

P.G.O



aula 9 / Fundamentos de otimização

190924

Sumário (TP+P)

Introdução à otimização em Engenharia

Noções fundamentais

Exemplos

Resolução de problemas de otimização
com o programa Excel

Resolução de problemas de otimização
com python scipy.optimize

Natureza dos problemas

Dimensões dos problemas

Conceitos gerais e boas práticas

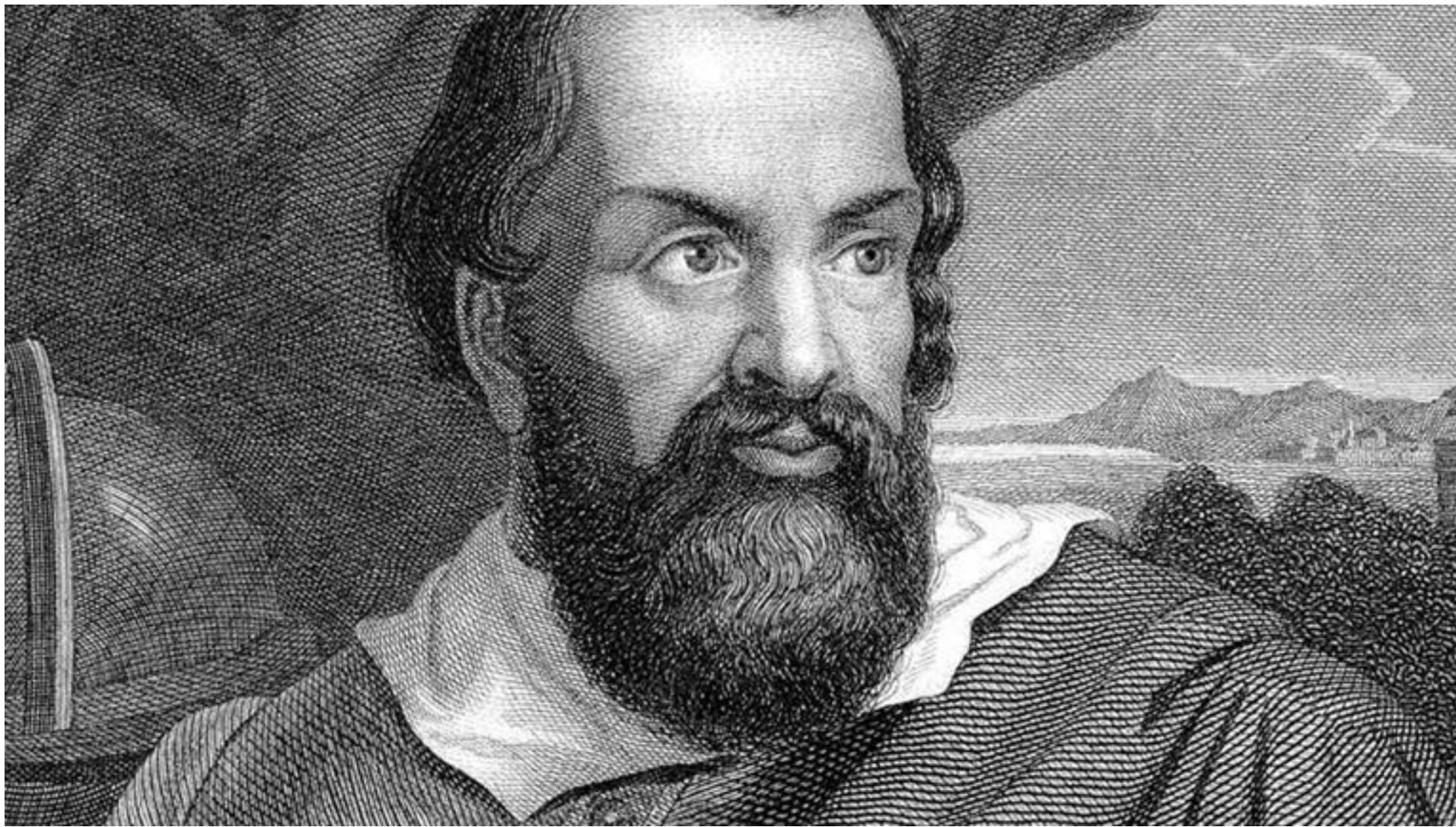
Condições de ótimo

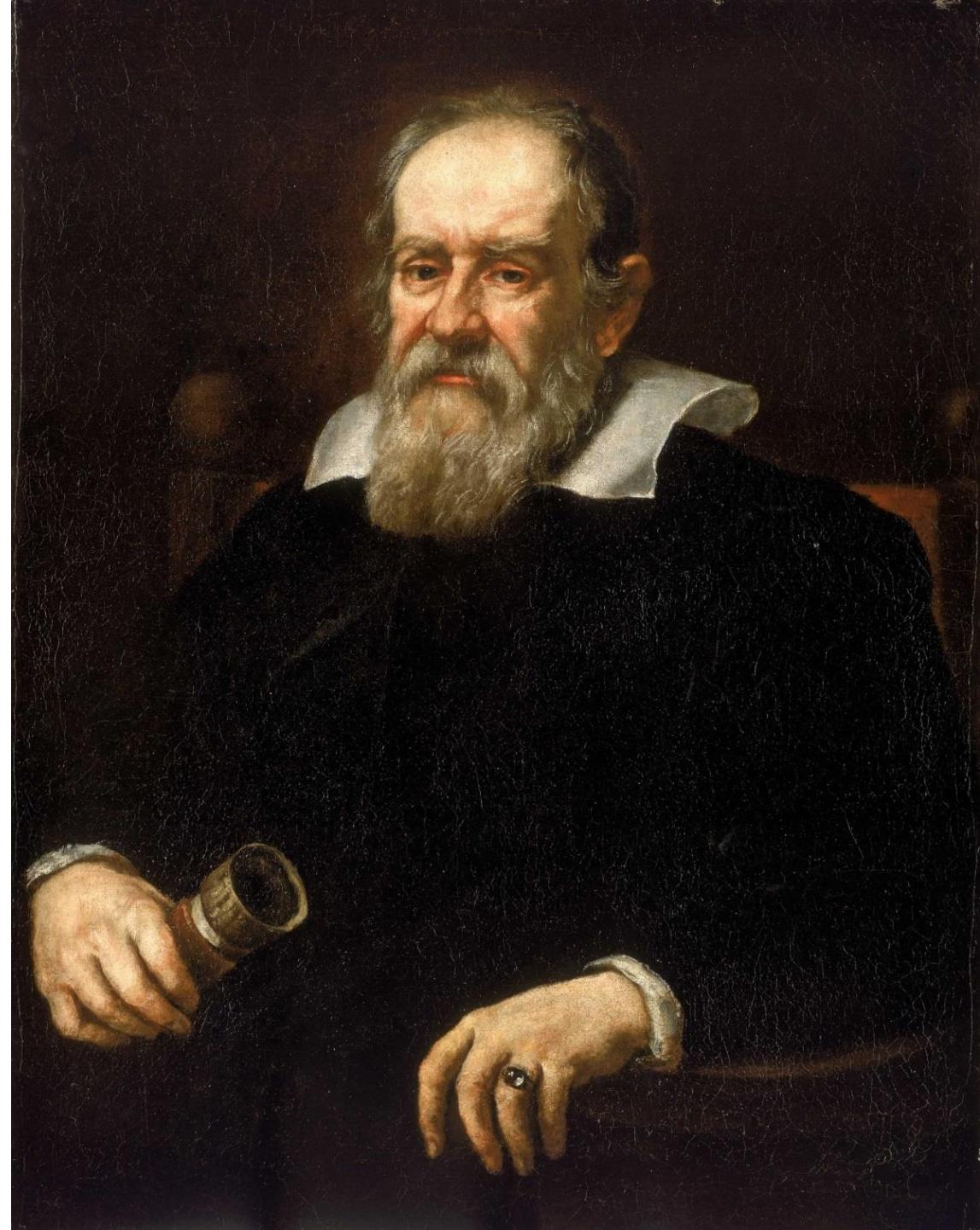
Resolução de problemas com recurso a gráficos

Análise de sensibilidade

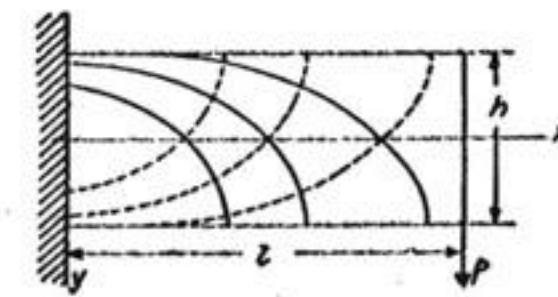
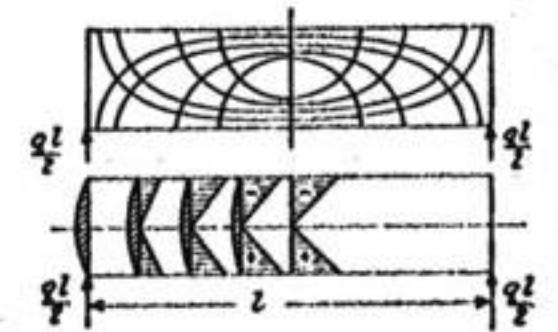


<https://forms.office.com/e/fR29HVDxs2>





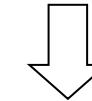




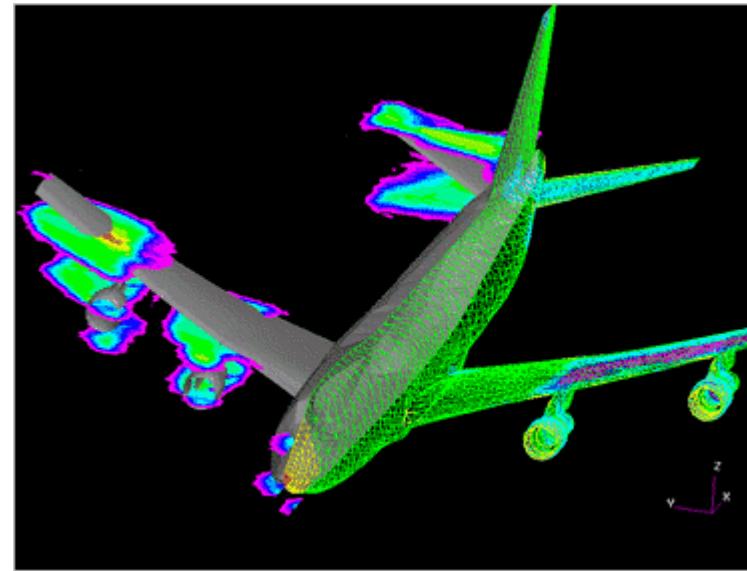


Mecânica Computacional

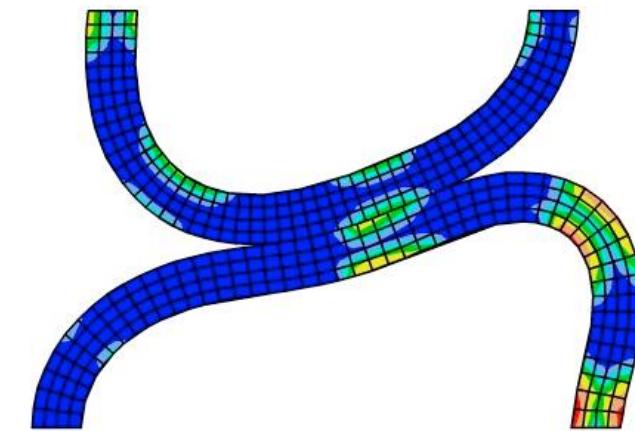
Mecânica computacional aborda o uso de métodos computacionais para estudar fenômenos governados por princípios da mecânica.



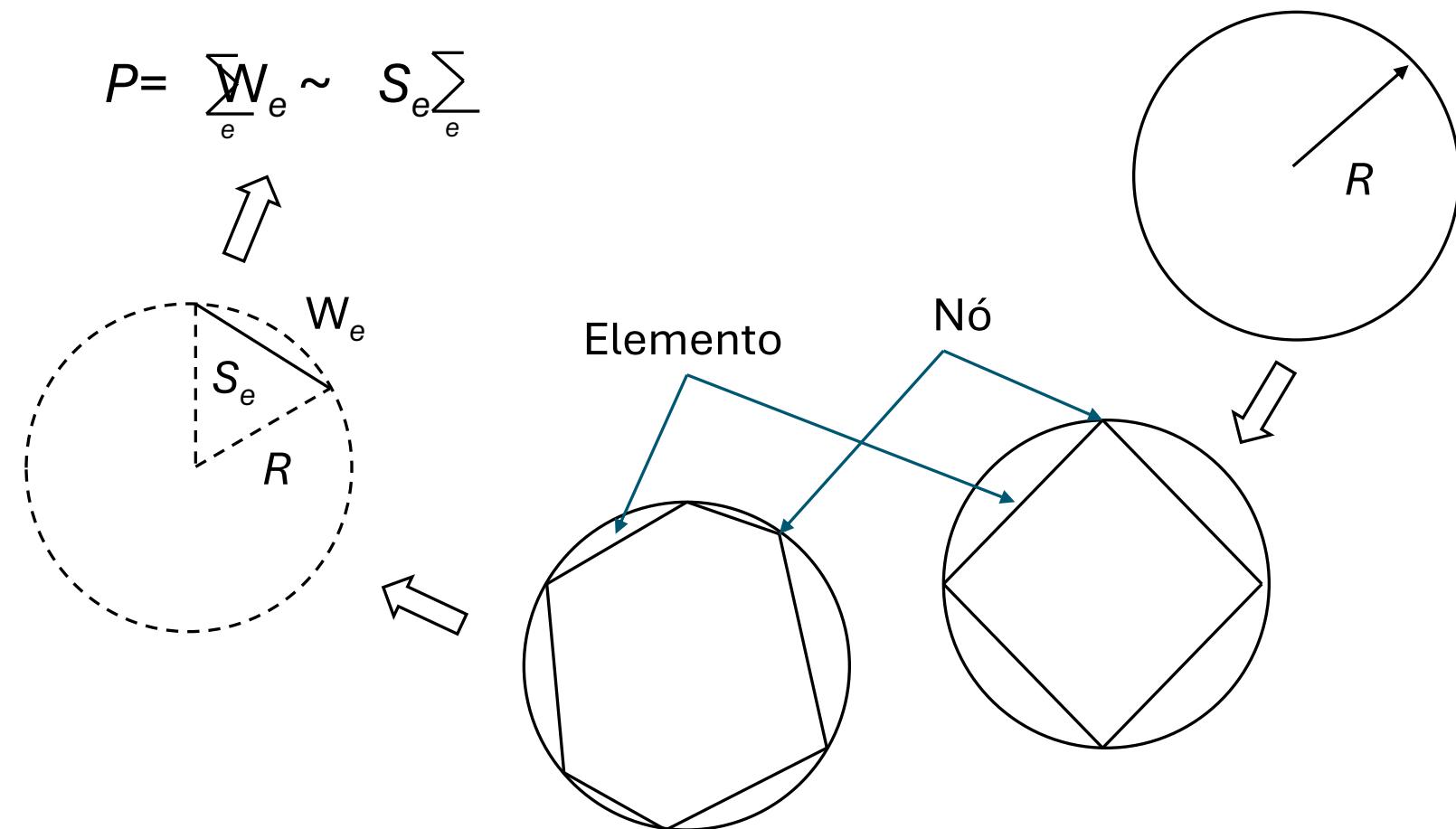
Capacidade de reproduzir o comportamento real num ambiente virtual



<http://compmech.cveg.uark.edu>

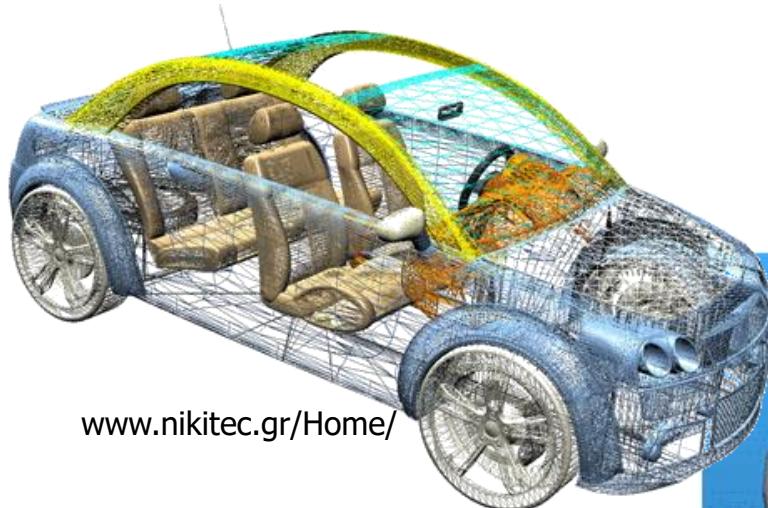


<http://dcml.pratt.duke.edu/>

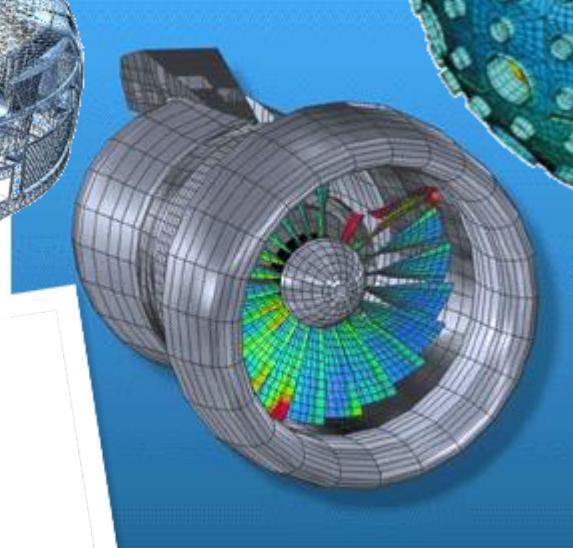




Mecânica Computacional



www.nikitec.gr/Home/



<https://www.llnl.gov/>

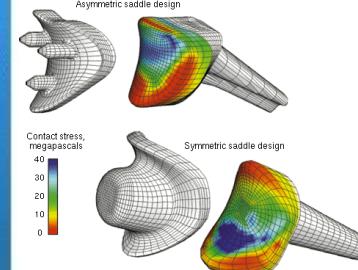
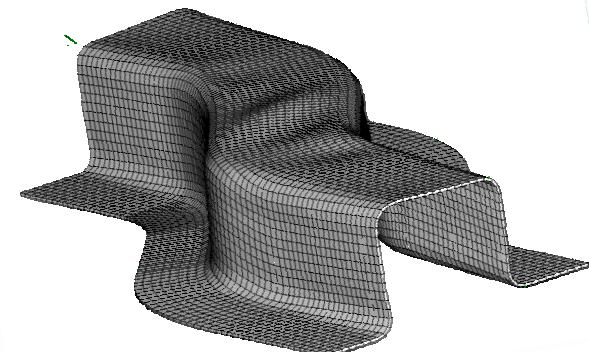


Figure 3. Livermore-developed NIKE3D is used for finite-element analyses of thumb carpometacarpal joint implants. Colored areas show reaction forces experienced by the implants as they would grasp a house key.

