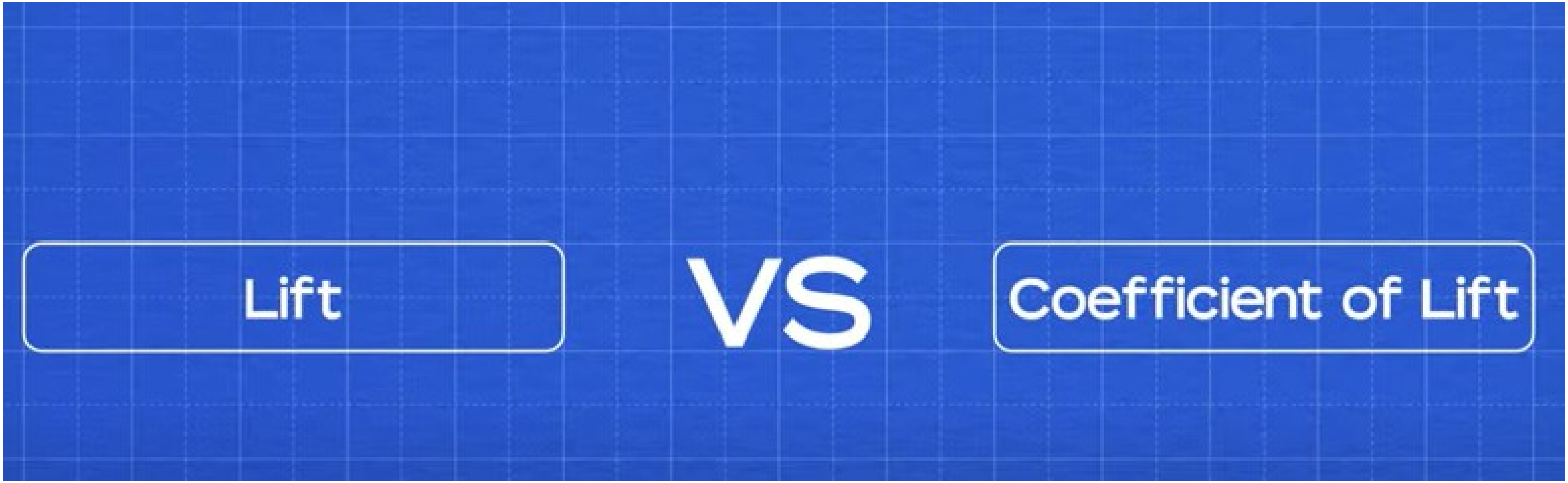
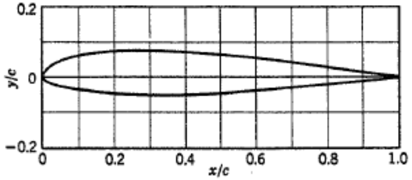
Segunda Aula de Aerodinâmica

Aerodinâmica Não-estacionária

Referência: Cap 10 – Wright & Cooper

Coeficiente de Sustentação





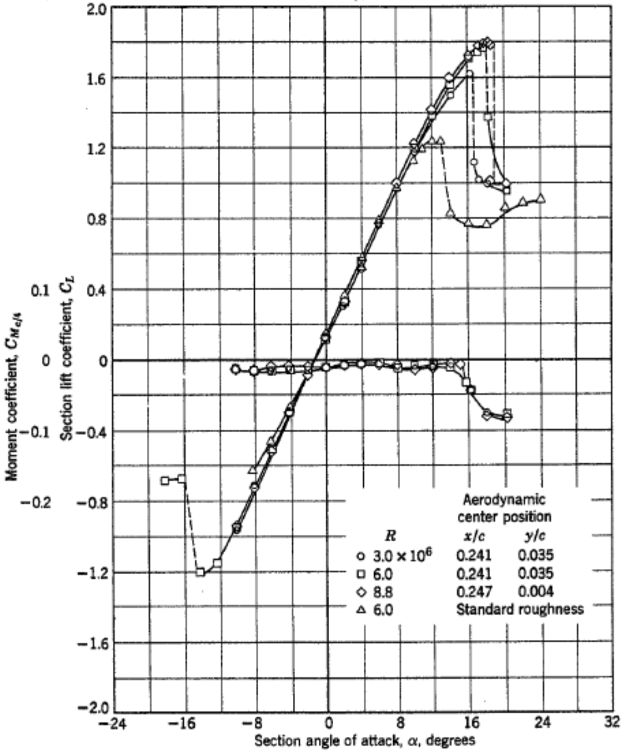
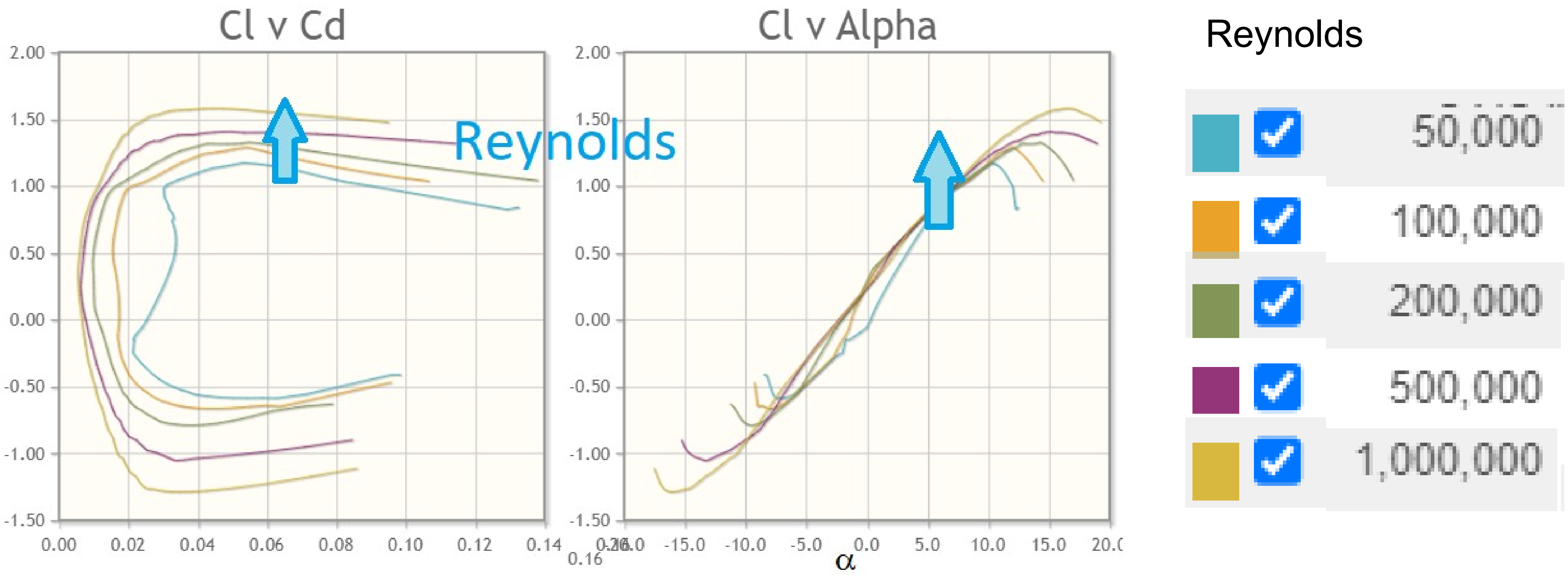


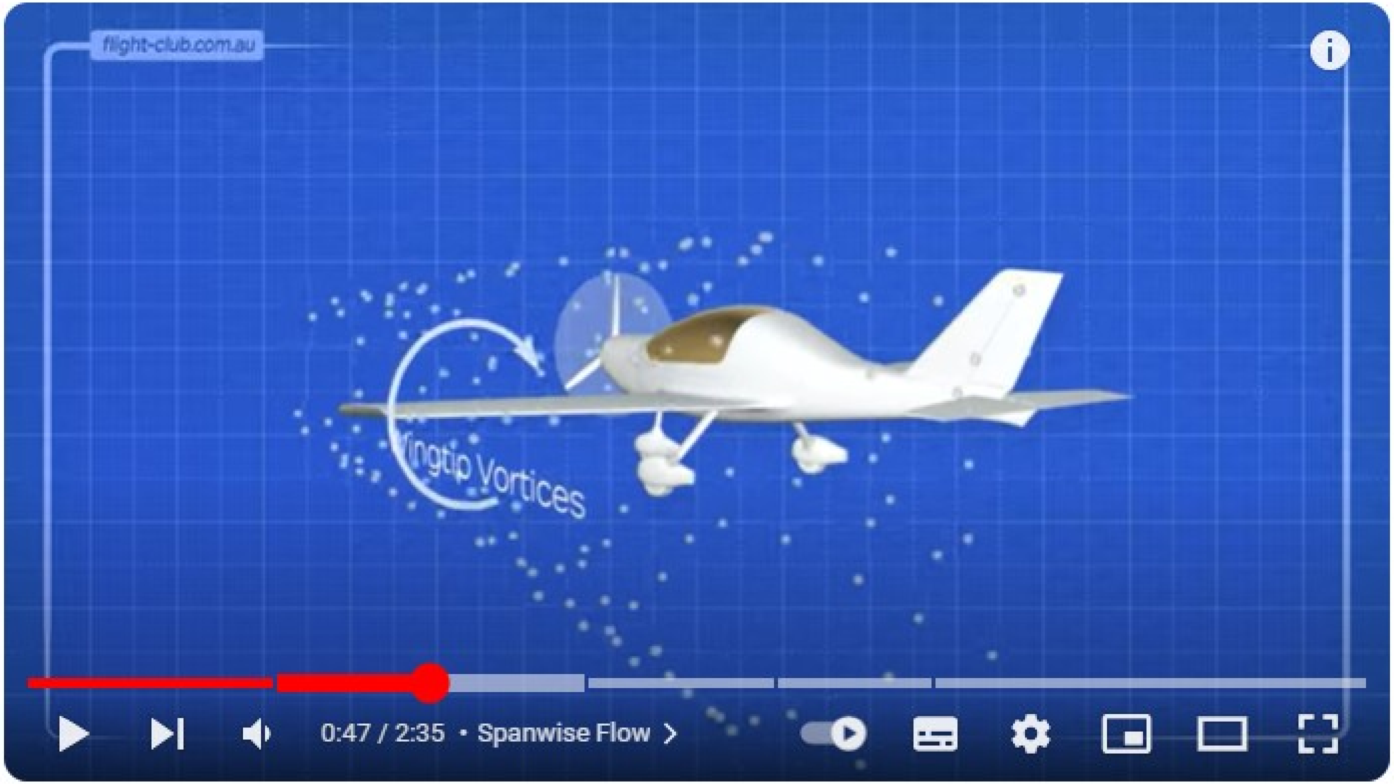
Fig. 1.11. Lift and moment characteristics for the *NACA* 23012 airfoil. The moment is taken about a point located at $^1/_4$-chord length behind the leading edge. The aerodynamic center location is computed from C_L and $C_{M_{c/4}}$ data. The Reynolds number is seen to affect mainly the maximum lift coefficient. (From Abbott, von Doenhoff, and Stivers, *NACA Rept.* **824**. Courtesy of the *NACA*.)

