



aula 10 / Otimização estrutural em engenharia

190924

Sumário (TP+P)

Otimização estrutural em Engenharia Definição e classificação Overview

Resolução dos problemas black-box Exemplos

Otimização com recurso a programas FEA Caso do Abaqus Caso do SolidWorks



https://forms.office.com/e/fR29HVDxs2



O que é Otimização Estrutural?

Otimização estrutural é o processo de encontrar a melhor configuração para uma estrutura que atenda a critérios específicos.

- Objetivo: Minimizar peso, custo, ou material enquanto se mantém resistência, rigidez e segurança.
- Aplicações: Usada em diversas áreas como construção civil, engenharia aeronáutica, e mecânica.



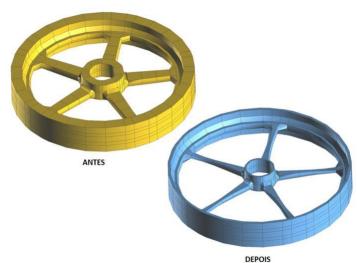


Tipos de Otimização Estrutural

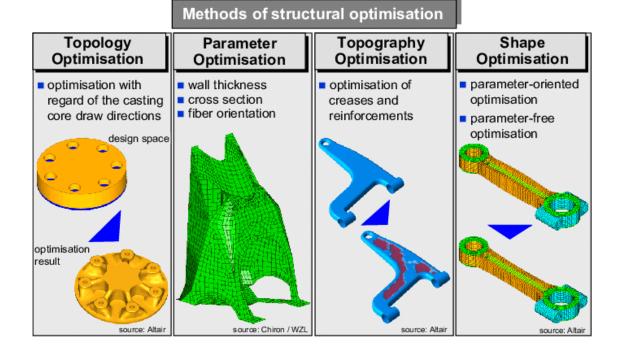
- 1. Otimização de Forma: Ajuste da forma da estrutura para otimizar desempenho.
- 2. Otimização Topológica: Determinação da melhor distribuição de material no espaço.
- 3. Otimização Paramétrica: Ajuste de parâmetros como espessura ou diâmetro.

4. Otimização Multidisciplinar: Integração de otimização estrutural com outros critérios como

aerodinâmica ou custo.



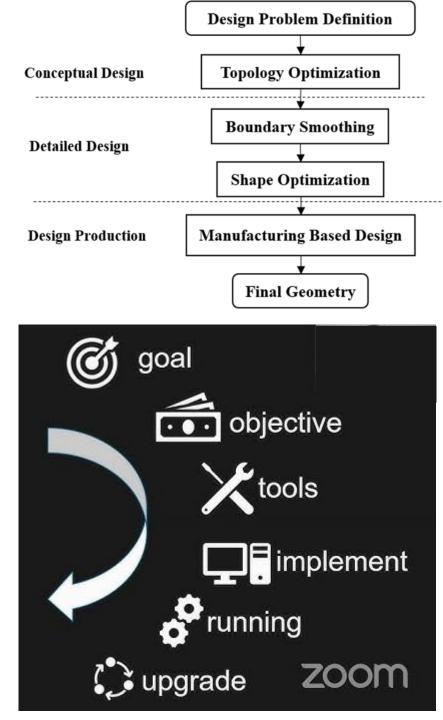
Otimização paramétrica.





Processo de Otimização Estrutural

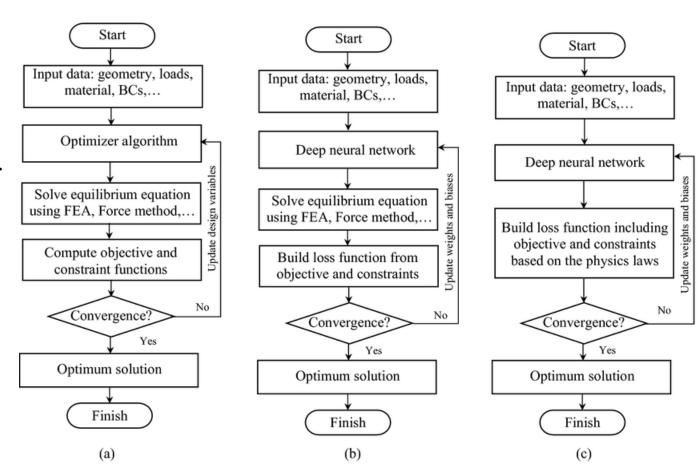
- 1. Definir o Problema: Identificar o objetivo (ex.: minimizar peso) e as restrições (ex.: resistência mínima).
- 2. Escolher Variáveis de Projeto: Parâmetros que podem ser alterados (ex.: espessura, comprimento).
- 3. Definir Função Objetivo e Restrições: Criar uma função que quantifica o desempenho (ex.: peso total).
- 4. Selecionar o Método de Otimização: Escolher o algoritmo adequado (ex.: SLSQP, otimização topológica).
- 5. Executar e Analisar os Resultados: Avaliar a solução obtida e ajustála conforme necessário.