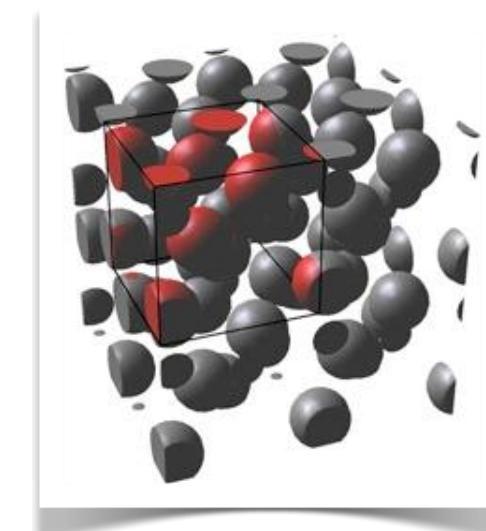
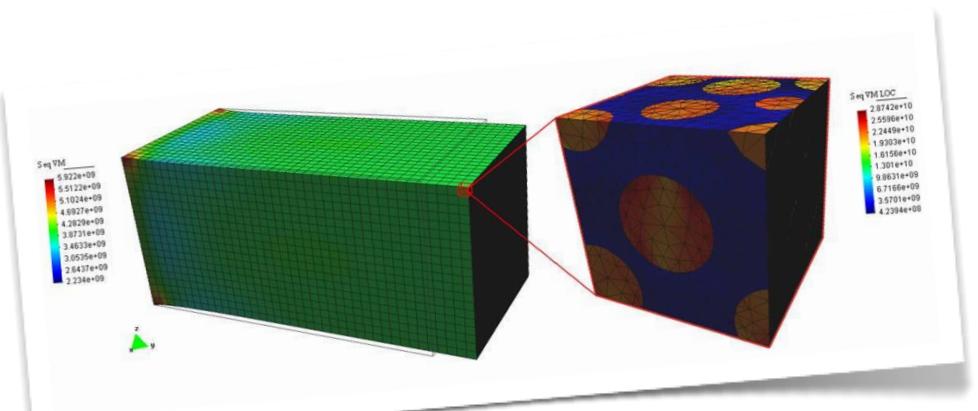
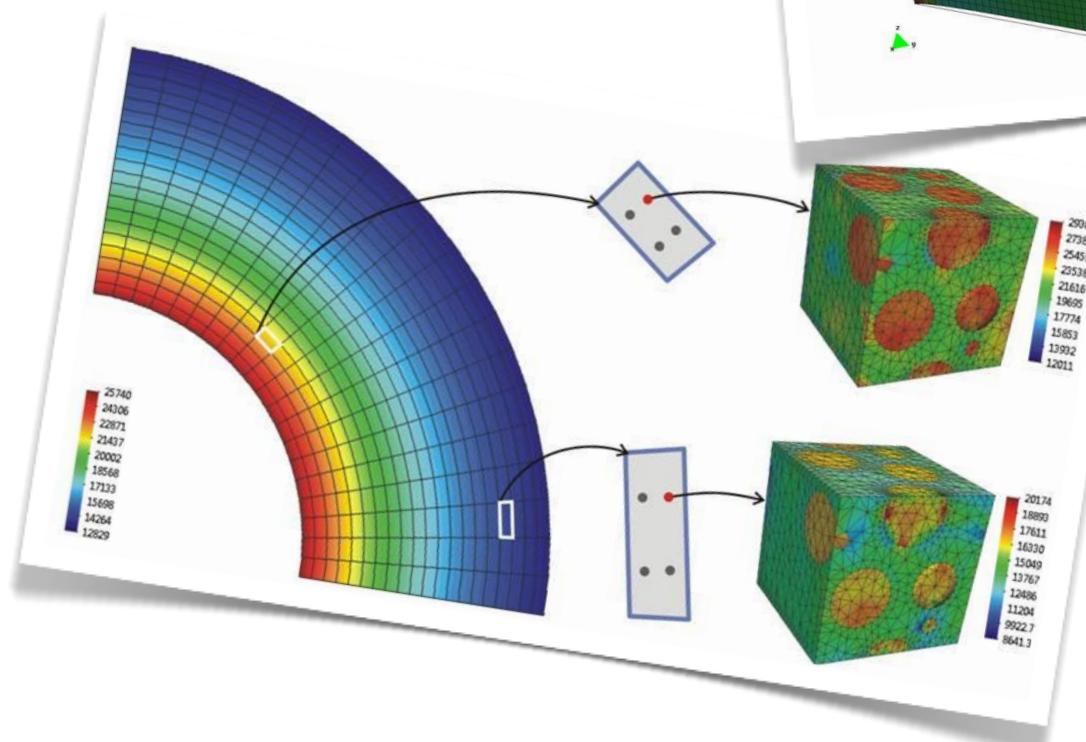


<http://grids.web.ua.pt/>

Mecânica Computacional

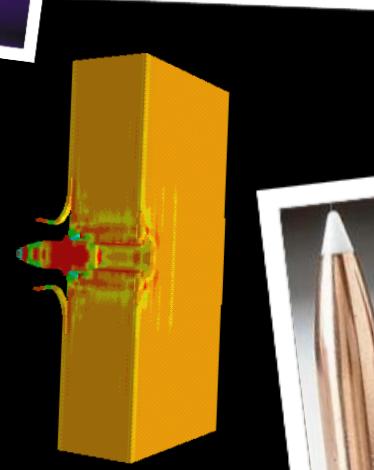
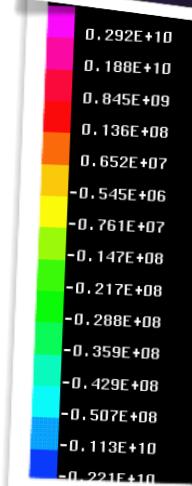
Multiscale modelling of the thermoelastic behaviour of composite materials by homogenisation procedures

<http://grids.web.ua.pt/>

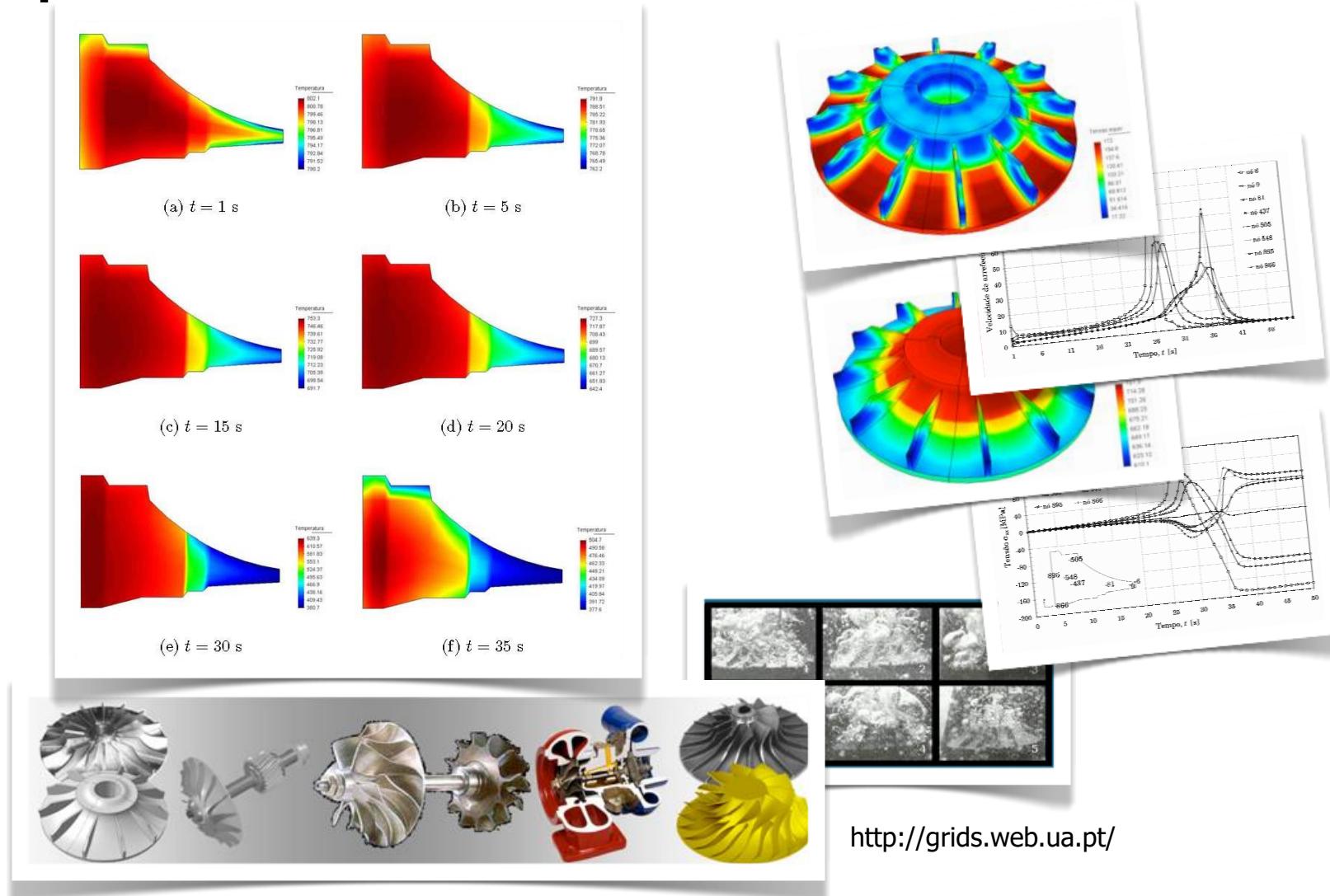




Mecânica Computacional



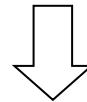
Mecânica Computacional





Mecânica Computacional

Simulação pretende reproduzir virtualmente o que se observa na realidade



O uso de computadores para reproduzir o que se observa na realidade é um dos grandes saltos da últimas décadas

The image displays two side-by-side screenshots of a simulation software interface for managing a Benihana restaurant.

Left Screenshot: This is a screenshot of the simulation's control panel. It features a top navigation bar with the Harvard Business Publishing logo and the title "OPERATIONS MANAGEMENT SIMULATION: BENIHANA". Below this is a "PREPARE" section with a "CHALLENGES" dropdown set to "1". A "SIMULATE" button is located in the top right. The main area shows a simulation of a dining room with tables and chairs, and a bar area with a bartender. A legend indicates that blue dots represent customers and white dots represent staff. A "TIME: 7:18 PM" indicator is present. On the left, there is a "RUNS" table showing data for six runs, including Profit and Lost Cust. values. Below the table are summary sections for Bar Usage and Dining Room Usage, providing detailed statistics like "Avg. Cust." and "Max. Wait".

Right Screenshot: This is a screenshot of the simulated environment itself. It shows a 3D rendering of the Benihana restaurant interior. Customers are represented by small avatars moving through the space, which includes a dining area with tables and chairs, a bar counter, and various decorative elements like potted plants. A sign labeled "Variable Model" is visible in the foreground. The overall interface is designed to allow users to experiment with different operational parameters to optimize performance.

Simulação Mecânica Computacional



...parecem ser muito robustas...

...parecem estar bem estabelecidas...



Então...

... vamos dar um passo adiante...



Optimização em Engenharia

Simulação, Mecânica Computacional



Otimização em Engenharia

Mecânica Computacional



Otimização em Engenharia

Vantagens?

Mecânica Computacional



Otimização em Engenharia

Exemplo

A criação de um componente de uma estrutura compreende três fases:

Definição dos objectivos gerais

Todo o projecto tem os
seus objectivos e
propósitos. Para quê?
Para quem? Como?
Restrições?

A criação de um componente de uma estrutura compreende três fases:

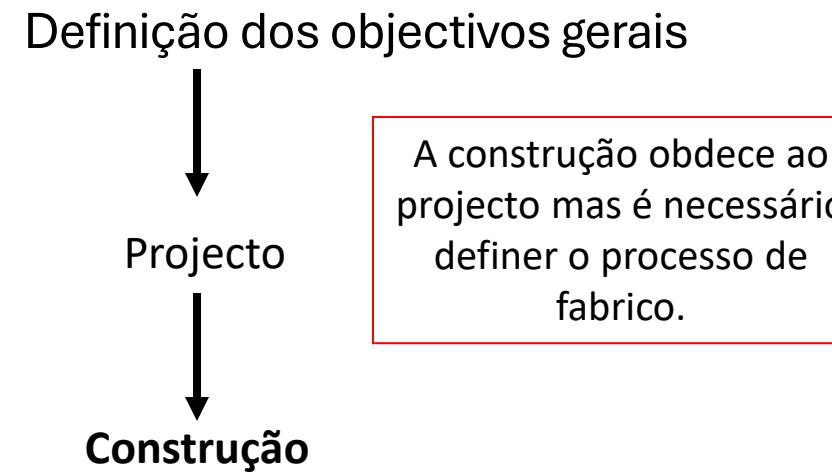
Definição dos objectivos gerais



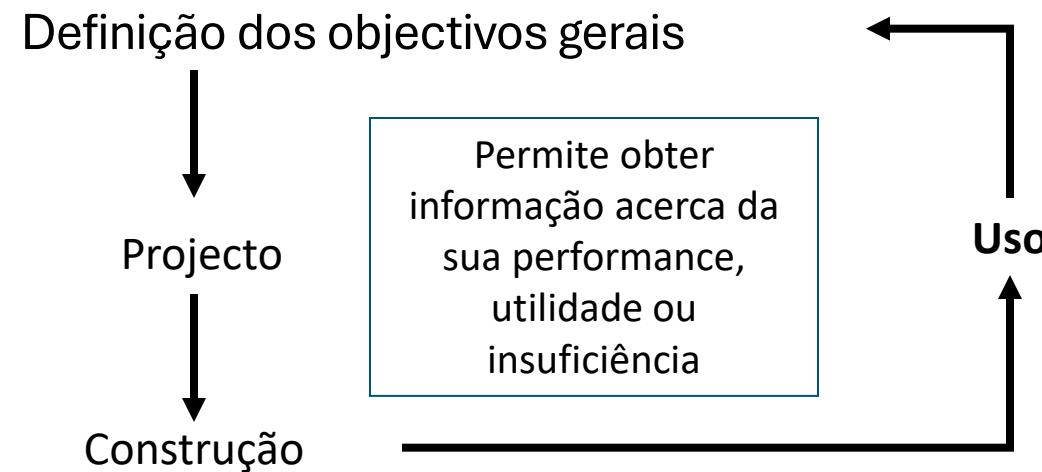
Projecto

Como pode ser
construído? Desenhos,
materiais, etc.

