



# DESIGN DE ESTRUTURAS AEROESPACIAIS

#### Daniel Afonso

Escola Superior Aveiro Norte, Universidade de Aveiro Centro de Tecnologia Mecânica e Automação (TEMA) dan@ua.pt www.ua.pt/pt/p/16609746

## SUMÁRIO

#### Mecanismos simples e complexos

- Cinemática de mecanismos
- Dinâmica de mecanismos
- Exemplos de mecanismos
- Balanceamento

#### Mecanismos superconstrangidos

- Definição de mecanismos superconstrangidos
- Exemplos de mecanismos super constrangidos









# MECANISMOS SIMPLES E COMPLEXOS

Exemplos de mecanismos

#### Estudo do movimento de corpos rígidos

- Determinação da variação de posição, velocidade e aceleração de todas as partículas que formam um corpo ao longo do tempo
- Considerações geométricas de um mecanismo











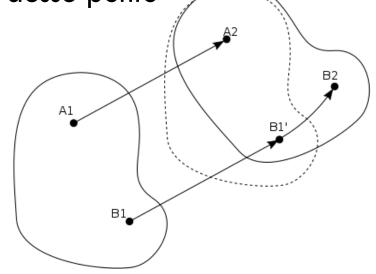


## O movimento de um corpo genérico é a soma de uma translação e uma rotação

• A velocidade de um ponto é igual à velocidade de translação do centro de rotação mais a velocidade rotação em torno desse ponto

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

$$\vec{v}_{B/A} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$$







#### A aceleração de um ponto é a derivada da velocidade

$$\overrightarrow{a_i} = \frac{\overrightarrow{dv_i}}{dt} = \frac{d}{dt} (\overrightarrow{\omega_i} \times \overrightarrow{r_i}) = \frac{d\overrightarrow{\omega_i}}{dt} \times \overrightarrow{r_i} + \overrightarrow{\omega_i} \times \frac{d\overrightarrow{r_i}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{\omega_i}}{dt} \times \overrightarrow{r_i} + \overrightarrow{\omega_i} \times \overrightarrow{v_i}$$

$$\frac{d\overrightarrow{\omega_i}}{dt} = \alpha \cdot \vec{k} = \dot{\omega} \cdot \vec{k} = \ddot{\theta} \cdot \vec{k} \quad \Rightarrow \overrightarrow{a_i} = \overrightarrow{\alpha_i} \times \overrightarrow{r_i} + \overrightarrow{\omega_i} \times \overrightarrow{v_i} = \overrightarrow{\alpha_i} \times \overrightarrow{r_i} + \overrightarrow{\omega_i} \times \overrightarrow{r_i} + \overrightarrow{\omega_i} \times \overrightarrow{r_i}$$

 $\overrightarrow{\alpha_i} \times \overrightarrow{r_i}$  – componente tangencial da aceleração  $\overrightarrow{\omega_i} \times \overrightarrow{\omega_i} \times \overrightarrow{r_i}$  – componente radial da aceleração





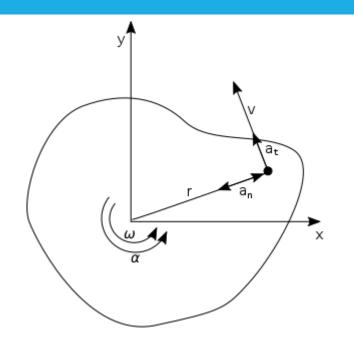
#### A aceleração de um ponto é a derivada da velocidade

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \Rightarrow v = r \cdot \omega$$

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\Leftrightarrow \vec{a} = \alpha . \vec{k} . \times \vec{r} - \omega^2 . \vec{r}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a}_t = \alpha . \vec{k} . \times \vec{r} & a_t = r . \alpha \\ \vec{a}_n = -\omega^2 . \vec{r} & a_n = r . \omega^2 \end{cases}$$