Métodos de Otimização

- Métodos Determinísticos:
- Gradiente: Busca o mínimo usando derivadas.
- SLSQP (Sequential Least Squares Quadratic Programming): Bom para problemas com restrições.
- Métodos Evolutivos e Algoritmos Genéticos:
- Inspirados na evolução natural, úteis para problemas complexos e não lineares.
- Métodos Heurísticos:
- Ex.: Algoritmo das Partículas (PSO), Simulated Annealing. Bons para encontrar soluções em espaços de busca grandes.





Exemplo Prático - Otimização de uma Viga

- Problema: Minimizar o peso de uma viga sujeita a uma carga específica.
- Variáveis de Projeto: Altura e largura da viga.
- Restrições: Tensão máxima e deflexão.
- Resultado: Otimização da geometria para garantir menor peso e suficiente resistência.

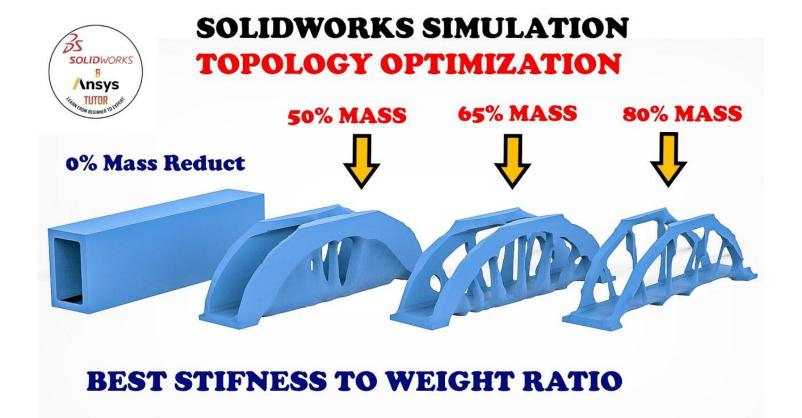


KEEP CALM AND **ENJOY YOUR** LAST CLASS



Ferramentas de Software para Otimização Estrutural

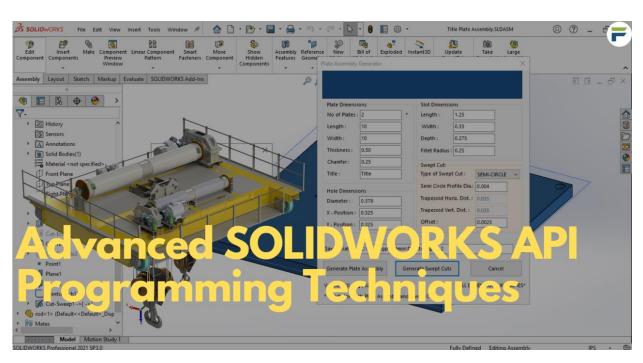
- SolidWorks: Com módulos de FEA para simulações estruturais.
- ANSYS: Avançado para análise estrutural e otimização topológica.
- MATLAB: Extensivamente usado para otimizações baseadas em algoritmos personalizados.
- Python (scipy.optimize): Ideal para customizar otimizações com bibliotecas como scipy e numpy.





Integração de Ferramentas - Python com SolidWorks

- Objetivo: Controlar o SolidWorks a partir do Python para realizar simulações de otimização.
- Método: Uso da API do SolidWorks para modificar parâmetros e extrair resultados.
- Exemplo: Minimização de peso ajustando parâmetros de diâmetro e espessura de uma peça.



https://www.enggtechnique.com/resource/blog-detail/solidworks-api-how-it-works

https://www.linkedin.com/pulse/exploringbeyond-basics-advanced-solidworks-apiprogramming-kora/



Desafios na Otimização Estrutural

- Convergência: Dificuldade em encontrar o ponto ótimo em problemas complexos.
- Tempo de Computação: Simulações podem ser demoradas, especialmente para FEA detalhado.
- Restrição de Projeto: Limitações de fabricação e custos devem ser consideradas.
- Integração
 Multidisciplinar:
 Coordenação com outras áreas, como dinâmica de fluidos ou térmica.





Futuro da Otimização Estrutural

- Benefícios: Otimização estrutural permite projetos mais eficientes, leves e sustentáveis.
- Tendências Futuras:
- Uso crescente de inteligência artificial e machine learning em otimização.
- Desenvolvimento de materiais novos que permitam novas abordagens.
- Integração de métodos de fabricação avançada, como impressão 3D.





Resolução de problemas de otimização

Resolução de problemas

...cuja função-objetivo é calculada por programas externos, como é o caso da otimização estrutural!