A criação de um componente de uma estrutura compreende três fases:



A criação de um componente de uma estrutura compreende três fases:



Vejamos um exemplo...

A criação de um componente de uma estrutura compreende três fases:

Definição dos objectivos gerais

Veículo que permite transportar pessoas e carga

Tracção não-animal

Relativamente económico

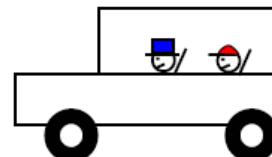
Relativamente rápido

A criação de um componente de uma estrutura compreende três fases:

Definição dos objectivos gerais



Projecto



A criação de um componente de uma estrutura compreende três fases:

Definição dos objectivos gerais



Projecto



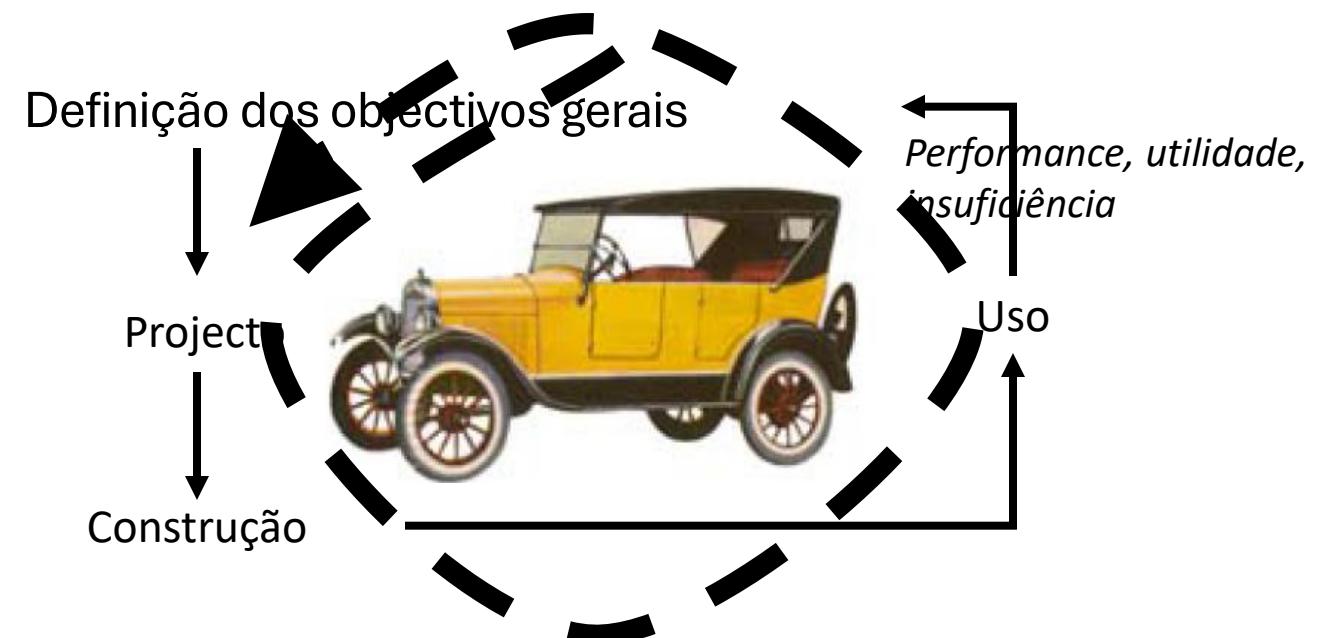
Construção



A criação de um componente de uma estrutura compreende três fases:



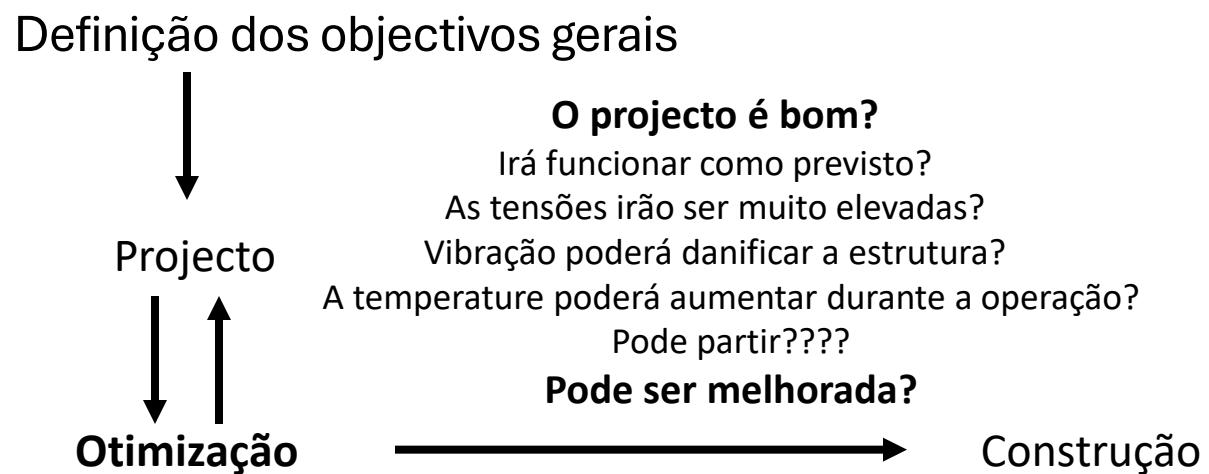
A criação de um componente de uma estrutura compreende três fases:



A criação de um componente de uma estrutura compreende três fases:



A criação **otimizada** de um componente de uma estrutura compreende **quatro fases**:



A criação **otimizada** de um componente de uma estrutura compreende **quatro fases**:



Problema de Otimização

Formulação Natural

O **projecto ótimo** é aquele que maximiza ou minimiza critérios pré-estabelecidos usados na medida do respectivo mérito.

- ENUNCIADO GERAL MATEMÁTICO

Minimizar

$$f_1=f_1(\mathbf{y})$$

a flexibilidade

$$f_2=f_2(\mathbf{y})$$

a massa

$$f_3=f_3(\mathbf{y})$$

o custo

...

...

Problema de Otimização

Formulação Natural

O **projecto ótimo** é aquele que maximiza ou minimiza um critério pré-estabelecido usado na medida do respectivo mérito e não viola outros critérios.

- ## • ENUNCIADO GERAL MATEMÁTICO

Minimizar $f=f(\mathbf{y})$ a flexibilidade

sujeito a $g_j(\mathbf{y}) \leq 0$ ($j=1, \dots, m$) um custo máximo

$h_{2k} = (\mathbf{y}) = 0$ ($k = 1, \dots, l$) um certo material

$y_i^- \leq y_i \leq y_i^+ (i=1, \dots, n)$

O enunciado habitual é com um objectivo, com restrições

Mas... Porquê?

Exemplo: porque se otimizam as estruturas?

Porquê otimização? Porque se optimizam as estruturas?

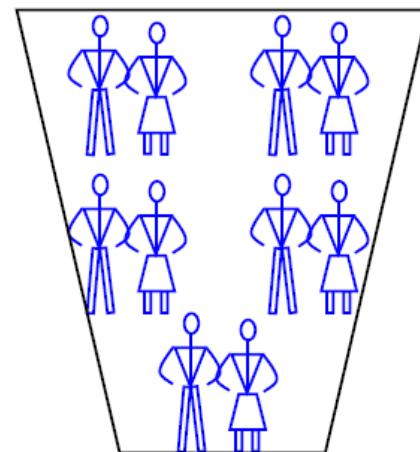
Um objective fundamental é o de diminuir a massa da estrutura para obter ganhos operacionais.



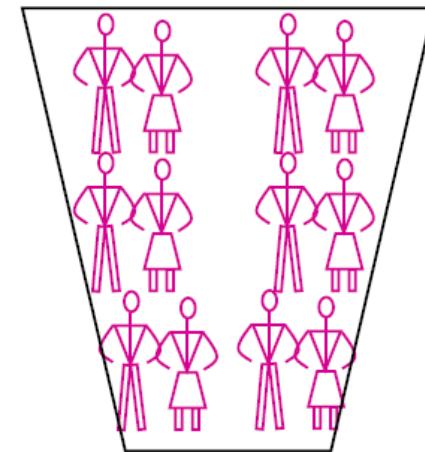
Mass	Load	Fuel
50%	25%	25%
45% (-10%)	30% (+20%)	25%
45% (-10%)	25%	30% (+20%)

Porquê otimização? Porque se optimizam as estruturas?

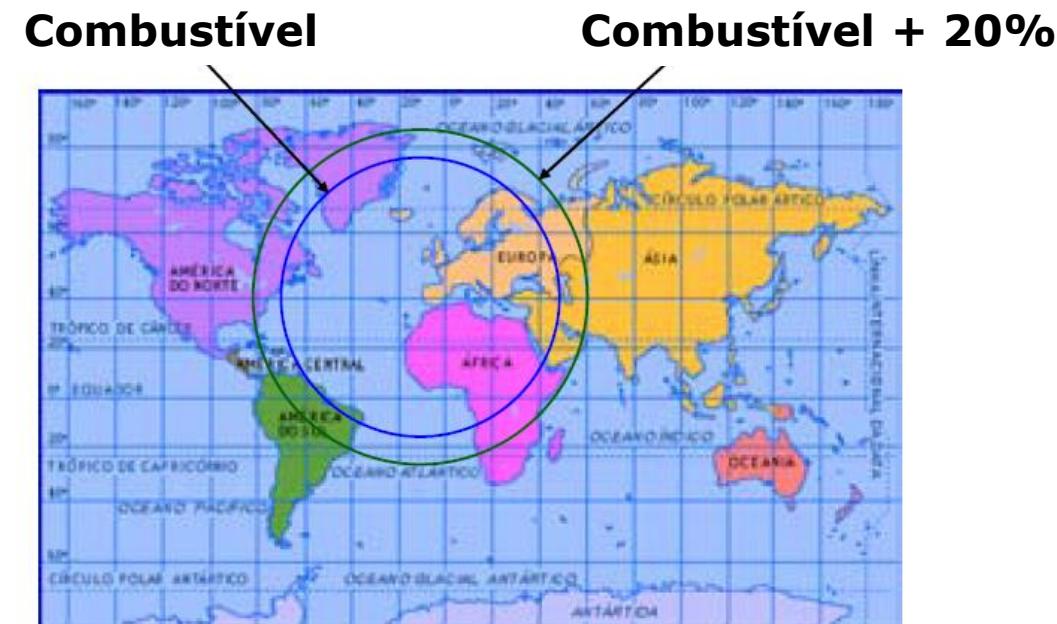
Carga útil



Carga útil + 20%



Porquê otimização? Porque se optimizam as estruturas?





Porquê otimização? Porque se optimizam as estruturas?

Como se diminui a massa da estrutura?

Desprezando componentes desnecessários

Colocando o material onde este é necessário

Diminuindo o volume dos materiais usados

Melhorando a forma dos componentes ou da estrutura

Escolhendo materiais com melhores propriedades

Porquê otimização? Porque se optimizam as estruturas?

Como se diminui a massa da estrutura?

Função-objectivo

Desprezando componentes desnecessários

Colocando o material onde este é necessário

Diminuindo o volume dos materiais usados

Melhorando a forma dos componentes ou da estrutura

Escolhendo materiais com melhores propriedades

Porquê otimização?

Porque se optimizam as estruturas?

Como se diminui a massa da estrutura?

Função-objectivo

Desprezando componentes desnecessários

Colocando o material onde este é necessário

Diminuindo o volume dos materiais usados

Melhorando a forma dos componentes ou da estrutura

Escolhendo materiais com melhores propriedades

Variáveis de projecto

(de decisão ou de otimização)



Contudo, é necessário garantir ...

A rigidez

A resistência

Continuidade entre componentes

A habitabilidade/funcionalidade

A confiança dos utilizadores (expectativa)



Contudo, é necessário garantir ...

A rigidez

A resistência

Continuidade entre componentes

A habitabilidade/funcionalidade

A confiança dos utilizadores (expectativa)

Restrições

Um par de...

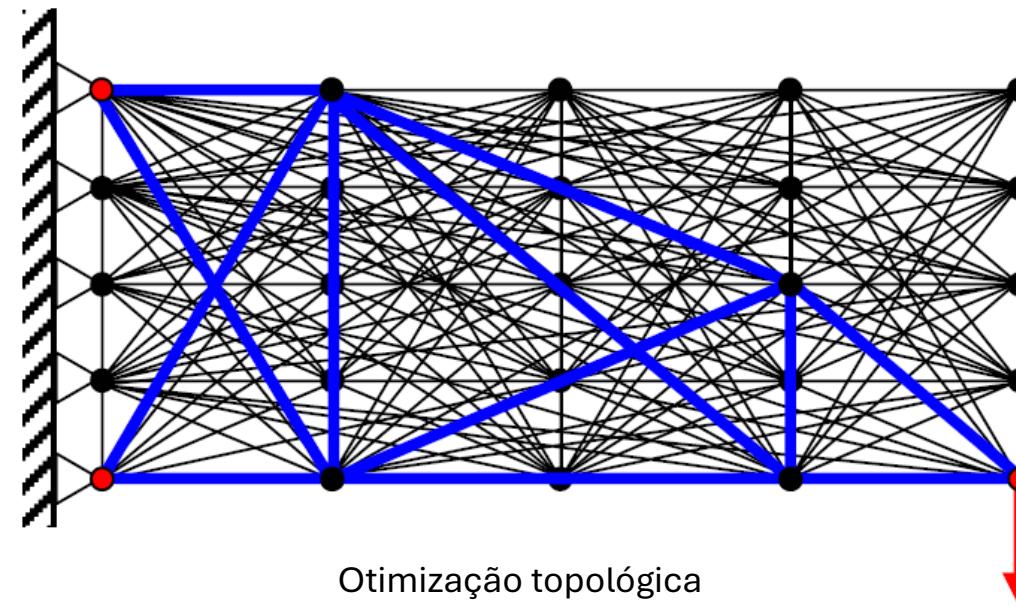
Exemplos



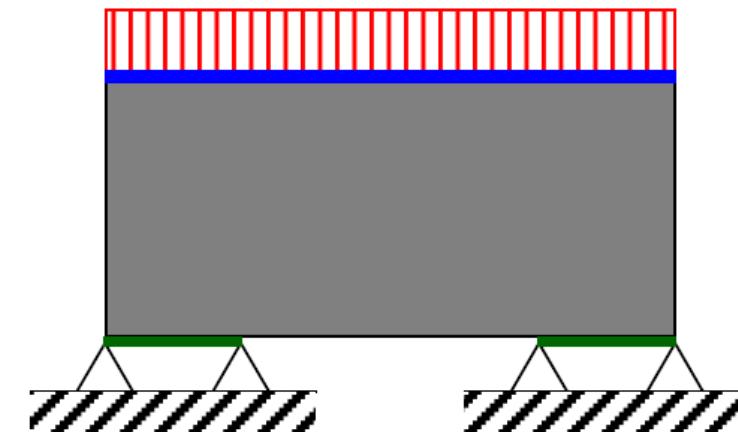
Exemplos

- *Design*/projeto de estruturas aeroespaciais e aeronáuticas, de forma a minimizar o seu peso e maximizar a sua resistência;
- Procura das trajetórias ótimas de veículos espaciais;
- Projeto de estruturas, tais como fundações, pontes, armações, torres, chaminés e barragens, com custo mínimo;
- Projeto de estruturas esbeltas preparadas para cargas dinâmicas e solicitações, tais como sismos;
- Projeto de sistemas de abastecimento de água, para o máximo benefício e a minimização de recursos energéticos;
- Projeto ótimo de ligantes, dentados, ferramentas e máquinas, e outros componentes mecânicos;
- Seleção de condições tecnológicas de corte e transformação metálica, de forma a minimizar custos de produção;
- Projeto ótimo de redes e máquinas elétricas, tais como motores, geradores e transformadores;
- Planeamentos, escalonamentos, calendarização, controlo e produção ótimos;
- Análise de dados e desenvolvimento de modelos matemáticos empíricos, para que estes reproduzam com precisão o que é observado experimentalmente;
- Projeto ótimo de equipamentos e processos químicos;
- Seleção da localização de uma indústria ou empresa;
- Planeamento e manutenção de equipamento, de modo a reduzir custos;
- Controlo de inventário e de *stocks*;
- Minimização de tempos de espera e paragem em linhas de produção e em transportes;
- Minimização dos custos de operação e paragem em frotas. Otimização do transporte de contentores;
- *Design* ótimo de sistemas de controlo;