Aerofólio



Cl v Cd
2.00
1.50
1.00
0.50
0.00
-0.50
-1.00
-1.50
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
0.12
0.14
0.16
Reynolds
Cl v Alpha
α
-15.0
-10.0
-5.0
0.0
5.0
10.0
15.0
Reynolds
50,000
100,000
200,000
500,000
1,000,000

Entendendo o Arrasto



Influência dos Tipos de Arrasto

$$C_L = f_1(\alpha, Re, M_\infty)$$
$$C_D = f_2(\alpha, Re, M_\infty)$$
$$C_M = f_3(\alpha, Re, M_\infty)$$

$$M_\infty = \frac{V_\infty}{a_\infty} \qquad Re = \frac{\rho_\infty V_\infty c}{\mu_\infty}$$

RELEMBRANDO

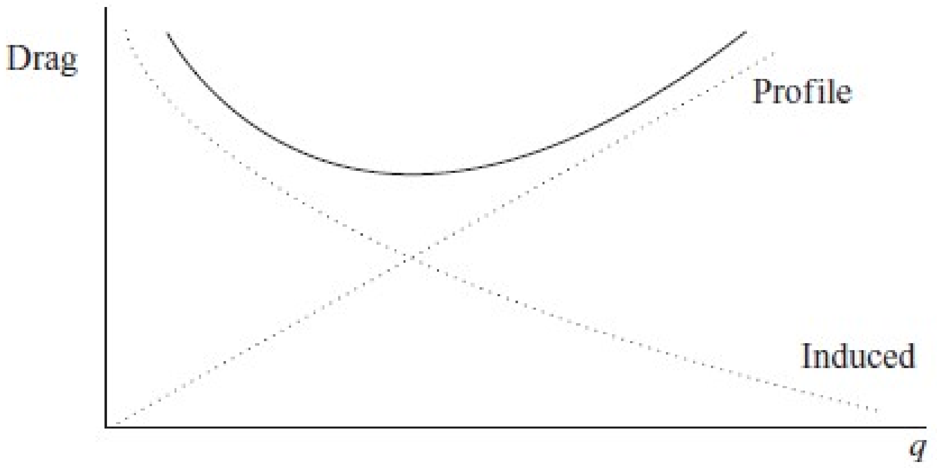


Figure 5.14 Variation of drag with dynamic pressure q.

$$C_D = C_{D0} + C_{Di} = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi e' AR}$$

Como a sustentação é gerada

Recordação 1 - Aerodinâmica estacionária

O Boeing 777 tem uma asa com área em planta de 427,82 m^2.

a) considere um peso de decolagem de 2.250.800N e uma velocidade de decolagem de 71,5 m/s, calcule o coeficiente de sustentação ao nível do mar nas ISA.

b) compare este resultado com coeficiente de sustentação no cruzeiro em Mach = 0,83 a 30000 ft (9,14 Km) com o mesmo peso

O que é aerodinâmica não-estacionária?

- antes: forças e momentos constantes com o tempo

- flutter, manobras e rajadas → devemos incluir o efeito do movimento de superfícies aerodinâmicas sob ação das forças e momentos gerados

Flutter


1000
The various parts of an airplane: wings, tailplane, fin, etc.
flexible and they may
0:35 / 5:52

Aerodinâmica quase-estacionária

- quando o aerofólio aumenta ou diminui o ângulo de arfagem em relação ao escoamento → as forças e momentos variam com o tempo

- considera-se que em qualquer instante de tempo o aerofólio se comporta como se estivesse se movendo com velocidades de arfagem igual aos valores instantâneos → não há efeitos dependentes da frequência

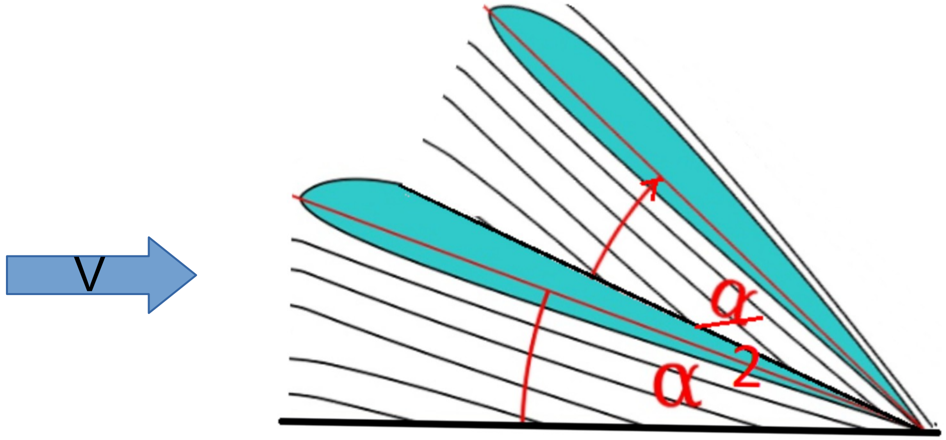
Aerodinâmica não-estacionária

- empregada em modelos mais sofisticados onde se tem flutter e resposta a rajadas de vento
- forças e momentos aerodinâmicos dependem da frequência

Mudança instantânea do ângulo de incidência
Função de Wagner

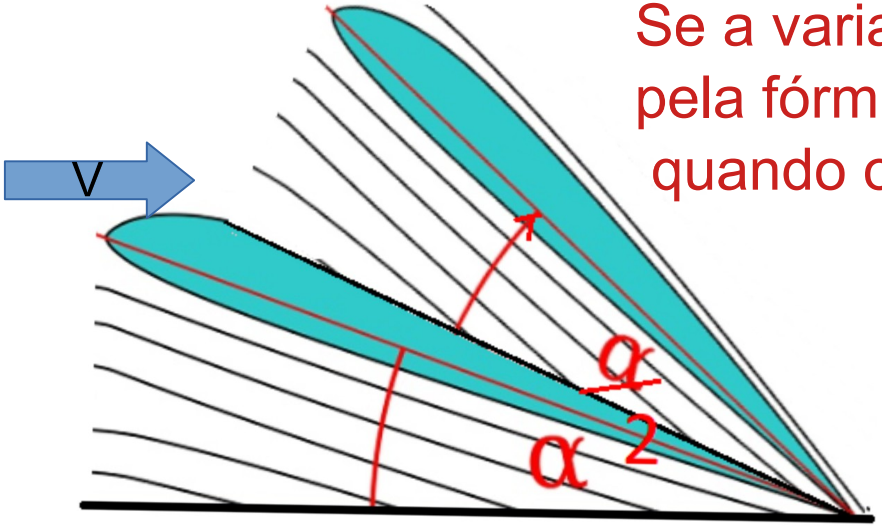
- escoamento não-viscoso e incompressível

- mudança instantânea $\rightarrow \Delta\alpha = \alpha/2 \rightarrow \Delta L = 50\%$
  $\rightarrow$ quase-estacionário



Mudança instantânea do ângulo de incidência
Função de Wagner

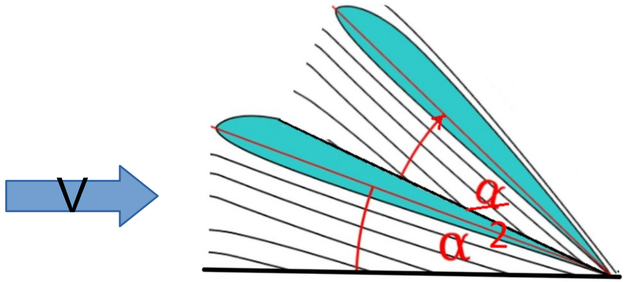
- escoamento não-viscoso e incompressível
- se alterar o ângulo de ataque instantaneamente em 50%→
  $\Delta\alpha = \alpha/2$