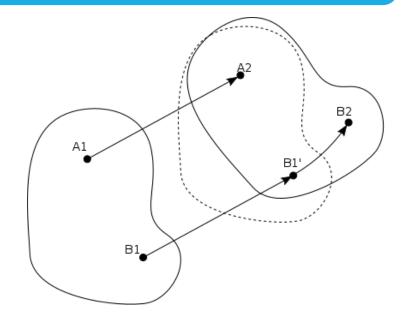


O movimento de um corpo genérico é a soma de uma translação e uma rotação

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

$$(\vec{a}_{B/A})_t = \alpha \cdot \vec{k} \times \vec{r}_{B/A} \qquad (a_{B/A})_t = \alpha \cdot r$$

$$\left(\vec{a}_{B/A}\right)_n = -\omega^2 \cdot \vec{r}_{B/A} \qquad \left(a_{B/A}\right)_n = \omega^2 \cdot r$$

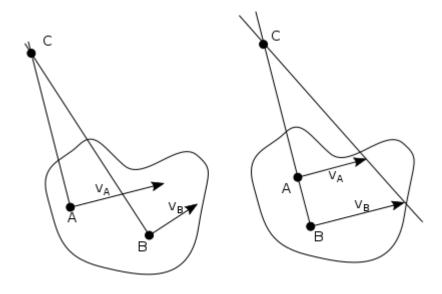






#### Um movimento genérico pode ser descrito com uma rotação pura

- O movimento pode ser descrito como a rotação em torno do centro instantâneo de rotação
- O centro instantâneo de rotação encontra-se na interseção das perpendiculares dos vetores velocidade ou na interseção da linha que une as extremidades dos vetores, caso sejam perpendiculares à mesma linha





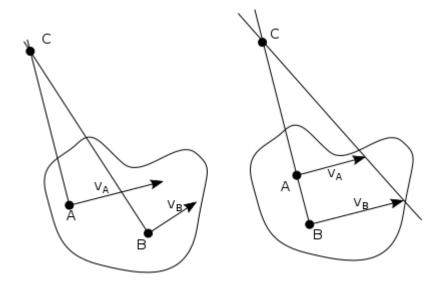


#### Um movimento genérico pode ser descrito com uma rotação pura

 O centro instantâneo de rotação permite relacionar velocidades de dois pontos

$$\omega = \frac{v_A}{AC} = \frac{v_B}{BC}$$

 Todos os pontos do corpo rodam em torno de C com a mesma velocidade angular em cada instante

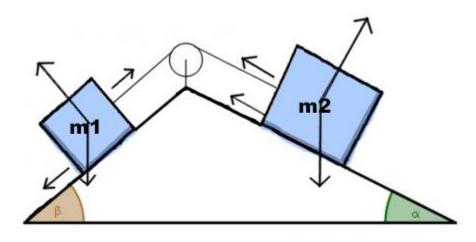




### DINÂMICA

#### Estudo do movimento de um corpo: Cinemática + Cinética

- Cinética estudo das forças associadas ao movimento
  - Considera forças externas, massa, velocidade, aceleração, posição







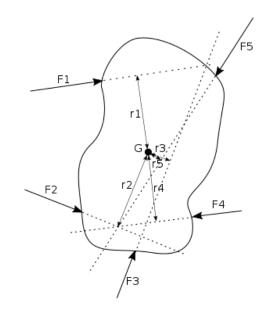
## DINÂMICA

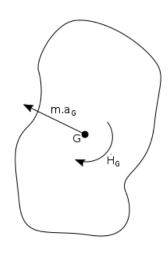
O movimento do centro de massa é descrito soma das forças igual a massa vezes aceleração linear

$$\sum \vec{F} = m.\,\vec{\bar{a}}$$

A rotação em torno do centro de massa é descrita pela soma dos momentos igual ao momento angular

$$\sum \overrightarrow{M_G} = \overrightarrow{H_G} = I.\dot{\vec{\omega}}$$









## DINÂMICA DE UM CORPO NO PLANO

## O movimento de um corpo é definido pelo princípio de d'Alembert

 As forças externas que atuam sobre um corpo rígido são equivalentes às forças efetivas das várias partículas que formam o corpo.

$$\sum F_{x} = m. a_{G_{x}} \qquad \sum F_{y} = m. a_{G_{y}} \qquad \sum M_{G} = I. \alpha$$

(as equações são validas para uma placa simétrica em relação ao plano de referencia.) (as equações não são validas para placas não simétricas ou para um movimento 3D genérico.)