Muitas vezes a função-objetivo é avaliada por programas cujo interior é inacessível







Nesse caso,





• Otimização black-box-----







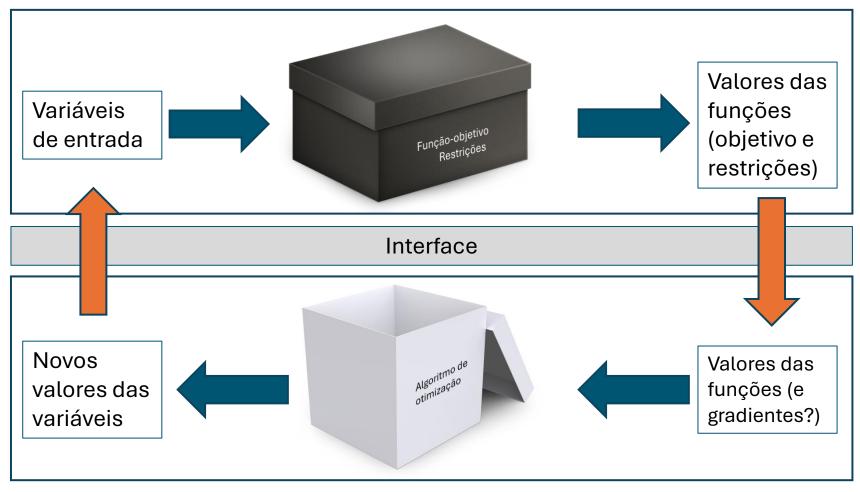














Resolução de problemas

...cuja função-objetivo é calculada por programas externos!

Parte prática...



Exemplo:

Programa de otimização: Excel (Solver)

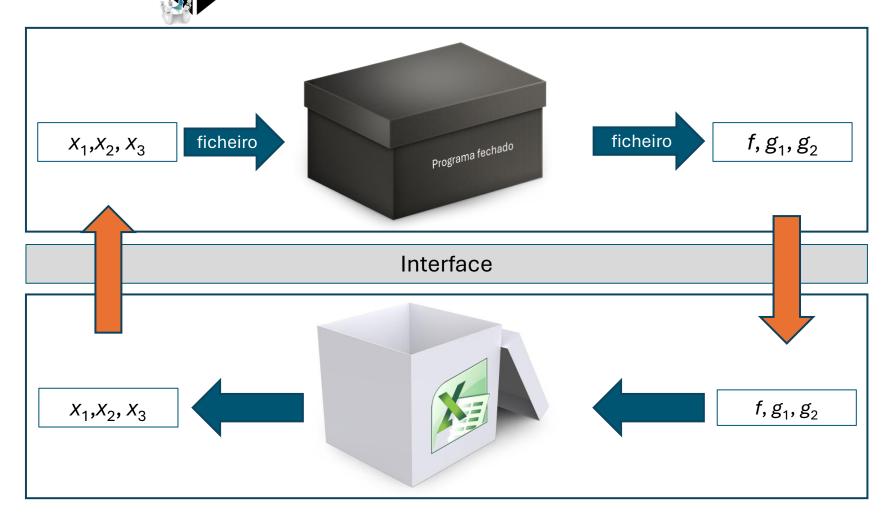
Funções: programa externo.

Interface: VBA (Visual Basic for Applications)

Problema:

maximizar
$$f(\mathbf{x}) = x_1 x_2 + x_2 x_3$$
,
sujeito a $g_1(\mathbf{x}) = x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 \le 2$,
 $g_2(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 10$.







Programa externo (exemplo em Fortran):

```
program ProgramaExterior
      Real*8 x1, x2, x3, fobj, g1, g2
      character*62 FilePath
      character*72 file1
      character*79 file2
      character*78 file3
      ! Abertura e leitura do ficheiro com as variáveis de optimização
      FilePath='C:\Users\'
      file1=FilePath // "OptVar.txt"
      Open (unit=23, file=file1)
                                                                                        \overline{\text{maximizar } f(\mathbf{x}) = x_1 x_2 + x_2 x_3, } 
        read(23,*)x1
        read(23,*)x2
                                                                                         sujeito a g_1(\mathbf{x}) = x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 \le 2,
        read(23,*)x3
                                                                                                    g_2(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 10.
      Close (23)
      ! Cálculo da função objectivo e funções restrição
      fobj = x1*x2 + x2*x3
      g1 = x1**2. - x2**2. + x3**2.
      q2 = x1**2. + x2**2. + x3**2.
      ! Abertura e escrita do ficheiro com os valores da função objectivo e restrições
      file2=FilePath // "ObjFuncResult.txt"
      Open (unit=24, file=file2)
        write(24,*)fobj
      Close (24)
                                                                                        Ficheiros
      file3=FilePath // "Restr1Result.txt"
      Open (unit=25, file=file3)
        write(25,*)g1
      Close (25)
      file3=FilePath // "Restr2Result.txt"
      Open (unit=26, file=file3)
        write(26, *)g2
      Close (26)
      end program
```