Eliminação de componentes desnecessários

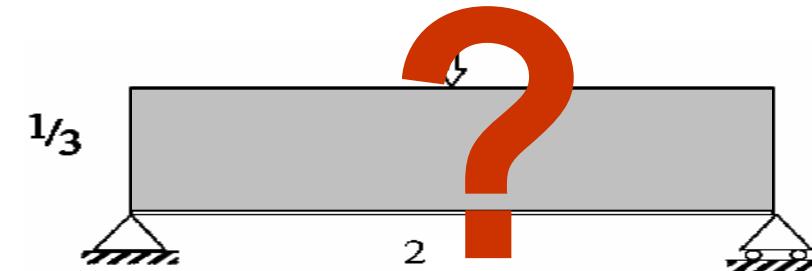
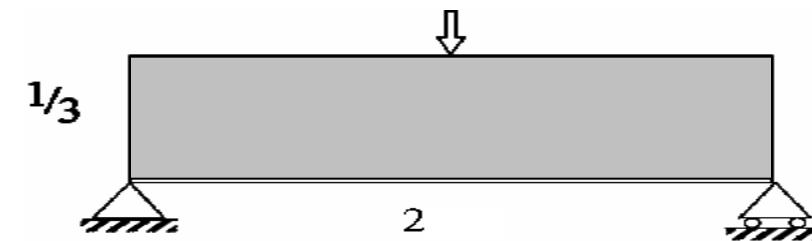


Colocação de material onde necessário



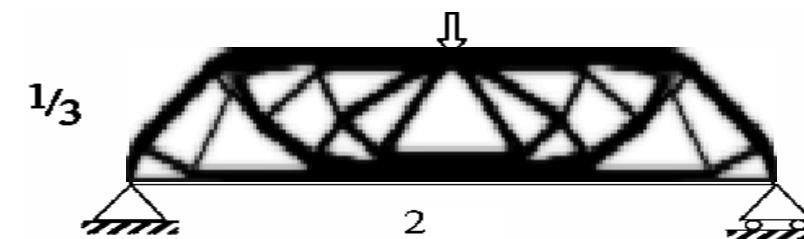
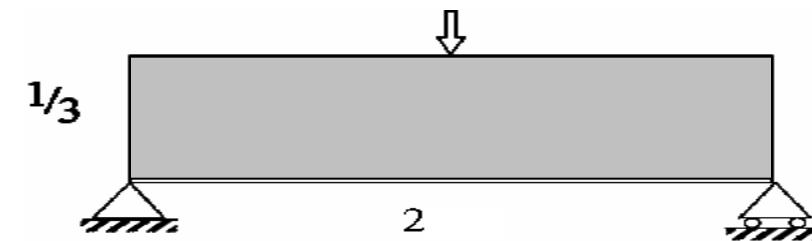
Otimização topológica

Colocar material onde este é necessário



Topology optimization

Colocar material onde este é necessário



Minimização de material em 40%

Colocar material onde este é necessário

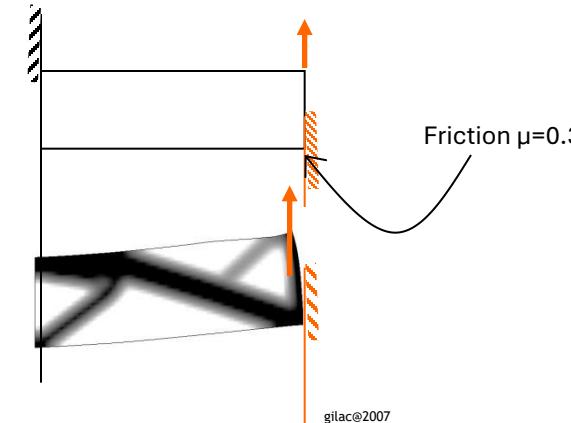


Densidade
1
0.889
0.778
0.667
0.556
0.44499
0.33399
0.22299
0.11199
0.001

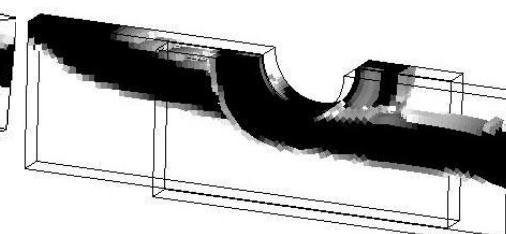
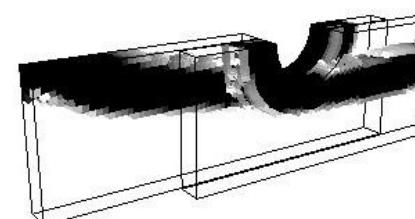
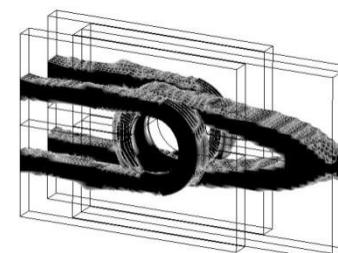
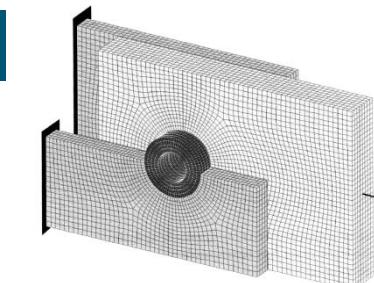


 Table example

1. Encasted beam in contact with friction



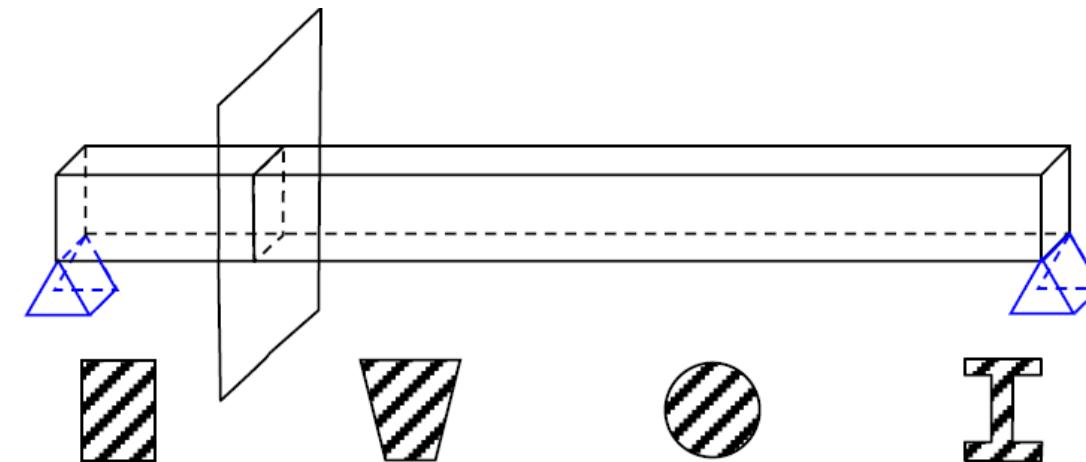
2. Flexible pinned union



Topology optimization

gilac@2007

Diminuição de volume do material



Qual é a secção e dimensões que minimizam o volume (sujeito a...)?



Exemplos

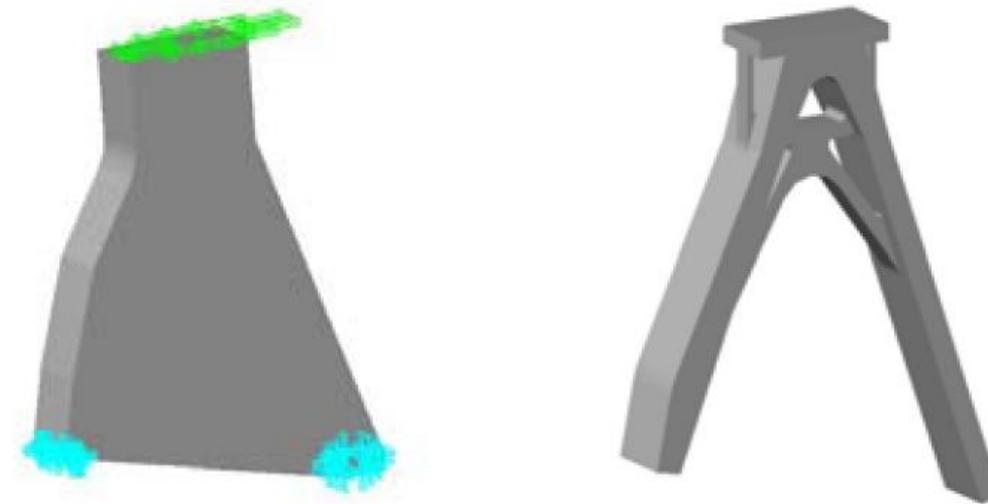
Melhorar a forma dos componentes de uma estrutura



Shape optimization

<http://atnet.it>

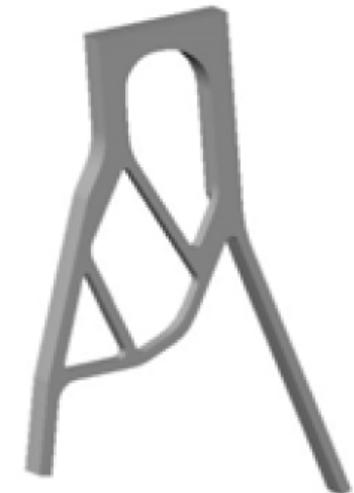
Melhorar a forma dos componentes de uma estrutura



Topology optimization

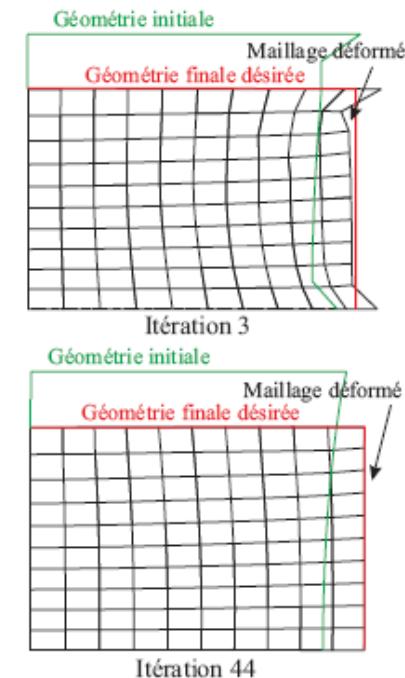
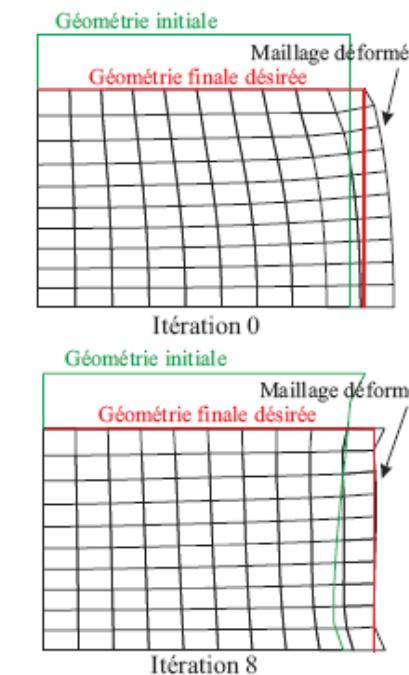
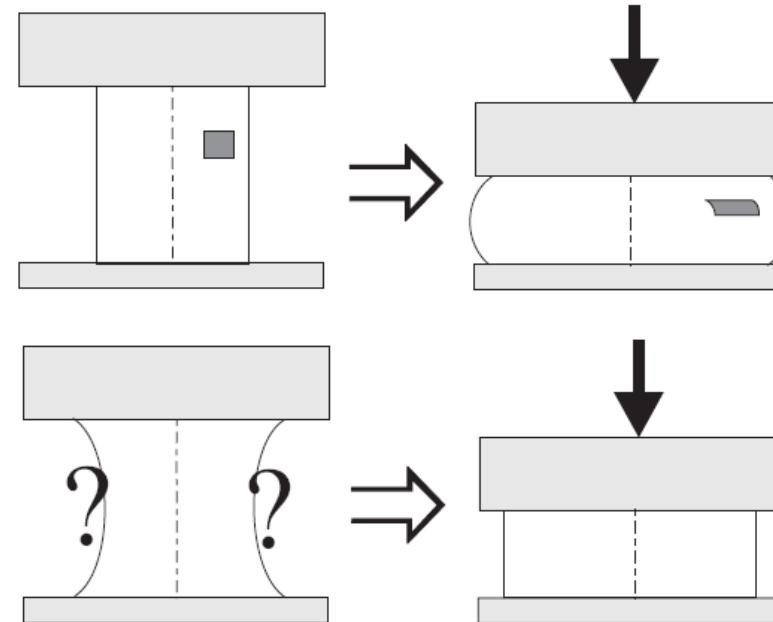
<http://atnet.it>

Enhancing the shape of the components or of the structure.

