universidade de aveiro

Estudo da dinâmica e controlo de um pórtico

Dinâmica e Controlo de Veículos Espaciais

António Ferreira | 107863
Magner Gusse | 110180
Vasco Carreira | 109439

TABELA DE CONTEÚDOS

01. INTRODUÇÃO

Introdução

A **análise** e o **controlo** de sistemas mecânicos são fundamentais para garantir precisão e estabilidade de estruturas

A resposta dinâmica deste tipo de sistemas deve ser estudada para

- **Evitar ressonância**
- **Reduzir vibrações**

Contribuindo para um desempenho mais seguro e eficiente

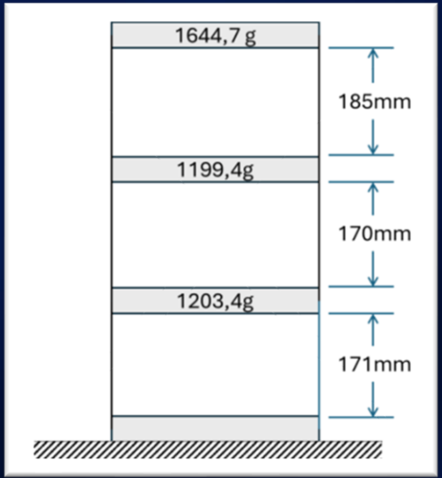
Objetivos

→ Desenvolver um modelo discreto que represente o comportamento dinâmico da estrutura

→ Determinar os parâmetros modais

→ Implementar um controlador LQR

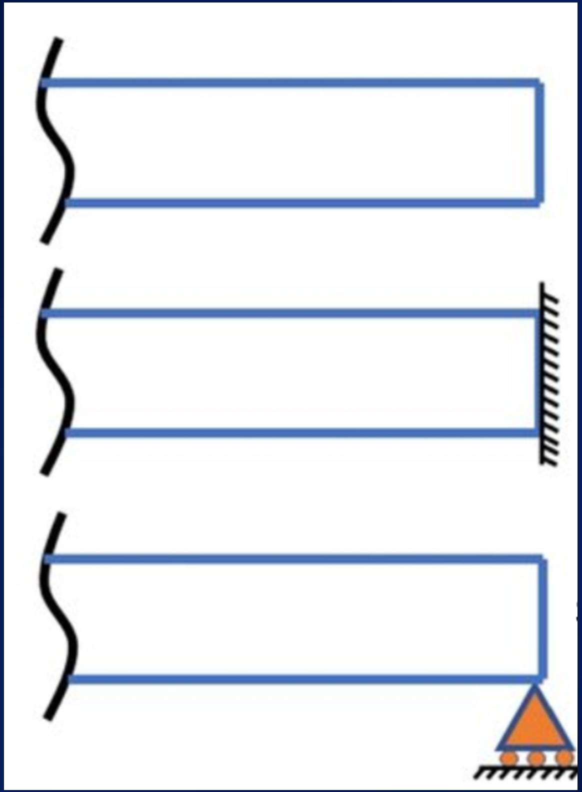
→ Implementar observadores para estimar todos os estados



Permite um controlo mais eficiente

Condições de Fronteira

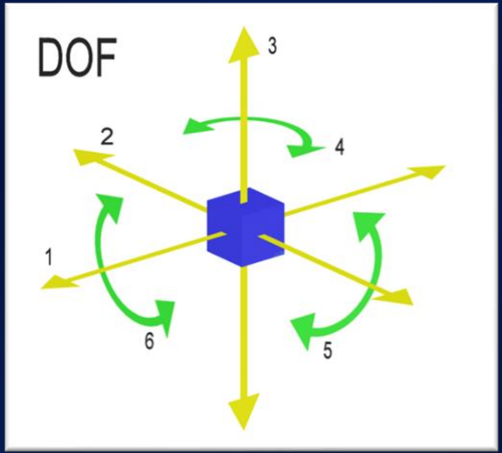
- **LIVRE**
- **ENCASTRADA**
- **SIMPLESMENTE APOIADA**



Graus de Liberdade (DOF)

Qualquer sistema mecânico pode ser classificado consoante o número de graus de liberdade que possui

Número de parâmetros independentes necessários para descrever a sua posição no espaço