## DINÂMICA DE UM CORPO NO ESPAÇO

$$\sum F_{\chi} = m. a_{G_{\chi}}$$

$$\sum M_{G_{\mathcal{X}}} = I_{G_{\mathcal{X}}}.\alpha_{\mathcal{X}}$$

$$-\left(I_{G_{y}}-I_{G_{z}}\right).\omega_{y}.\omega_{z}$$

$$-I_{G_{xy}}.\left(\alpha_{y}-\omega_{z}.\omega_{x}\right)$$

$$-I_{G_{yz}}.\left(\omega_{y}^{2}-\omega_{z}^{2}\right)$$

$$-I_{G_{xz}}.\left(\alpha_{z}-\omega_{x}.\omega_{y}\right)$$

$$\sum F_{y} = m. a_{G_{y}}$$

$$\sum M_{Gy} = I_{Gy}.\alpha_y$$

$$-(I_{G_Z} - I_{G_X}) \cdot \omega_Z \cdot \omega_X$$

$$-I_{G_{YZ}} \cdot (\alpha_Z - \omega_X \cdot \omega_Y)$$

$$-I_{G_{ZX}} \cdot (\omega_Z^2 - \omega_X^2)$$

$$-I_{G_{XY}} \cdot (\alpha_X - \omega_Y \cdot \omega_Z)$$

$$\sum F_z = m. a_{G_z}$$

$$\sum M_{G_Z} = I_{G_Z}.\alpha_Z$$

$$-\left(I_{G_{\chi}}-I_{G_{y}}\right).\omega_{\chi}.\omega_{y}$$

$$-I_{G_{\chi\chi}}.\left(\alpha_{\chi}-\omega_{y}.\omega_{z}\right)$$

$$-I_{G_{\chi\gamma}}.\left(\omega_{\chi}^{2}-\omega_{y}^{2}\right)$$

$$-I_{G_{\chi\chi}}.\left(\alpha_{y}-\omega_{z}.\omega_{\chi}\right)$$







