

A decorative graphic in the top-left corner of the slide. It consists of several interlocking puzzle pieces. The pieces are in various shades of gray (light, medium, and dark) and some have a white background with a black dot pattern. They are arranged in a cluster that tapers towards the top-left corner.

7ª Aula – Aeroelasticidade Estática



Aula Teórico Prática

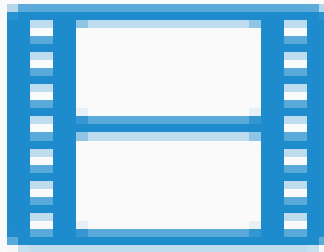
Aeroelasticidade Estática - Divergência

Cap 8 – Wright & Cooper

Sumário

- 1) Introdução
- 2) Divergência em Aerofólios
- 3) Comportamento de uma asa engastada na raiz
- 4) Efeito da sustentação gerada pelo estabilizador horizontal na velocidade de divergência
- 5) Efeito do enflexamento da asa na velocidade de divergência

Introdução



Aeroelasticidade Estática

- Forças e momentos considerados ser independentes do tempo -> sustentação e momento dependem apenas do ângulo de incidência em cada faixa da asa
- Cargas provocam flexão e torção mudando o ângulo de incidência e alterando a sustentação e o momento até que o equilíbrio ocorra

Aeroelasticidade Estática

- Deformações estáticas influenciam em: regime de voo permanente (cruzeiro p exemplo), distribuição da sustentação, arrasto, efetividade das superfícies de controle, equilíbrio de forças na aeronave e na estabilidade e controle da aeronave
- Dois fenômenos críticos: **divergência** e reversão dos controles

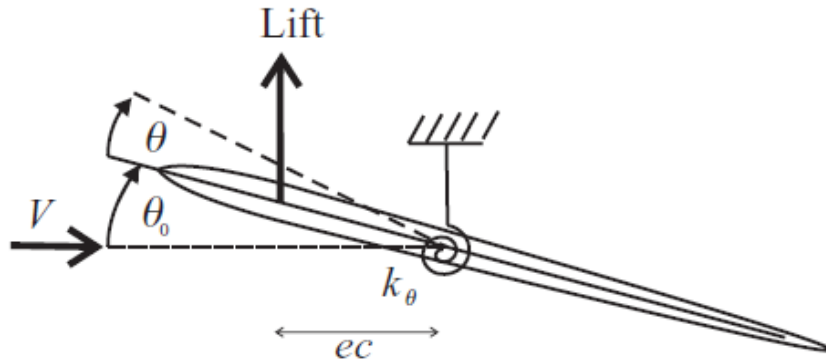
Divergência

- Momento devidos as forças aerodinâmicas superam os momentos restauradores da estrutura -> falha estrutural
- Mais comum é a divergência torsional
- velocidade de flutter < velocidade de divergência
- importante para certificação da EASA e FAA

Sumário

- 1) Introdução
- 2) Divergência em Aerofólios
- 3) Comportamento de uma asa engastada na raiz
- 4) Efeito da sustentação gerada pelo estabilizador horizontal na velocidade de divergência
- 5) Efeito do enflexamento da asa na velocidade de divergência

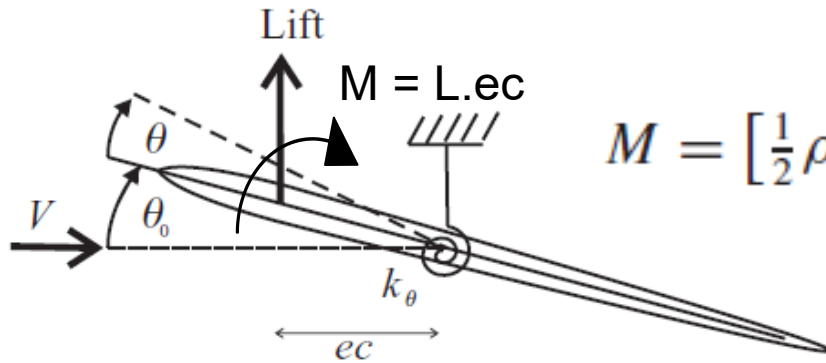
Divergência em Aerofólios



- Envergadura unitária e corda c
- Perfil simétrico
- Conectado por mola com rigidez K_θ
- Inclinação da curva $C_l \times \alpha = a_1$
- ângulo de incidência inicial θ_0
- pressão dinâmica $\rightarrow q = 1/2 \rho V^2$
- torção devido ao carregamento aerodinâmico - θ

Divergência em Aerofólios

- A sustentação gera um momento de arfagem:

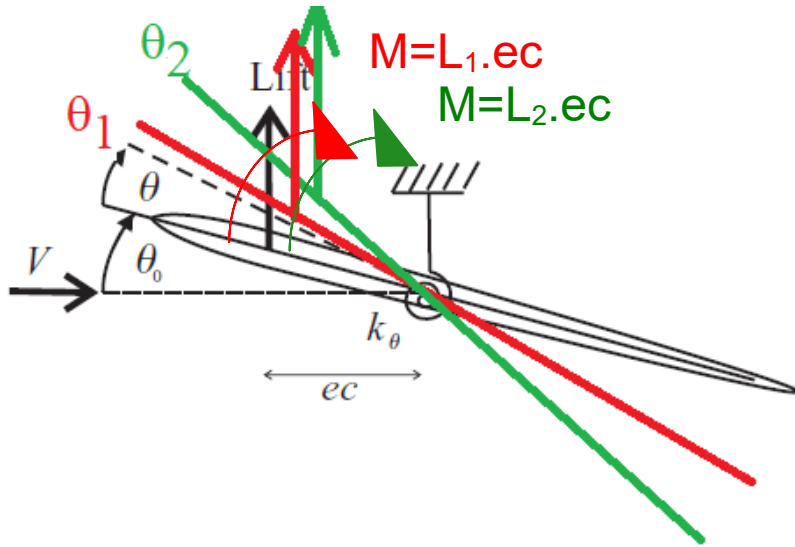


$$M = \left[\frac{1}{2} \rho V^2 c a_1 \theta_0 \right] ec = \frac{1}{2} \rho V^2 ec^2 a_1 \theta_0 = q ec^2 a_1 \theta_0$$