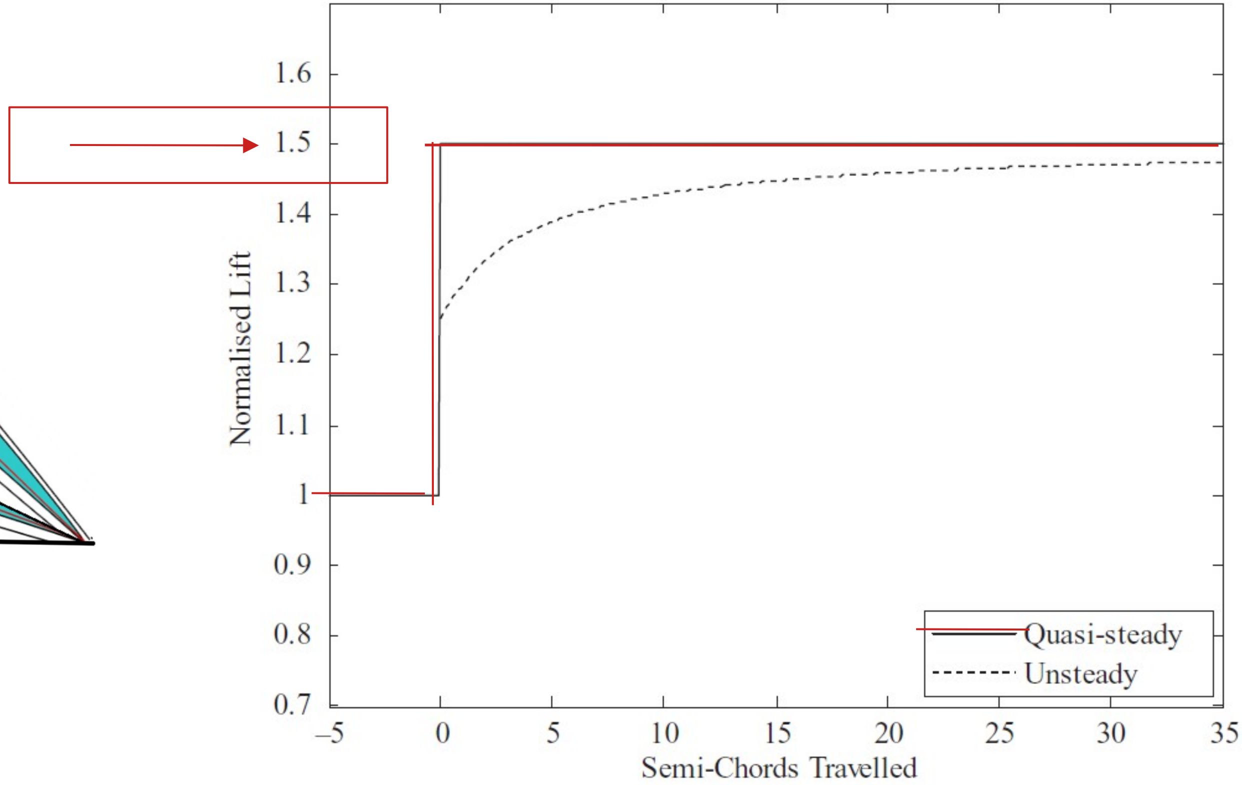


Se a variação da sustentação pode ser representada pela fórmula abaixo, de quanto varia a sustentação quando o ângulo de ataque aumenta 50%??

$$\Delta L = \frac{1}{2}\rho V^2 c a_1 \Delta\alpha$$

Mudança instantânea do ângulo de incidência
Função de Wagner

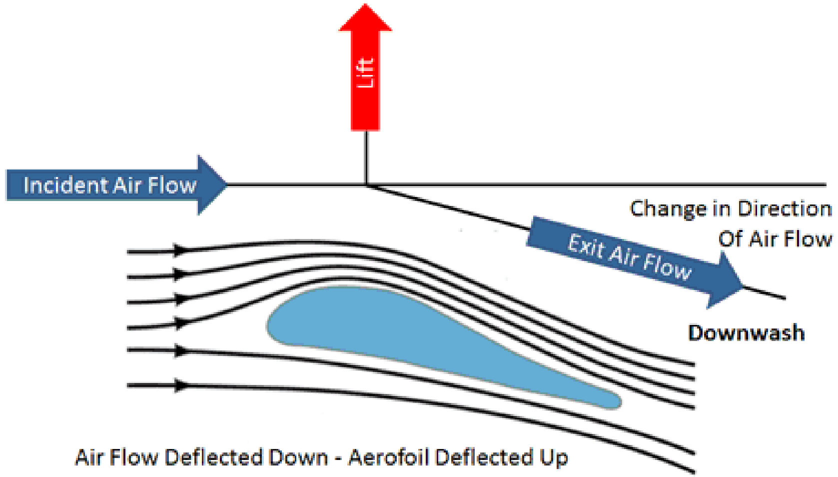




Função de Wagner

- Fung e Bisplinghoff → como a sustentação age no quarto de corda do aerofólio com a mudança da incidência ou da velocidade.

- é obtida o “downwash” no ponto de ¾ c. É a componente de velocidade normal ao aerofólio



Função de Wagner

- considerando o tempo adimensional τ:

$$\tau = 2\,V\,t\,/c$$

- o aumento da sustentação por unidade de envergadura provocado pela variação do ângulo de incidência $\Delta\alpha$:

$$\Delta L = \frac{1}{2}\rho V^2 c a_1 \Delta\alpha \boxed{\Phi(\tau)} = \frac{1}{2}\rho V c a_1 \omega \boxed{\Phi(\tau)}$$

Onde $\omega = V \operatorname{sen} \alpha \approx V\,\Delta\alpha$ é a mudança no downwash do aerofólio e $\Phi(\tau)$ é a Função de Wagner.

Função de Wagner

- definida no caso incompressível por:

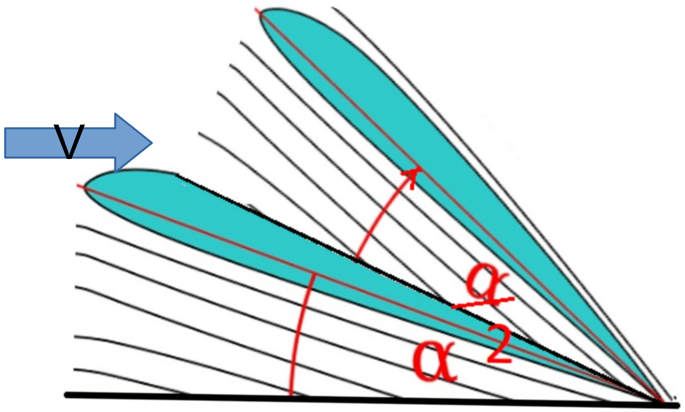
(Fung 1969 e Bisplinghoff et al 1996)

$$\Phi(\tau) = 0, \quad \tau \leq 0 \qquad \text{and} \qquad \Phi(\tau) = \frac{\tau + 2}{\tau + 4}, \quad \tau > 0.$$

Muitas vezes é definida por funções exponenciais que são mais fáceis de manipular

Refaça o exercício abaixo usando a Função de Wagner

Se a variação da sustentação pode ser representada pela fórmula abaixo, de quanto varia a sustentação quando o ângulo de ataque aumenta instantaneamente 50% nos tempos 1, 5 e 10??

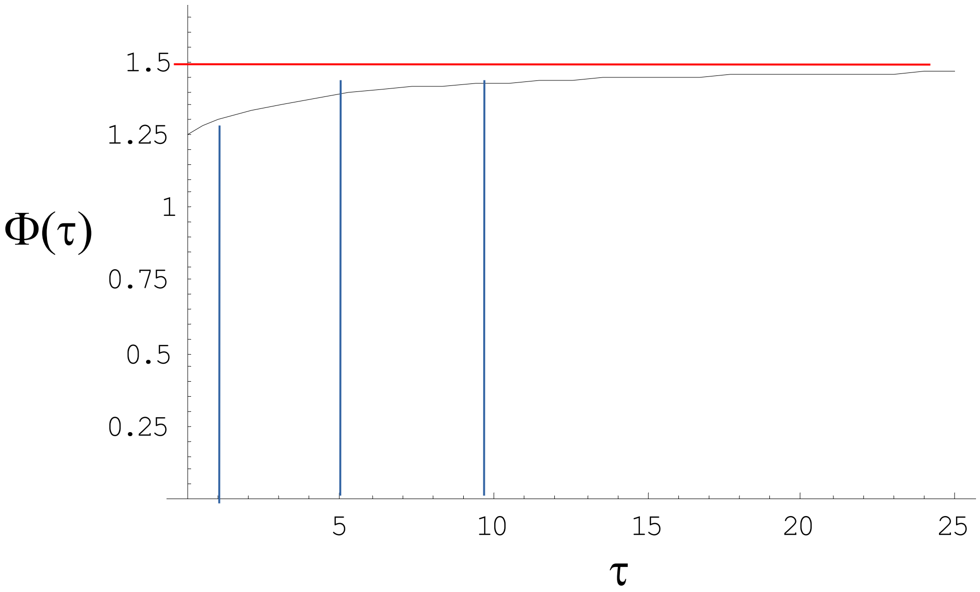


$$\Delta L = \frac{1}{2}\rho V^2 c a_1 \Delta\alpha \Phi(\tau)$$

Função de Wagner

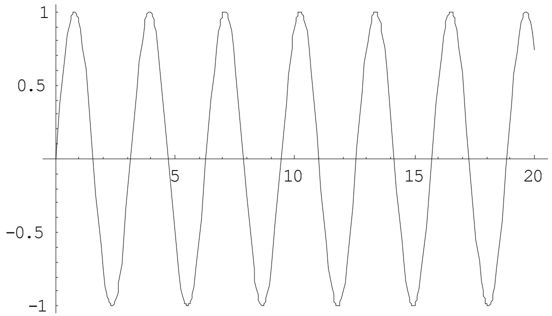
$$\begin{cases} \Phi = 0 \ldots\ldots\ldots \tau \leq 0 \\ \Phi = \dfrac{\tau+2}{\tau+4} \ldots \tau > 0 \end{cases}$$

