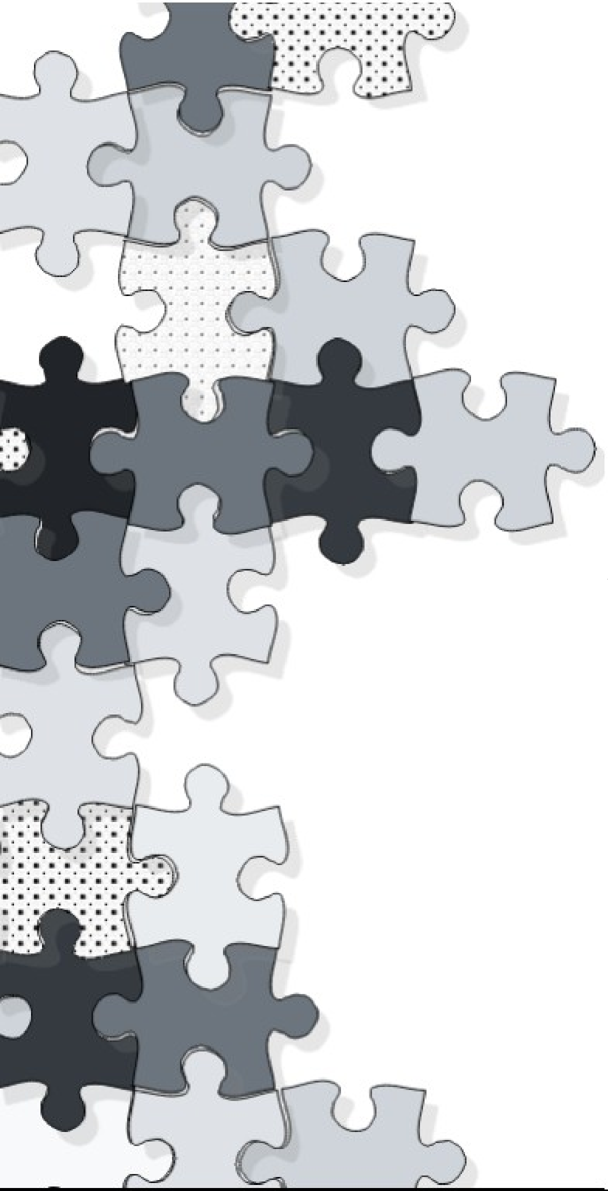
Nona Aula de Aeroelasticidade



Aerodinâmica Dinâmica - Flutter

Referência: Cap 11 – Wright & Cooper

Sumário

- Introdução
- Modelo Aerodinâmico Simplificado Não-estacionário
- Modelo Aeroelástico Binário
- Cálculo da Velocidade de Flutter

Introdução

- foi visto nas aulas passadas a velocidade de divergência e reversão de comandos (principalmente aileron)

- hoje: Flutter -> é um vibração auto-excitada na qual a estrutura retira energia do ar, faz com que a asa vibre o que pode resultar em falha catastrófica

- ocorre quando as forças aerodinâmicas associadas com o movimento de dois modos de vibração fazem os mesmos se acoplarem

Relembrando Modelo Aerodinâmico Não-estacionário

Sustentação por unidade de envergadura

$$L = \left\{\pi\rho b^2\left[-\omega^2 z_0 + \mathrm{i}\omega V\theta_0 + \omega^2 ba\theta_0\right] + 2\pi\rho V b\,(F + \mathrm{i}G)\left[\mathrm{i}\omega z_0 + V\theta_0 + \mathrm{i}\omega b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\theta_0\right]\right\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

Momento por unidade de envergadura

$$\begin{aligned} M = &\left\{\pi\rho b^2\left(-\omega^2 baz_0 - i\omega Vb\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\theta_0 + b^2\omega^2\left(\tfrac{1}{8} + a^2\right)\theta_0\right)\right. \\ &\left. + 2\pi\rho V b^2\left(a + \tfrac{1}{2}\right)(F + iG)\left(i\omega z_0 + V\theta_0 + i\omega b\left(\tfrac{1}{2} - a\right)\theta_0\right)\right\}\mathrm{e}^{i\omega t} \end{aligned}$$

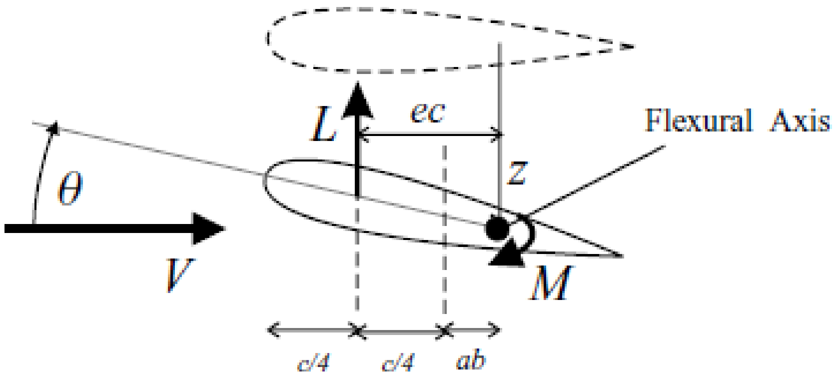
Modelo Aerodinâmico Simplificado Não-estacionário

Considerando:

$$k = \frac{\omega b}{V}, \qquad z = z_0 e^{i\omega t}, \qquad \dot{z} = i\omega z_0 e^{i\omega t}, \qquad \theta = \theta_0 e^{i\omega t} \qquad \text{and} \qquad \dot{\theta} = i\omega\theta_0 e^{i\omega t}.$$

Sustentação por unidade de envergadura

$$L = \rho V^2 \left(L_z z + L_{\dot{z}} \frac{b\dot{z}}{V} + L_\theta b\theta + L_{\dot{\theta}} \frac{b^2\dot{\theta}}{V} \right)$$



Momento por unidade de envergadura

$$M = \rho V^2 \left(M_z b z + M_{\dot{z}} \frac{b^2\dot{z}}{V} + M_\theta b^2\theta + M_{\dot{\theta}} \frac{b^3\dot{\theta}}{V} \right)$$