Este momento torce mais o perfil aumentando o ângulo de torção θ :

$$\theta = \frac{q ec^2 a_1}{K_\theta} \theta_0 = q R \theta_0$$

Divergência em Aerofólios



- A nova torção – θ :

$$\theta = \frac{q ec^2 a_1}{K_\theta} \theta_0 = qR \theta_0$$

– altera novamente o carregamento:

$$\theta = q ec^2 a_1 \frac{1 + qR}{K_\theta} \theta_0 = qR(1 + qR) \theta_0.$$

E assim por diante:

$$\theta = qR [1 + qR + (qR)^2 + (qR)^3 + (qR)^4 + \dots] \theta_0.$$

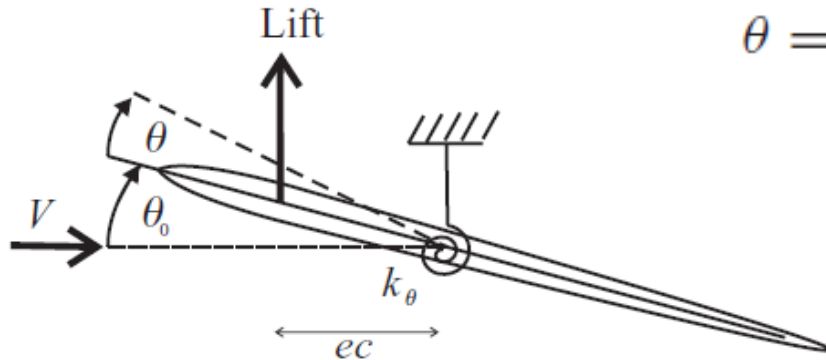
Divergência em Aerofólios

- PG infinita

$$\theta = qR [1 + qR + (qR)^2 + (qR)^3 + (qR)^4 + \dots] \theta_0.$$



$$\theta = \frac{qR}{1 - qR} \theta_0.$$



Quando a torção tende para o infinito o denominador tende a 0:

$$q_{\text{div}} = \frac{1}{R} = \frac{K_{\theta}}{ec^2 a_1}$$

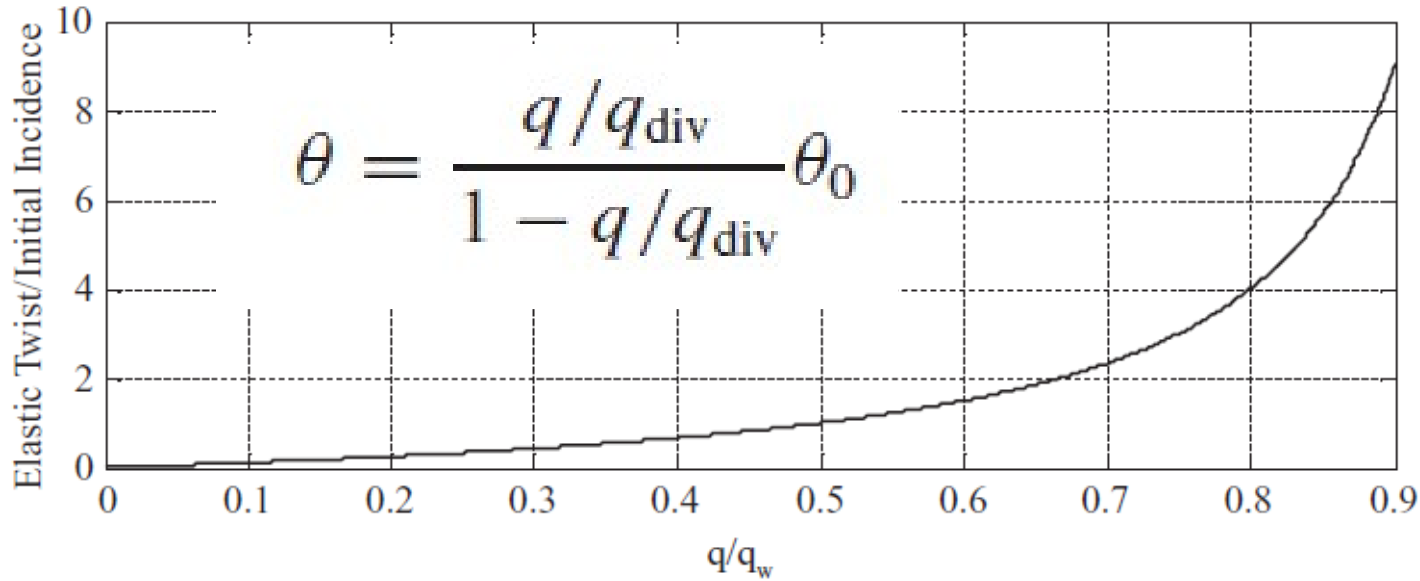


$$\theta = \frac{q/q_{\text{div}}}{1 - q/q_{\text{div}}} \theta_0$$

Divergência em Aerofólios



θ/θ_0



velocidade aumenta

Exercício 1

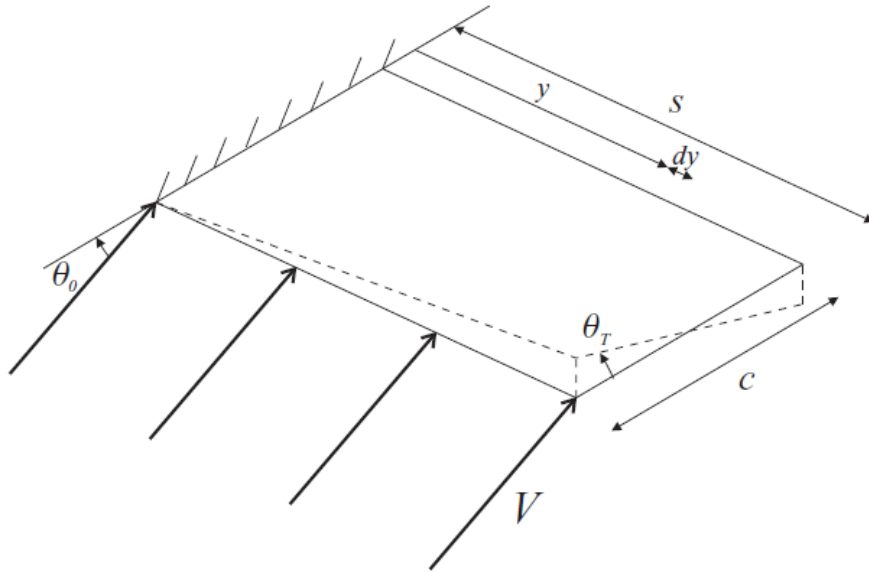
Um perfil tem uma corda média de 3 m. Seu Centro Aerodinâmico está a uma quarto da corda do perfil a frente de seu Centro de Torção. A inclinação da curva $C_L \times \alpha$ é de 3,5 e a velocidade de mergulho ao nível do mar é de 200 m/s. Sabendo que a densidade ao nível do mar é $1,225 \text{ kg/m}^3$, calcule a mínima rigidez torsional para que não ocorra divergência quando a aeronave realizar um mergulho.

$$q_{\text{div}} = \frac{1}{R} = \frac{K_{\theta}}{ec^2a_1}$$

Sumário

- 1) Introdução
- 2) Divergência em Aerofólios
- 3) Comportamento de uma asa engastada na raiz
- 4) Efeito da sustentação gerada pelo estabilizador horizontal na velocidade de divergência
- 5) Efeito do enflexamento da asa na velocidade de divergência

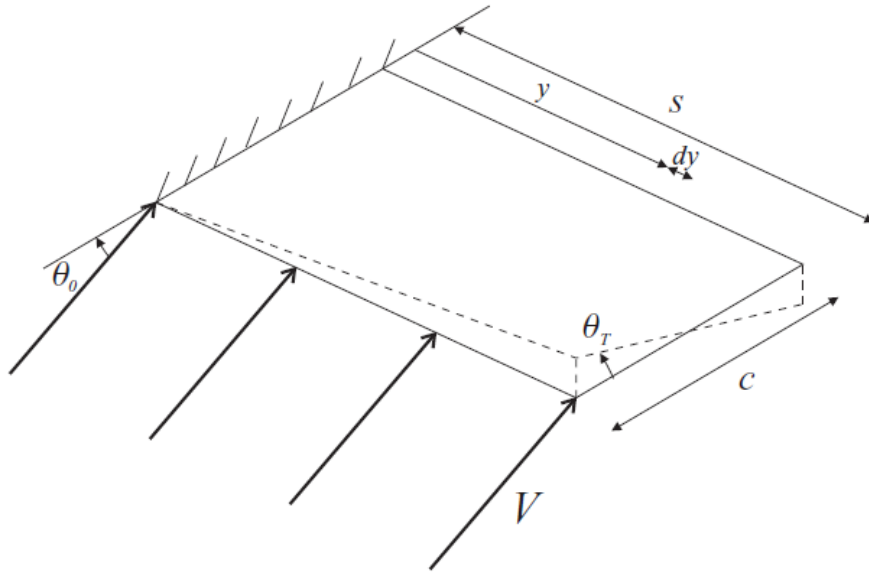
Comportamento de uma asa engastada na raiz



- semi envergadura – s
- corda – c
- aerofólio simétrico
- sem torção inicial – $\theta_0 = 0$
- distância centro de torção – centro aerodinâmico - ec
- rigidez torsional – GJ
- inclinação $C_L \times \alpha$ da asa – a_w
- a torção varia linearmente com a torção na ponta:

$$\theta = \frac{y}{s} \theta_T,$$

Comportamento de uma asa engastada na raiz



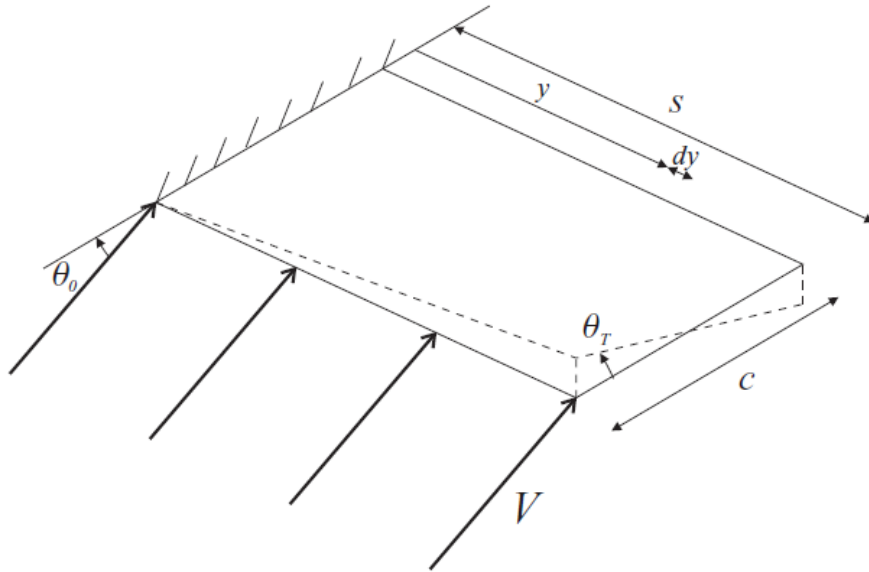
A torção na ponta pode ser representada por:

$$\theta_T = \frac{3q ec^2 s^2 a_W}{6GJ - 2q ec^2 s^2 a_W} \theta_0.$$

E a pressão dinâmica de divergência fica:

$$q_W = \frac{3GJ}{ec^2 s^2 a_W}.$$






Comportamento de uma asa engastada na raiz



$$\theta_T = \frac{3q ec^2 s^2 a_W}{6GJ - 2q ec^2 s^2 a_W} \theta_0.$$



$$q_W = \frac{3GJ}{ec^2 s^2 a_W}.$$

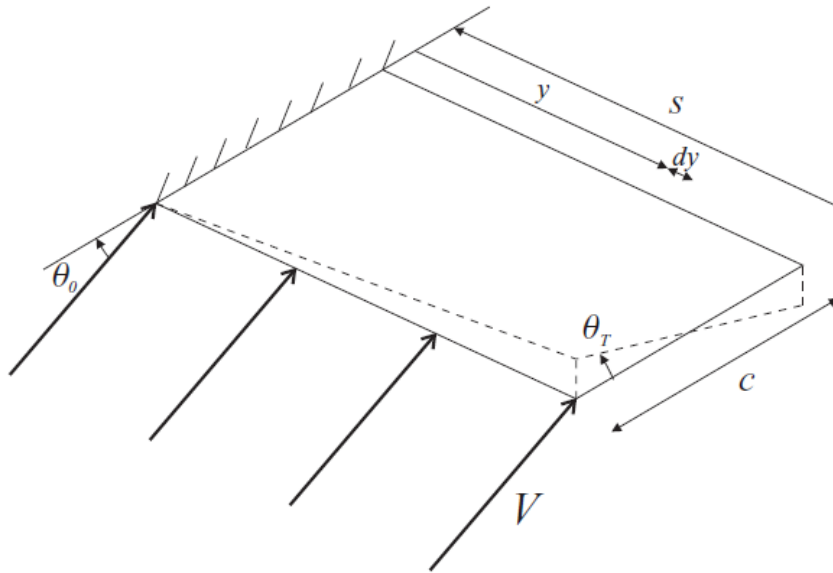
ec			q_W	
GJ				

Se $ec = 0$ (CA coincidir com CT) não haverá torção

Se o CT ficar a frente do CA a torção será no sentido de baixar o ângulo de ataque e não haverá divergência

Comportamento de uma asa engastada na raiz

A sustentação total é encontrada por integração ao longo da asa e pode ser representada por:



$$L = \int_0^s \frac{dL}{dy} dy = q c s a_w \left[1 + \frac{3 (q/q_w)}{4 (1 - q/q_w)} \right] \theta_0.$$

Comportamento de uma asa TOTALMENTE engastada NAS EXTREMIDADES (PONTAS)



Se considerarmos uma asa engastada nas paredes de um túnel de vento:

$$\theta_T = \frac{3 q e c^2 s^2 a_W}{6 G J - q e c^2 s^2 a_W} = 0$$

E a pressão dinâmica:

$$q_W = \frac{6 G J}{e c^2 s^2 a_W}$$

Exercício 2

Considere um modelo de uma asa uniforme torsionalmente elástica ($GJ = 32 \text{ N.m}^2$) cujas pontas estejam rigidamente conectadas as paredes do túnel de vento. O modelo é um aerofólio simétrico com uma envergadura de 0,92 m e uma corda de 0,15 m. A inclinação da curva $C_l \times \alpha$ da asa é de $6 / \text{rad}$. O centro aerodinâmico é localizado no quarto de corda e tanto o centro de massa quanto o eixo elástico estão na corda média. Obtenha a velocidade e a pressão dinâmica de divergência.

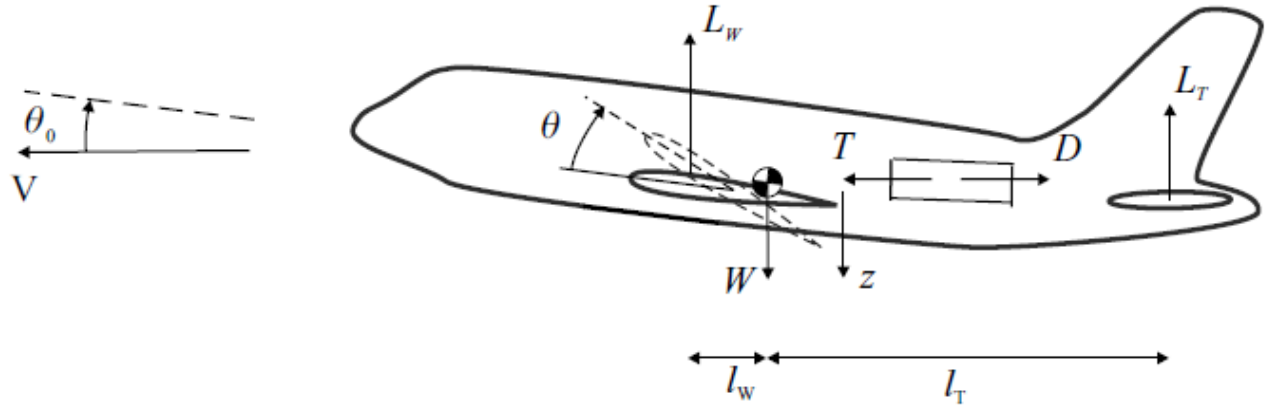
$$\theta_T = \frac{3 q e c^2 s^2 a_w}{6 GJ - q e c^2 s^2 a_w}$$