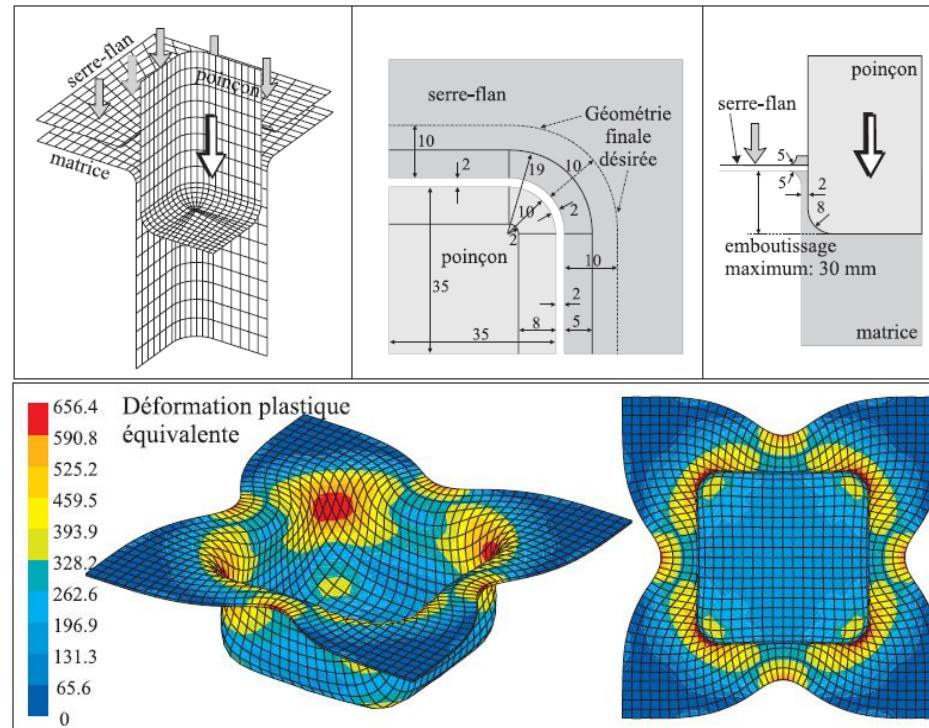


Shape optimization

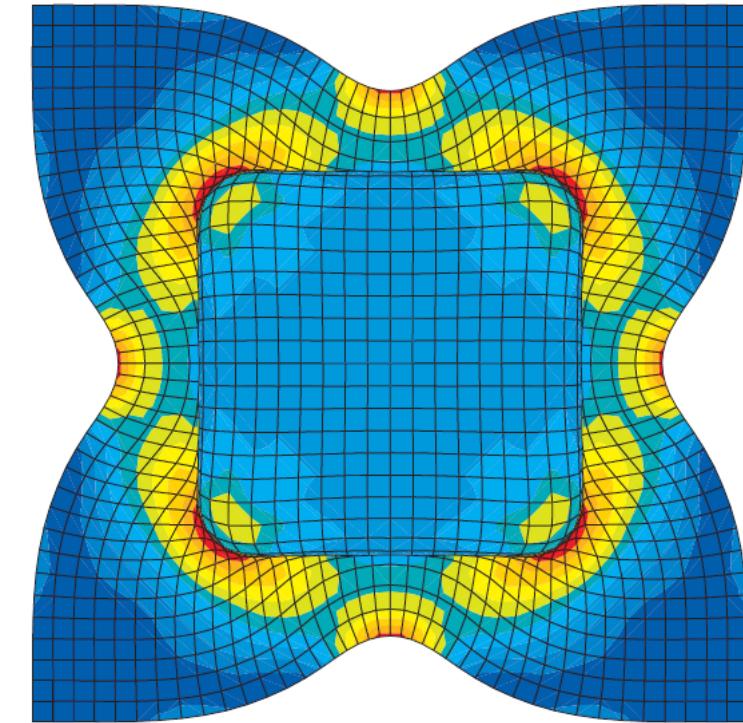
<http://atnet.it>



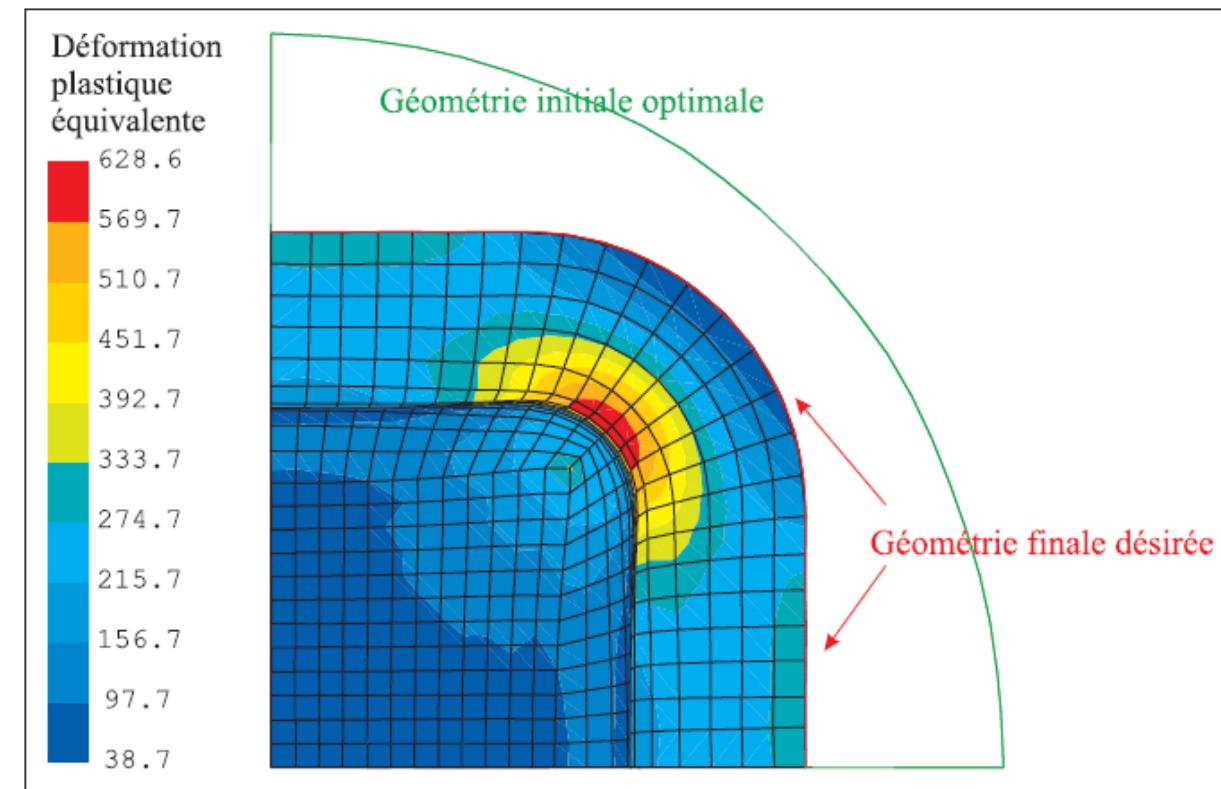
Shape optimization



Shape optimization

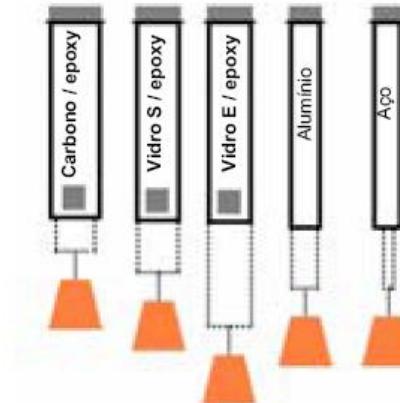


Kleinemann@2000

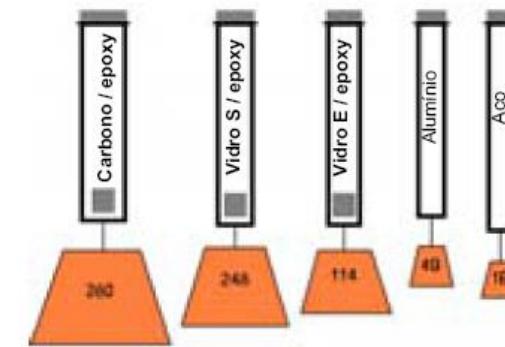


Seleção de materiais com melhores propriedades

Specific stiffness



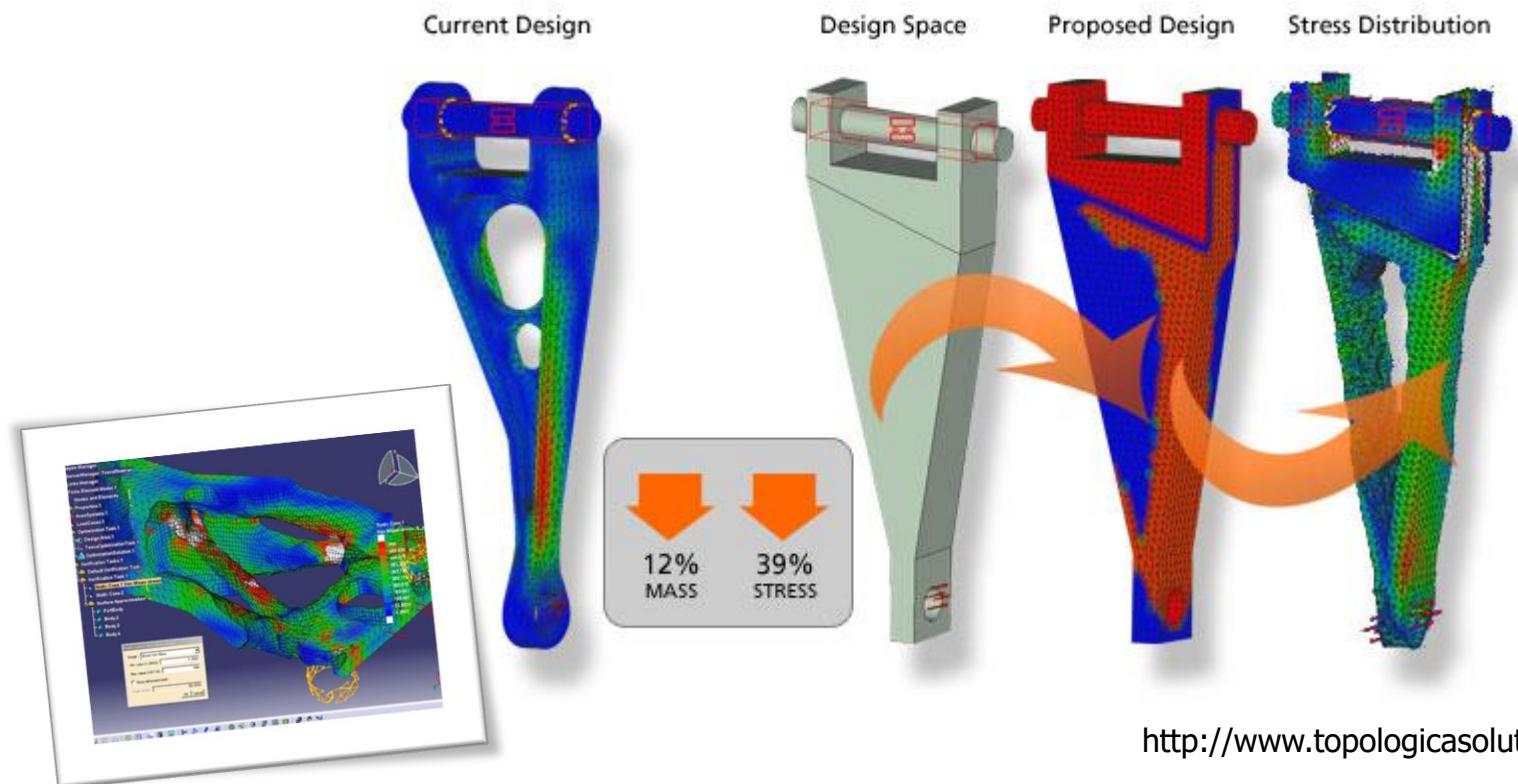
Specific resistance



Material optimization



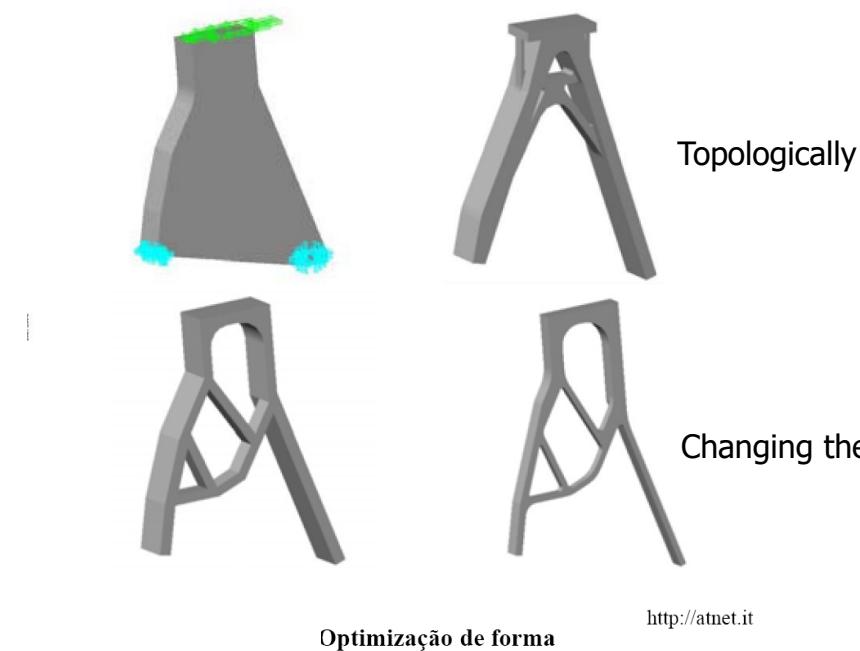
Exemplos



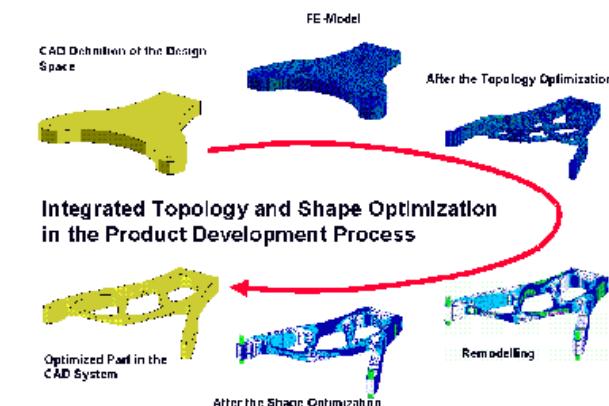
<http://www.topologicasolutions.com>

Putting material where is necessary
Decreasing the volume of the used materials.
Enhancing the shape of the components or of the structure

Melhorar a forma dos componentes de uma estrutura



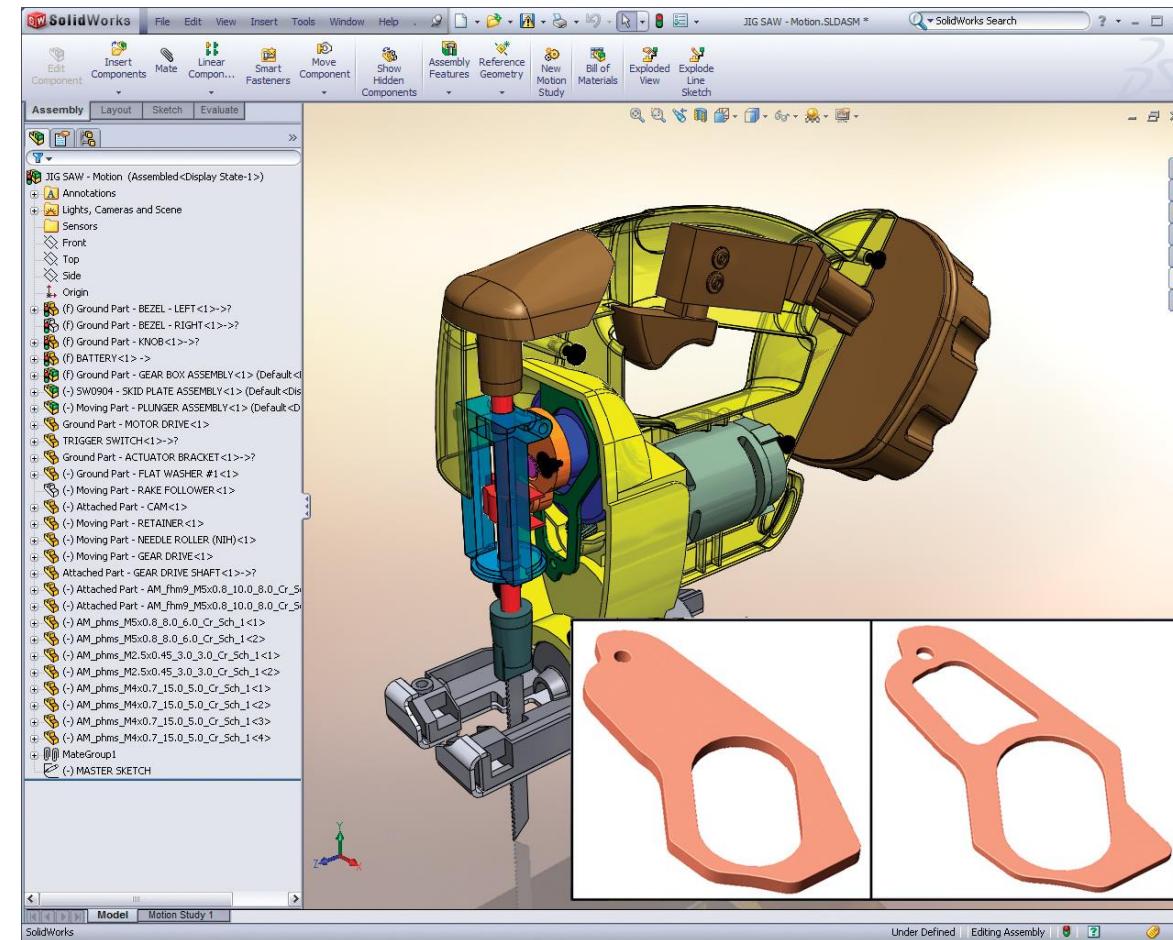
<http://atnet.it>



Putting material where is necessary
Decreasing the volume of the used materials.
Enhancing the shape of the components or of the structure



Exemplos

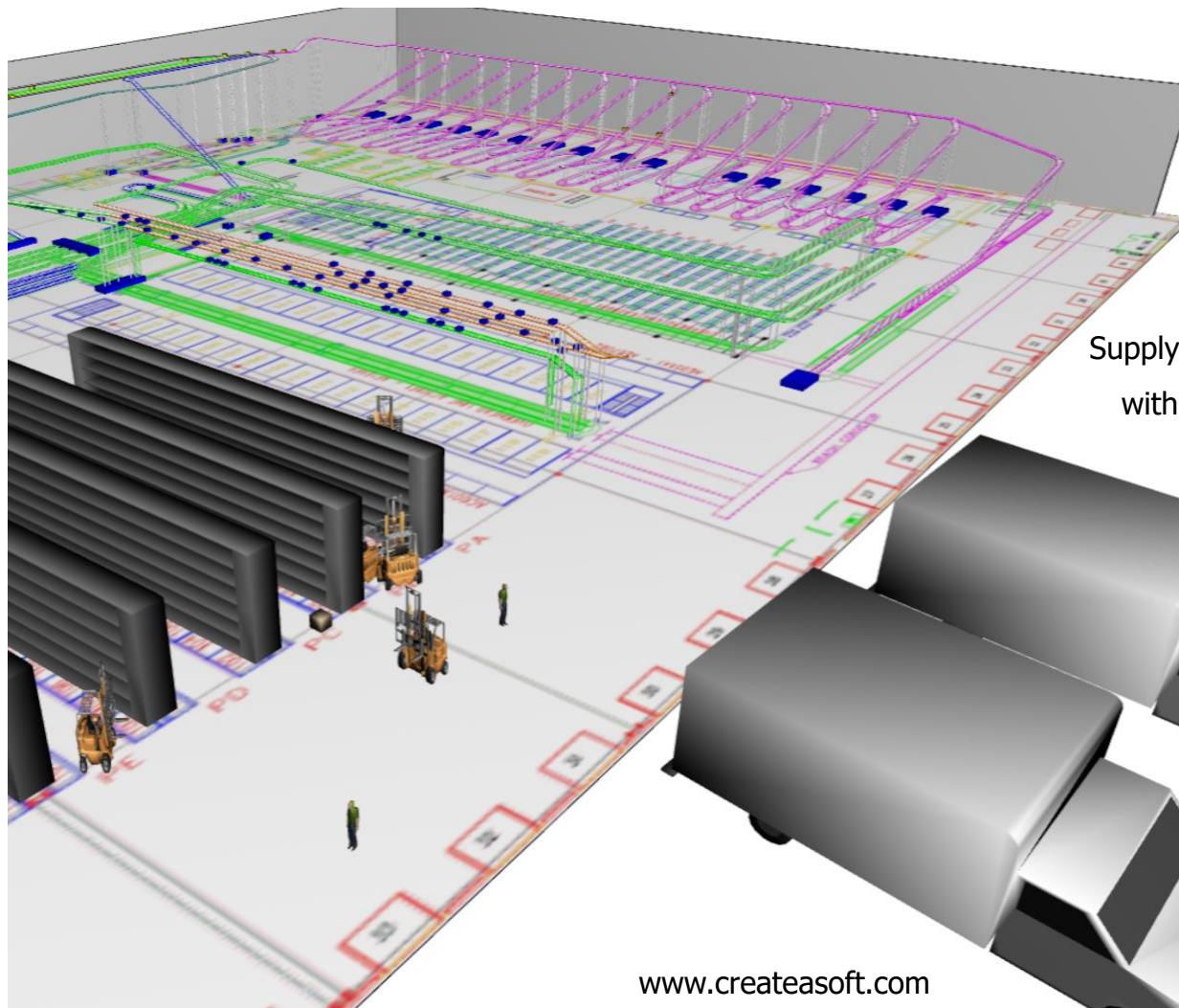


<http://www.solidworks.com>

Minimize the material usage or weight of your designs using shape optimization technology