Modelo Aerodinâmico Simplificado Quase-estacionário

Sustentação por unidade de envergadura

$$L = \rho V^2 \left(L_z z + L_{\dot{z}} \frac{b\dot{z}}{V} + L_\theta b\theta + L_{\dot{\theta}} \frac{b^2\dot{\theta}}{V} \right)$$

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 c a_1 \left(\theta + \frac{\dot{z}}{V} \right)$$

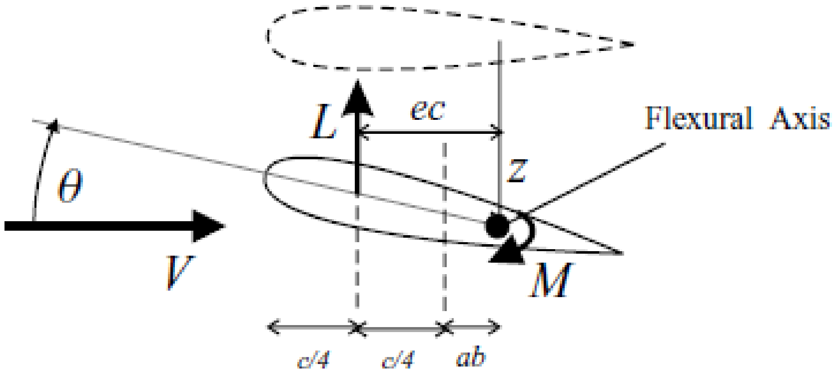
Momento por unidade de envergadura

$$M = \rho V^2 \left(M_z b z + M_{\dot{z}} \frac{b^2\dot{z}}{V} + M_\theta b^2\theta + M_{\dot{\theta}} \frac{b^3\dot{\theta}}{V} \right)$$

$$M = \frac{1}{2}\rho V^2 e c^2 a_1 \left(\theta + \frac{\dot{z}}{V} \right)$$

Modelo Aerodinâmico Simplificado Quase-estacionário

O deslocamento vertical (z) e o ângulo de arfagem (θ) permaneçam os mesmos independente do tempo.



Modelo Aerodinâmico Simplificado Não-estacionário

Quase-estacionário

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 c a_1 \left(\theta + \frac{\dot{z}}{V}\right),$$

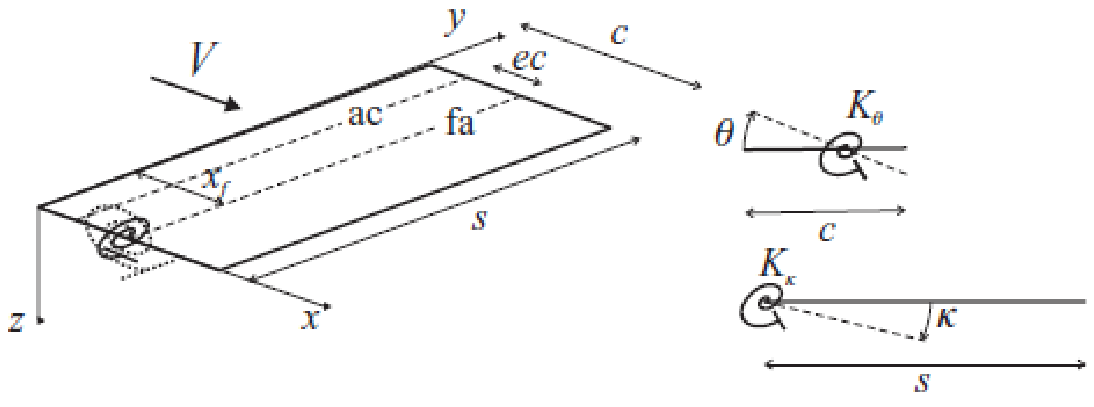
$$M = \frac{1}{2}\rho V^2 e c^2 a_1 \left(\theta + \frac{\dot{z}}{V}\right)$$

Não-estacionário

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 c a_1 \left(\theta + \frac{\dot{z}}{V}\right),$$

$$M = \frac{1}{2}\rho V^2 c^2 \left[e a_1 \left(\theta + \frac{\dot{z}}{V}\right) + \boxed{M_{\dot{\theta}} \frac{\dot{\theta} c}{4V}}\right]$$

Modelo Aeroelástico Binário



$$z(x, y, t) = y\kappa(t) + (x - x_f)\theta(t) = \phi_\kappa \kappa + \phi_\theta \theta,$$

- asa sem enflexamento e sem afilamento
- envergadura -s
- corda - c
- mola rotacional em flap K_β e em arfagem K_θ conectadas a uma distância ec atrás do centro aerodinâmico definindo a posição do eixo de flexão
- distribuição uniforme de massa com o centro de massa localizado no meio da corda

Equações de Movimento

usando a teoria de faixas:

$$\mathrm{d}L = \frac{1}{2}\rho V^2 c\,\mathrm{d}y\, a_W \left(\frac{y\dot{\kappa}}{V} + \theta\right), \qquad \mathrm{d}M = \frac{1}{2}\rho V^2 c^2 \mathrm{d}y \left[e a_W \left(\frac{y\dot{\kappa}}{V} + \theta\right) + M_{\dot{\theta}} \frac{\dot{\theta} c}{4V}\right],$$

$$\begin{bmatrix} I_\kappa & I_{\kappa\theta} \\ I_{\kappa\theta} & I_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\kappa} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \rho V \begin{bmatrix} \dfrac{c s^3 a_W}{6} & 0 \\ -\dfrac{e c^2 s^2 a_W}{4} & -\dfrac{c^3 s}{8} M_{\dot{\theta}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\kappa} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}$$

$$+ \left\{ \rho V^2 \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{c s^2 a_W}{4} \\ 0 & -\dfrac{e c^2 s a_W}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_\kappa & 0 \\ 0 & K_\theta \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} \kappa \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix},$$