Para este trabalho, o sistema é simplificado para um modelo discreto com três graus de liberdade

Correspondentes aos deslocamentos das massas ao longo da direção da vibração

Modos e Frequências Naturais

Modos Naturais

Frequências Naturais

Descrevem a vibração do sistema quando este é excitado por uma força externa

- Permitem prever o comportamento do sistema

Evitando problemas como:

-Ressonância na estrutura

-Falhas

Os Modos Naturais representam padrões de movimento que o sistema adquire quando vibra livremente

definidos por

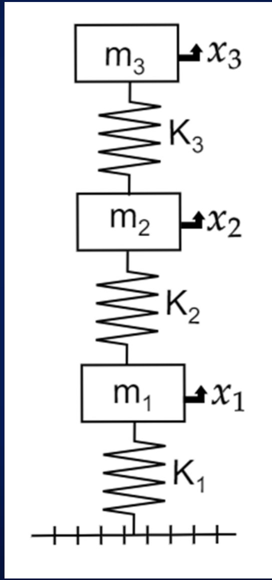
Forma Modal

Frequência Natural

02. Metodologia e Resultados

Sistema de Equações do Movimento

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\}$$



$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + K_1 \cdot x_1 + K_2 \cdot x_1 - K_2 \cdot x_2 = F_1 = 0$$
$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 + K_2 \cdot x_2 - K_2 \cdot x_1 + K_3 \cdot x_2 - K_3 \cdot x_3 = F_2 = 0$$
$$m_3 \cdot \ddot{x}_3 + K_3 \cdot x_3 - K_3 \cdot x_2 = F_3 = 0$$

$$K_1 = 4K_{vigas_1}; \quad K_{vigas_1} = \frac{12EI}{L_1^3}$$
$$K_2 = 4K_{vigas_2}; \quad K_{vigas_2} = \frac{12EI}{L_2^3}$$
$$K_3 = 4K_{vigas_3}; \quad K_{vigas_3} = \frac{12EI}{L_3^3}$$

Cálculo Numérico

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K3 & -K_3 \\ 0 & -K_3 & K_3 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{gathered} [a, b] = eig(K, M) \\ Kv = \lambda M v \\ \lambda = \omega^2 \end{gathered}}$$

Parâmetro	Valor
Módulo de elasticidade	$E = 70$ GPa
Massa 1	$m_1 = 1203,4$ g
Massa 2	$m_2 = 1199,4$ g
Massa 3	$m_3 = 1644,7$ g
Comprimento 1	$L_1 = 171$ mm
Comprimento 2	$L_2 = 170$ mm
Comprimento 3	$L_3 = 185$ mm

Resultados:

$$f1 = 3.88 \text{ Hz}$$
$$f2 = 10.73 \text{ Hz}$$
$$f3 = 16.90 \text{ Hz}$$

Discussão do grau de aproximação do Modelo Discreto em relação à realidade

Condições de Fronteira

No modelo discreto, as vigas são assumidas como bi-encastradas, o que restringe deslocamento e rotação nas extremidades

Pontos de Massa Discretos vs Massa Distribuída

No modelo discreto, a massa das vigas é desprezada, considerando que toda a massa está concentrada em três pontos discretos correspondentes aos blocos móveis.

Na realidade, as vigas possuem uma massa distribuída que contribui para o comportamento dinâmico da estrutura.