Representação gráfica da Função de Wagner

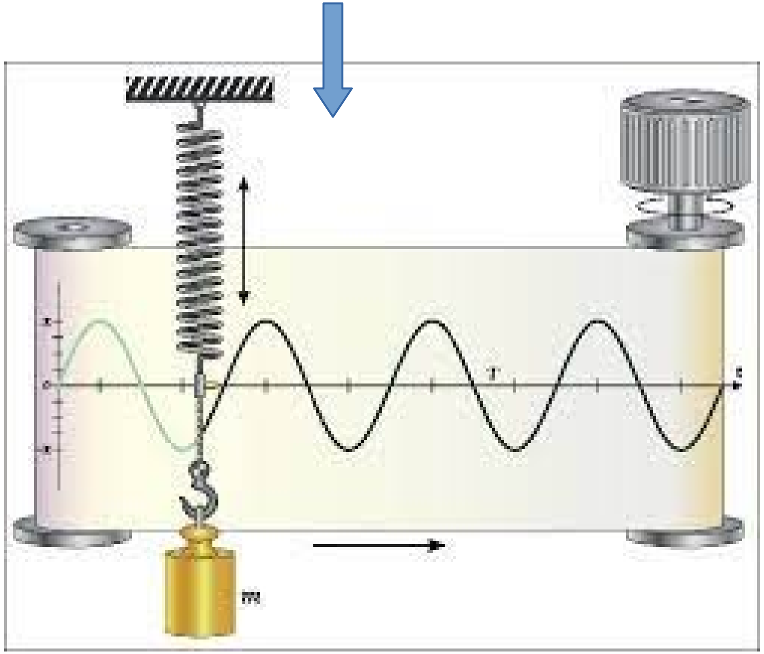


$$\Phi(\tau) = 0, \quad \tau \leq 0 \qquad \text{and} \qquad \Phi(\tau) = \frac{\tau + 2}{\tau + 4}, \quad \tau > 0.$$

Movimento Harmônico – Convolução na Função de Wagner



Aerofólio oscilando senoidalmente
em arfagem $\alpha = \alpha_0$ sen ωt
OCORRE NA FRONTEIRA DO FLUTTER



Movimento Harmônico – Função de Theodorsen

O atraso de fase é função do parâmetro:

$$\nu = \frac{\omega c}{V},$$

E a frequência reduzida é:

$$k = \frac{\omega c}{2V} = \frac{\upsilon}{2}.$$

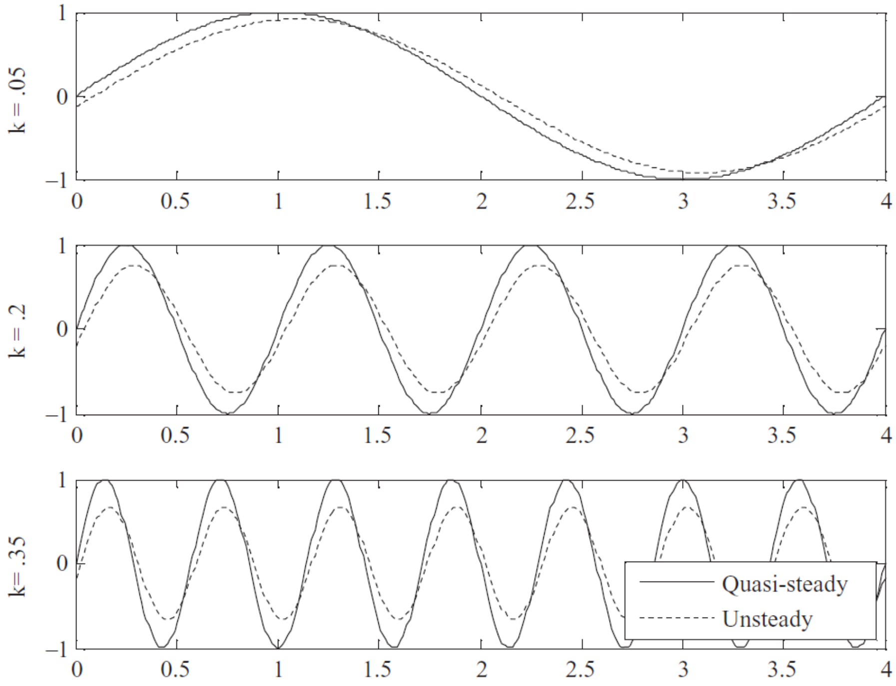


Figure 10.3 Unsteady lift for an oscillating aerofoil at different reduced frequencies.

Movimento Harmônico – Função de Theodorsen

- a Função de Theodorsen modela as mudanças de amplitude e fase das forças aerodinâmicas não-estacionárias em relação as quase-estacionárias para diferentes frequências reduzidas

- é a transformada de Fourier da Função de Wagner

$$C(k) = F(k) + \mathrm{i}G(k) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + \mathrm{i}H_0^{(2)}(k)} = \frac{K_1(\mathrm{i}k)}{K_0(\mathrm{i}k) + K_1(\mathrm{i}k)},$$

$Hn^{(2)}$ Funções de Hankel de segundo tipo

Kj(ik)(j=0,1,…) são funções de modificadas de Bessel de segundo tipo

Funções de Bessel e Hankel

Definimos as funções de Hankel de primeiro e segundo tipo como combinação das funções de Bessel de primeiro e segundo tipo.

$$C(k) = F(k) + \mathrm{i}G(k) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + \mathrm{i}H_0^{(2)}(k)} = \frac{K_1(\mathrm{i}k)}{K_0(\mathrm{i}k) + K_1(\mathrm{i}k)},$$

Movimento Harmônico – Função de Theodorsen

As expressões aproximadas de C(k):

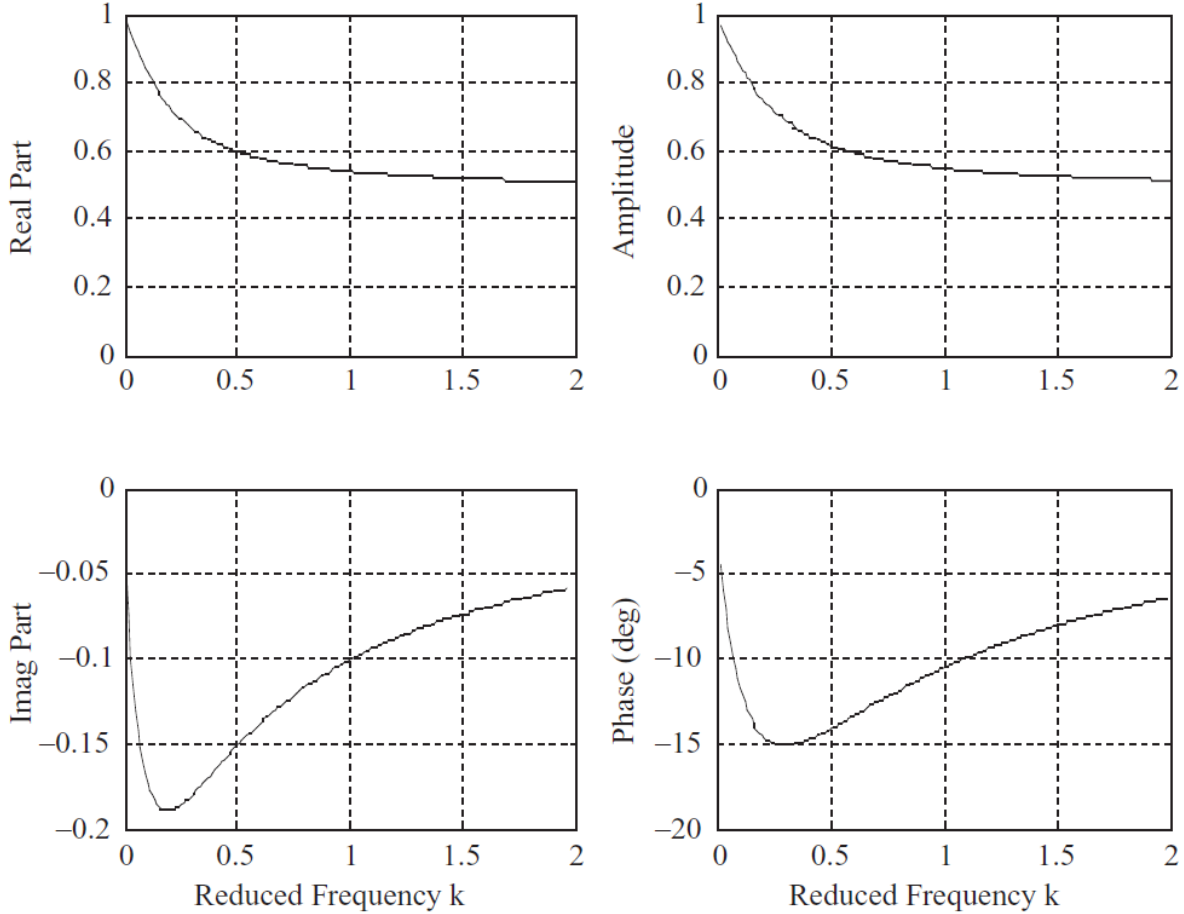
$$C(k) = 1 - \frac{0.165}{1 - \frac{0.045}{k}\mathrm{i}} - \frac{0.335}{1 - \frac{0.30}{k}\mathrm{i}}, \quad k \leq 0.5,$$