Forma Geral da Equação Aeroelástica

$$\boxed{\begin{bmatrix} I_\kappa & I_{\kappa\theta} \\ I_{\kappa\theta} & I_\theta \end{bmatrix}}\begin{Bmatrix} \ddot{\kappa} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \rho V \boxed{\begin{bmatrix} \dfrac{cs^3 a_W}{6} & 0 \\ -\dfrac{ec^2 s^2 a_W}{4} & -\dfrac{c^3 s}{8} M_{\dot\theta} \end{bmatrix}}\begin{Bmatrix} \dot{\kappa} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}$$

A

ρVB...D=0 (sem amortecimento estrutural)

$$+ \left\{ \boxed{\rho V^2 \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{cs^2 a_W}{4} \\ 0 & -\dfrac{ec^2 s a_W}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_\kappa & 0 \\ 0 & K_\theta \end{bmatrix}} \right\} \begin{Bmatrix} \kappa \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{A}\ddot{q} + (\rho V \mathbf{B} + \mathbf{D})\dot{q} + (\boxed{\rho V^2 \mathbf{C} + \mathbf{E}})q = \mathit{0}.$$

Solução do Problema de Autovalor

$$\mathbf{A}\ddot{q} + (\rho V\mathbf{B} + \mathbf{D})\dot{q} + (\rho V^2\mathbf{C} + \mathbf{E})q = \mathit{0}.$$

$$\mathbf{I}\dot{q} - \mathbf{I}\dot{q} = \mathit{0},$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -(\rho V^2\mathbf{C} + \mathbf{E}) & -(\rho V\mathbf{B} + \mathbf{D}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathit{0} \\ \mathit{0} \end{Bmatrix}.$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{A}^{-1}(\rho V^2\mathbf{C} + \mathbf{E}) & -\mathbf{A}^{-1}(\rho V\mathbf{B} + \mathbf{D}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = \mathit{0} \quad \Rightarrow \quad \dot{x} - \mathbf{Q}x = \mathit{0}.$$

Solução do Problema de Autovalor

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{A}^{-1}(\rho V^2\mathbf{C} + \mathbf{E}) & -\mathbf{A}^{-1}(\rho V\mathbf{B} + \mathbf{D}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = 0$$

$$x = x_0 e^{\lambda t} ;$$

$$x_j = \begin{Bmatrix} q_j \\ \lambda q_j \end{Bmatrix}, \quad j = 1, 2, \ldots, N.$$

$$(\mathbf{I}\lambda - \mathbf{Q})\, x_0 = 0 \qquad \text{or} \qquad (\mathbf{Q} - \mathbf{I}\lambda)\, x_0 = 0,$$

Se a parte real dos autovalores for positiva sistema instável

$$(\mathbf{A} - \mathbf{I}\lambda)\, x = 0. \quad \longrightarrow \quad \lambda_j = \boxed{-\zeta_j \omega_j} \pm i\omega_j\sqrt{1 - \zeta_j^2}, \quad j = 1, 2, \ldots, N,$$

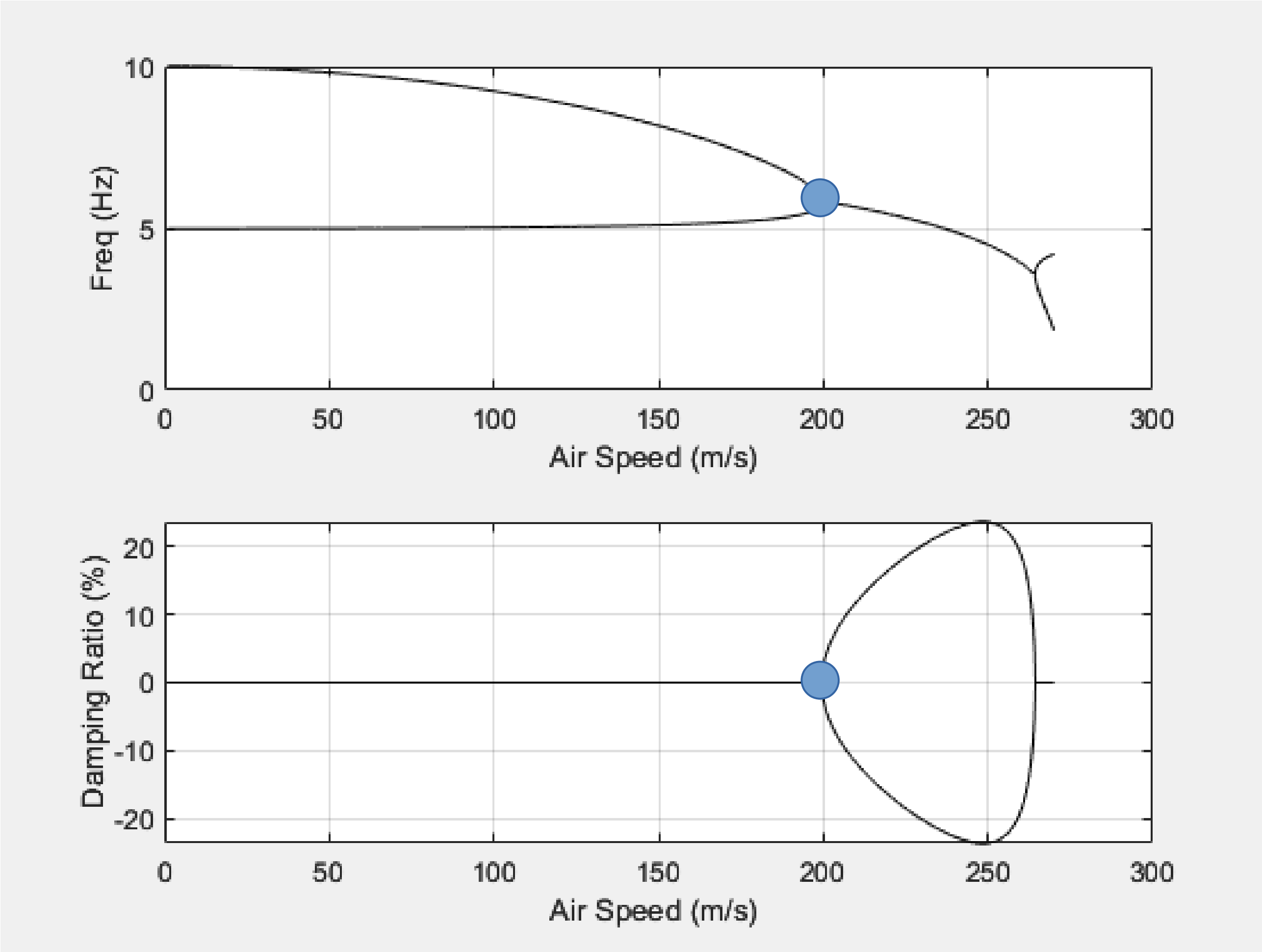
Exemplo

Obtenha os gráficos de frequência e amortecimento com amortecimento estrutural zero (xf=0,48c e xm=0,5c)