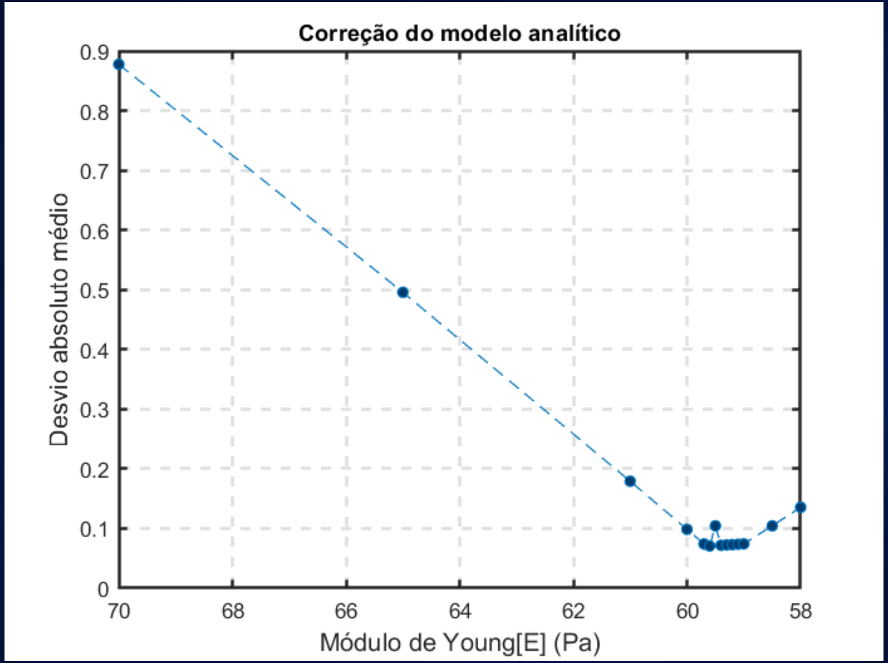
Rigidez da viga vs Rigidez das massas

Assumir que as massas têm rigidez infinita.

Graus de Liberdade

No modelo discreto, o sistema é restrito a três graus de liberdade transversais. No entanto, o mecanismo real pode permitir graus de liberdade adicionais, como por exemplo rotações.
Essa simplificação reduz a complexidade do modelo.

Correção do módulo de Young



- **Frequências experimentais:**

$f1 = 3.42$ Hz $\quad f2 = 9.85$ Hz $\quad f3 = 15.60$ Hz

- **Frequências antes da correção:**

$f1 = 3.88$ Hz $\quad f2 = 10.73$ Hz $\quad f3 = 16.90$ Hz

- **Frequências após a correção:**

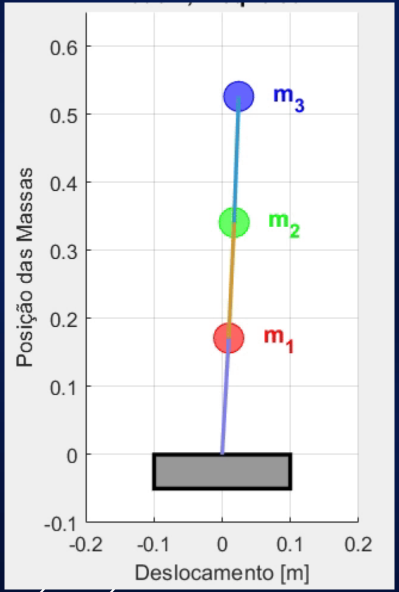
$f1 = 3.58$ Hz $\quad f2 = 9.90$ Hz $\quad f3 = 15.59$ Hz

$$\boxed{E = 70GPa \longrightarrow E = 50.9GPa}$$

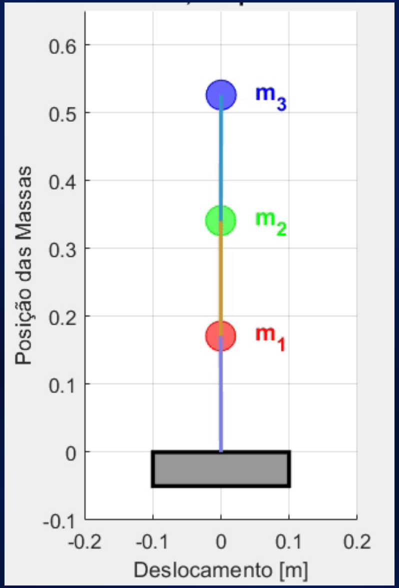
Método dos Elementos Finitos - SolidWorks

