ATENÇÃO: As respostas devem ser justificadas. Não serão aceites respostas em que é indicado simplesmente o resultado final. Indique claramente como efetuou os cálculos.

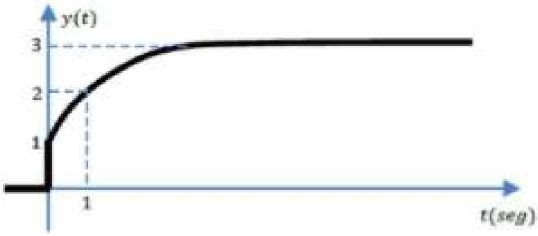
Valores

---

1. Comente, justificando, a seguinte afirmação: "Se um sistema for linear e se, a partir de um instante de tempo t_1 o seu sinal de entrada for nulo $\forall_{t \geq t_1}$, então verifica-se sempre que a sua saída será nula $\forall_{t \geq t_2}$, onde $t_2 \geq t_1$."

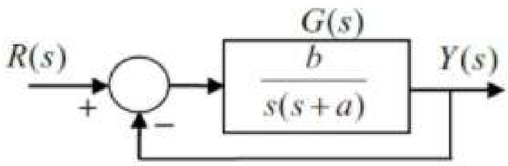
---

2. Sabe-se que um sistema responde ao degrau unitário apresentando o sinal representado à direita. Pretende-se modelar o sistema através de $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = A\frac{s+a}{s+b}$. Determine os três parâmetros A, a e b.



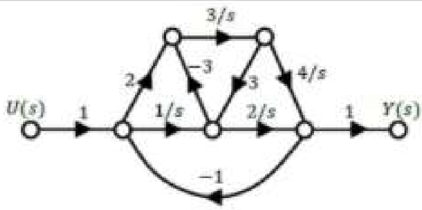
---

3. Considere o sistema realimentado da direita, onde $a, b \in \mathbb{R}^+$. Que condição deve ser imposta aos parâmetros a e b para que o sistema realimentado apresente polos complexos?



---

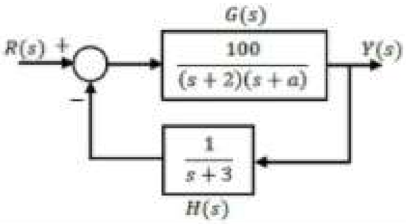
4. Por aplicação da regra de Mason, determine a função de transferência $G(s) = Y(s)/U(s)$ do seguinte diagrama, que modela um sistema instável.



---

5. Considere o seguinte sistema com parâmetro ajustável

5. Considere o seguinte sistema com parâmetro ajustável $a \in \mathbb{R}^+$. Com base em técnicas de análise de sistemas, determine a posição de todos os polos do sistema quando este se encontra no limiar de estabilidade.

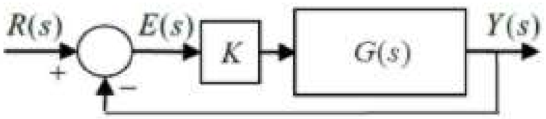


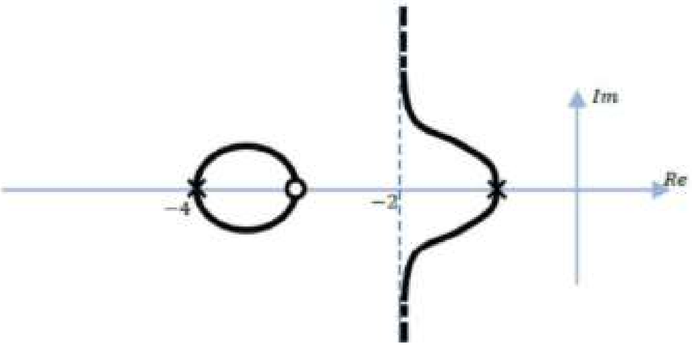
---

6. O sistema representado na figura do lado (onde $K \in \mathbb{R}^+$) apresenta o traçado do lugar de raízes apresentado em baixo.

Sabendo $\lim_{s\to 0} G(s) = 9$, e que, para um determinado valor de K, o sistema realimentado tem polos em $-1.5 \pm j1.94$ e $-3.5 \pm j0.65$, determine completamente a função de transferência $G(s)$.