Programa externo (exemplo em Python):

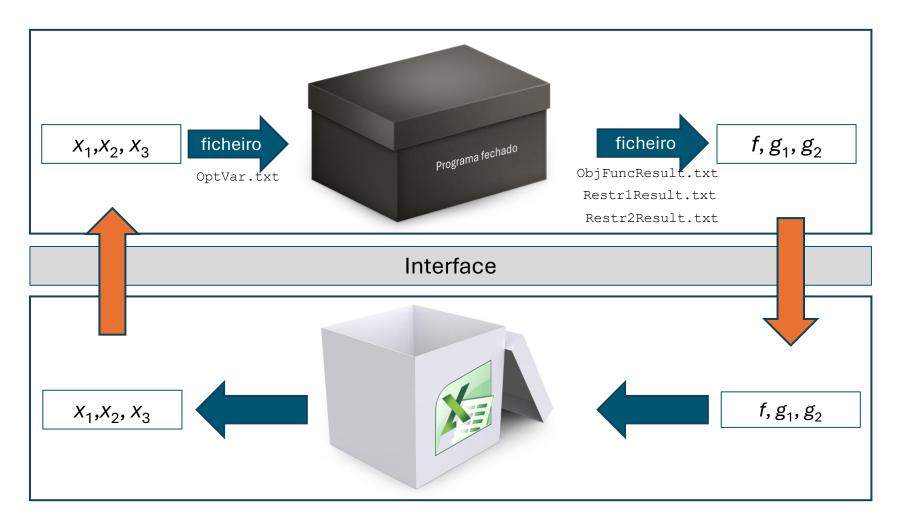
```
# This is an external program
from pathlib import Path
#print('Hello, world! External program running!')
data folder = Path("C:/Users/gilac/Desktop/ExemploVBA-Excel/")
# Abertura e leitura do ficheiro com as variáveis de optimização
filepath= data folder / 'OptVar.txt'_
with open(filepath, 'r') as fp:
  line = fp.readline()
   x1 = float(line)
  line = fp.readline()
                                                                                      maximizar  f(\mathbf{x}) = x_1 x_2 + x_2 x_3,
  x2 = float(line)
                                                                                        sujeito a g_1(\mathbf{x}) = x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 \le 2,
  line = fp.readline()
  x3 = float(line)
                                                                                                  g_2(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 10.
  cnt = 1
   fp.close()
#print('x1=',x1,' x2=',x2,' x3=',x3)
# Cálculo da função objectivo e funções restrição
fobj = x1*x2 + x2*x3
q1 = x1**2. - x2**2. + x3**2.
q2 = x1**2. + x2**2. + x3**2.
#print('fobj=',fobj, ' g1=', g1,'?<=2; g2=', g2,'?<=10')</pre>
# Abertura e escrita do ficheiro com os valores da função objectivo e restrições
filepath=data folder / ObjFuncResult.txt'
                                                                                       Ficheiros
file1=open(filepath, 'w')
file1.write(str(fobj))
file1.close()
filepath=data folder / 'RestrlResult.txt'
file2=open(filepath, 'w')
file2.write(str(q1))
file2.close()
filepath=data folder /'Restr2Result.txt
file3=open(filepath, 'w')
file3.write(str(g2))
file3.close()
```



Programa externo (exemplo em Matlab):

```
% This is an external program
% Abertura e leitura do ficheiro com as variáveis de optimização
file=fopen('OptVar.txt','r');
vars=fscanf(file,'%f');
fclose(file)
x1=vars(1,1);
x2=vars(2,1);
x3=vars(3,1);
                                                                             maximizar  f(\mathbf{x}) = x_1x_2 + x_2x_3,
                                                                               sujeito a g_1(\mathbf{x}) = x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 \le 2,
% Cálculo da função objectivo e funções restrição
fobj=x1*x2+x2*x3;
                                                                                       g_2(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 10.
g1=(x1^2)-(x2^2)+(x3^2);
g2=(x1^2)+(x2^2)+(x3^2);
% Abertura e escrita do ficheiro com os valores da função objectivo e restrições
new file1=fopen('ObjFuncResult.txt','w')
fprintf(new file1,'%u',fobj)
fclose(new file1)
new file2=fopen('Restr1Result.txt', 'w');
fprintf(new file2,'%u',g1)
                                                                            Ficheiros
fclose(new file2)
new file3=fopen('Restr2Result.txt','w')
fprintf(new file3,'%u',g2)
fclose(new file3)
```







Otimização com excel

Interface: VBA (no Excel)

Activar as macros

Ativar as macros e guardar o ficheiro Excel num ficheiro preparado para a execução de macros (formato xlsm). Para ativar a funcionalidade de macros, basta ir às opções do programa Excel (Ficheiro - Opções - Centro de Fidedignidade - Definições de Macros).