$$x_i(t) = A \cdot \Phi_i \cdot \sin(\omega_n \cdot t)$$

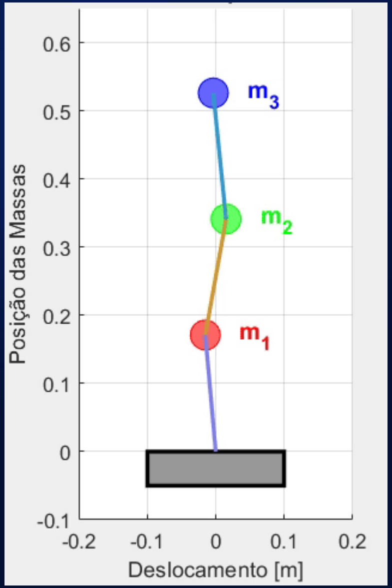
Modo 1
Frequência: 3,57 Hz



Modo 2
Frequência: 9,90 Hz



Modo 3
Frequência: 15,59 Hz

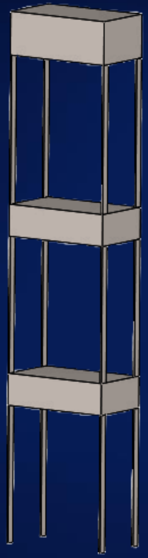


Método dos Elementos Finitos - SolidWorks

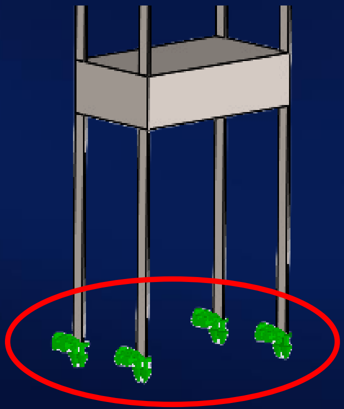
Modelação Geométrica

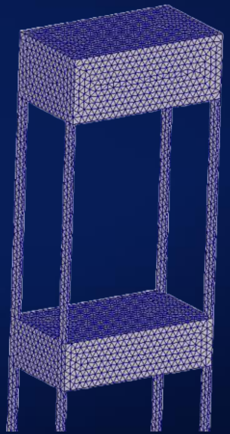
Condições

Malha



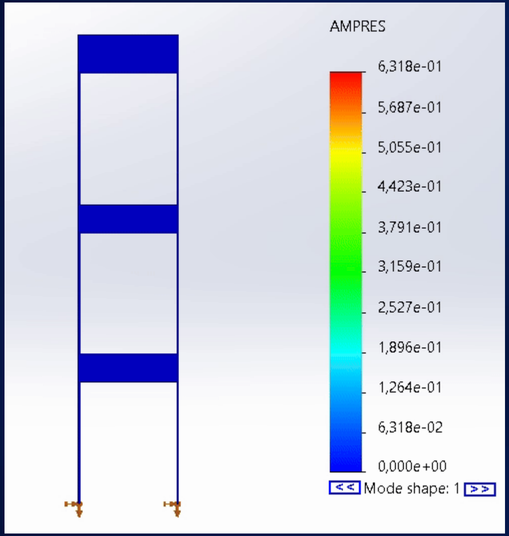
E = 59,6 GPa



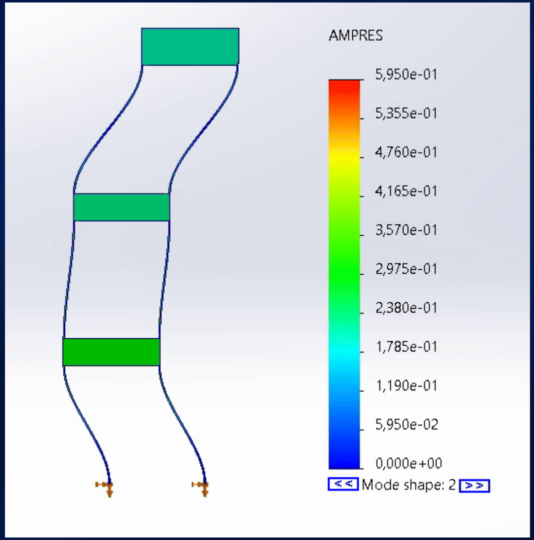


Método dos Elementos Finitos - SolidWorks

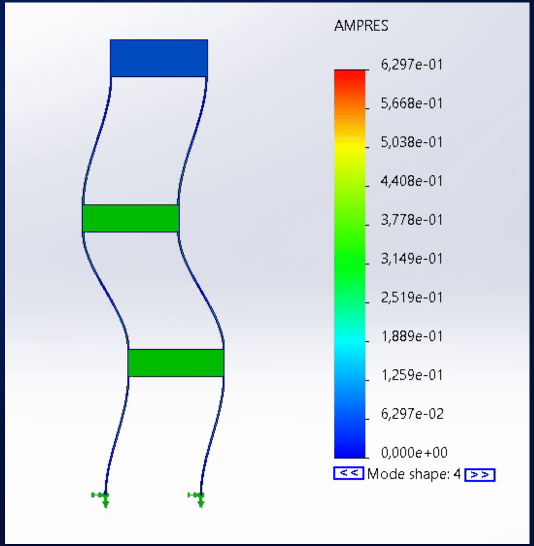
Frequência:
3.57 Hz



Frequência:
9.90 Hz

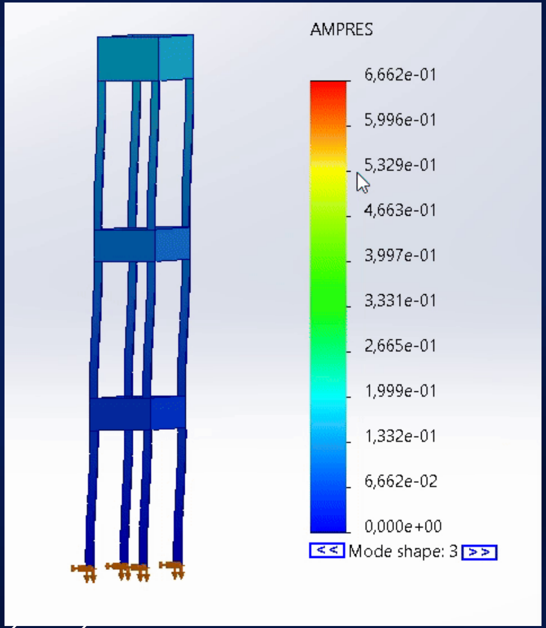


Frequência:
15.59 Hz

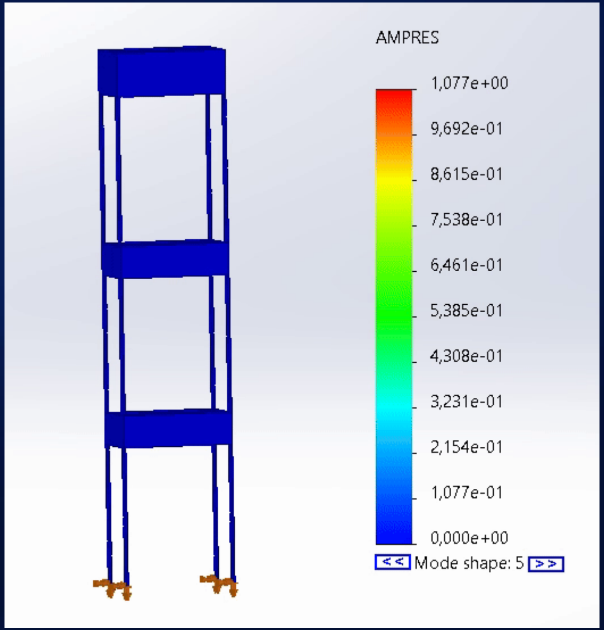


Método dos Elementos Finitos - SolidWorks

Frequência:
15,02 Hz



Frequência:
25,47 Hz Hz



Método dos Elementos Finitos - SolidWorks

Experimental (Hz)	SolidWorks (Hz)	Matlab (Hz)
3.43	3.50	3.57
9.85	9.69	9.90
15.60	15.30	15.59

- Resultados do SolidWorks e do Matlab bastante semelhantes
- O modelo discreto implementado fornece uma boa aproximação

Modelação em Matlab

Sistema sem Controlo

Equação de estado: $\dot{x}(t) = \boldsymbol{A}x(t) + \boldsymbol{B}u(t)$

Equação da saída: $\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}x(t) + \boldsymbol{D}u(t)$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1+K_2}{m_1} & -\frac{C_1+C_2}{m_1} & \frac{K_2}{m_1} & \frac{C_2}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_2}{m_2} & \frac{C_2}{m_2} & -\frac{K_2+K_3}{m_2} & -\frac{C_2+C_3}{m_2} & \frac{K_3}{m_2} & \frac{C_3}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{K_3}{m_3} & \frac{C_3}{m_3} & -\frac{K_3}{m_3} & -\frac{C_3}{m_3} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Controlador LQR