Table 11.1 Baseline parameters for the binary flutter model

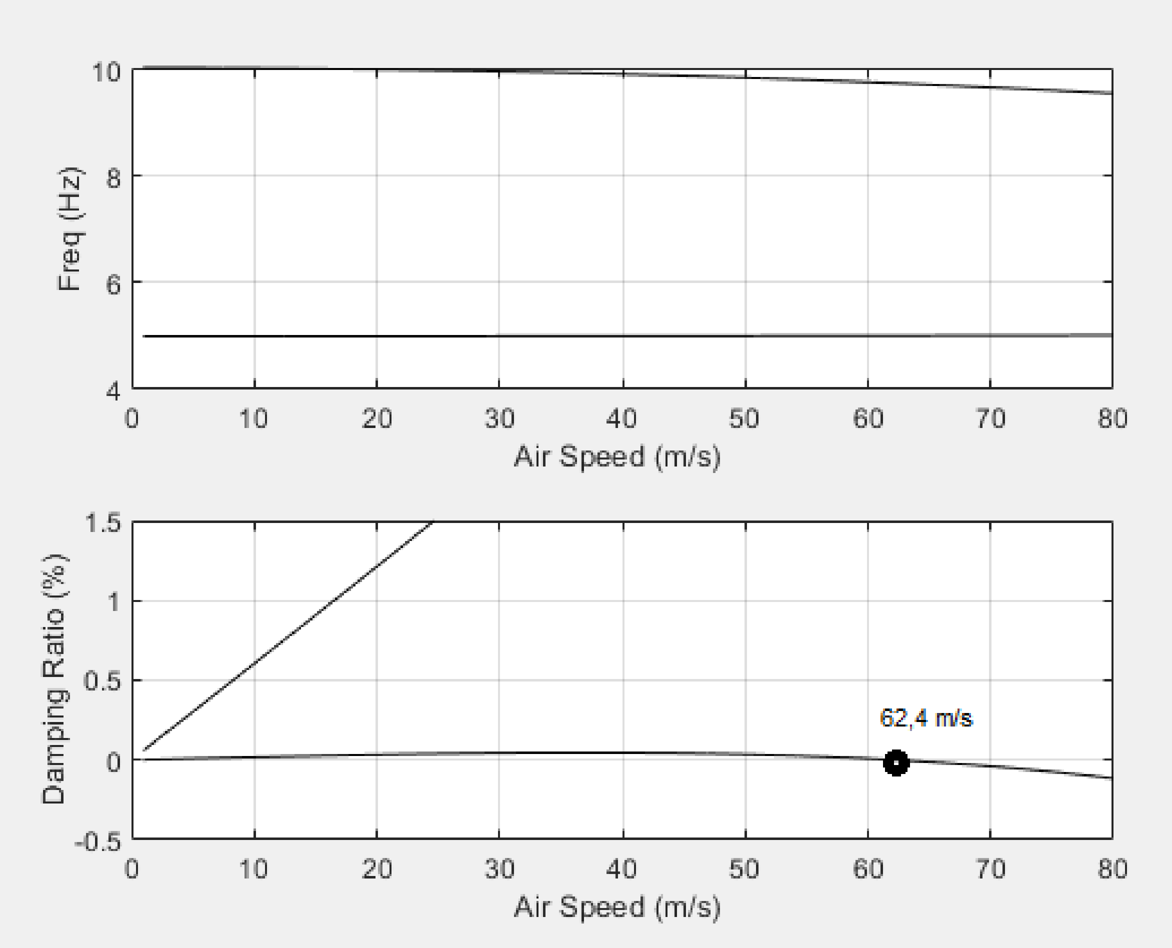
Semi-span (s)	7.5 m	Flap stiffness (K_κ)	$I_\kappa(5 \times 2\pi)^2$ N m/rad
Chord (c)	2 m	Pitch stiffness (K_θ)	$I_\theta(10 \times 2\pi)^2$ N m/rad
Flexural axis (x_f)	$0.48c$	Lift curve slope (a_W)	2π
Mass axis	$0.5c$	Nondimensional pitch damping derivative ($M_{\dot\theta}$)	-1.2
Mass per unit area	100 kg/m^2	Air density (ρ)	1.225 kg/m^3