Sumário

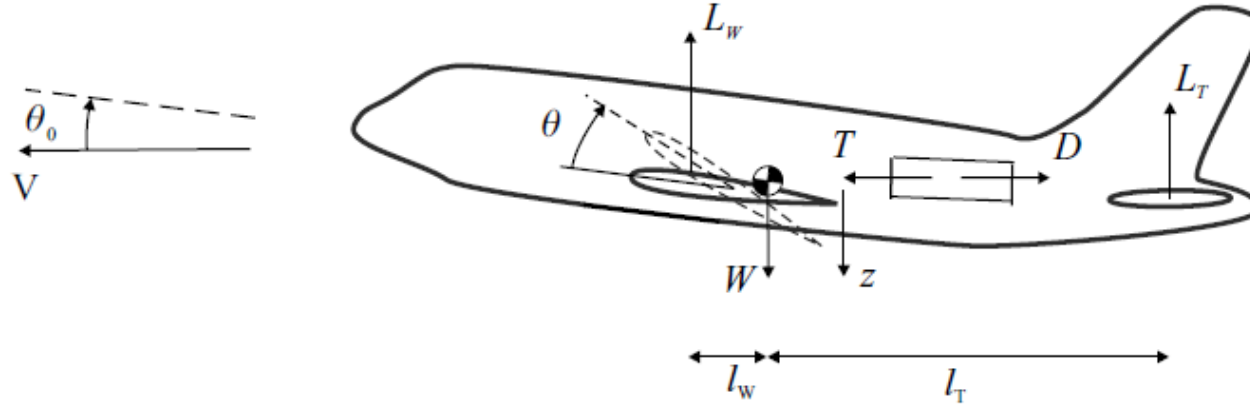
- 1) Introdução
- 2) Divergência em Aerofólios
- 3) Comportamento de uma asa engastada na raiz
- 4) Efeito da sustentação gerada pelo estabilizador horizontal na velocidade de divergência
- 5) Efeito do enflexamento da asa na velocidade de divergência

Efeito da sustentação gerada pelo estabilizador horizontal na velocidade de divergência

- aeronave idealizada de peso W
- voo permanente
- fuselagem rígida
- vórtices de ponta desprezados
- aerofólios da asa e empenagem horizontal são simétricos
- CA tanto da asa quanto da empenagem estão no quarto de corda
- arrasto e tração da aeronave estão alinhados e não contribuem para os momentos de arfagem



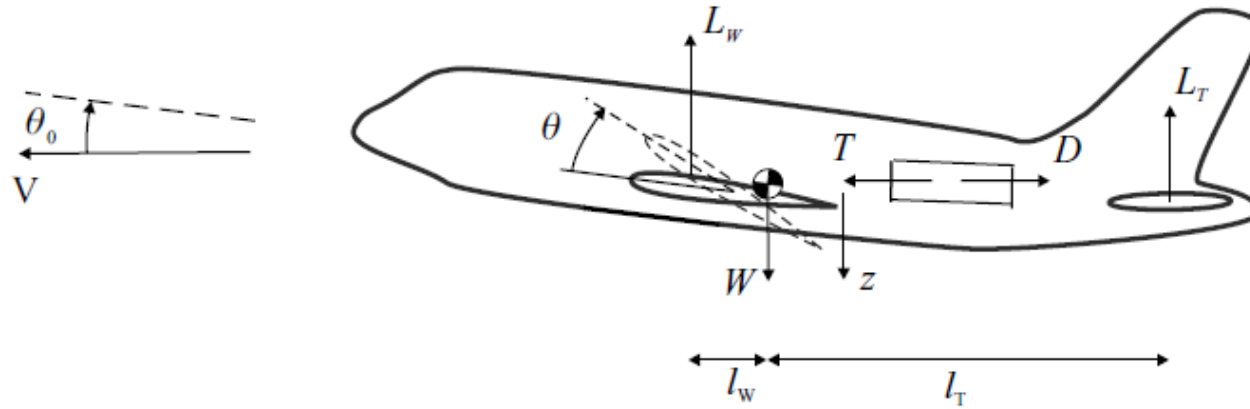
Efeito da sustentação gerada pelo estabilizador horizontal na velocidade de divergência



- usando as equações de Lagrange e considerando que θ_0 e θ_T devem ser incluídos nas equações

$$\begin{bmatrix} 2q c s a_w & q c s a_w \\ q e c^2 s a_w & \left(\frac{2}{3} q e c^2 s a_w - 2 \frac{GJ}{s} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_0 \\ \theta_T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{W l_T}{l_w + l_T} \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Efeito da sustentação gerada pelo estabilizador horizontal na velocidade de divergência