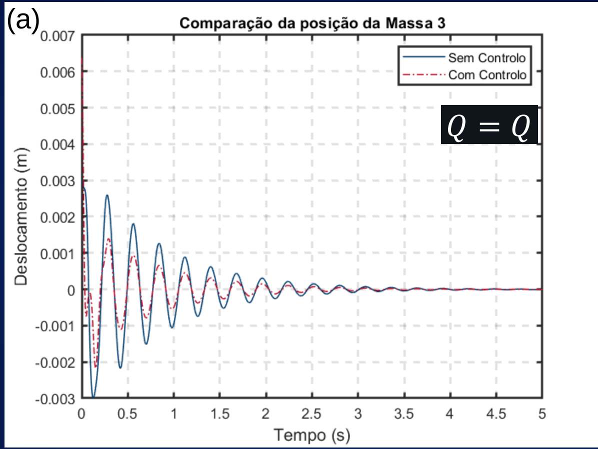
$$Q = diag([0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 10, 0.1])$$

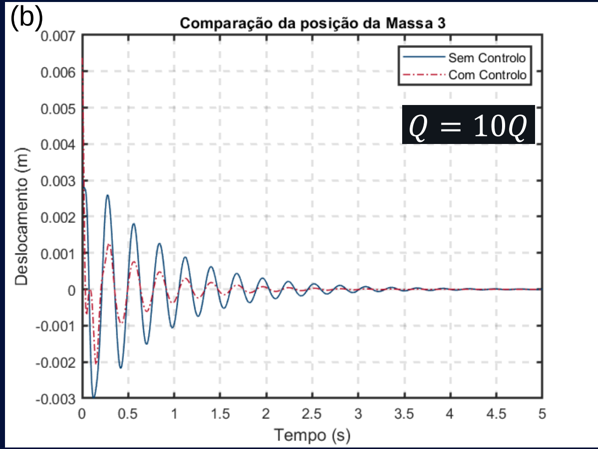
$$R = 0.01;$$

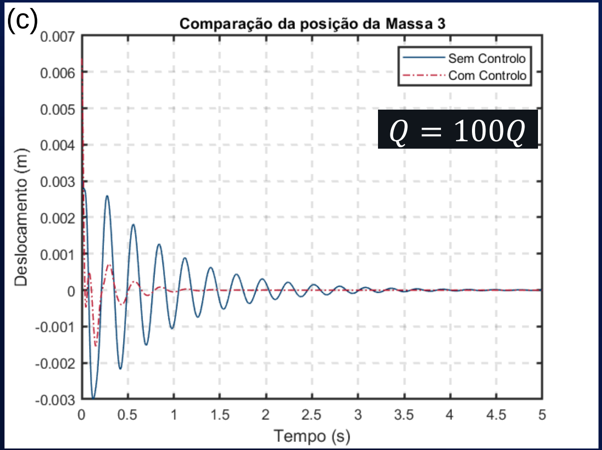
$$K_r = lqr(A, B, Q, R)$$

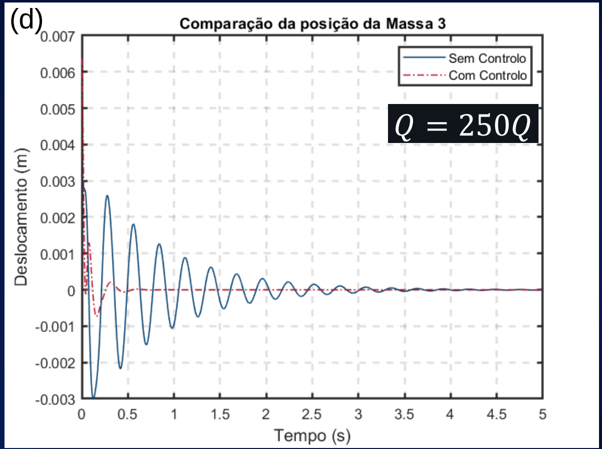
$$A_{lqr} = A - B * K_r$$

Sistema sem Controlo vs Sistema com Controlo









Modelação em Matlab

LQR com alocação de polos

```
C_X3=[0 0 0 0 1 0]';
Pobs = [-10*9.6 - 6.3j,  -9.6*10 + 6.3j,  -6.3*10 + 3.15j,  -6.3*10 - 3.15j,  -6.15*10,  -9.15*10];
LT = place(A', C_X3,Pobs);
L = LT';
```

```
Ao = A-L*C_X3;
Co = eye(6);
Bo = [B L];
Do = [0 0 0 0 0 0; 0 0 0 0 0 0]';
```