Adeder ao modo de programador

Por defeito, este modo de programador não se encontra acessível. Deste modo, sugere-se ir a Ficheiro - Opções - Personalizar Friso - Na direita selecionar Programador. Este procedimento adiciona um novo menu no programa Excel chamado Programador. Neste, estão acessíveis os acessos ao Visual Basic, Macros, etc.

3 Criar uma função VBA

Após o acesso ao Visual Basic (Menu - Programador - Visual Basic), deve-se clicar com o botão direito do rato na folha ativa do Excel (por defeito, esta chama-se "Folha 1"). No menu que aparece, selecionar Insert - Module. A janela criada serve para a inserção do código em VBA com as funções e sub-rotinas.



Interface: VBA (no Excel)

End Function

```
"C:\Program
''Obriga à declaração de todas as variáveis
                                                                               Files\MATLAB\R2020a\bin\matlab.ex
Option Explicit
Public Declare Sub Sleep Lib "kernel32" (ByVal dwMilliseconds As Long)
                                                                               e" -nodisplay -nosplash -nodesktop -
                                                                               r "run('C:\Users\xxx\Desktop\Nova
Function OptFunc(x1, x2, x3)
    Dim PathName As String
                                                                              pasta (3)\vba.m'); exit;"
    Dim VarFileName As String
    Dim ObjFuncFileName As String
    Dim file2Write As Integer
    Dim file2Read As Integer
    Dim ObiFuncResult
    Dim RetVal
     'Abertura do ficheiro para escrita das variáveis de optimização
    PathName = "C:\Users\"
    VarFileName = PathName & "OptVar.txt"
    file2Write = FreeFile()
    Open VarFileName For Output As file2Write
       Print #file2Write, x1
       Print #file2Write, x2
       Print #file2Write, x3
                                                                                               Ficheiros
    Close #file2Write
     'Execução do programa exterior
     ' Chamando um código executável (em Fortran)
     'RetVal = Shell(PathName & "ProgramaExterior.exe", vbNormalFocus)
     ' Chamando um código em python
    Shell "cmd /c" & PathName & "ProgramaExterior.py", vbHide
    Sleep 600 'tempo necessário para a execução completa do programa
     'Abertura do ficheiro para leitura do resultado da função objectivo
    ObjFuncFileName = PathName & "ObjFuncResult.txt"
    file2Read = FreeFile()
    Open ObjFuncFileName For Input As #file2Read
       Input #file2Read, ObjFuncResult
    Close #file2Read
    OptFunc = ObjFuncResult
```

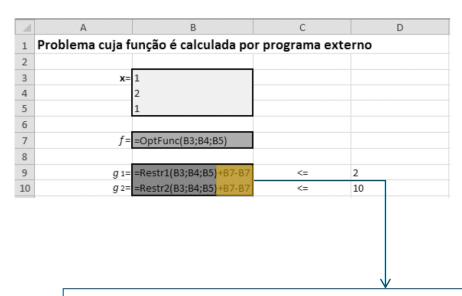


Interface: VBA (no Excel)

```
Function Restr1(x1, x2, x3)
    Dim PathName As String
    Dim RestrFileName As String
    Dim file2Read As Integer
    Dim RestrResult1
     'Abertura do ficheiro para leitura do resultado da função restrição
    PathName = "C:\Users\"
    RestrFileName = PathName & "RestrlResult.txt"
    file2Read = FreeFile()
    Open RestrFileName For Input As #file2Read
        Input #file2Read, RestrResult1
     Close #file2Read
     Restr1 = RestrResult1
End Function
Function Restr2(x1, x2, x3)
    Dim PathName As String
                                                                                          Ficheiros
    Dim RestrFileName As String
    Dim file2Read As Integer
    Dim RestrResult2
     'Abertura do ficheiro para leitura do resultado da função restrição
     PathName = "C:\Users\"
    RestrFileName = PathName & "Restr2Result.txt"
    file2Read = FreeFile()
    Open RestrFileName For Input As #file2Read
        Input #file2Read, RestrResult2
    Close #file2Read
     Restr2 = RestrResult2
End Function
```



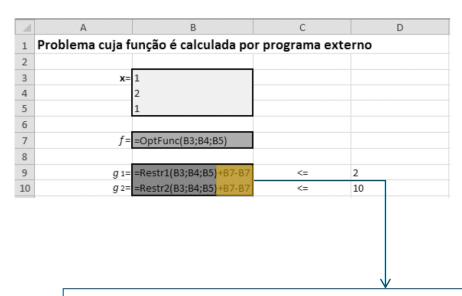
Programa de otimização: Excel



- A inserção da adição e da subtração do valor da célula B7 nada contribui para o resultado.
- Isto obriga a que a célula B7, que contém a função *Optfunc*, seja calculada primeiro.
- Assim, a leitura dos ficheiros *Restr1Result.txt* e *Restr2Result.txt* é feita sempre depois da execução do programa externo.