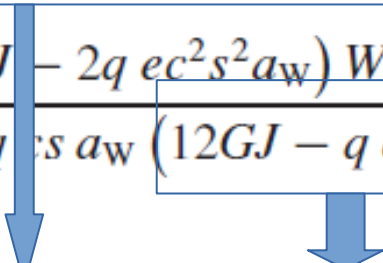


$$\theta_T = \frac{W l_T / (l_W + l_T)}{4GJ / (ec s) - q cs a_W / 3} = \frac{W l_T / (l_W + l_T)}{4GJ / [1 - q / (4q_W)] (ec s)}$$

$$\theta_0 = \frac{(6GJ - 2q ec^2 s^2 a_W) W l_T / (l_T + l_W)}{q cs a_W (12GJ - q ec^2 s^2 a_W)} = \frac{W l_T / (l_T + l_W) (1 - q / q_W)}{2q cs a_W [1 - q / (4q_W)]}$$

Efeito da sustentação gerada pelo estabilizador horizontal na velocidade de divergência

$$\theta_T = \frac{W l_T / (l_W + l_T)}{4GJ / (ec s) - q cs a_W / 3}$$

$$\theta_0 = \frac{(6GJ - 2q ec^2 s^2 a_W) W l_T / (l_T + l_W)}{q cs a_W (12GJ - q ec^2 s^2 a_W)}$$


q_A ... velocidade de divergência da aeronave em equilíbrio

$$q = q_A = \frac{12GJ}{ec^2 s^2 a_W} = 4q_W,$$

$$q_W = \frac{3GJ}{ec^2 s^2 a_W}.$$

q_W ... velocidade de divergência da asa engastada na raiz

Sumário

- 1) Introdução
- 2) Divergência em Aerofólios
- 3) Comportamento de uma asa engastada na raiz
- 4) Efeito da sustentação gerada pelo estabilizador horizontal na velocidade de divergência
- 5) Efeito do enflexamento da asa na velocidade de divergência

Efeito do Enflexamento

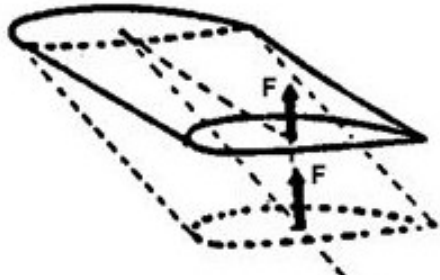


Phenom 300



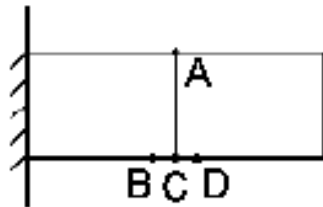
Grumman X-29

Efeito do Enflexamento no ângulo efetivo de incidência



V_D – velocidade de divergência

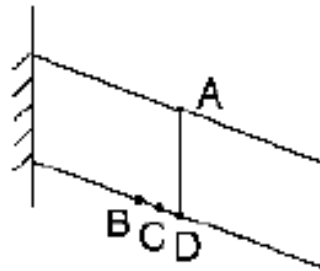
Ângulo de incidência – θ_{ef} não se altera com a flexão



No Sweep

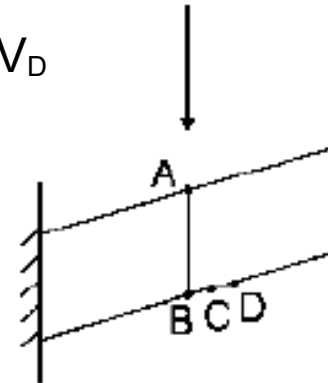
Ângulo de incidência – θ_{ef} se reduz com a flexão