Amortecimento Aerodinâmico Zero



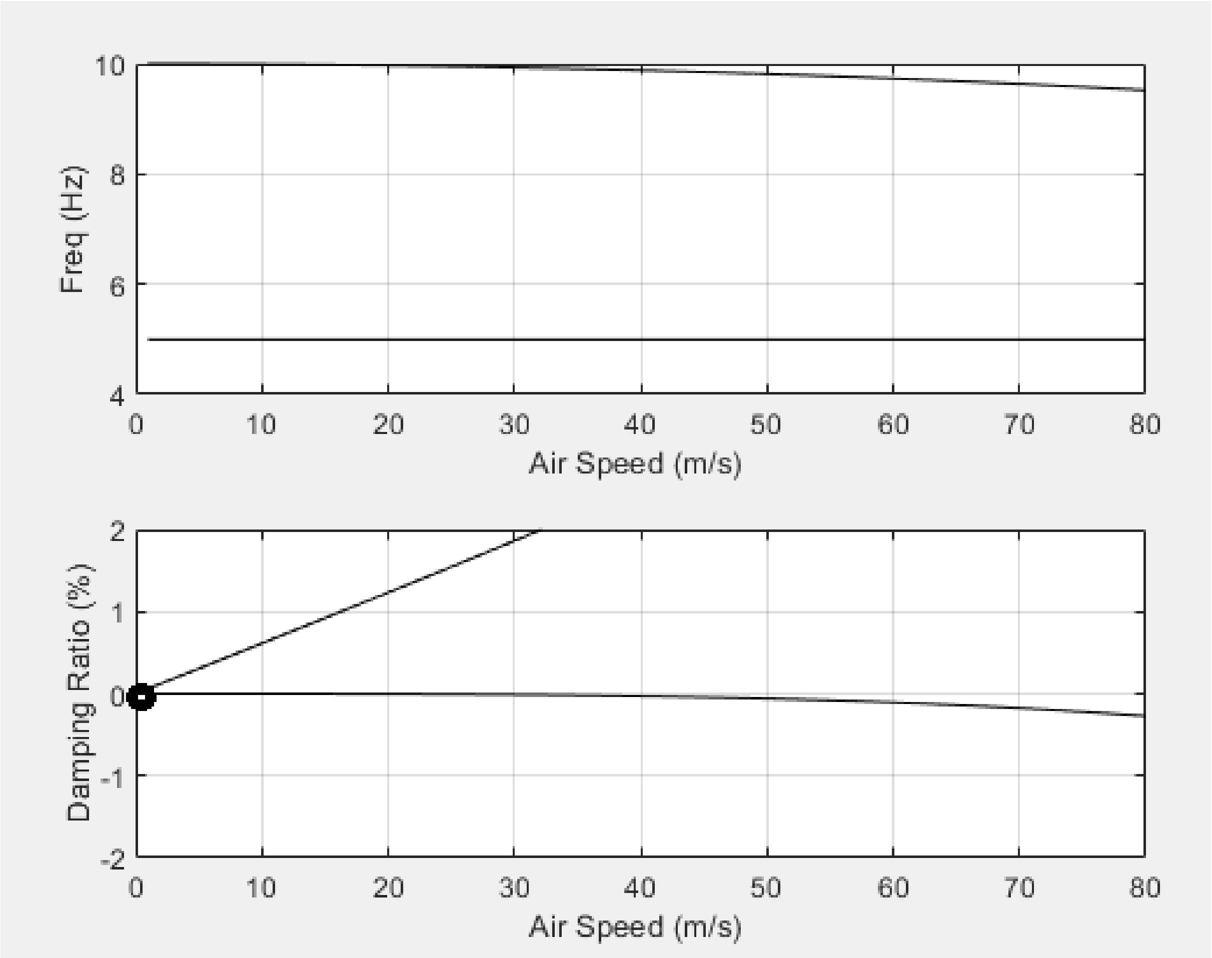
Amortecimento Aerodinâmico com Aerodinâmica Quase-estacionária

$$M_{\dot{\theta}} = 0$$

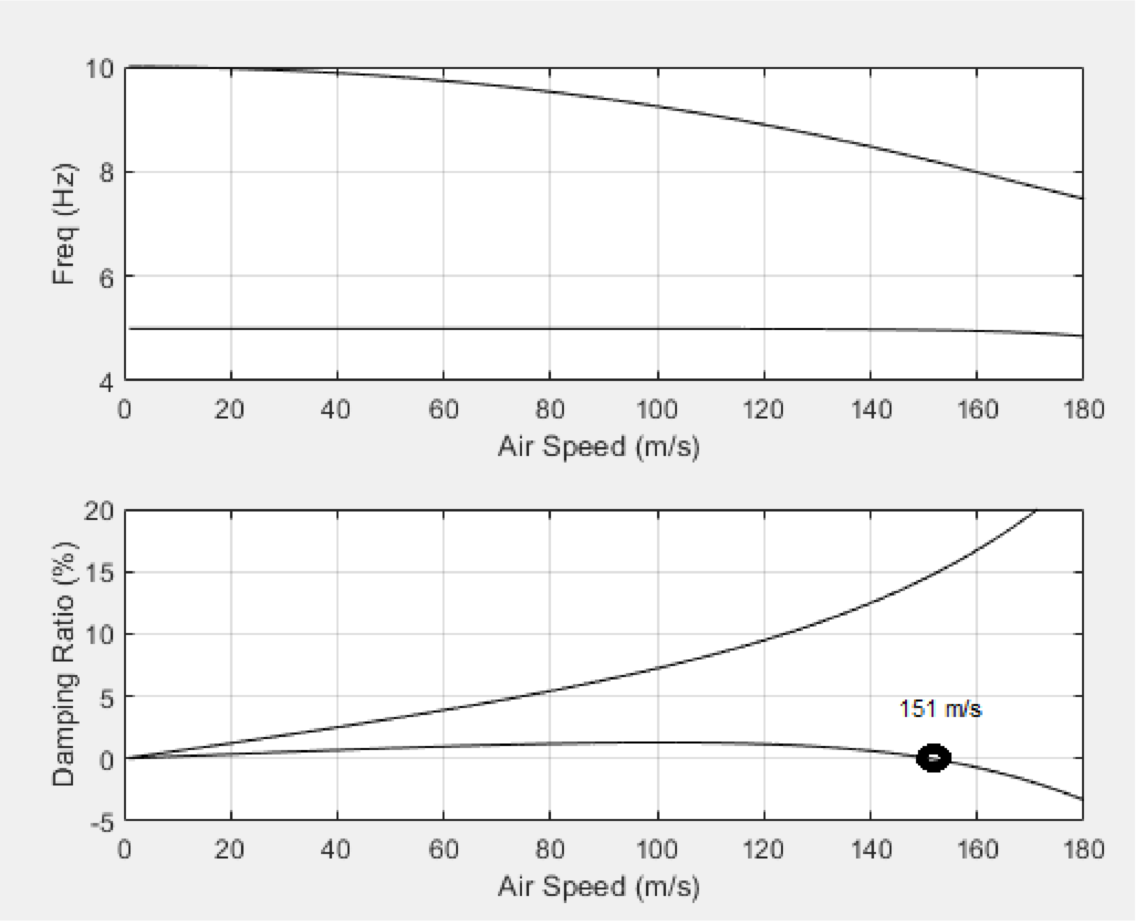


Amortecimento Aerodinâmico com Aerodinâmica Quase-estacionária no sistema modificado

$$M_{\dot{\theta}} = 0$$



Amortecimento Aerodinâmico com Aerodinâmica Não-estacionária no sistema modificado