$$= 1 - \frac{0.165}{1 - \frac{0.041}{k}\mathrm{i}} - \frac{0.335}{1 - \frac{0.32}{k}\mathrm{i}}, \quad k > 0.5.$$

Exercício: Função de Theodorsen

Obter a parte real e imaginária da Função de Theodorsen em função da frequência reduzida.

Movimento Harmônico – Função de Theodorsen



Movimento Harmônico – Função de Theodorsen

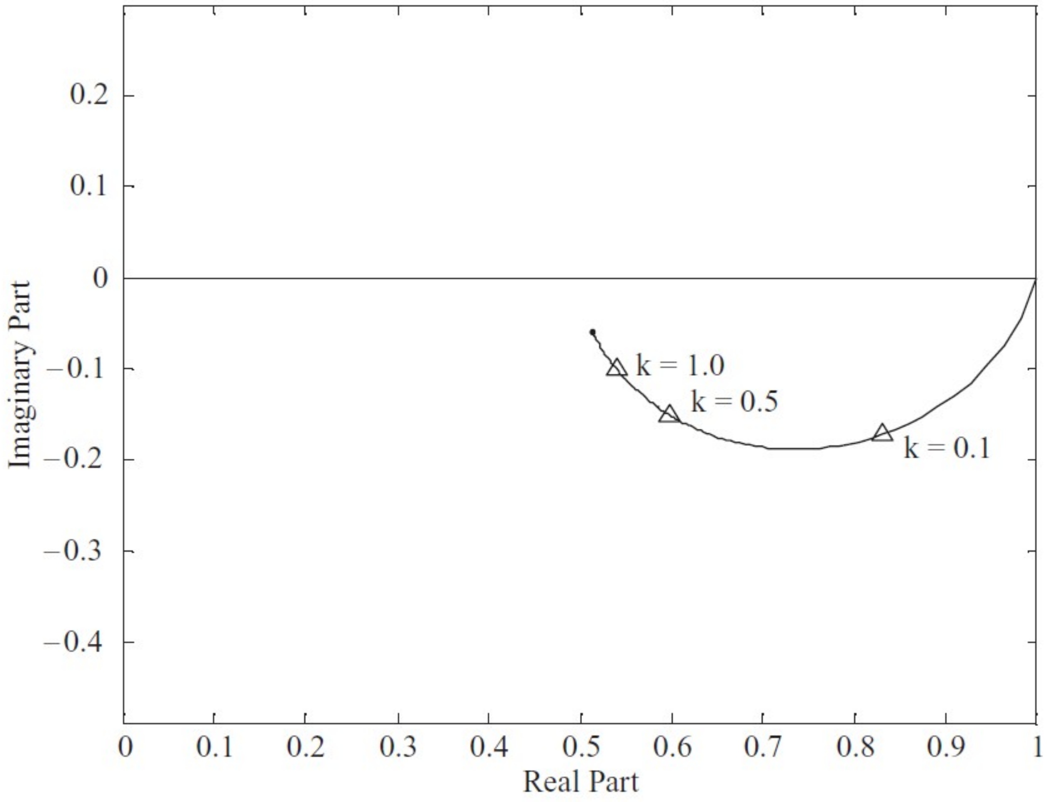
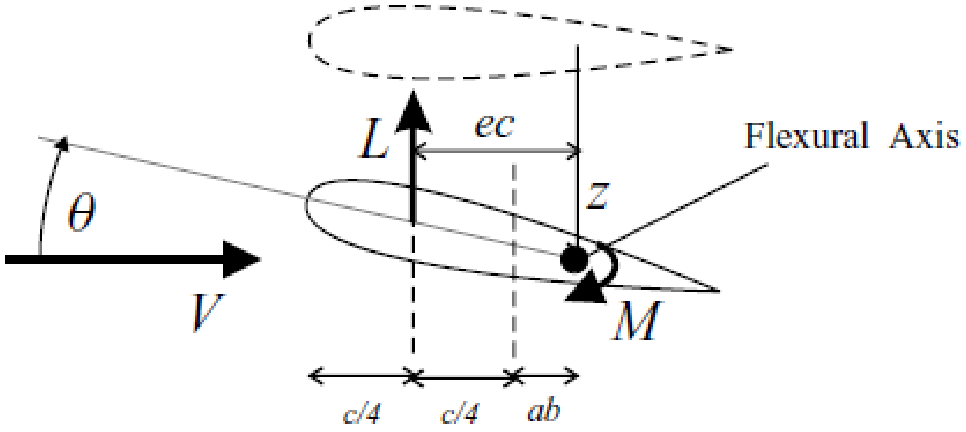


Figure 10.5 Complex plane representation of Theodorsen's function.

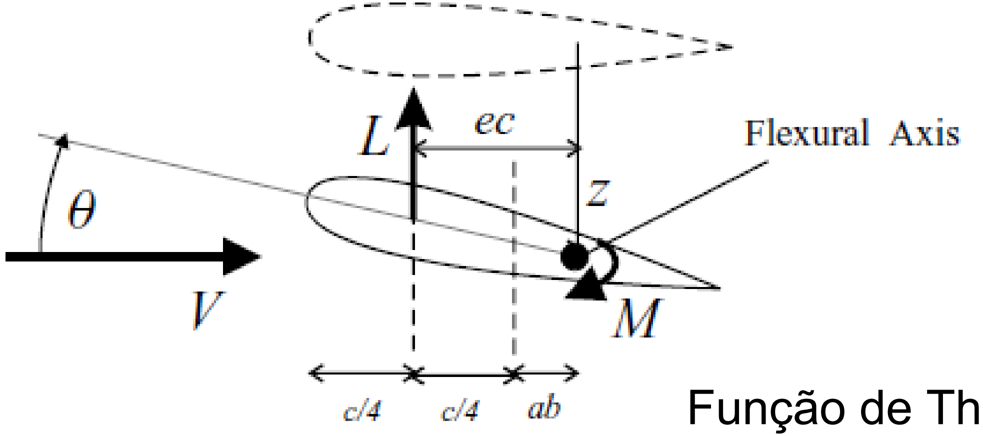
Sustentação e Momento Aerodinâmico para um aerofólio em Movimento Harmônico



Considerações:

- aerofólio simétrico de corda c
- oscilação harmônica do aerofólio $z=z_0e^{i\omega t}$ - positivo para baixo
- oscilação harmônica em arfagem $\theta=\theta_0e^{i\omega t}$ - positivo para cima
- $a_1 = 2\pi$

Sustentação e Momento Aerodinâmico para um aerofólio em Movimento Harmônico



Função de Theodorsen

$$L = \pi\rho b^2\left[\ddot{z} + V\dot{\theta} - ba\ddot{\theta}\right] + 2\pi\rho V b \boxed{C(k)}\left[\dot{z} + V\theta + b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\dot{\theta}\right],$$

$$M = \pi\rho b^2\left[ba\ddot{z} - Vb\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\dot{\theta} - b^2\left(\tfrac{1}{8} + a^2\right)\ddot{\theta}\right]$$

$$+ 2\pi\rho V b^2\left(a + \tfrac{1}{2}\right)\boxed{C(k)}\left[\dot{z} + V\theta + b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\dot{\theta}\right].$$

(Theodorsen, 1935; Fung, 1969; Bisplinghoff et al., 1996)

Sustentação e Momento Aerodinâmico

$$L = \pi\rho b^2\left[\ddot{z} + V\dot{\theta} - ba\ddot{\theta}\right] + 2\pi\rho V b C(k)\left[\dot{z} + V\theta + b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\dot{\theta}\right],$$

$$M = \pi\rho b^2\left[ba\ddot{z} - Vb\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\dot{\theta} - b^2\left(\tfrac{1}{8} + a^2\right)\ddot{\theta}\right]$$

$$+ 2\pi\rho V b^2\left(a + \tfrac{1}{2}\right)C(k)\left[\dot{z} + V\theta + b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\dot{\theta}\right].$$

$$z = z_0 e^{i\omega t}$$

$$\theta = \theta_0 e^{i\omega t}$$

C(k) = F + i G (Theodorsen)

Se fizermos esta substituição, como ficará a sustentação e o momento??