$V_{D\text{sweepback}} > V_D$



Sweepback

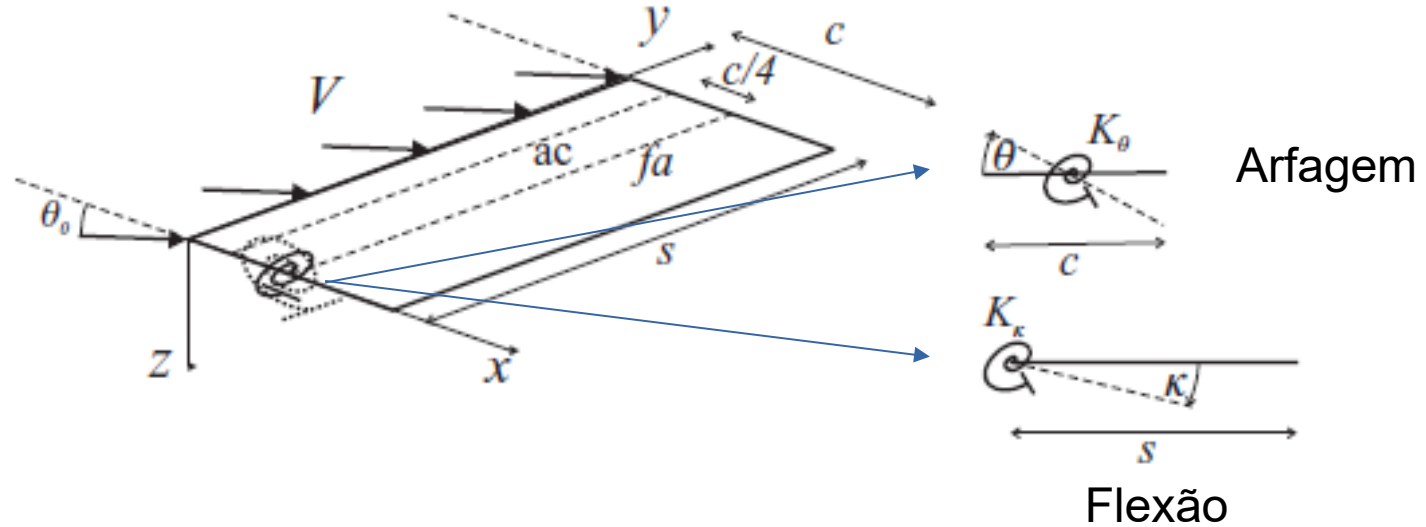
$V_{D\text{sweepforward}} < V_D$



Sweepforward

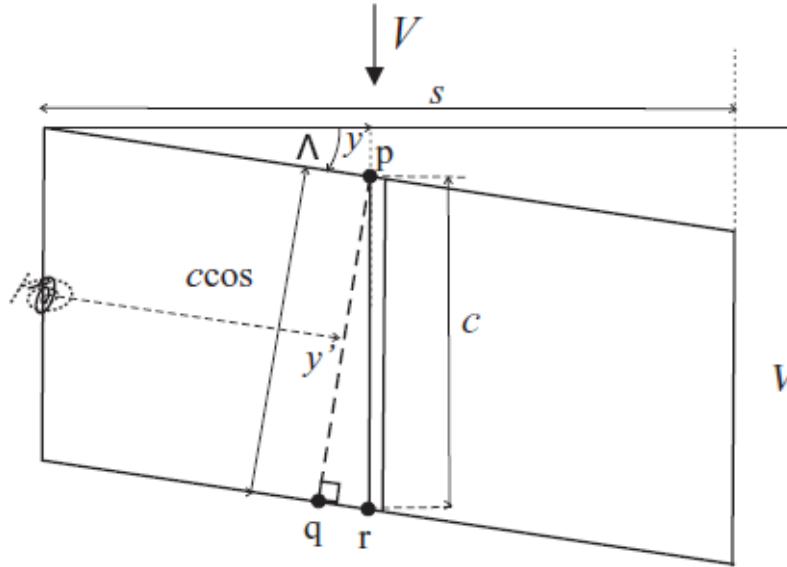
Ângulo de incidência – θ_{ef} aumenta com a flexão

Efeito do Enflexamento



- 1) Rigid untapered wing attached to the root with pitch and flap springs.

Efeito do Enflexamento



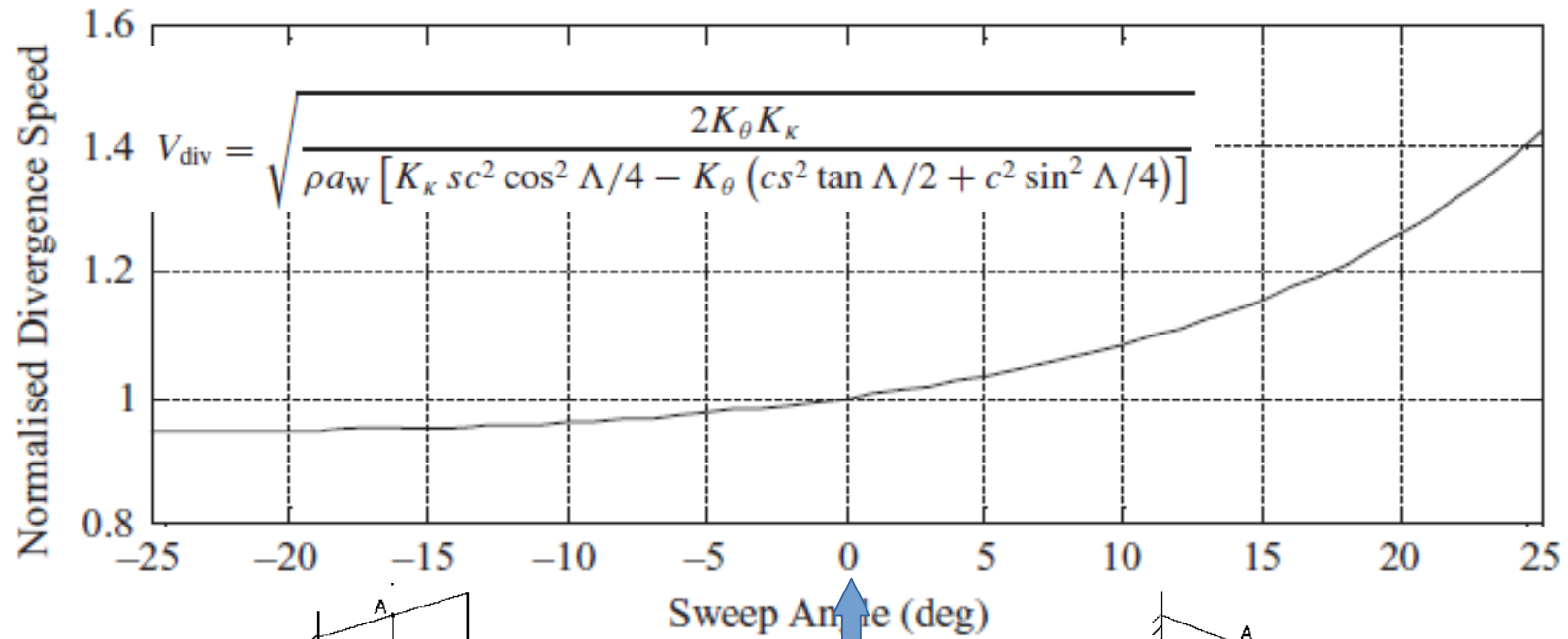
$$\Delta\theta_{\text{pitch}} = \frac{c\theta\cos\Lambda}{c} = \theta\cos\Lambda,$$