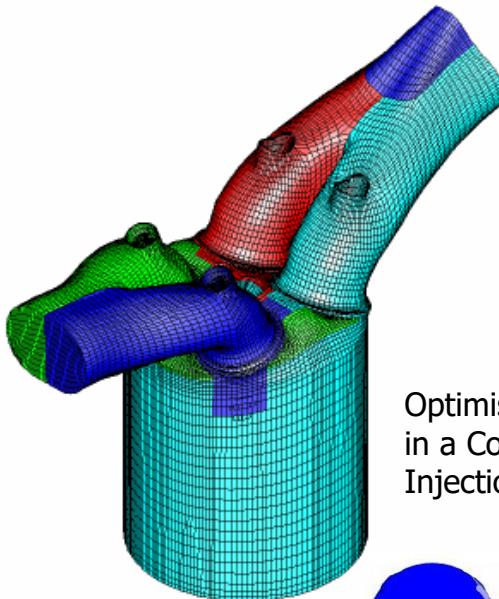


Exemplos

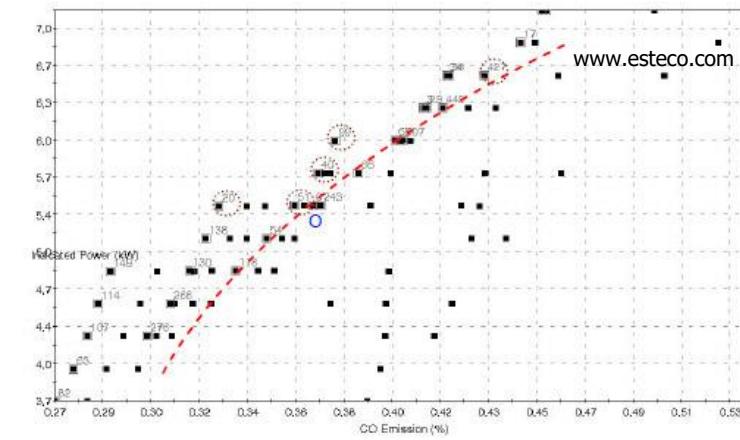
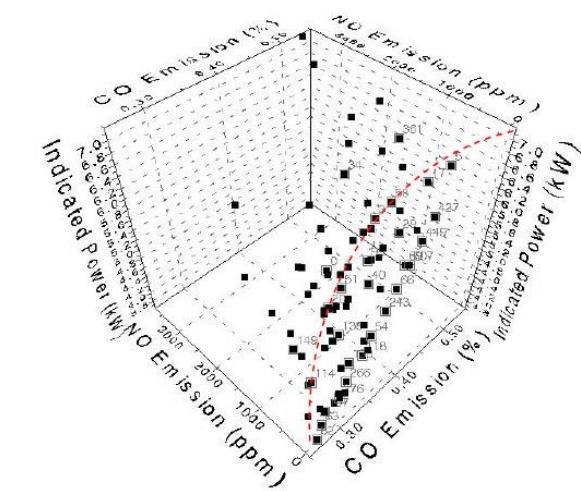
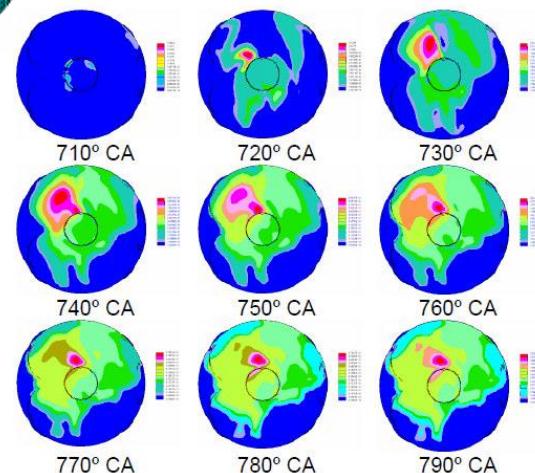


Supply Chain & Logistics Optimization
with Dynamic Process Simulation

www.createasoft.com



Optimisation of the Combustion Process
in a Compressed Natural Gas Direct
Injection Engine





Recapitulando...

Noções fundamentais

Formulação do problema

Variáveis de projeto

Função-objetivo

Restrições

Noções fundamentais

Formulação do problema

Variáveis de projeto

Função-objetivo

Restrições

Noções fundamentais

Formulação do problema

Inclui a definição de

- Variáveis de projeto
- Função-objetivo
- Restrições

Esta é a parte mais
complicada e
importante de todo o
processo

Formulação do problema

Procurar $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ que minimize $f(\mathbf{x})$,

sujeito às restrições

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

$$h_k(\mathbf{x}) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, l,$$

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

Formulação do problema

minimizar $f(\mathbf{x})$,

sujeito a $g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m,$

$h_k(\mathbf{x}) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, l,$

$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$

Variáveis de projeto

(de decisão, de design, de otimização, de controlo...)

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$$

São entidades que definem um projeto, um design particular, um procedimento, control, etc. pois são o conjunto de variáveis que estabelecem uma determinada solução.

Variáveis de projeto

(de decisão, de design, de otimização,...)

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$$

Podem ser
contínuas,
discretas ou
inteiiras

O espaço de dimensão n é chamado de
**Espaço das variáveis de projeto ou
domínio das variáveis**

Nota: As variáveis têm de ser independentes (entre elas)

Função-objetivo

O objetivo do projeto é aquilo que leva à procura do projeto ótimo
(contudo, sujeito a determinadas limitações)

Objetivo identificado e expresso matematicamente através de
uma função (ou um conjunto de funções)



Função-objetivo

Muito
importante
pois é quem guia
todo o processo



Função-objetivo

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Problema uniobjetivo

$$f(\mathbf{x}) = \alpha_1 f_1(\mathbf{x}) + \alpha_2 f_2(\mathbf{x})$$

Problema multiobjetivo

variáveis de projeto não podem ser escolhidas arbitrariamente.



têm de satisfazer certas e determinadas funcionalidades e requerimentos específicos



Restrições

Restrições

minimizar $f(\mathbf{x})$,

sujeito a $g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m,$

$h_k(\mathbf{x}) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, l,$

$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$

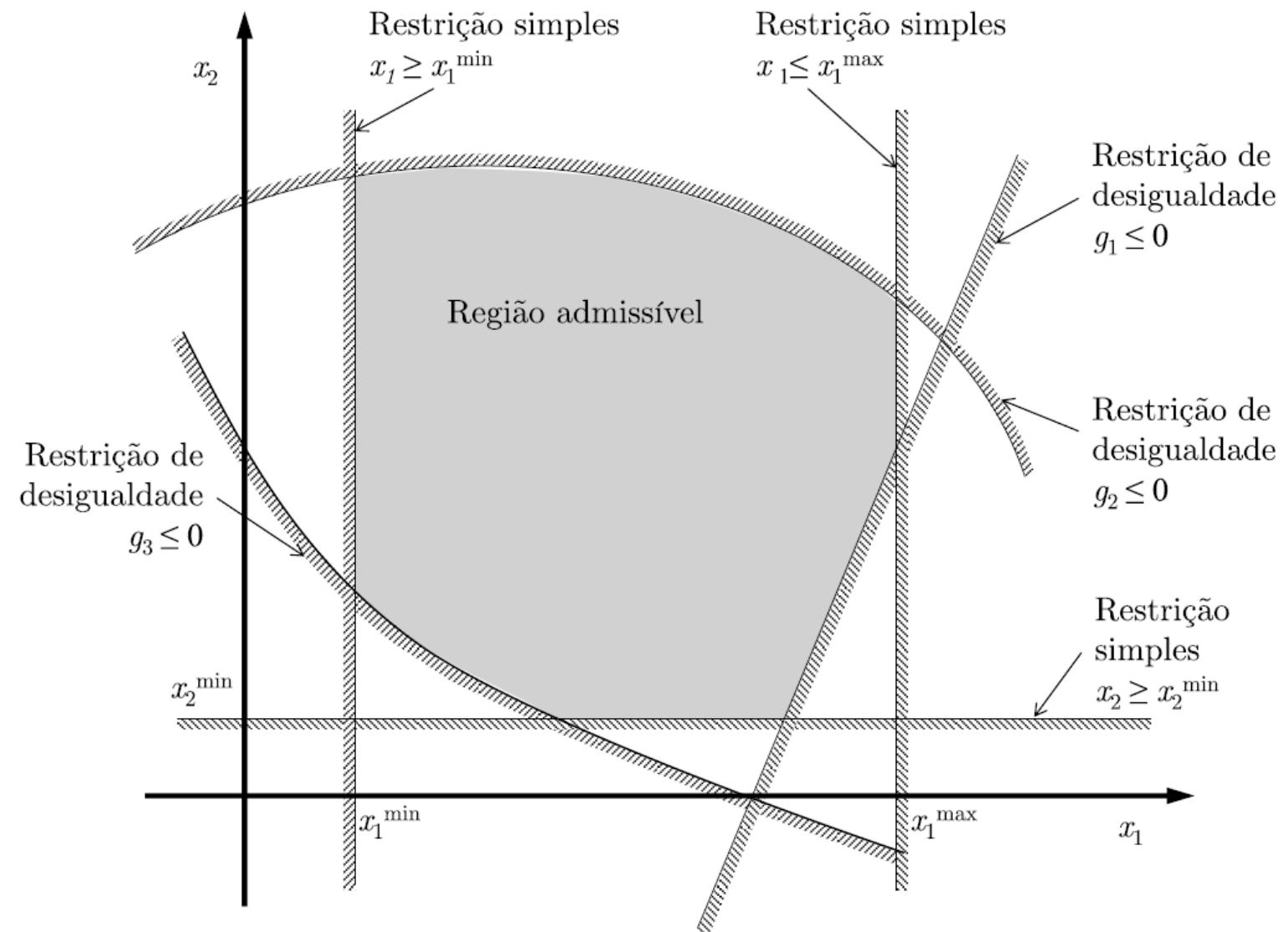
Restrições de limites de domínio

Restrições de desigualdade

Restrições de igualdade

Restrições

Problemas com restrições



Parte prática...



Otimização: modelação matemática

Procedimento:

1. Compilação de informação;
2. Identificação e definição das variáveis de projeto;
3. Identificação do critério a otimizar (função-objetivo);
4. Identificação das restrições.

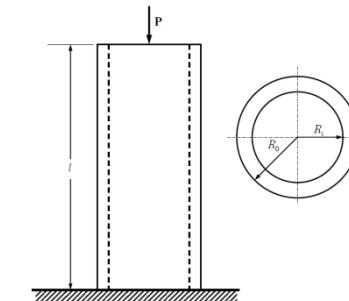
Procedimento:

- 
1. Compilação das informações;
 2. Identificação da função de optimização das variáveis de projeto;
 3. Identificação do critério a optimizar (função-objetivo);
 4. Identificação das restrições.

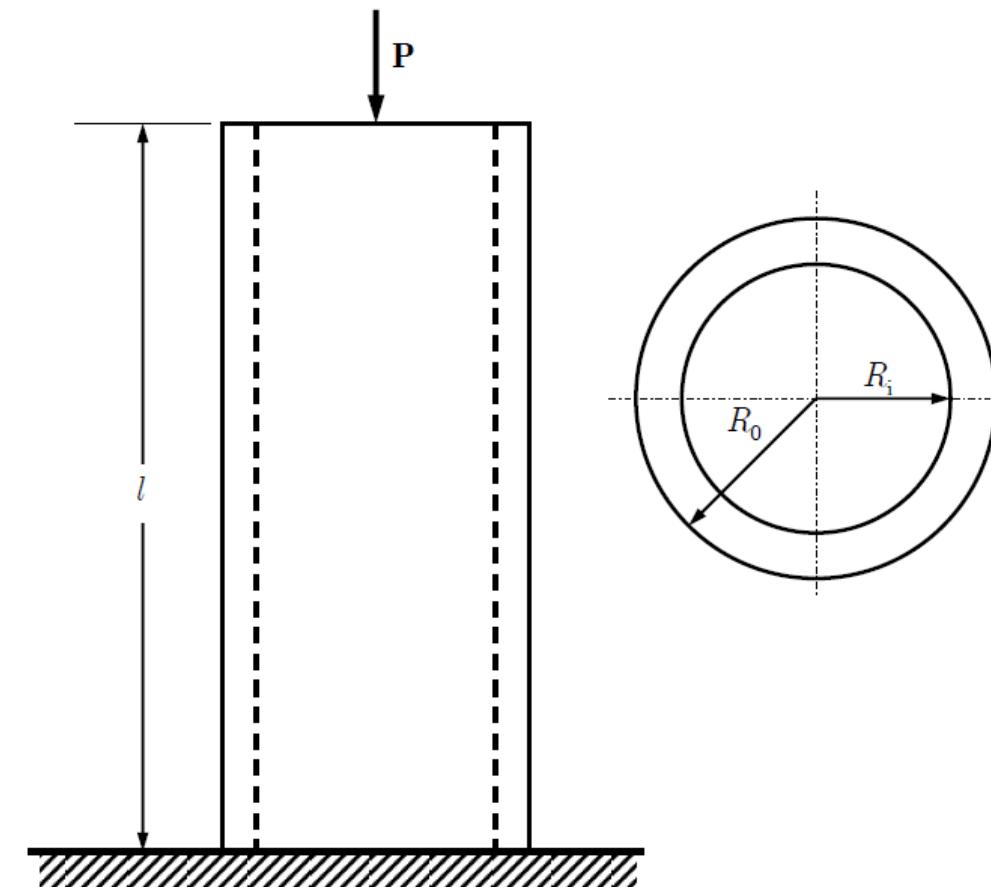
Otimização: modelação matemática

Exemplo: Projeto de uma coluna tubular de secção circular sujeita a uma carga de compressão

Pretende-se projetar uma barra tubular uniforme de secção circular para aguentar uma determinada carga e cujo custo seja mínimo. O material utilizado apresenta uma tensão de cedência σ_a , um módulo de elasticidade E e uma densidade ρ . O comprimento da barra é l e a tensão induzida na barra deve ser sempre menor do que a tensão de cedência e a tensão crítica de encurvadura lateral por flexão σ_{cr} . Os raios exterior e interior da coluna terão de estar entre determinadas dimensões. O custo da barra inclui o material e os custos de fabrico. Este pode ser dado por $5W + 2\bar{R}$, em que W é a massa do material e \bar{R} é o raio médio da barra.



Exemplo: Projeto de uma coluna tubular de secção circular sujeita a uma carga de compressão





Otimização: modelação matemática

Procedimento:

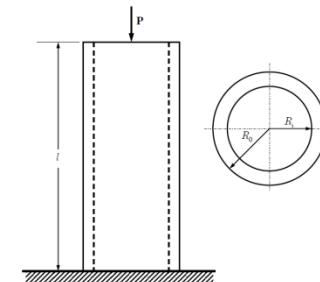
- 1. Compilação de informação;**
2. Identificação e definição das variáveis de projeto;
3. Identificação do critério a optimizar (função-objetivo);
4. Identificação das restrições.

Otimização: modelação matemática

Exemplo: Projeto de uma coluna tubular de secção circular sujeita a uma carga de compressão

Fase 1: compilação de informação. O material utilizado apresenta uma tensão de cedência σ_a (em carga axial), um módulo de elasticidade E e uma densidade ρ . O comprimento da barra é l e a tensão induzida na barra deve ser sempre menor do que a tensão de cedência σ_a . A carga crítica de encurvadura lateral por flexão da coluna tubular corresponde a

$$P_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2},$$



em que I é o momento de inércia da secção transversal da coluna. A tensão σ na coluna é definida por P/A , em que A é a área da secção da coluna.



Otimização: modelação matemática

Procedimento:

1. Compilação de informação;
- 2. Identificação e definição das variáveis de projeto;**
3. Identificação do critério a otimizar (função-objetivo);
4. Identificação das restrições.