Sustentação e Momento Aerodinâmico

$$L = \pi\rho b^2\left[\ddot{z} + V\dot{\theta} - ba\ddot{\theta}\right] + 2\pi\rho V b C(k)\left[\dot{z} + V\theta + b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\dot{\theta}\right],$$

$$M = \pi\rho b^2\left[ba\ddot{z} - Vb\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\dot{\theta} - b^2\left(\tfrac{1}{8} + a^2\right)\ddot{\theta}\right]$$
$$+ 2\pi\rho V b^2\left(a + \tfrac{1}{2}\right)C(k)\left[\dot{z} + V\theta + b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\dot{\theta}\right].$$

$$z = z_0 e^{i\omega t}$$
$$\theta = \theta_0 e^{i\omega t}$$

C(k) = F + i G (Theodorsen)

$$L = \left\{\pi\rho b^2\left[-\omega^2 z_0 + \mathrm{i}\omega V\theta_0 + \omega^2 ba\theta_0\right] + 2\pi\rho V b\,(F + \mathrm{i}G)\left[\mathrm{i}\omega z_0 + V\theta_0 + \mathrm{i}\omega b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\theta_0\right]\right\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

$$M = \left\{\pi\rho b^2\left(-\omega^2 ba z_0 - i\omega V b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\theta_0 + b^2\omega^2\left(\tfrac{1}{8} + a^2\right)\theta_0\right)\right.$$
$$\left. + 2\pi\rho V b^2\left(a + \tfrac{1}{2}\right)(F + iG)\left(i\omega z_0 + V\theta_0 + i\omega b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\theta_0\right)\right\}\mathrm{e}^{i\omega t}$$

Sustentação e Momento Aerodinâmico

$$L = \left\{\pi\rho b^2\left[-\omega^2 z_0 + \mathrm{i}\omega V\theta_0 + \omega^2 ba\theta_0\right] + 2\pi\rho V b\,(F + \mathrm{i}G)\left[\mathrm{i}\omega z_0 + V\theta_0 + \mathrm{i}\omega b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\theta_0\right]\right\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

$$\begin{aligned} M = &\left\{\pi\rho b^2\left(-\omega^2 baz_0 - i\omega V b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\theta_0 + b^2\omega^2\left(\tfrac{1}{8} + a^2\right)\theta_0\right)\right. \\ &\left. + 2\pi\rho V b^2\left(a + \tfrac{1}{2}\right)(F + iG)\left(i\omega z_0 + V\theta_0 + i\omega b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\theta_0\right)\right\}\mathrm{e}^{i\omega t} \end{aligned}$$

$$L = \rho V^2 b\left[(L_z + \mathrm{i}kL_{\dot z})\frac{z_0}{b} + (L_\theta + \mathrm{i}kL_{\dot\theta})\theta_0\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

$$M = \rho V^2 b^2\left[(M_z + \mathrm{i}kM_{\dot z})\frac{z_0}{b} + (M_\theta + \mathrm{i}kM_{\dot\theta})\theta_0\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

Termos de Sustentação e Momento Aerodinâmico

$$L_z = 2\pi\left(-\frac{k^2}{2} - Gk\right), \qquad L_{\dot{z}} = 2\pi F,$$

$$L_\theta = 2\pi\left[\frac{k^2 a}{2} + F - Gk\left(\frac{1}{2} - a\right)\right], \qquad L_{\dot{\theta}} = 2\pi\left[\frac{1}{2} + F\left(\frac{1}{2} - a\right) + \frac{G}{k}\right],$$

$$M_z = 2\pi\left[-\frac{k^2 a}{2} - k\left(a + \frac{1}{2}\right)G\right], \qquad M_{\dot{z}} = 2\pi\left(a + \frac{1}{2}\right)F,$$

$$M_\theta = 2\pi\left[\frac{k^2}{2}\left(\frac{1}{8} + a^2\right) + F\left(a + \frac{1}{2}\right) - kG\left(a + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - a\right)\right],$$

$$M_{\dot{\theta}} = 2\pi\left[-\frac{k}{2}\left(\frac{1}{2} - a\right) + kF\left(a + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - a\right) + \frac{G}{k}\left(a + \frac{1}{2}\right)\right].$$

Caso quase-estacionário

Se $k \rightarrow 0$, $G \rightarrow 0$ e $F \rightarrow 1$ como se modificaria a expressão abaixo?

$$L_z = 2\pi\left(-\frac{k^2}{2} - Gk\right), \qquad L_{\dot z} = 2\pi F,$$

$$L_\theta = 2\pi\left[\frac{k^2 a}{2} + F - Gk\left(\frac{1}{2} - a\right)\right], \qquad L_{\dot\theta} = 2\pi\left[\frac{1}{2} + F\left(\frac{1}{2} - a\right) + \frac{G}{k}\right],$$

$$M_z = 2\pi\left[-\frac{k^2 a}{2} - k\left(a + \frac{1}{2}\right)G\right], \qquad M_{\dot z} = 2\pi\left(a + \frac{1}{2}\right)F,$$

$$M_\theta = 2\pi\left[\frac{k^2}{2}\left(\frac{1}{8} + a^2\right) + F\left(a + \frac{1}{2}\right) - kG\left(a + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - a\right)\right],$$

$$M_{\dot\theta} = 2\pi\left[-\frac{k}{2}\left(\frac{1}{2} - a\right) + kF\left(a + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - a\right) + \frac{G}{k}\left(a + \frac{1}{2}\right)\right].$$

Caso quase-estacionário

$$k \to 0,\ F \to 1,\ G \to 0$$

$$L_z = 2\pi\left(-\frac{k^2}{2} - Gk\right), \qquad L_{\dot z} = 2\pi F,$$

$$L_\theta = 2\pi\left[\frac{k^2 a}{2} + F - Gk\left(\frac{1}{2} - a\right)\right], \qquad L_{\dot\theta} = 2\pi\left[\frac{1}{2} + F\left(\frac{1}{2} - a\right) + \frac{G}{k}\right],$$

$$M_z = 2\pi\left[-\frac{k^2 a}{2} - k\left(a + \frac{1}{2}\right)G\right], \qquad M_{\dot z} = 2\pi\left(a + \frac{1}{2}\right)F,$$

$$M_\theta = 2\pi\left[\frac{k^2}{2}\left(\frac{1}{8} + a^2\right) + F\left(a + \frac{1}{2}\right) - kG\left(a + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - a\right)\right],$$

$$M_{\dot\theta} = 2\pi\left[-\frac{k}{2}\left(\frac{1}{2} - a\right) + kF\left(a + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - a\right) + \frac{G}{k}\left(a + \frac{1}{2}\right)\right].$$

Lembrando que $k = \dfrac{\omega b}{V}$,

$$L_z = 0, \qquad L_{\dot z} = 2\pi, \qquad L_\theta = 2\pi, \qquad \boxed{k} L_{\dot\theta} = 0, \qquad M_z = 0,$$

$$M_{\dot z} = 2\pi\left(a + \tfrac{1}{2}\right), \qquad M_\theta = 2\pi\left(a + \tfrac{1}{2}\right), \qquad \boxed{k} M_{\dot\theta} = 0.$$

Amortecimento Aerodinâmico e Rigidez

$$L = \rho V^2 b\left[(L_z + \mathrm{i}kL_{\dot{z}})\frac{z_0}{b} + (L_\theta + \mathrm{i}kL_{\dot{\theta}})\theta_0\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

$$M = \rho V^2 b^2\left[(M_z + \mathrm{i}kM_{\dot{z}})\frac{z_0}{b} + (M_\theta + \mathrm{i}kM_{\dot{\theta}})\theta_0\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

$$k = \frac{\omega b}{V}, \qquad z = z_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \qquad \dot{z} = \mathrm{i}\omega z_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \qquad \theta = \theta_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \quad \text{and} \quad \dot{\theta} = \mathrm{i}\omega\theta_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}.$$

$$L = \rho V^2\left(L_z z + L_{\dot{z}}\frac{b\dot{z}}{V} + L_\theta b\theta + L_{\dot{\theta}}\frac{b^2\dot{\theta}}{V}\right), \qquad M = \rho V^2\left(M_z bz + M_{\dot{z}}\frac{b^2\dot{z}}{V} + M_\theta b^2\theta + M_{\dot{\theta}}\frac{b^3\dot{\theta}}{V}\right),$$

$$\boxed{\begin{Bmatrix} L \\ M \end{Bmatrix} = \rho V\begin{bmatrix} bL_{\dot{z}} & b^2L_{\dot{\theta}} \\ b^2M_{\dot{z}} & b^3M_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \rho V^2\begin{bmatrix} L_z & bL_\theta \\ bM_z & b^2M_\theta \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} z \\ \theta \end{Bmatrix} = \rho V\mathbf{B}\begin{Bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \rho V^2\mathbf{C}\begin{Bmatrix} z \\ \theta \end{Bmatrix}.}$$