Sincronização de dois movimentos

Relação entre força entre dois pontos



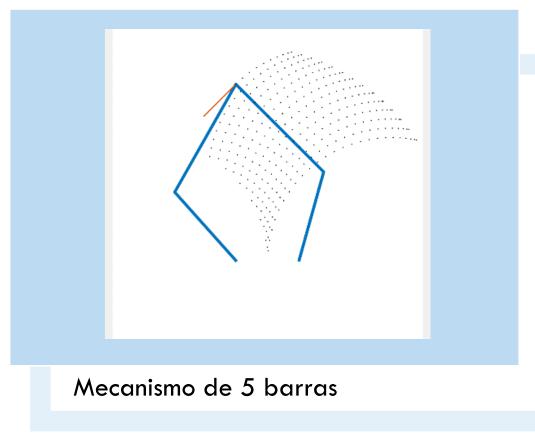




Relação entre múltiplos movimentos de rotação com um DOF





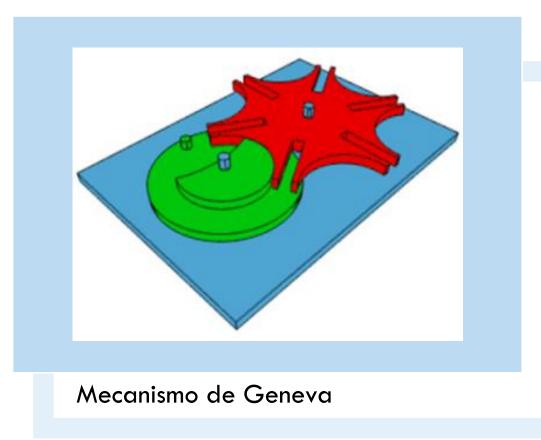


Relação entre múltiplos movimentos de rotação com dois DOF

Posicionamento a 2 eixos



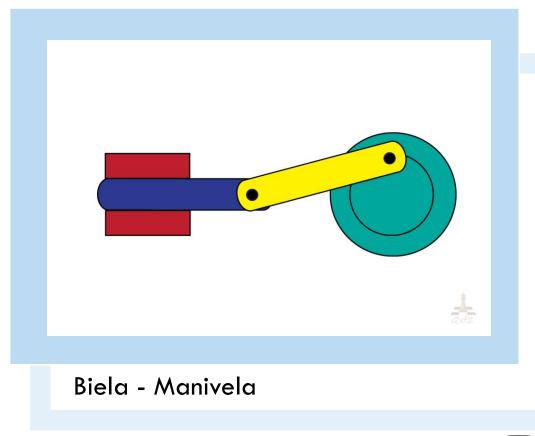




Conversão de movimento de rotação contínuo em movimento de rotação discreto



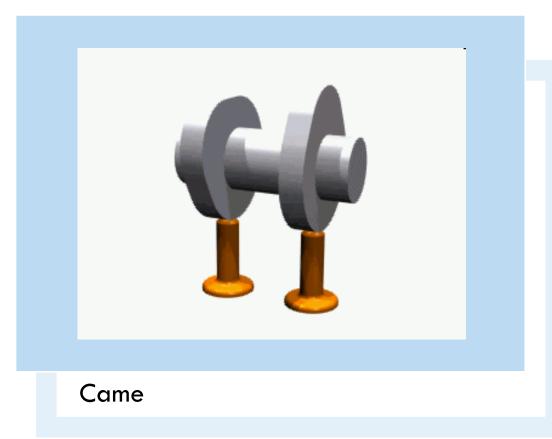




Conversão de movimento de rotação em movimento de translação intermitente





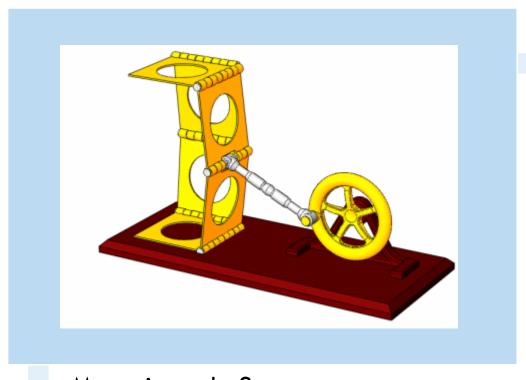


Conversão de movimento de rotação em movimento de translação intermitente

Possível entre dois movimentos de rotação ou translação





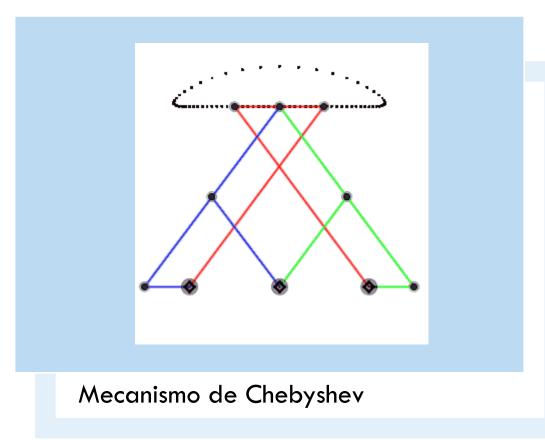


Criação de movimento de translação a partir de movimento de rotação (sem juntas prismáticas)

Mecanismo de Sarrus







Criação de movimento de translação a partir de movimento de rotação (sem juntas prismáticas)





