

2024/2025

# Da equação diferencial à equação de discretização



#### **Conceitos**

### Discretização

- Domínio de cálculo dividido num conjunto de volumes de dimensão finita (volumes de controlo)
- Cada vc está associado a um nó da malha de cálculo
- Cada nó da malha de cálculo está a associado a um vo
- Variável dependente conhecida num número finito de pontos, que são os nós da malha de cálculo
- Equação de discretização estabelece a relação entre o valor da variável dependente num nó e nos nós vizinhos dele
- Conceito de malha espacial
- Conceito de malha temporal
- Como passar da equação diferencial à equação discretizada?
  - Um processo inverso ao de obtenção da equação diferencial
  - Há vários métodos que podem ser usados para passar da equação diferencial à equação de discretização!



## Das equações diferenciais às equações discretizadas

Há vários métodos que podem ser usados para passar da equação diferencial à equação de discretização!

Desenvolvimento das derivadas em série de Taylor truncada: Métodos de diferenças finitas

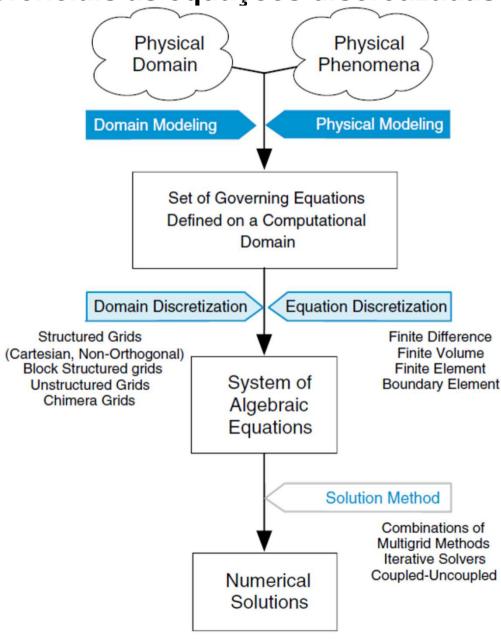
Formulação variacional: Métodos de elementos finitos

Método dos pesos residuais

Formulação de volumes de controlo: Métodos de volumes finitos

Seguir-se-á aqui uma formulação de volumes de controlo: abordagem de volumes finitos

Das equações diferenciais às equações discretizadas





## Características a observar pelos métodos usados

#### Consistência

A discretização torna-se cada vez mais exata à medida que são refinadas as malhas espacial e temporal

#### Estabilidade

Eventuais pequenos erros ou flutuações não devem ser amplificados mas, pelo contrário, devem ser reduzidos a zero

## Convergência

A solução das equações discretizadas tende para a solução das equações diferencias à medida que a malha é refinada

O método usado leva à obtenção da solução (ainda que apenas aproximada) do problema em estudo

### Conservação

O processo de obtenção das equações discretizadas não deve introduzir geração e/ou destruição das grandezas cujos princípios de conservação pretendem incorporar

O método de volumes finitos garante a conservação!



### Características a observar pelos métodos usados

Limitação (boundeness)

As soluções numéricas devem estar contidas dentro de limites fisicamente aceitáveis

Há grandezas que têm que ser forçosamente positivas

Há grandezas que têm obrigatoriamente que estar contidas em determinados intervalos

#### Exatidão

Erros/inexatidão introduzida pelos modelos físicos

Erros/inexatidão introduzida pelos valores das propriedades requeridas pelos modelos físicos

Erros/inexatidão introduzida pelos métodos de discretização

Erros/inexatidão introduzida pelas malhas usadas

Erros/inexatidão introduzida pela convergência apenas parcial

Métodos de verificação e/ou validação para avaliar a exatidão dos resultados



### Características a observar pelos métodos usados

#### Realizabilidade

Ter um modelo/método muito completo e complexo, e/ou que requer muita informação, e/ou muitos meios/recursos, pode torná-lo irrealizável

Tal modelo/método não é de utilidade, porque irrealizável

O ótimo é inimigo do bom!

É melhor ter um modelo/método que funcione, que ter um modelo/método aparentemente muito melhor mas que não funciona

### A ter sempre presente

Consciência das limitações e imprecisões das soluções numéricas Não acreditar que uma solução existe só porque foi calculada!