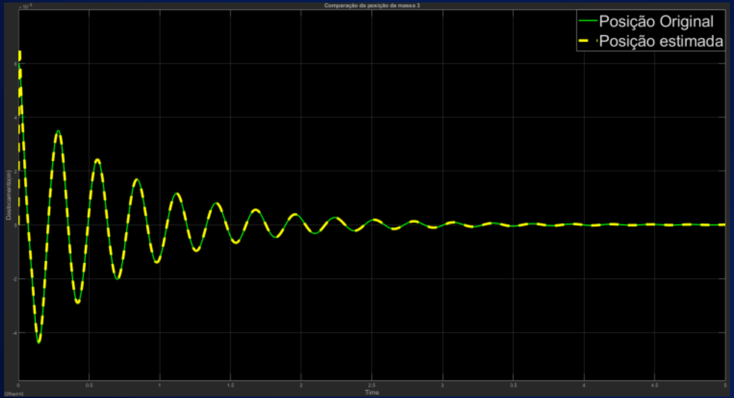
LQR com observador de Kalman

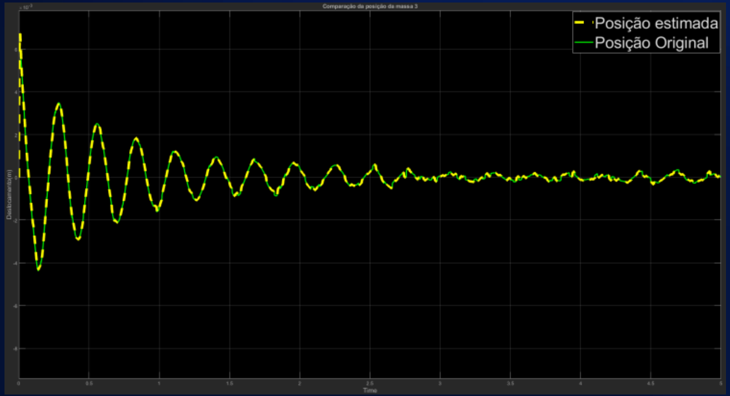
```
Q_kalman = 0.1 * eye(6)
R_kalman = 0.01;
C_kalman = [0 0 0 0 1 0];
[F_kalman, ~, ~] = lqe(A, Q_kalman, C_kalman, Q_kalman, R_kalman);
```

```
A_kalman = A_lqr - F_kalman * C_kalman;
B_kalman = [B F_kalman];
C_kalman_sistema = eye(6);
D_kalman = 0*B_kalman;
```