### BALANCEAMENTO DE MECANISMOS

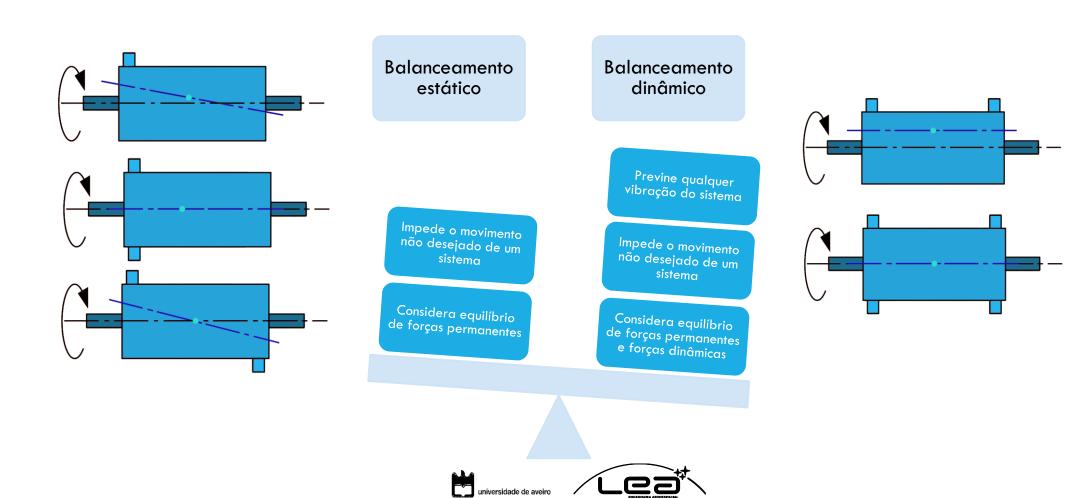
Desequilíbrio na distribuição de massa, força ou momentos pode provocar vibrações

- Elementos de rotação podem ser balanceados
  - Balanceamento da massa
  - Balanceamento de forças e momentos
- Balanceamento de elementos de translação é mais limitada



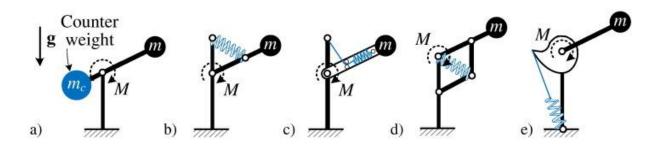


### BALANCEAMENTO DE MECANISMOS



### BALANCEAMENTO DE MECANISMOS

#### Exemplos de balanceamentos



a) massa; b) mola externa; c) mola interna; d) paralelogramo; e) came





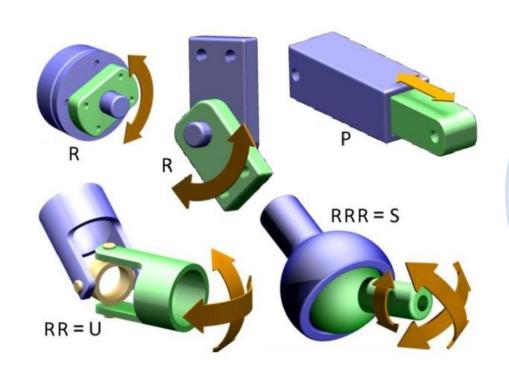




# CINEMÁTICA DE MECANISMOS

Mecanismos Superconstrangidos

## RESTRIÇÃO DE MOVIMENTO DE UMA JUNTA



### Juntas entre corpos rígidos

- Geometria de uma junta restringe diferentes graus de liberdade
- Posição relativa de corpos e juntas provoca movimentos complexos

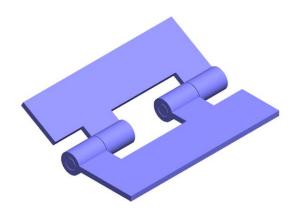




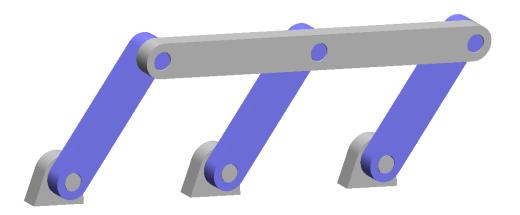
#### MECANISMOS SUPERCONSTRANGIDOS

Mecanismos com restrições redundantes

Posição relativa de juntas provoca pode provocas a múltipla restrição de um grau de liberdade: restrições redundantes







Combinações únicas de comprimentos e disposição de elos e juntas