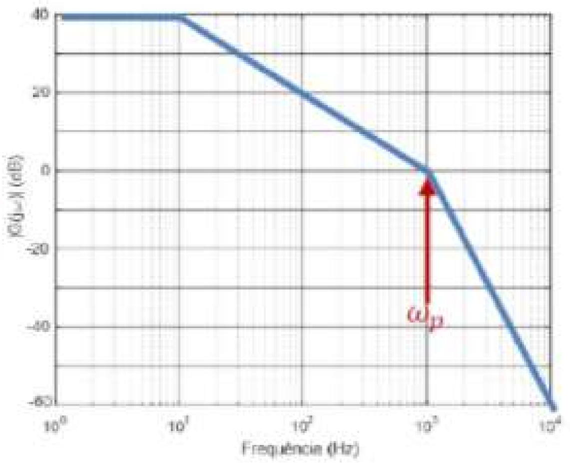
Nota: Os pontos do gráfico que não têm um valor indicado têm coordenadas desconhecidas.



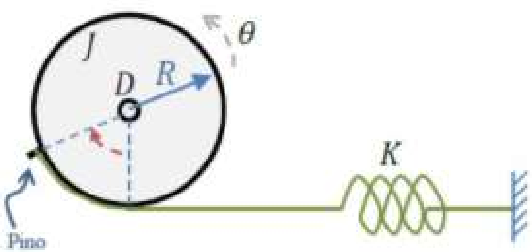


7. Um sistema linear $G(j\omega)$, estável e com polos reais, apresenta o seguinte gráfico (assintótico) de magnitude do respetivo diagrama de Bode.

Sabendo que a frequência ω_p, do 2º ponto de quebra, pode ser ajustada, determine o valor de ω_p que faz com que o sistema realimentado apresentado em baixo atinja o limiar de estabilidade.



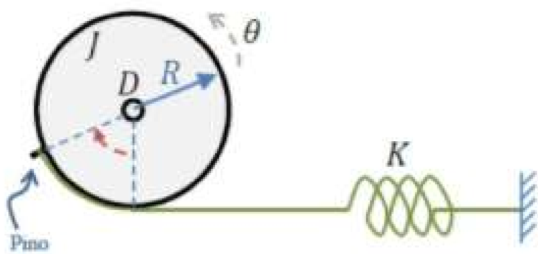
8. O sistema representado à direita consiste num cilindro de raio R e inércia J que roda sobre o seu eixo, com atrito dinâmico de coeficiente D. Um pino foi colocado na sua superfície para permitir o encaixe do cabo (não elástico; representado a verde), cuja outra extremidade liga a uma mola de coeficiente de elasticidade K. Se a mola não tivesse energia acumulada, o pino encontrar-se-ia no seu ponto mais baixo (na vertical em relação ao eixo).



No início, o cilindro é rodado (como representado pela seta a vermelho), até a mola distender x_o metros, sendo o sistema mantido parado nessa posição por um mecanismo (não representado).

No instante $t = 0$, o mecanismo liberta o cilindro e, numa primeira fase, o cilindro começa a rodar por ação da mola. Quando o pino atinge a sua posição mais baixa, o cabo solta-se do

8. O sistema representado à direita consiste num cilindro de raio R e inércia J que roda sobre o seu eixo, com atrito dinâmico de coeficiente D. Um pino foi colocado na sua superfície para permitir o encaixe do cabo (não elástico; representado a verde), cuja outra extremidade liga a uma mola de coeficiente de elasticidade K. Se a mola não tivesse energia acumulada, o pino encontrar-se-ia no seu ponto mais baixo (na vertical em relação ao eixo).



No início, o cilindro é rodado (como representado pela seta a vermelho), até a mola distender x_o metros, sendo o sistema mantido parado nessa posição por um mecanismo (não representado).

No instante $t = 0$, o mecanismo liberta o cilindro e, numa primeira fase, o cilindro começa a rodar por ação da mola. Quando o pino atinge a sua posição mais baixa, o cabo solta-se do pino, iniciando-se a segunda fase de movimento do cilindro (agora, sem ação da mola). A posição angular do cilindro é parametrizada pela variável θ.

Para cada uma das duas fases, determine a equação da dinâmica deste sistema, onde a posição angular θ figura como única variável dependente.

FORMULÁRIO:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \qquad PO = 100\,\frac{M_P - V_{ss}}{V_{ss}} = 100\, e^{-\left(\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}\right)} \qquad t_r \approx \frac{0.8 + 2.5\xi}{\omega_n} \qquad t_d \approx \frac{1 + 0.7\xi}{\omega_n}$$

$$V_P = M_P = V_{ss}\left(1 + e^{-\left(\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}\right)}\right) \qquad t_s(\pm 2\%) \approx \frac{4}{\xi\omega_n}, \quad se\ \xi < 0.7 \qquad t_P = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\sum T_n\Delta_n \qquad \sum^{n} \mathrm{Re}[p_i] - \sum^{m} \mathrm{Re}[z_i]$$