平时不熟的公式及结论

高数

多元函数积分学

方向导数

$$\frac{\partial u}{\partial l}|_{P_0} = u_x^{'}(P_0)\cos\alpha + u_y^{'}(P_0)\cos\beta + u_z^{'}(P_0)\cos\gamma$$

积分

定积分

定积分公式

分部积分法

u的各阶导数	u	$\oplus$ u'	$\ominus$ u''	$\oplus$ u'''	$\ominus$ $\cdots$	$u^{(n+1)}$ $(-1)^{n+1}$
$v^{(n+1)}$的各阶原函数	$v^{(n+1)}$	$v^{(n)}$	$v^{(n-1)}$	$v^{(n-2)}$	$\cdots$	v

微分方程

一阶线性微分方程：形如 $y^{'} + p(x)y = q(x)$

$y = e^{-\int p(x)dx}[\int e^{\int p(x)dx} \cdot q(x)dx + C]$

伯努利方程：形如 $y^{'} + p(x)y = q(x)y^n \ (n \neq 0, 1)$

$step:$

(1)先变形为 $y^{-n}\cdot y' + p(x)y^{1-n} = q(x)$

(2)令$z=y^{1-n}$,得$\frac{dz}{dx}=(1-n)y^{-n}\frac{dy}{dx}$,则$\frac{1}{1-n}\cdot\frac{dz}{dx}+p(x)z=q(x)$

(3)代入一阶线性微分方程 $y=e^{-\int p(x)dx}[\int e^{\int p(x)dx}\cdot q(x)dx+C]$

> **二阶可降阶**

> > $1.y''=f(x,y')$型

令$y'=p(x),y''=p'$, 则原方程变为$\frac{dp}{dx}=f(x,p)$

> > $2.y''=f(y,y')$型

令$y'=p,y''=\frac{dp}{dx}=\frac{dp}{dy}\cdot\frac{dy}{dx}=\frac{dp}{dy}\cdot p$,原方程变为$p\frac{dp}{dy}=f(y,p)\Rightarrow p=\phi(y,C_1)\Rightarrow$ 分离变量法

> **二阶常系数非齐次线性微分方程的特解**：形如$y''+py'+qy=f(x)$

设$P_n(x)$, $P_m(x)$分别为x的n次和m次多项式

(1) 当自由项为$f(x)=P_n(x)e^{ax}$时，特解为 $y^*=e^{ax}Q_n(x)x^k$,

$$\begin{cases} e^{ax}\text{照抄} \\ \\ Q_n(x)\text{为}x\text{的}n\text{次多项式} \\ \\ k=\begin{cases} 0 & \alpha\text{不是特征根}, \\ 1 & \alpha\text{是单特征根}, \\ 2 & \alpha\text{是二重根}. \end{cases} \end{cases}$$

(2) 当自由项$f(x)=e^{ax}[P_m(x)\cos\beta x+P_n]$时，特解要设为

$$y^*=e^{ax}[Q_l^{(1)}(x)\cos\beta x+Q_l^{(2)}(x)\sin\beta x]x^k\ ,$$

其中

$$\begin{cases} e^{ax}\text{照抄} \\ l=\max\{m,n\}, Q_l^{(1)}(x), Q_l^{(2)}(x)\text{分别为}x\text{的两个不同的}l\text{次多项式} \\ k=\begin{cases} 0 & \alpha\pm\beta i\text{不是特征根,} \\ 1 & \alpha\pm\beta i\text{是特征根。} \end{cases} \end{cases}$$

线性代数

> 秩越乘越小，越拼越大

$r(AB)\le\min(r(A),r(B))\le r(A|B)\le r(A)+r(B)$

> A转置相关

$r(A)=r(A^T)=r(AA^T)=r(A^TA)$