Otimização: modelação matemática

Exemplo: Projeto de uma coluna tubular de secção circular sujeita a uma carga de compressão

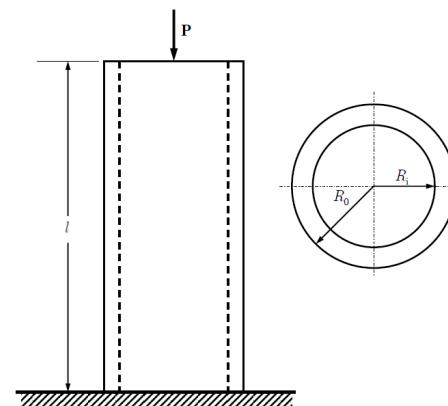
Fase 2: identificação e definição das variáveis de projeto. Como variáveis de projeto podem definir-se as seguintes:

R_0 = raio exterior da secção da coluna;

R_i = raio interior da secção da coluna.

Tomando como referência as variáveis anteriores, a área A e o momento de inércia I da secção da coluna são:

$$A = \pi (R_0^2 - R_i^2); \quad I = \frac{\pi}{4} (R_0^4 - R_i^4).$$





Otimização: modelação matemática

Procedimento:

1. Compilação de informação;
2. Identificação e definição das variáveis de projeto;
- 3. Identificação do critério a optimizar (função-objetivo);**
4. Identificação das restrições.

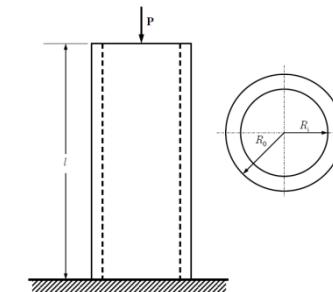
Otimização: modelação matemática

Exemplo: Projeto de uma coluna tubular de secção circular sujeita a uma carga de compressão

Fase 3: identificação do critério a otimizar (função-objetivo). O custo da barra, que se pretende minimizar, inclui o material e custos de fabrico. Este pode ser, por exemplo, definido por $5W + 20\bar{R}$, em que W é a massa do material e \bar{R} é o raio médio da barra, que, em função das variáveis de projeto, correspondem a

$$W = \rho * (lA) = \pi\rho l (R_0^2 - R_i^2),$$

$$\bar{R} = \frac{R_0 + R_i}{2}.$$



Assim, a função-objetivo poderá ser escrita pela seguinte função de custo:

$$f(\mathbf{R}) = 5\pi\rho l (R_0^2 - R_i^2) + 10(R_0 + R_i).$$



Otimização: modelação matemática

Procedimento:

1. Compilação de informação;
2. Identificação e definição das variáveis de projeto;
3. Identificação do critério a otimizar (função-objetivo);
- 4. Identificação das restrições.**

Otimização: modelação matemática

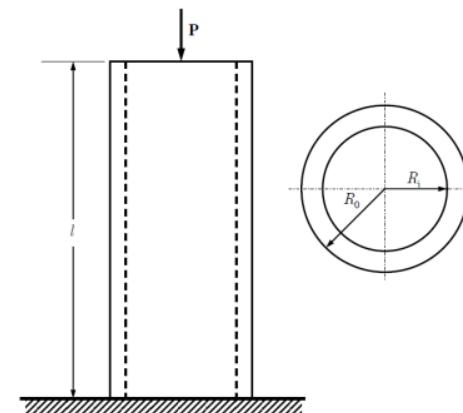
Exemplo: Projeto de uma coluna tubular de secção circular sujeita a uma carga de compressão

Fase 4: identificação das restrições. A restrição de limite do material em carga axial é dada por $\sigma = P/A \leq \sigma_a$, ou seja,

$$g_1(\mathbf{R}) : \frac{P}{\pi(R_0^2 - R_i^2)} \leq \sigma_a.$$

A coluna também não deverá entrar em encurvadura lateral por flexão sob a carga aplicada P , não podendo a carga P exceder a carga crítica P_{cr} , resultando

$$g_2(\mathbf{R}) : P \leq \frac{\pi^3 E}{16l^2} (R_0^4 - R_i^4).$$



Otimização: modelação matemática

Exemplo: Projeto de uma coluna tubular de secção circular sujeita a uma carga de compressão

Fase 4: identificação das restrições.

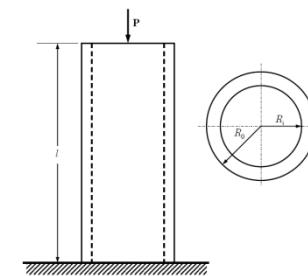
Por razões geométricas, o raio exterior tem de ser obrigatoriamente maior do que o raio interior, $R_0 > R_i$. Adicionalmente, os raios exterior e interior da coluna terão de estar entre determinadas dimensões:

$$R_{0,\min} \leq R_0 \leq R_{0,\max}; \quad R_{i,\min} \leq R_i \leq R_{i,\max}.$$

Caso o projeto requeira o uso de secções de parede fina, em que os raios são muito maiores do que a espessura da parede, é ainda necessário adicionar uma nova restrição que impõe limites relativos à espessura das paredes. Esta poderá ser definida por

$$\frac{R_0 + R_i}{2(R_0 - R_i)} \geq \delta,$$

em que δ assume valores aproximados a 20.



Otimização: modelação matemática

Sumário: projeto de uma coluna tubular de secção circular minimizando os custos de produção e do material.

Dados especificados: σ_a , P_{cr} , E , ρ , l .

Variáveis de projeto: R_0 , R_i .

Função-objetivo: $f(\mathbf{R}) = [5\pi\rho l (R_0^2 - R_i^2) + 10(R_0 + R_i)]$.

Restrições:

Limite do material em carga axial: $g_1(\mathbf{R}) : \frac{P}{\pi(R_0^2 - R_i^2)} - \sigma_a \leq 0$;

Limite do material em flexão: $g_2(\mathbf{R}) : P - \frac{\pi^3 E}{16l^2} (R_0^4 - R_i^4) \leq 0$;

Condição de admissibilidade da solução: $g_3(\mathbf{R}) : R_i - R_0 < 0$;

Domínio das variáveis de projeto:

$$R_{0,\min} \leq R_0 \leq R_{0,\max}; \quad R_{i,\min} \leq R_i \leq R_{i,\max}.$$

Exemplo: Minimização de custos de material no projeto de uma viga encastrada numa das extremidades

Assume-se que a viga tem um comprimento de $2\sqrt{2}$ m. Considerando o material um aço com densidade $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$, módulo de elasticidade $E = 200 \text{ GPa}$ e tensão de cedência $\sigma_a = 100 \text{ MPa}$, a formulação deste problema corresponde a

$$\text{minimizar } f(\mathbf{R}) = 245,04 (R_0^2 - R_i^2) + 10 (R_0 + R_i),$$

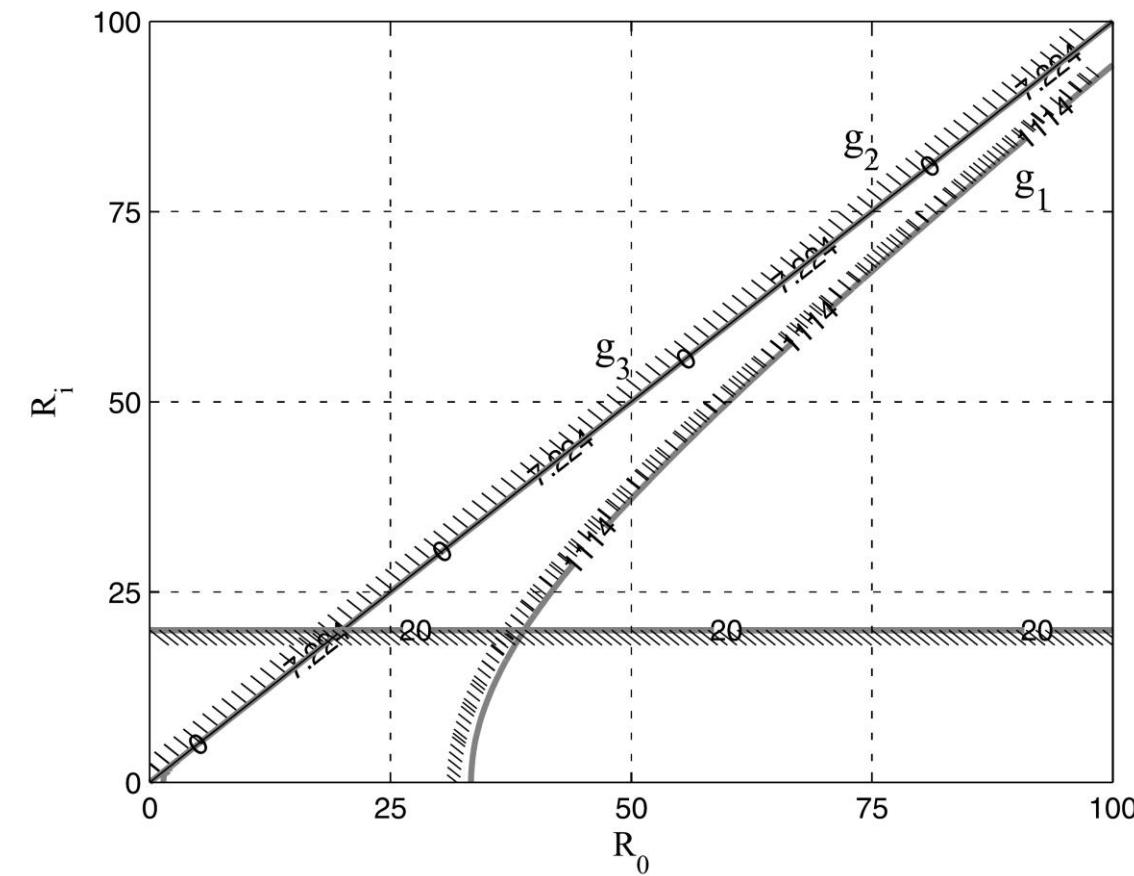
$$\text{sujeito a } g_1(\mathbf{R}) : (R_0^2 - R_i^2) \geq 1114,0,$$

$$g_2(\mathbf{R}) : (R_0^4 - R_i^4) \geq 7,224,$$

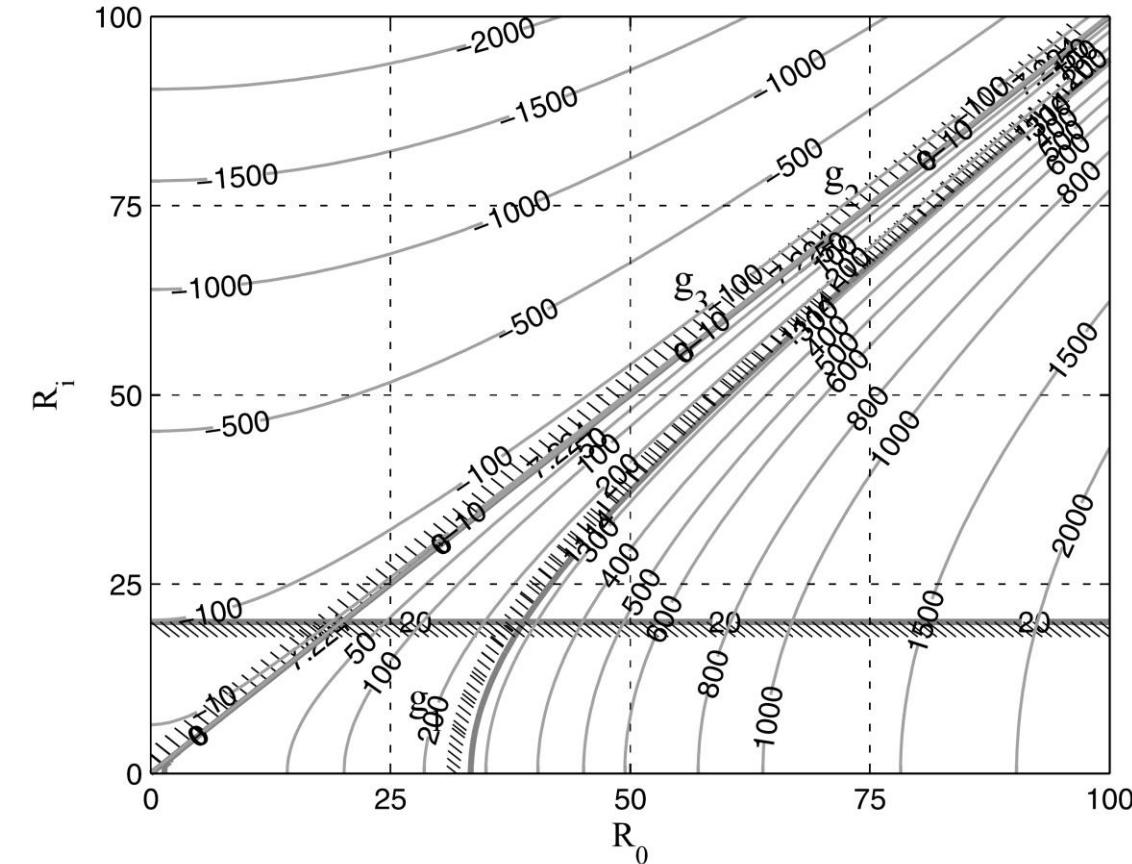
$$g_3(\mathbf{R}) : R_0 > R_i,$$

$$20 \leq R_0 \leq 100; \quad 20 \leq R_i \leq 100.$$

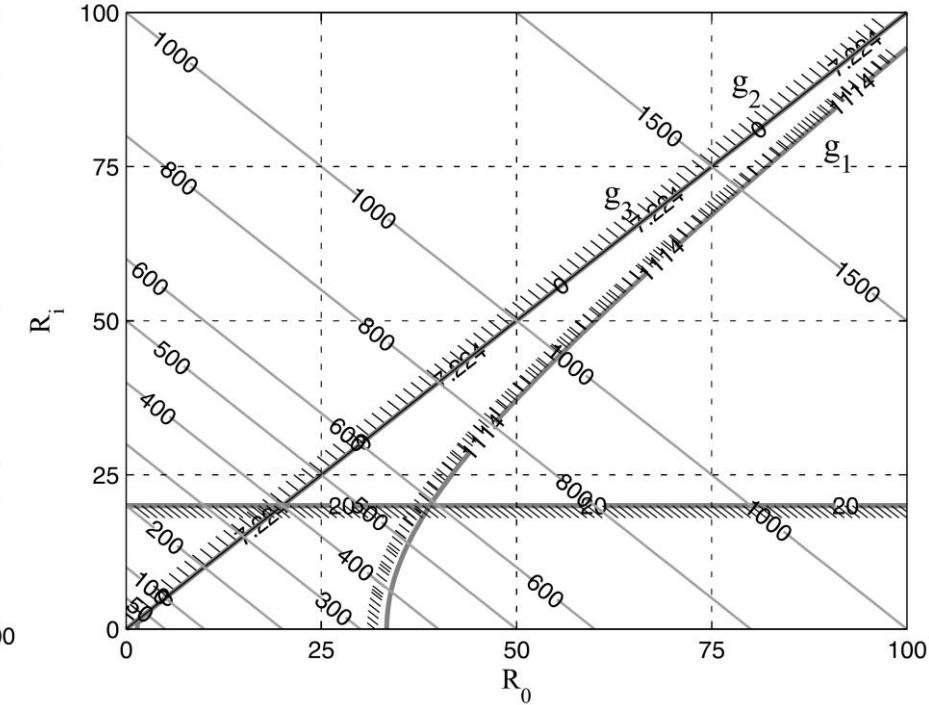
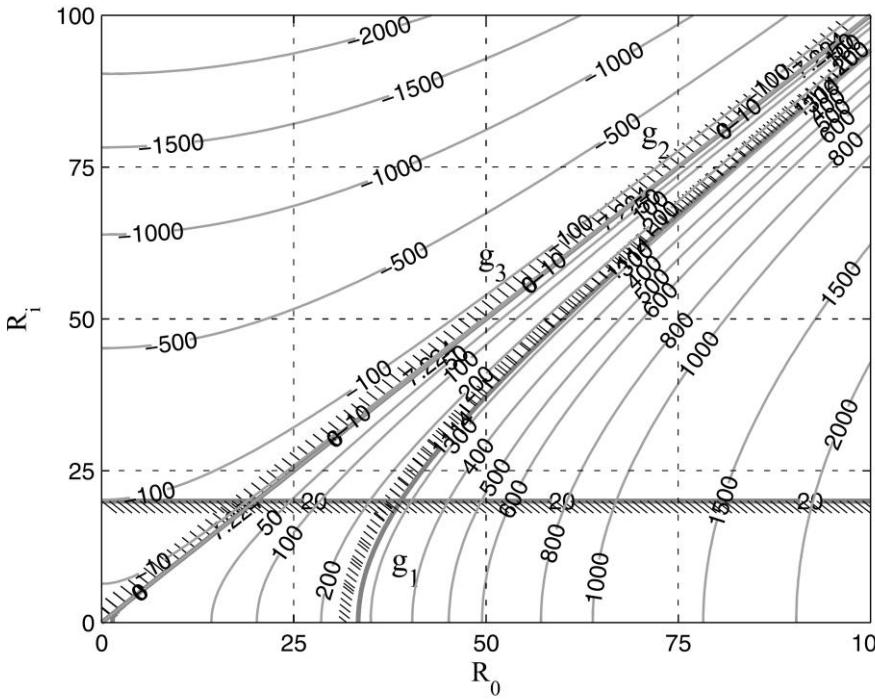
Exemplo: Minimização de custos de material no projeto de uma viga encastrada numa das extremidades