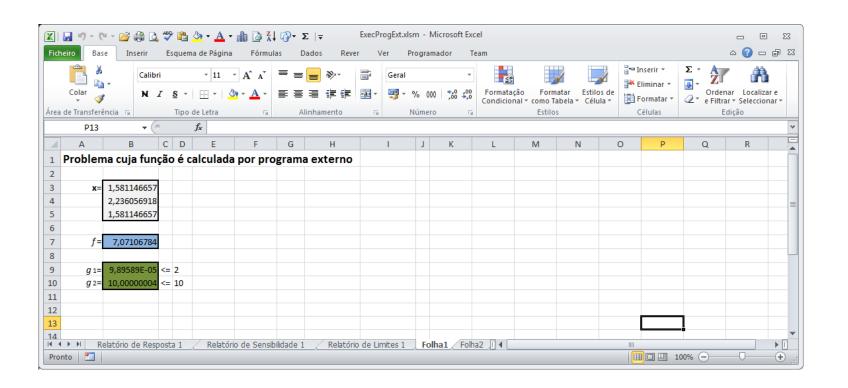
Programa de otimização: Excel



- A inserção da adição e da subtração do valor da célula B7 nada contribui para o resultado.
- Isto obriga a que a célula B7, que contém a função *Optfunc*, seja calculada primeiro.
- Assim, a leitura dos ficheiros *Restr1Result.txt* e *Restr2Result.txt* é feita sempre depois da execução do programa externo.



Programa de otimização: Excel





Black-box problems

Extras?



More complicated problems can be simulated numerically by using commercial general **finite element** softwares, such as **Abaqus**

Abaqus allows the user to create parametric input files



More complicated problems can be simulated numerically by using commercial general **finite element** softwares, such as **Abaqus**

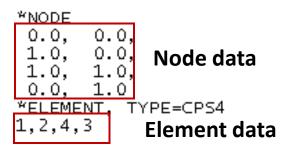
Abaqus allows the user to create parametric input files

```
*NODE
0.0, 0.0,
1.0, 0.0,
1.0, 1.0,
0.0, 1.0
*ELEMENT, TYPE=CPS4
1,2,4,3
```



More complicated problems can be simulated numerically by using commercial general **finite element** softwares, such as **Abaqus**

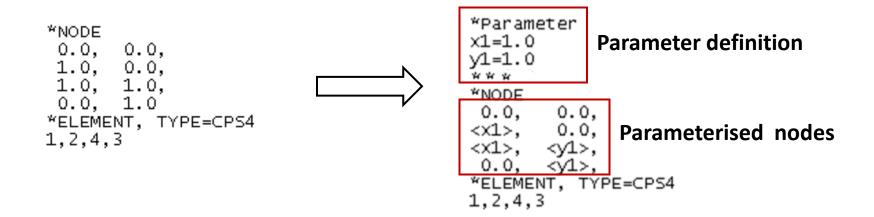
Abaqus allows the user to create parametric input files





More complicated problems can be simulated numerically by using commercial general **finite element** softwares, such as **Abaqus**

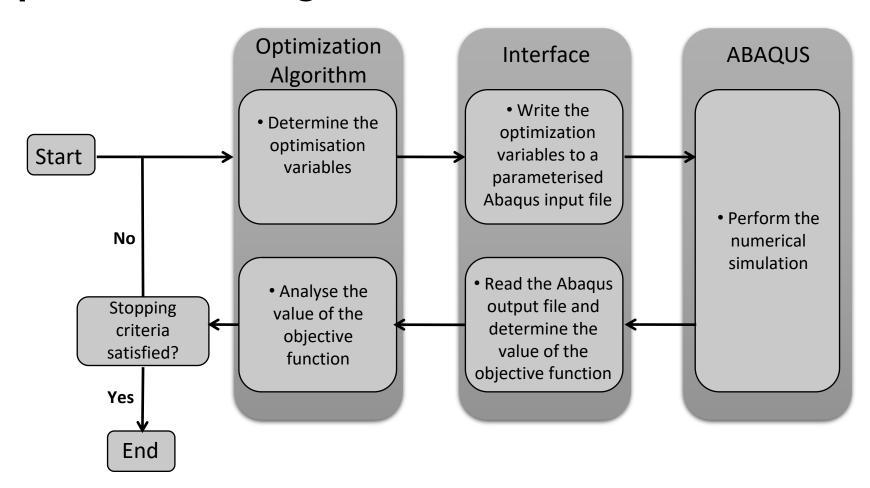
Abaqus allows the user to create parametric input files



The user can then use a **programming language** (Fortran, C++, etc.) to implement the optimisation algorithm and **link** it to Abaqus using the **parametric input file**



Linking Optimization Algorithm - with FEA code Abaqus





Otimização com Python, ChatGPT e SolidWorks

1 Partilhar



Posso usar o programa solid works para fazer otimização estrutural? Ou seja, posso chama-lo para avaliar as deformações e tensões e fazer ChatGPT alterações da sua geometria se estiver parametrizada? Como posso fazer isso, ou seja ligar o Solid works a um programa de otimização tal como o scipy.optimize?

