 I \perp f''(x) > 0,则 f(x) 在 I 上的图形是凹的;
                                                                                                                                                                                                                  b. 若在 I \perp f''(x) < 0,则 f(x) 在 I 上的图形是凸的.
                                                                                                                                                                                拐点和凹凸性
                                                                                                                                                                                                                                                                169、170
                                                                                                                                                                                                                           设 f(x) 在点 x=x_0 处连续,在点 x=x_0 的某去心邻域 U(x_0,\delta) 内二阶导数存在,且在该
                                                                                                                                                                                                 拐点的第一充分条件:
                                                                                                                                                                                                                       设 f(x) 在 x = x_0 的某邻域内三阶可导,且 f''(x_0) = 0, f'''(x_0) \neq 0,则(x_0, f(x_0)) 为拐点.
                                                                                                                                                                                                 拐点的第二充分条件:
                                                                                                                                                                                                              若 \lim f(x) = y_1,则 y = y_1 为一条水平渐近线;若 \lim f(x) = y_2,则 y = y_2 为一条水平渐
                                                                                                                                                                                             水平渐近线:
                                                                                                                                                                                                              若 \lim f(x) = \lim f(x) = y_0,则 y = y_0 为一条水平渐近线.
                                                                                                                                                                                                             若 \lim f(x) = \infty (或 \lim f(x) = \infty),则 x = x_0 为一条铅垂渐近线.
                                                                                                                                                                                             铅直渐近线:
                                                                                                                                                                                                           若 \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = k_1, \lim_{x\to+\infty} [f(x)-k_1x] = b_1, 则 y = k_1x+b_1 是曲线 y = f(x)的一条斜渐
                                                                                                                                                                                             斜渐近线: 近线;
                                                                                                                                                                                                           若 \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = k_2, \lim_{x \to \infty} [f(x) - k_2 x] = b_2, 则 y = k_2 x + b_2 是曲线 y = f(x)的一条斜渐
                                                                                                                                                                                渐近线:
                                                                                                                                                                                             注意: 水平渐近线和斜渐近线不会
                                                                                                                                                                                             在同一侧取到
                                                                                                                                                                                             48, 174
                                                                                                                                                                                             1.18, 1.19, 1.20,2.10,3.27,
```

导数定义: 当函数f(x)的自变量x在

一点xo上产生一个增量△x时函数值

的增量△y与自变量的增量△x的比值

44, 50, 160, 161, 162, 1.9, 1.10, 2.5, (数学一二29) (数学一二30,数学三28) ① 求出 f(x) 在(a,b) 内的可疑点 —— 驻点与不可导点,并求出这些可疑点处的函数值; ② 求出端点的函数值 f(a) 和 f(b); ③ 比较以上所求得的所有函数值,其中最大者为 f(x) 在[a,b]上的最大值M,最小者为 z1.3,z2.2,z3.4, (数学一z3.16) f(x) 在[a,b]上的最小值m. 曲率公式: (34, 数学一, 二), (41, 数学 曲率 $k = \frac{|y''|}{(1+(y')^2)^{\frac{3}{2}}},$ 曲率半径 $R = \frac{1}{k}$ 一, 二) (166) (数学一二3.31) (数学一二 (2022年 z1.13)(数学一二z3.22) 3.10, 3.11,

最值问题: (45) 、 (46)

(163) (164) (165)

曲率和相关变化率问题:

数学二第二题)