Exemplo: Minimização de custos de material no projeto de uma viga encastrada numa das extremidades



Exemplo: Minimização de custos de material no projeto de uma viga encastrada numa das extremidades



Resolução através de excel

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \\ 7 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}$$



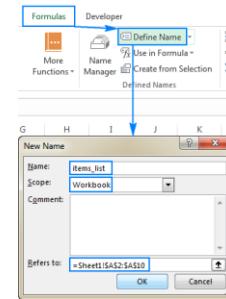
1. Multiplicação com matrizes

$$AxB = \begin{bmatrix} 37 \\ 6 \\ 28 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} AxB &= =MMULT(B2:D4;G2:G4) \\ &= =MMULT(B2:D4;G2:G4) \\ &= =MMULT(B2:D4;G2:G4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AxB &= =MMULT(A;B) \\ &= =MMULT(A;B) \\ &= =MMULT(A;B) \end{aligned}$$

Arrastando para a dimensão necessária e
CTRL+Shift+Enter
Usando a definição de nomes e
CTRL+Shift+Enter



2. Transposta da matriz

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 8 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A^T &= =TRANSPOSE(A) & =TRANSPOSE(A) & =TRANSPOSE(A) \\ &= =TRANSPOSE(A) & =TRANSPOSE(A) & =TRANSPOSE(A) \\ &= =TRANSPOSE(A) & =TRANSPOSE(A) & =TRANSPOSE(A) \end{aligned}$$

3. Inversa da matriz

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3.17207E-17 & 4 & -1 \\ -0.2 & -4.8 & 1.4 \\ 0.4 & 2.6 & -0.8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A^{-1} &= =MINVERSE(A) & =MINVERSE(A) & =MINVERSE(A) \\ &= =MINVERSE(A) & =MINVERSE(A) & =MINVERSE(A) \\ &= =MINVERSE(A) & =MINVERSE(A) & =MINVERSE(A) \end{aligned}$$

4. Determinante de uma matriz

$$\det(A) = 5$$

$$\det(A) = =MDETERM(A)$$

Otimização com o Excel

Tutorial usando Microsoft® Excel optimization solver

Tentar encontrar, por um método baseado no gradiente o mínimo dos problemas seguintes:

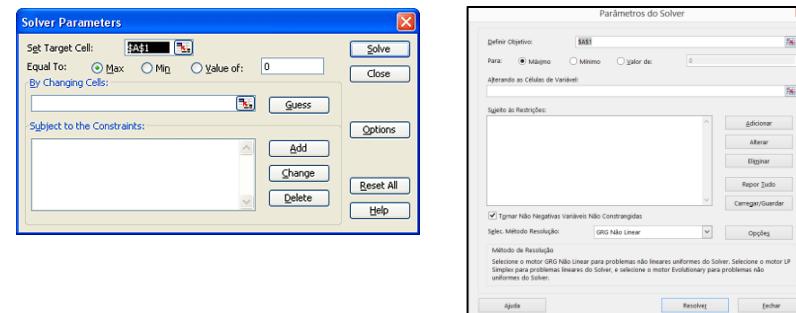
1 Installing and running the Solver

In Excel 2010 and later, go to (1) File > Options, and then (2) Click Add-Ins, and then in the Manage box, select Excel Add-ins., and click Go. (3) In the Add-Ins available box, select the Solver Add-in check box, and then click OK. If the Solver Add-in is not listed in the Add-Ins available box, click Browse to locate the add-in. If you get prompted that the Solver Add-in is not currently installed on your computer, click Yes to install it. (4) After you load the Solver Add-in, the Solver command is available in the Analysis group on the Data tab



2 Inserting the right data

The following figure shows the **Solver Parameters** dialog box, in which you input the target cell, changing cells, and constraints that apply to your optimization model.





Otimização com Python e chatGPT

Consegues ler este problema de optimização com duas variáveis?

Sim, consigo ler o problema de optimização com duas variáveis.

O problema é formulado da seguinte forma:

Dados:

- Comprimento da viga: $2\sqrt{2}$ m.
- Material: aço com densidade $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$, módulo de elasticidade $E = 200 \text{ GPa}$, e tensão de cedência $\sigma_a = 100 \text{ MPa}$.

Função Objetivo: Minimizar:

$$f(\mathbf{R}) = 245,04 (R_0^2 - R_i^2) + 10 (R_0 + R_i)$$

onde R_0 e R_i são as variáveis de decisão.

Restrições:

- $g_1(\mathbf{R}) : (R_0^2 - R_i^2) \geq 1114,0$
- $g_2(\mathbf{R}) : (R_0^4 - R_i^4) \geq 7,224$
- $g_3(\mathbf{R}) : R_0 > R_i$

Limites das variáveis:

$$20 \leq R_0 \leq 100, \quad 20 \leq R_i \leq 100$$

O objetivo é minimizar a função $f(\mathbf{R})$ sujeita às restrições $g_1(\mathbf{R})$, $g_2(\mathbf{R})$, e $g_3(\mathbf{R})$, além dos limites nas variáveis R_0 e R_i .

Mensagem ChatGPT
O ChatGPT pode cometer erros. Considere verificar informações importantes.

Partilhar

ChatGPT

ChatGPT

Consensus

I-ReTiS-LeaksD&OP

Digital Twins in Water

Explorar GPTs

Hoje

Problema de otimização

7 dias anteriores

Excel Formula Solution

Elastoplastic Model Integration F

30 dias anteriores

Tradução de mensagem para d

Advanced Mechanical Testing Su

Recommendation Letter Draft

Controle de motores passo-a-pa

Event Planning Inquiry

outubro

FEA Database Development Proj

setembro

LSTM e HMM em conjunto

Forecasting Water Consumption

Oração pelos Catequistas

Renovar Plus



Otimização com Python e chatGPT

```
import numpy as np
from scipy.optimize import minimize

# Definir a função objetivo
def objetivo(R):
    R0, Ri = R
    return 245.04 * (R0**2 - Ri**2) + 10 * (R0 +
Ri)

# Definir as restrições
def restricao1(R):
    R0, Ri = R
    return (R0**2 - Ri**2) - 1114.0

def restricao2(R):
    R0, Ri = R
    return (R0**4 - Ri**4) - 7.224

def restricao3(R):
    R0, Ri = R
    return R0 - Ri
```

```
python

import numpy as np
from scipy.optimize import minimize

# Definir a função objetivo
def objetivo(R):
    R0, Ri = R
    return 245.04 * (R0**2 - Ri**2) + 10 * (R0 + Ri)

# Definir as restrições
def restricao1(R):
    R0, Ri = R
    return (R0**2 - Ri**2) - 1114.0

def restricao2(R):
    R0, Ri = R
    return (R0**4 - Ri**4) - 7.224

def restricao3(R):
    R0, Ri = R
    return R0 - Ri

# Definir os limites para as variáveis
limites = [(20, 100), (20, 100)]

# Definir as restrições no formato exigido pelo scipy.optimize
restricoes = [
    {'type': 'ineq', 'fun': restricao1},
    {'type': 'ineq', 'fun': restricao2},
    {'type': 'ineq', 'fun': restricao3}
]

# Definir uma estimativa inicial
estimativa_inicial = [50, 30]

# Resolver o problema
resultado = minimize(objetivo, estimativa_inicial, method='SLSQP', bounds=limites, constraints=restricoes)

# Exibir o resultado
if resultado.success:
    print("Solução encontrada:")
    print("R0 =", resultado.x[0])
    print("Ri =", resultado.x[1])
    print("Valor mínimo da função objetivo =", resultado.fun)
else:
    print("Não foi possível encontrar uma solução.")
    print("Mensagem de erro:", resultado.message)
```

Copiar código



Otimização com Python e chatGPT

```
# Definir os limites para as variáveis
limites = [(20, 100), (20, 100)]

# Definir as restrições no formato exigido pelo scipy.optimize
restricoes = [
    {'type': 'ineq', 'fun': restricao1},
    {'type': 'ineq', 'fun': restricao2},
    {'type': 'ineq', 'fun': restricao3}
]

# Definir uma estimativa inicial
estimativa_inicial = [50, 30]

# Resolver o problema
resultado = minimize(objetivo, estimativa_inicial, method='SLSQP',
                     bounds=limites, constraints=restricoes)

# Exibir o resultado
if resultado.success:
    print("Solução encontrada:")
    print("R0 =", resultado.x[0])
    print("Ri =", resultado.x[1])
    print("Valor mínimo da função objetivo =", resultado.fun)
else:
    print("Não foi possível encontrar uma solução.")
    print("Mensagem de erro:", resultado.message)
```

```
python

import numpy as np
from scipy.optimize import minimize

# Definir a função objetivo
def objetivo(R):
    R0, Ri = R
    return 245.04 * (R0**2 - Ri**2) + 10 * (R0 + Ri)

# Definir as restrições
def restricao1(R):
    R0, Ri = R
    return (R0**2 - Ri**2) - 1114.0

def restricao2(R):
    R0, Ri = R
    return (R0**4 - Ri**4) - 7.224

def restricao3(R):
    R0, Ri = R
    return R0 - Ri

# Definir os limites para as variáveis
limites = [(20, 100), (20, 100)]

# Definir as restrições no formato exigido pelo scipy.optimize
restricoes = [
    {'type': 'ineq', 'fun': restricao1},
    {'type': 'ineq', 'fun': restricao2},
    {'type': 'ineq', 'fun': restricao3}
]

# Definir uma estimativa inicial
estimativa_inicial = [50, 30]

# Resolver o problema
resultado = minimize(objetivo, estimativa_inicial, method='SLSQP', bounds=limites, constraints=restricoes)

# Exibir o resultado
if resultado.success:
    print("Solução encontrada:")
    print("R0 =", resultado.x[0])
    print("Ri =", resultado.x[1])
    print("Valor mínimo da função objetivo =", resultado.fun)
else:
    print("Não foi possível encontrar uma solução.")
    print("Mensagem de erro:", resultado.message)
```

Copiar código



Outros casos

Parte prática...
... in the office!

Exemplo: Procura dos parâmetros que ajustam um modelo à observação experimental

Exemplo: O problema do transporte

Exemplo: Minimização de custos de material no projeto de uma viga encastrada numa das extremidades

Exemplo: Problema da maximização de produção

Exemplo: Procura dos parâmetros que ajustam um modelo à observação experimental

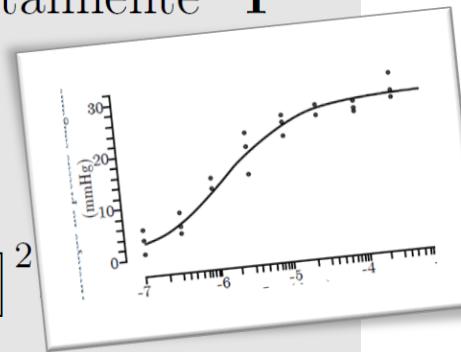
Sumário: formulação do problema de procura dos parâmetros que ajustam um modelo à observação experimental.

Dados especificados: valores observados experimentalmente \mathbf{Y}^{obs} para determinados valores de \mathbf{X} , A_{\min} , A_{\max} .

Variáveis de projeto: B , T , LogEC₅₀, n .

Função-objetivo: $f(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^{N_{\text{obs}}} [Y^{\text{Hill}}(X_i) - Y^{\text{obs}}(X_i)]^2$

Restrições: limites das variáveis de projeto: $A_{i,\min} \leq A_i \leq A_{i,\max}$.



Exemplo: O problema do transporte

Sumário: problema da minimização dos custos dos transportes.

Dados especificados: c_{ij} , b_j , a_i com $i = 1, 2$, $j = 1, \dots, 12$.

Variáveis de projeto: x_{ij} , $i = 1, 2$, $j = 1, \dots, 12$.

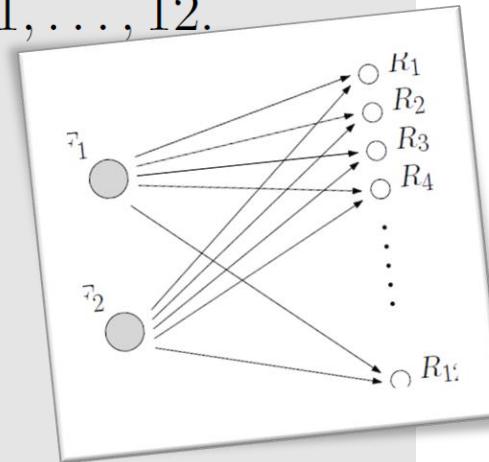
Função-objetivo: $f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{12} c_{ij} x_{ij}$.

Restrições:

Produção máxima: $g_i(\mathbf{x}) : \sum_{j=1}^{12} x_{ij} - a_i \leq 0$, $i = 1, 2$;

Necessidades: $g_{j+2}(\mathbf{x}) : b_j - \sum_{i=1}^2 x_{ij} \leq 0$, $j = 1, \dots, 12$;

Limites das variáveis de projeto: $x_{ij} \geq 0$, $i = 1, 2$, $j = 1, \dots, 12$.



Exemplo: Minimização de custos de material no projeto de uma viga encastrada numa das extremidades

Dados especificados: $F, L, \gamma, E, \sigma_{\text{ced}}, \tau_{\text{ced}}$.

Variáveis de projeto: d, t_w, b_f, t_f .

Função-objetivo: $f(\mathbf{D}) = \gamma L [2b_f t_f + t_w(d - 2t_f)]$.

Restrições:

Límite do material em flexão: $g_1(\mathbf{D}) : \frac{FLd}{2I_c} - \sigma_{\text{ced}} \leq 0$;

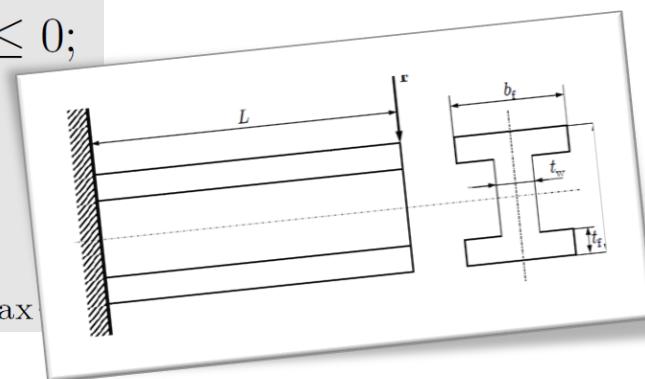
Límite do material em corte: $g_2(\mathbf{D}) : \frac{FM_c}{I_c t_w} - \tau_{\text{ced}} \leq 0$;

Flexão máxima: $g_3(\mathbf{D}) : \frac{FL^3}{3EI_c} - \delta_{\max} \leq 0$;

Domínio das variáveis de projeto:

$$d_{\min} \leq d \leq d_{\max}; \quad (t_w)_{\min} \leq t_w \leq (t_w)_{\max};$$

$$(b_f)_{\min} \leq b_f \leq (b_f)_{\max}; \quad (t_f)_{\min} \leq t_f \leq (t_f)_{\max}$$



Exemplo:

Sumário: problema da maximização da produção.

Dados especificados: custos, espaços ocupados, número de trabalhadores necessários por equipamento, investimento total.

Variáveis de projeto: x_A, x_B, x_C .

Função-objetivo: $f(\mathbf{x}) = 18 \times 55x_A + 18 \times 50x_B + 21 \times 50x_C$.

Restrições:

Investimento máximo: $g_1(\mathbf{x}) : 3x_A + 5x_B + 6x_C - 10^2 \leq 0$;

Limite do espaço disponível: $g_2(\mathbf{x}) : 3x_A + x_B + x_C - 30 \leq 0$;

Limite de trabalhadores: $g_3(\mathbf{x}) : 3x_A + 6x_B + 6x_C - 100 \leq 0$;

Domínio das variáveis de projeto:

$$x_A \geq 0; \quad x_B \geq 0; \quad x_C \geq 0$$

Equip. de fabrico	Espaços ocupados	Compon. por hora	Trabalhadores por equip.	Horas de oper. por dia	Custo por equip. [€]
A	3	55	3	18	300 000,00
B	1	50	6	18	500 000,00
C	1	50	6	21	600 000,00

Novembro 2024