Sim, é possível usar o SolidWorks para realizar otimização estrutural, especialmente se tiveres o módulo de análise de elementos finitos (FEA) integrado, como o SolidWorks Simulation. No entanto, o SolidWorks não possui uma integração direta com o Python, nem com a biblioteca scipy.optimize . Contudo, existem maneiras de fazer essa ligação de forma indireta. Abaixo estão alguns passos e estratégias para realizar essa integração:

Estratégias para Integrar o SolidWorks com Python

- 1. Utilizar a API do SolidWorks via VBA (Visual Basic for Applications) ou Python:
 - O SolidWorks possui uma API que permite a automação de várias tarefas, incluindo a modificação de parâmetros, a execução de simulações e a extração de resultados. Embora a API seja originalmente acessível via VBA, também é possível utilizá-la com Python através de bibliotecas como руж1л32 (no Windows) para acessar objetos COM (Component Object
 - Usando a API do SolidWorks, podes parametrizar a geometria, definir variáveis de entrada (tais como espessuras, diâmetros, comprimentos, etc.) e executar simulações de tensão e deformação. Depois, é possível extrair os resultados da simulação (tensões e deformações)
 - 2. Fluxo de Trabalho Sugerido para a Otimização com scipy.optimize:
 - Passo 1: Definir os parâmetros de entrada no SolidWorks como variáveis, de forma a serem
 - Passo 2: Em Python, usar scipy.optimize.minimize para realizar a otimização. A função objetivo deve ser uma função Python que:
 - Altera os parâmetros do SolidWorks via API.
 - Executa a simulação no SolidWorks.
 - Extrai os resultados da simulação (como tensões e deformações).
 - Retorna o valor da função objetivo para a otimização (por exemplo, peso, deformação
 - Passo 3: O scipy.optimize.minimize ajusta os parâmetros e chama novamente o SolidWorks até que uma solução ótima seja encontrada.



Estratégias para Integrar o SolidWorks com Python

- •Utilizar a API do SolidWorks via VBA (Visual Basic for Applications) ou Python:
 - •O SolidWorks possui uma API que permite a automação de várias tarefas, incluindo a modificação de parâmetros, a execução de simulações e a extração de resultados. Embora a API seja originalmente acessível via VBA, também é possível utilizá-la com Python através de bibliotecas como pywin32 (no Windows) para acessar objetos COM (Component Object Model).
 - •Usando a API do SolidWorks, podes parametrizar a geometria, definir variáveis de entrada (tais como espessuras, diâmetros, comprimentos, etc.) e executar simulações de tensão e deformação. Depois, é possível extrair os resultados da simulação (tensões e deformações) para Python.

Ver https://www.youtube.com/watch?v=UMT4v1pplmY









Otimização com Python e chatGPT

```
import win32com.client
from scipy.optimize import minimize
# Inicializar o SolidWorks
swApp = win32com.client.Dispatch("SldWorks.Application")
model = swApp.ActiveDoc # Obter o documento ativo no SolidWorks
def definir parametros(R0, Ri):
    # Aqui definirias os parâmetros de entrada no SolidWorks
    # Exemplo: alterando variáveis de diâmetro e espessura
    parameter R0 = model.Parameter("R0@Sketch1") # Nome do parâmetro
no SolidWorks
    parameter Ri = model.Parameter("Ri@Sketch1")
    parameter RO.SystemValue = RO / 1000 # Conversão de mm para
metros
    parameter Ri.SystemValue = Ri / 1000 # Conversão de mm para
metros
    model.EditRebuild3() # Atualizar o modelo após modificar os
parâmetros
def executar simulacao():
    # Aqui executarias a simulação FEA no SolidWorks
    # Este é um pseudo-código; os detalhes dependem do setup da
simulação
    sim manager = model.Extension.SimulationManager
    sim manager.RunAnalysis() # Executa a análise
    # Esperar que a simulação termine antes de prossequir
```

```
Copiar código
import win32com.client
from scipy.optimize import minimize
# Inicializar o SolidWorks
swApp = win32com.client.Dispatch("SldWorks.Application")
model = swApp.ActiveDoc # Obter o documento ativo no SolidWorks
def definir parametros(R0, Ri):
   # Aqui definirias os parâmetros de entrada no SolidWorks
    # Exemplo: alterando variáveis de diâmetro e espessura
    parameter_R0 = model.Parameter("R0@Sketch1") # Nome do parâmetro no SolidWorks
    parameter Ri = model.Parameter("Ri@Sketch1")
    parameter RO.SystemValue = RO / 1000 # Conversão de mm para metros
    parameter Ri.SystemValue = Ri / 1000 # Conversão de mm para metros
    model.EditRebuild3() # Atualizar o modelo após modificar os parâmetros
def executar simulacao():
    # Aqui executarias a simulação FEA no SolidWorks
    # Este é um pseudo-código; os detalhes dependem do setup da simulação
    sim_manager = model.Extension.SimulationManager
    sim manager.RunAnalysis() # Executa a análise
    # Esperar que a simulação termine antes de prosseguir
def obter resultados():
    # Extrair resultados da simulação, como tensões ou deformações
    # Pseudo-código para obtenção de resultados
    max_tensao = model.SimulationResults.MaximumStress # Exemplo fictício
    return max tensao
# Função objetivo para scipy.optimize
def objetivo(R):
    R0, Ri = R
    definir parametros(R0, Ri)
    executar simulacao()
    tensao = obter_resultados()
    return tensao # Objetivo: minimizar a tensão, por exemplo
# Limites das variáveis
limites = [(20, 100), (20, 100)]
# Estimativa inicial
estimativa_inicial = [50, 30]
# Executar a otimização
resultado = minimize(objetivo, estimativa_inicial, method='SLSQP', bounds=limites)
# Exibir o resultado
if resultado.success:
    print("Solução encontrada:")
    print("R0 =", resultado.x[0])
    print("Ri =", resultado.x[1])
    print("Valor mínimo da tensão ="._resultado.fun)
    print("Não foi possível encontrar uma solução.")
```