Amortecimento Aerodinâmico com Aerodinâmica Não-estacionária

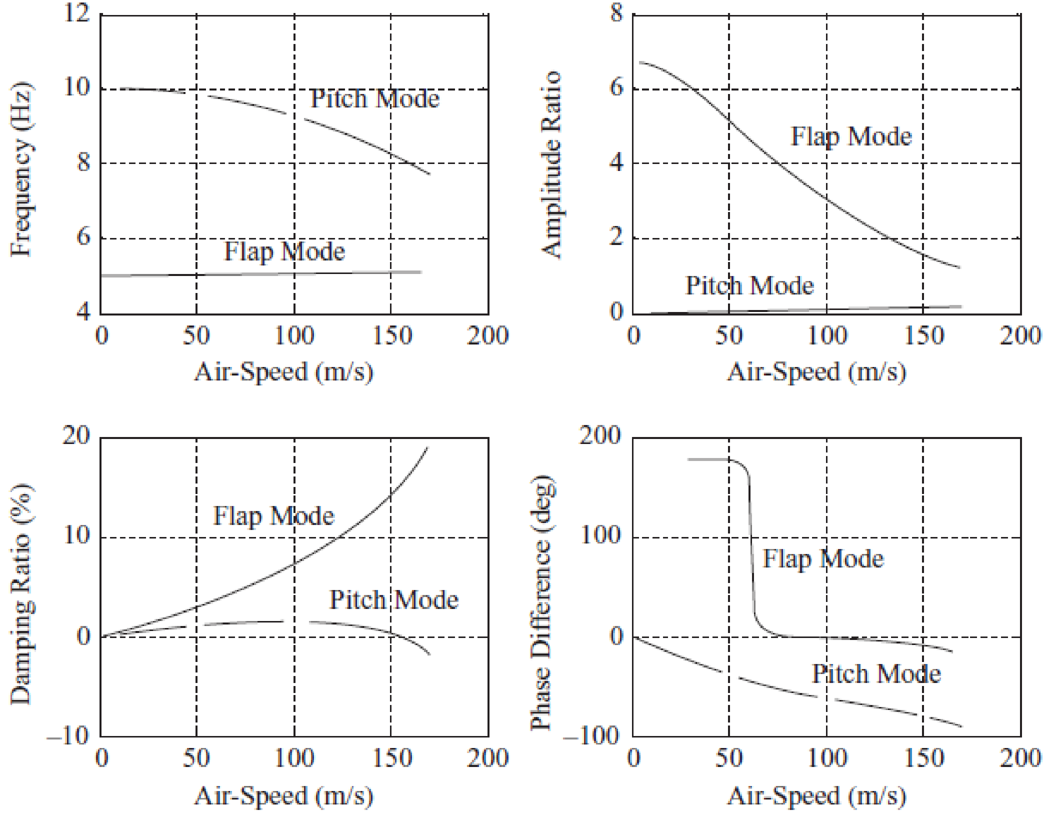
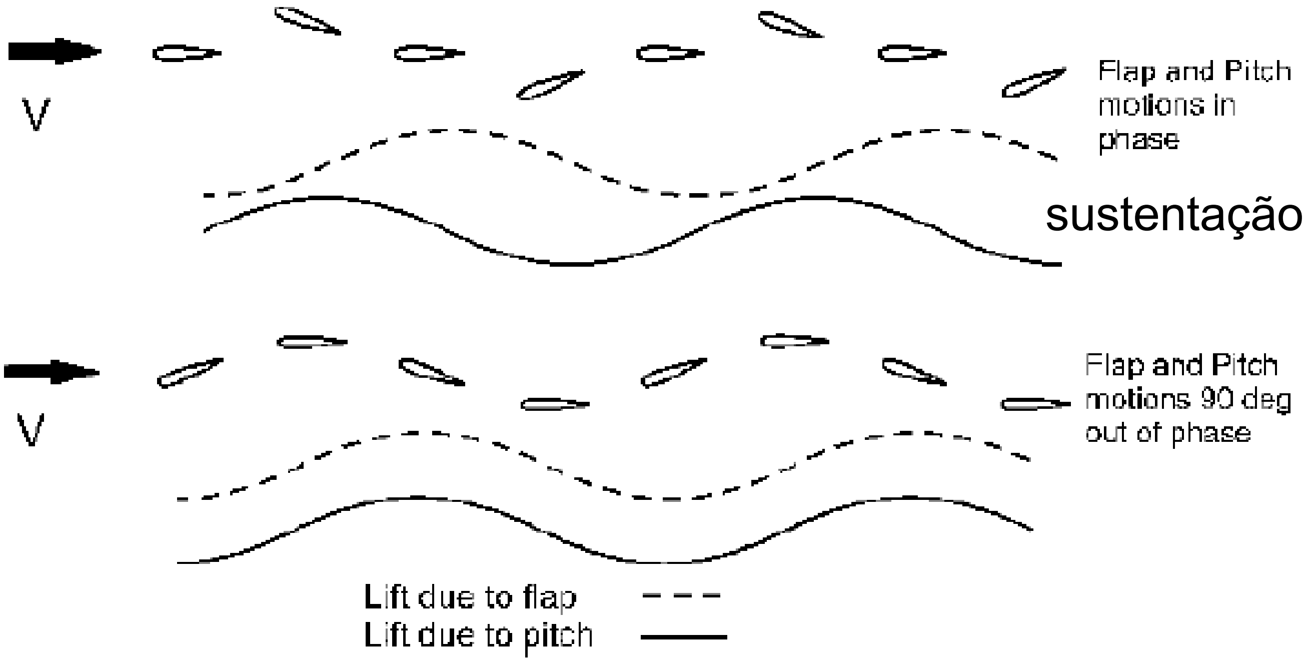


Figure 11.7 Frequency, damping and mode shape trends for the baseline system with $M_{\dot\theta} = -1.2$.