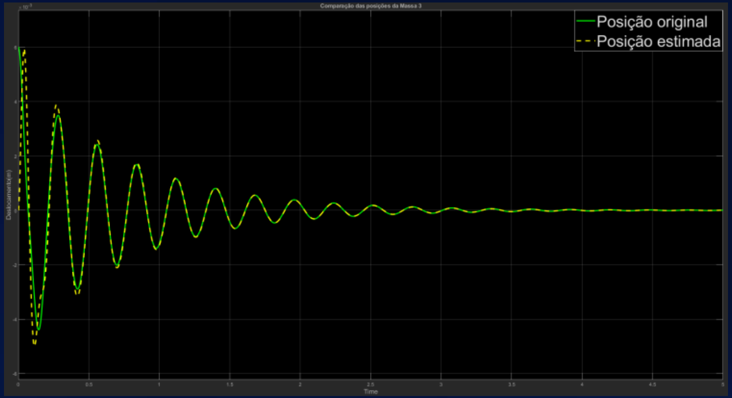
Modelação em Matlab

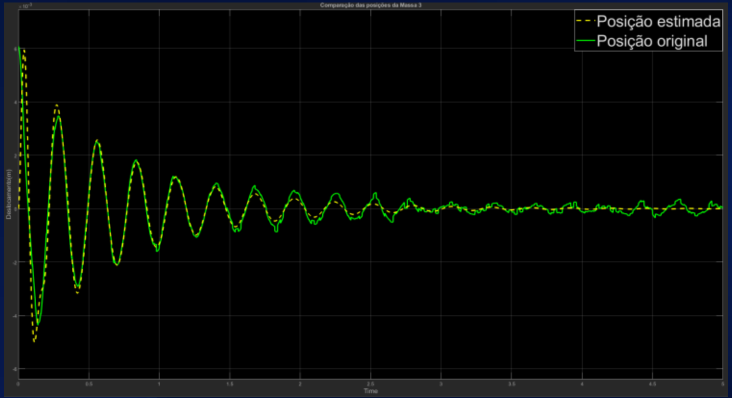
LQR com alocação de polos



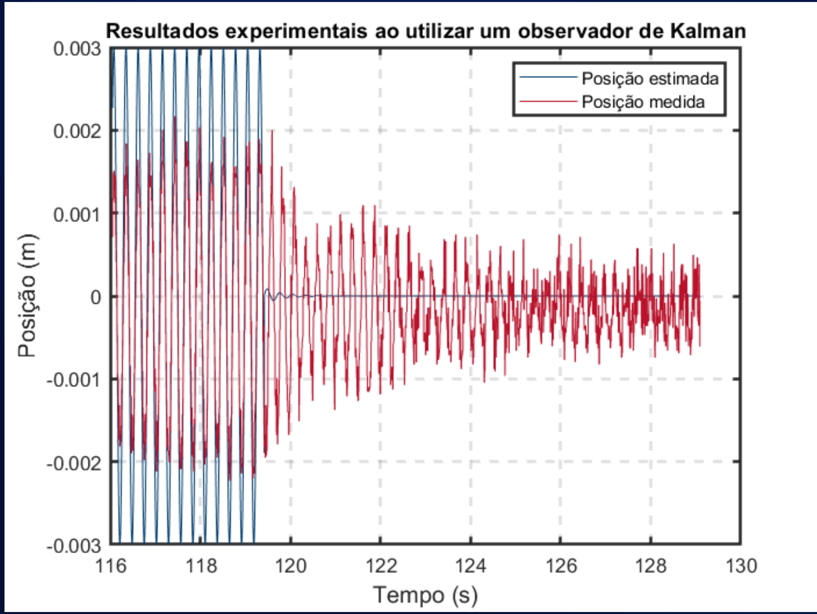


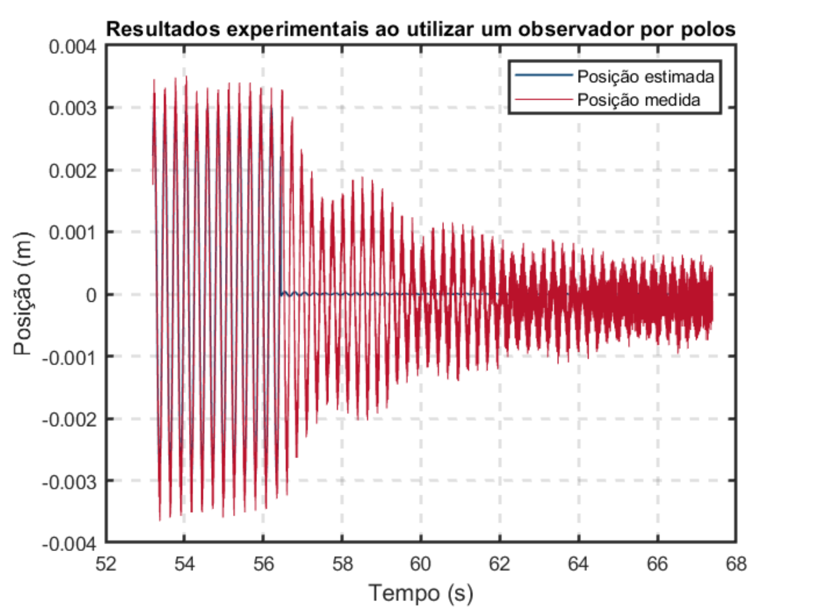
LQR com observador de Kalman





Análise experimental





03. Conclusão

Conclusão

- Resultados analíticos, numéricos e obtidos através do MEF são concordantes;
- Controlador LQR mostrou-se eficaz na estabilização do sistema em estudo;
- LQR com alocação de polos estimou de forma precisa o estado da posição da massa 3;
- Observador de Kalman não se mostrou eficaz em ambiente experimental.

Obrigado!