Amortecimento Aerodinâmico e Rigidez

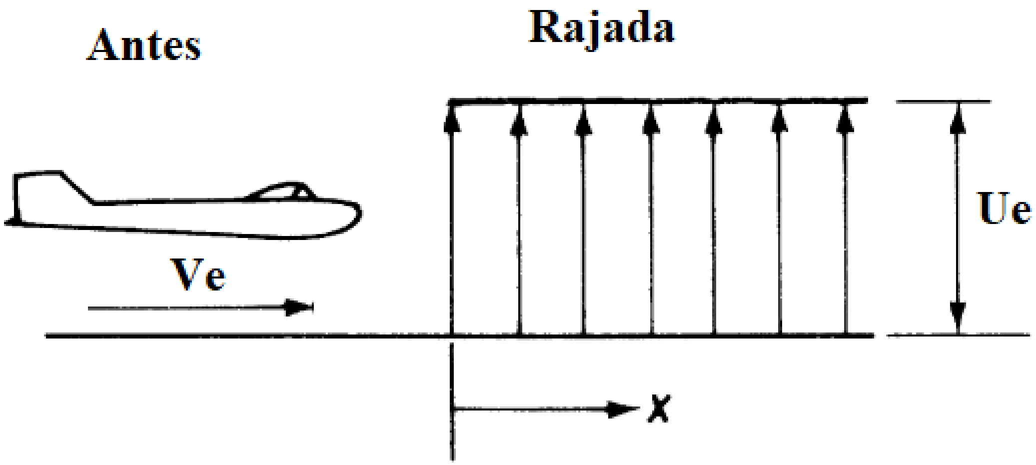
$$\begin{Bmatrix} L \\ M \end{Bmatrix} = \rho V \begin{bmatrix} bL_{\dot{z}} & b^2 L_{\dot{\theta}} \\ b^2 M_{\dot{z}} & b^3 M_{\dot{\theta}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \rho V^2 \begin{bmatrix} L_z & bL_\theta \\ bM_z & b^2 M_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ \theta \end{Bmatrix} = \boxed{\rho V \mathbf{B} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}} + \boxed{\rho V^2 \mathbf{C} \begin{Bmatrix} z \\ \theta \end{Bmatrix}}.$$

$$\boxed{\mathbf{A}\ddot{q} + (\rho V \mathbf{B} + \mathbf{D})\,\dot{q} + \left(\rho V^2 \mathbf{C} + \mathbf{E}\right) q = 0,}$$

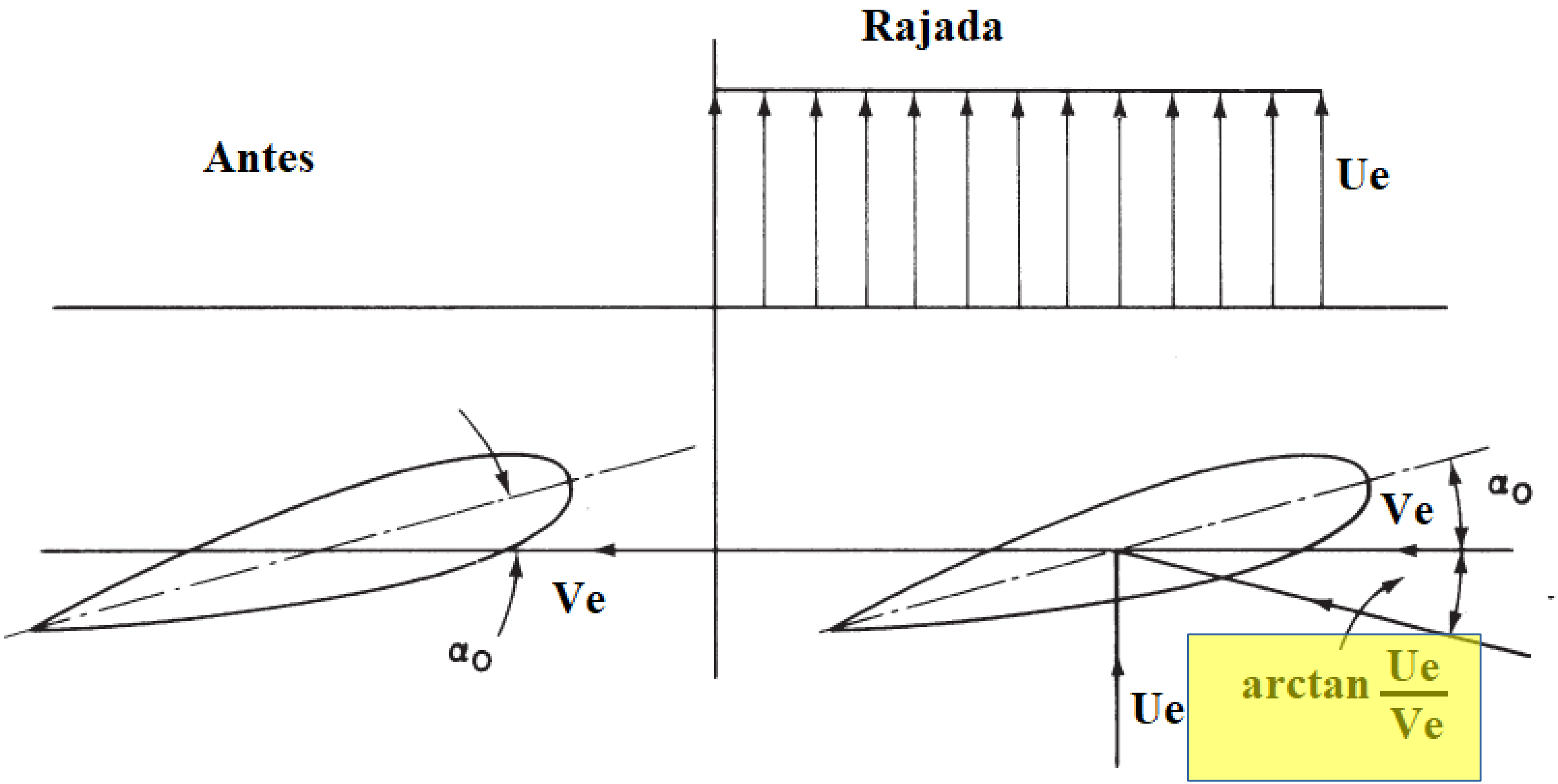
A – inércia estrutural, D – amortecimento estrutural e E – rigidez estrutural

Rajada de Contorno Vivo

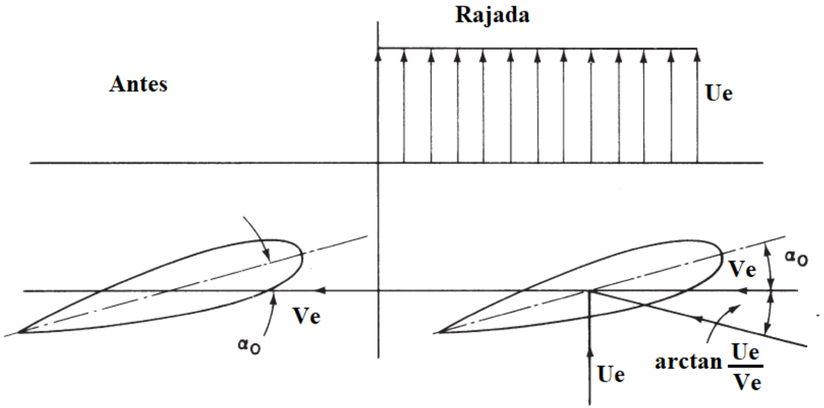
O modelo de rajada conhecido como contorno vivo parte do princípio que a aeronave está voando em ar calmo e, subitamente, entra na rajada com uma velocidade *Ue* para cima.



Rajada de Contorno Vivo



Rajada de Contorno Vivo



$$\tan \Delta\alpha = \frac{U_e}{V_e} \simeq \Delta\alpha$$

Do ponto de vista quase-estacionário a sustentação se altera de imediato:

$$\Delta L = \frac{1}{2}\rho V_e^2 c a_1 \Delta\alpha = \frac{1}{2}\rho V_e^2 c a_1 \frac{U_e}{V_e} = \frac{1}{2}\rho V_e c a_1 U_e$$

Mas, na prática, sabe-se que a sustentação não se altera de imediato:

$$\Delta L = \frac{1}{2}\rho V_e c a_1 U_e \boxed{\Psi(\tau)}$$

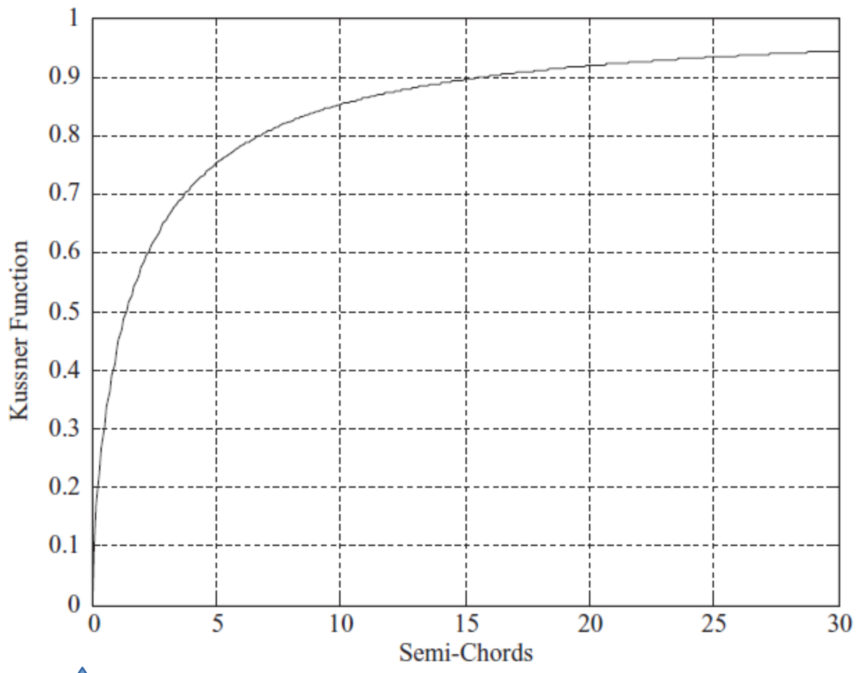
Função de Kussner

Função de Kussner

$$\Delta L = \frac{1}{2}\rho V_e c a_1 U_e \Psi(\tau)$$

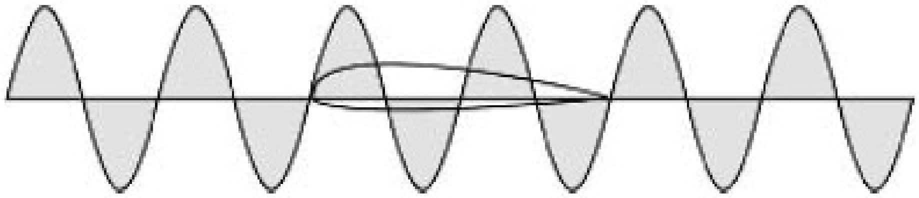
$$\Psi(\tau) = \frac{\tau^2 + \tau}{\tau^2 + 2.82\tau + 0.80}.$$

τ (= distance travelled in semi-chords)



Entrada na rajada

Rajada Senoidal – Função de Sears



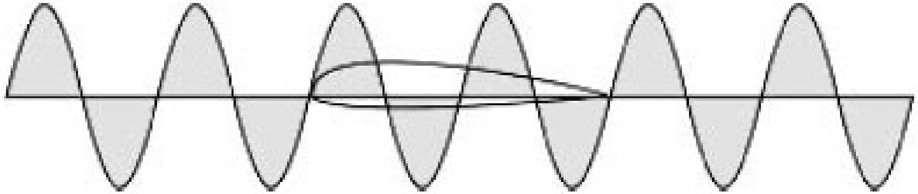
$$U_e = U_{e0} e^{i\omega t}$$

$$\Delta L = \frac{1}{2} \rho V_e^2 c a_1 U_{e0} e^{i\omega t} \phi(k)$$

$$\phi(k) = \left[J_0(k) - i J_1(k) \right] C(k) + i J_1(k)$$

$$|\phi(k)|^2 = \frac{d+k}{d + (\pi d + 1) k + 2 \pi k^2}$$

Rajada Senoidal – Função de Sears



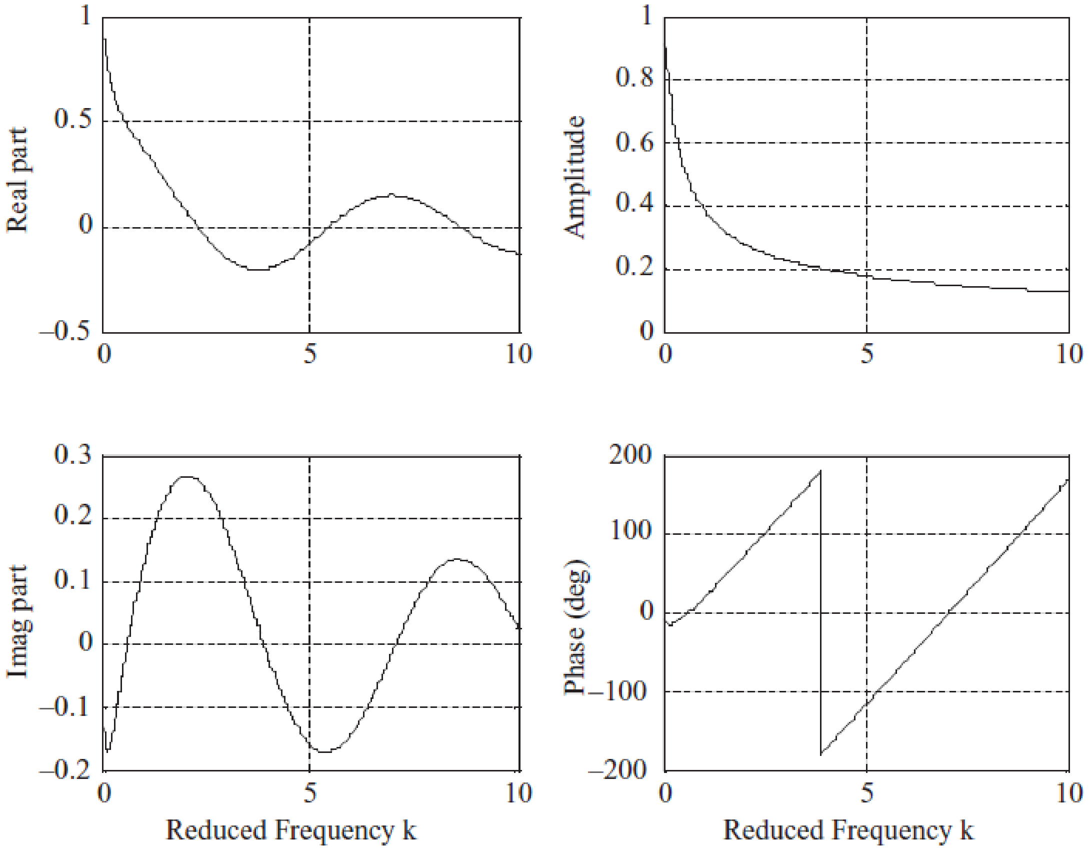
$$|\phi(k)|^2 = \frac{d+k}{d+(\pi d+1)k+2\pi k^2}$$

$$d = 0{,}1811$$

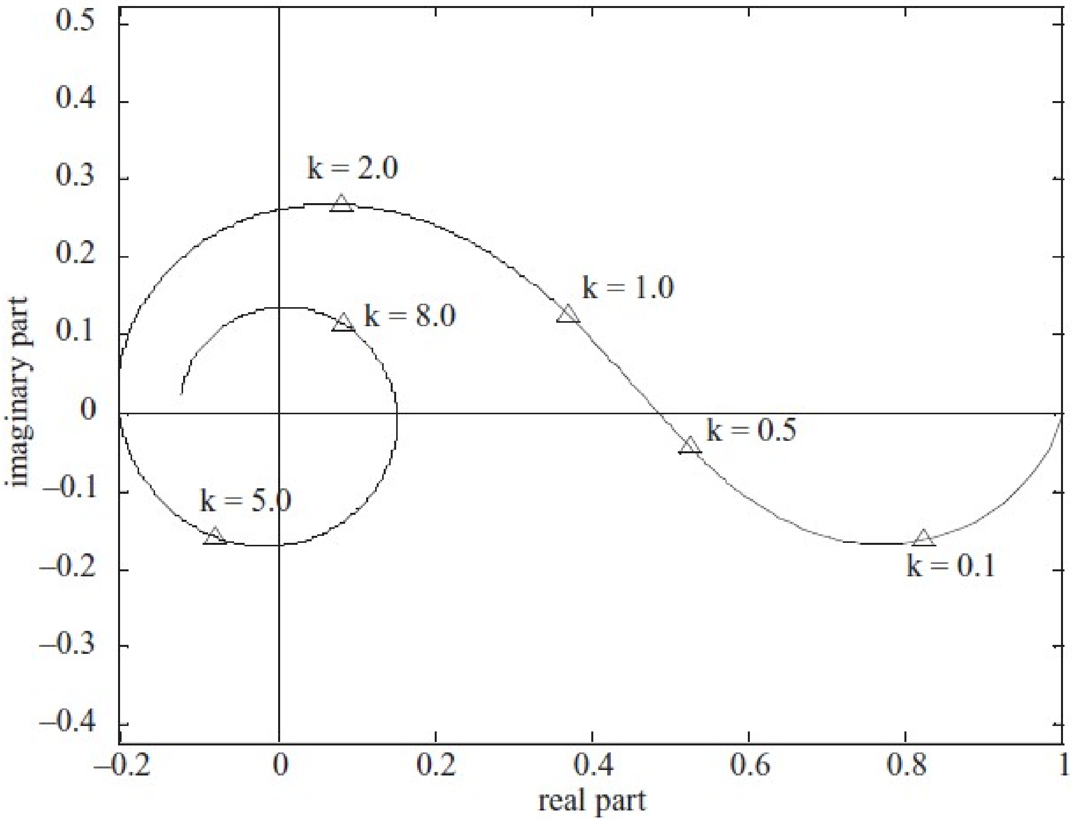
$$k \le 0{,}61 \ldots \phi(k) = -48{,}095\,k^5 + 87{,}297\,k^4 - 67{,}470\,k^3 + 21{,}917\,k^2 - 3{,}664\,k$$

$$k > 0{,}61 \ldots\ldots \phi(k) = 0{,}982\,k - 0{,}597$$

Rajada Senoidal – Função de Sears



Rajada Senoidal – Função de Sears



Exercícios

1. Usando a função Besselk do matlab determine a função de Bessel quando a frequência reduzida varia de $0<k<10$

Exercícios

2. Compare as derivadas aerodinâmicas regime não-estacionário e no quase-estacionário