$$V_{\text{div}} = \sqrt{\frac{2K_{\theta}K_{\kappa}}{\rho a_w [K_{\kappa} s c^2 \cos^2 \Lambda/4 - K_{\theta} (c s^2 \tan \Lambda/2 + c^2 \sin^2 \Lambda/4)]}}$$

$$\downarrow \quad \Lambda = 0$$

$$V_{\text{div}} = \sqrt{\frac{8K_{\theta}}{\rho a_w c^2 s}}$$

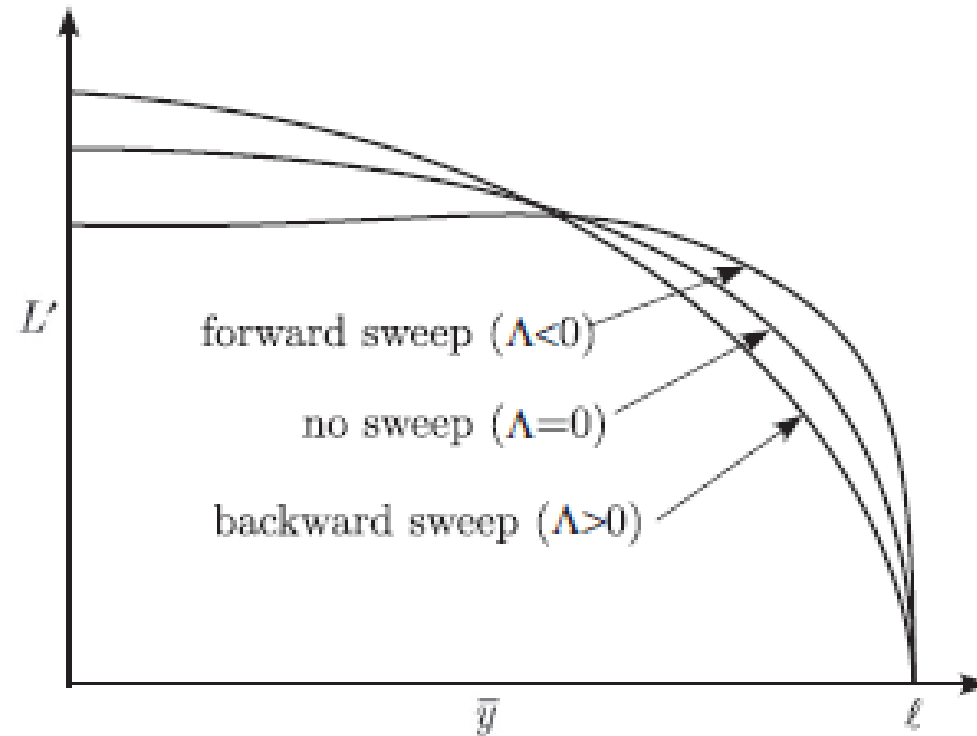
Efeito do Enflexamento

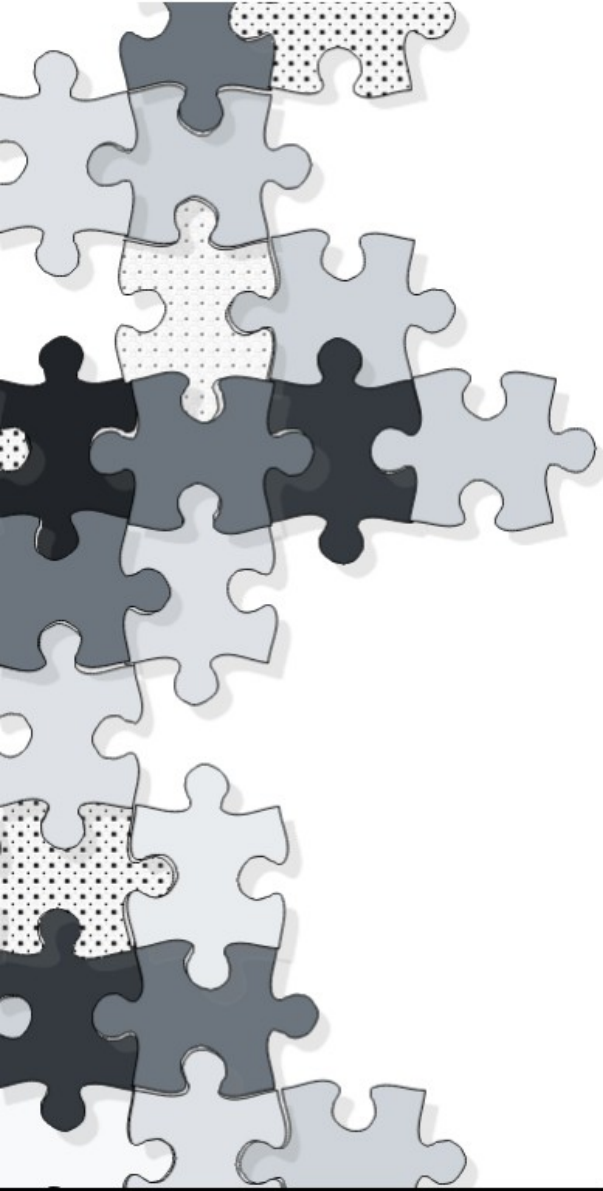


Effect of sweep angle on normalized divergence speed.

$$V_{div} = \sqrt{\frac{8K_{\theta}}{\rho a_w c^2 s}}$$

Efeito do Enflexamento na Sustentação





Aula Prática

(PDF e Planilha anexa)