Otimização com Python e chatGPT

```
def obter resultados():
    # Extrair resultados da simulação, como tensões ou deformações
    # Pseudo-código para obtenção de resultados
    max tensao = model.SimulationResults.MaximumStress # Exemplo fictício
    return max tensao
# Função objetivo para scipy.optimize
def objetivo(R):
    R0, Ri = R
    definir parametros (RO, Ri)
    executar simulacao()
    tensao = obter resultados()
    return tensao # Objetivo: minimizar a tensão, por exemplo
# Limites das variáveis
limites = [(20, 100), (20, 100)]
# Estimativa inicial
estimativa inicial = [50, 30]
# Executar a otimização
resultado = minimize(objetivo, estimativa inicial, method='SLSQP', bounds=limites)
# Exibir o resultado
if resultado.success:
    print("Solução encontrada:")
    print("R0 =", resultado.x[0])
    print("Ri =", resultado.x[1])
    print("Valor mínimo da tensão =", resultado.fun)
else:
    print ("Não foi possível encontrar uma solução.")
    print("Mensagem de erro:", resultado.message)
```

```
Copiar código
import win32com.client
from scipy.optimize import minimize
# Inicializar o SolidWorks
swApp = win32com.client.Dispatch("SldWorks.Application")
model = swApp.ActiveDoc # Obter o documento ativo no SolidWorks
def definir parametros(R0, Ri):
    # Aqui definirias os parâmetros de entrada no SolidWorks
    # Exemplo: alterando variáveis de diâmetro e espessura
    parameter_R0 = model.Parameter("R0@Sketch1") # Nome do parâmetro no SolidWorks
    parameter Ri = model.Parameter("Ri@Sketch1")
    parameter RO.SystemValue = RO / 1000 # Conversão de mm para metros
    parameter Ri.SystemValue = Ri / 1000 # Conversão de mm para metros
    model.EditRebuild3() # Atualizar o modelo após modificar os parâmetros
def executar simulacao():
    # Aqui executarias a simulação FEA no SolidWorks
    # Este é um pseudo-código; os detalhes dependem do setup da simulação
    sim_manager = model.Extension.SimulationManager
    sim manager.RunAnalysis() # Executa a análise
    # Esperar que a simulação termine antes de prosseguir
def obter resultados():
    # Extrair resultados da simulação, como tensões ou deformações
    # Pseudo-código para obtenção de resultados
    max_tensao = model.SimulationResults.MaximumStress # Exemplo fictício
    return max tensao
# Função objetivo para scipy.optimize
def objetivo(R):
    R0, Ri = R
    definir parametros(R0, Ri)
    executar simulacao()
    tensao = obter resultados()
    return tensao # Objetivo: minimizar a tensão, por exemplo
# Limites das variáveis
limites = [(20, 100), (20, 100)]
# Estimativa inicial
estimativa inicial = [50, 30]
# Executar a otimização
resultado = minimize(objetivo, estimativa inicial, method='SLSQP', bounds=limites)
# Exibir o resultado
if resultado.success:
    print("Solução encontrada:")
    print("R0 =", resultado.x[0])
    print("Ri =", resultado.x[1])
    print("Valor mínimo da tensão ="._resultado.fun)
    print("Não foi possível encontrar uma solução.")
```

Novembro 2024