Fase no Flutter



sustentação fora de fase

Soft e Hard Flutter

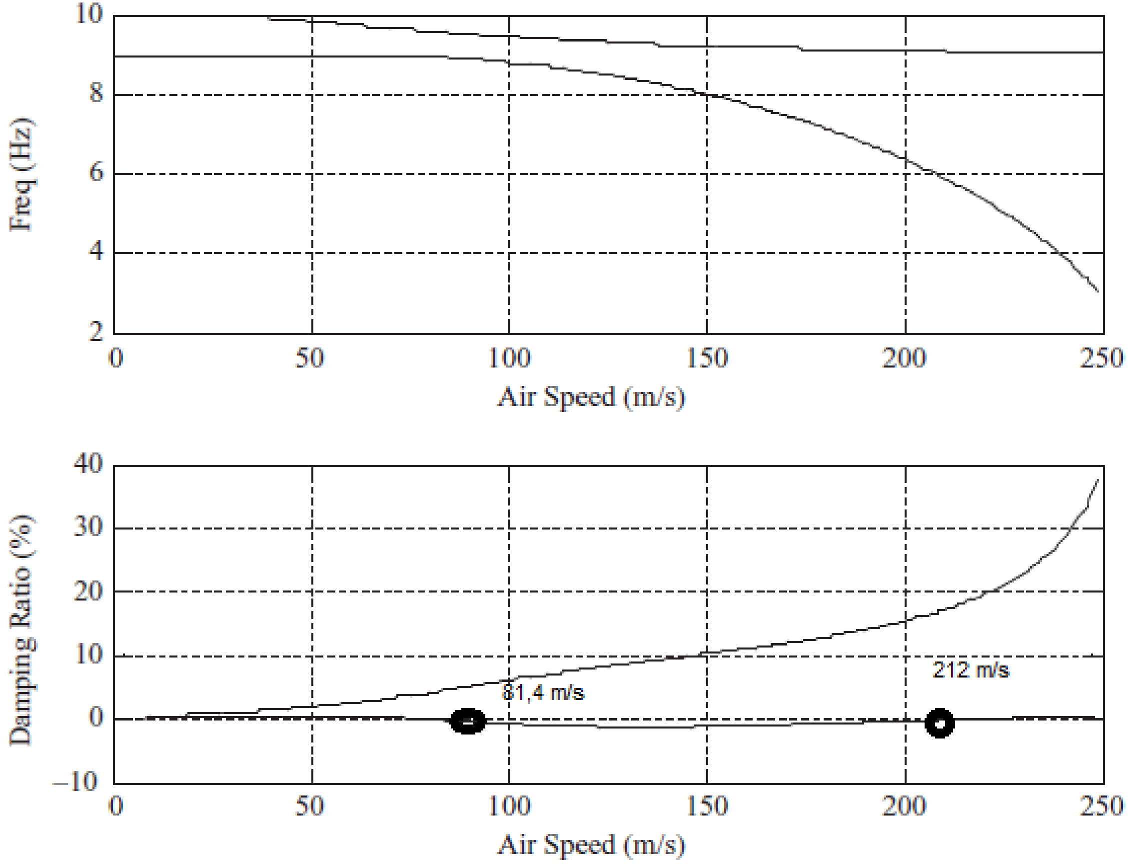


Figure 11.9 Frequency and damping ratio trends for the system with soft flutter.

Amortecimento Estrutural

Amortecimento proporcional:

$$\mathbf{D} = \alpha\mathbf{A} + \beta\mathbf{E}.$$

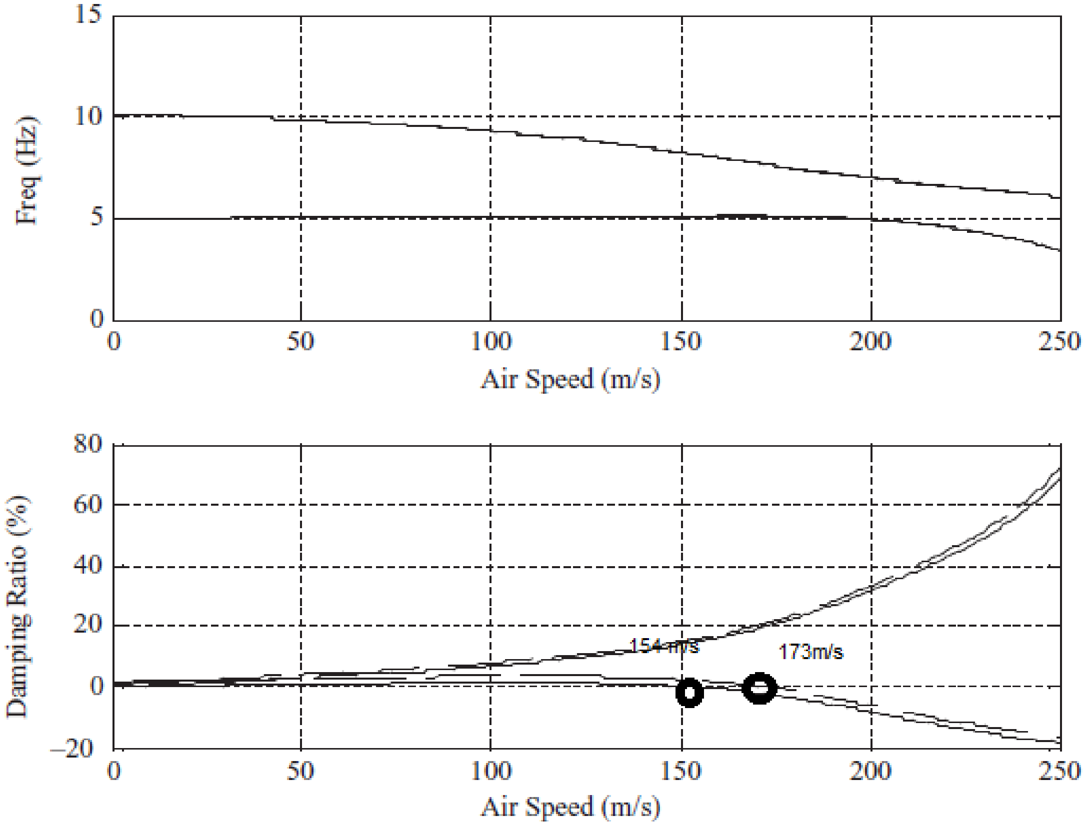
Coeficientes de Raileigh α e β com uma faixa de frequências ω_a e ω_b que atinge razões de amortecimento ζ_a e ζ_b:

$$\alpha = \frac{2\omega_\mathrm{a}\omega_\mathrm{b}\left(\zeta_\mathrm{a}\omega_\mathrm{b} - \zeta_\mathrm{b}\omega_\mathrm{a}\right)}{\omega_\mathrm{a}^2\omega_\mathrm{b}^2}, \qquad \beta = \frac{2\left(\zeta_\mathrm{a}\omega_\mathrm{a} - \zeta_\mathrm{b}\omega_\mathrm{b}\right)}{\omega_\mathrm{b}^2 - \omega_\mathrm{a}^2}.$$

Inclusão do Amortecimento Estrutural

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{A} + \beta \mathbf{E}.$$

$\alpha = \beta = 0{,}03$



1.10 Effect of viscous structural damping (— —) on frequency and damping trends.

Efeito da mudança de posição do eixo de flexão e da matriz de massa

Inclusão de uma faixa com massa M por unidade de comprimento no bordo de ataque. A posição do eixo de massa em relação ao bordo de fuga:

$$x_{\mathrm{cm}} = \frac{mc^2}{2(mc+M)}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \dfrac{ms^3c}{3} + \dfrac{Ms^3}{3} & \dfrac{ms^2}{2}\left(\dfrac{c^2}{2} - cx_{\mathrm{f}}\right) - \dfrac{Ms^2x_{\mathrm{f}}}{2} \\ \dfrac{ms^2}{2}\left(\dfrac{c^2}{2} - cx_{\mathrm{f}}\right) - \dfrac{Ms^2x_{\mathrm{f}}}{2} & ms\left(\dfrac{c^3}{3} - c^2x_{\mathrm{f}} + cx_{\mathrm{f}}^2\right) + Msx_{\mathrm{f}}^2 \end{bmatrix}.$$

Efeito da mudança de posição do eixo de flexão e da matriz de massa

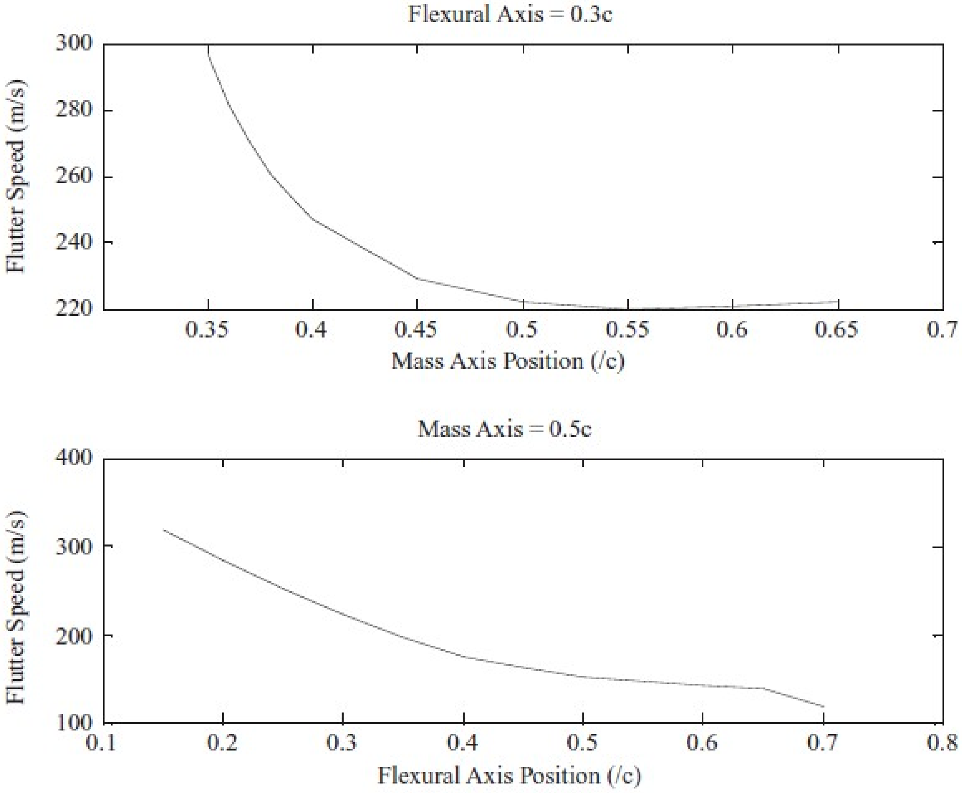


Figure 11.11 Effect of flexural and mass axes position on flutter speed.

Aula Teórico-Prática

Exercício

Obtenha a velocidade de flutter para o modelo binário que se segue. Para isto modifique o programa em matlab que está disponível em pdf no Moodle.

Caso	xf	xcm	g aed	g estrutural	M_{θ}	$M_{\text{bordo ataque}}$
1	0,48c	0,5	N	N	-1,2	0
2	0,35	0,5	N	N	-1,2	0
3	0,48	0,5	S	N	0	0
4	0,5	0,5	S	N	0	0
5	0,5	0,5	S	N	-1,2	0
6	0,5	0,5	S	$\alpha=\beta=0,01$	-1,2	0
7	0,3	0,4	S	$\alpha=\beta=0,03$	-1,2	S