**1.** Um sistema, de entrada $u(t)$ e saída $y(t)$, é modelado pelo seguinte modelo:

$$y(t) = 3\frac{du(t)}{dt} + 2u(t) + 1$$

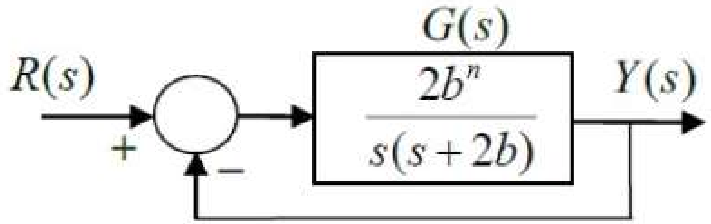
Demonstre que este modelo não é linear.

---

**2.** Pretende-se modelar um sistema pela função de transferência $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{A}{(s+a)(s+b)}$. Sabe-se que a sua resposta ao impulso unitário seria a representada à direita. Determine os três parâmetros $A$, $a$ e $b$.

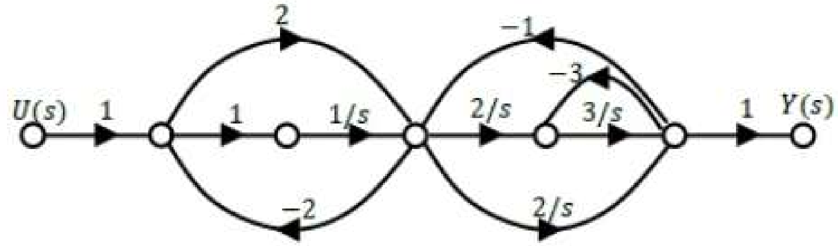

---

**3.** Considere o sistema realimentado da direita, onde $b \in \mathbb{R}^+$ e $n \in \mathbb{N}$. Determine o valor de $n$ para o qual a resposta ao degrau deste sistema apresenta uma sobrelevação constante, independente de $b$, e indique esse valor da sobrelevação.



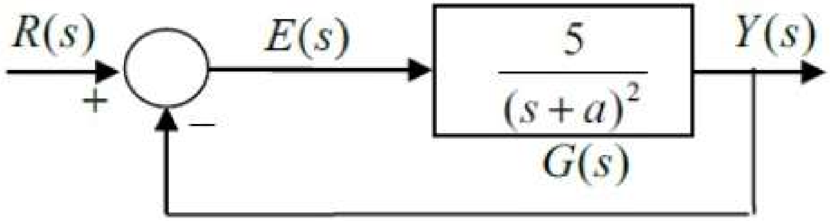

---

**4.** Por aplicação da regra de Mason, determine a função de transferência $G(s) = Y(s)/U(s)$ do seguinte diagrama.

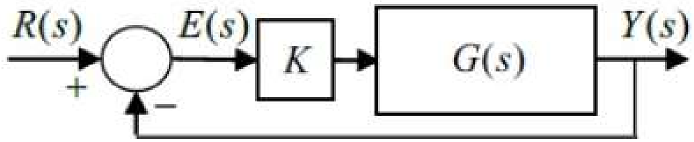



---

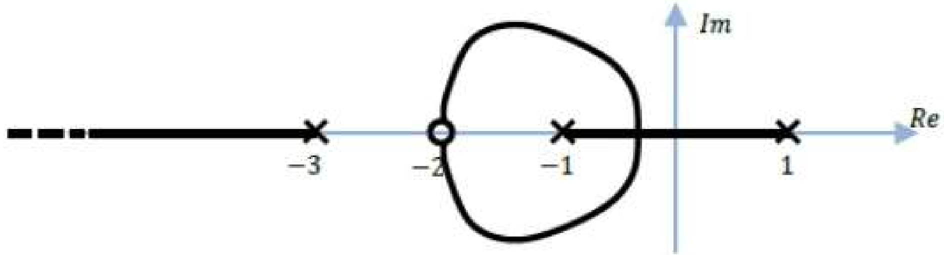
**5.** Considere o seguinte sistema com parâmetro ajustável $a \in \mathbb{R}^+$. Desenhe, com rigor, o lugar de raízes deste sistema.



**6.** O sistema representado na figura do lado (onde $K \in \mathbb{R}^+$) apresenta o traçado do lugar de raízes apresentado em baixo.

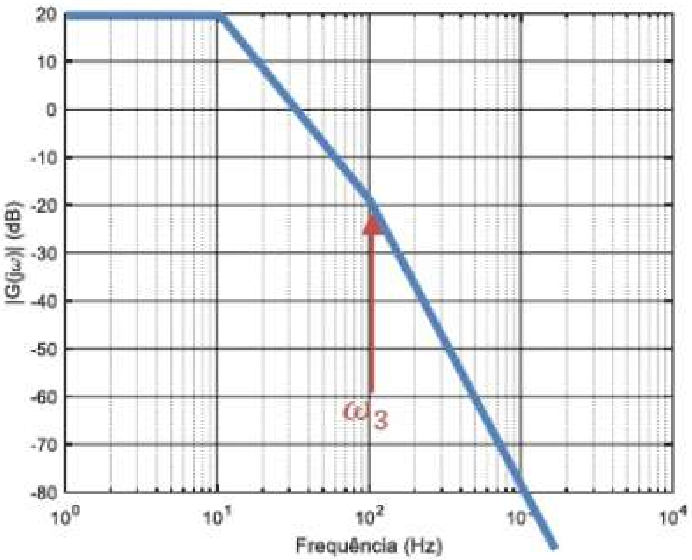


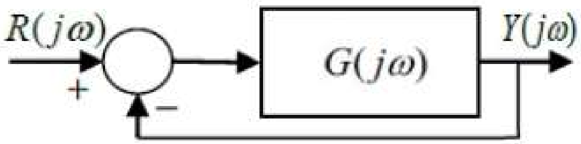

Sabendo que o sistema se encontra no limiar de estabilidade para $K = 3$, determine completamente a função de transferência $G(s)$.




**7.** Um sistema linear $G(j\omega)$, estável e com polos reais, apresenta o seguinte gráfico (assintótico) de magnitude do respetivo diagrama de Bode.

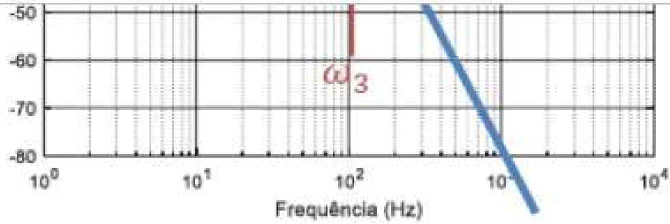
Sabendo que a frequência $\omega_3$ do 3º polo de $G(j\omega)$ pode ser ajustada, mostre (usando apenas a análise do domínio da frequência $\omega$) que o sistema realimentado representado em baixo será instável se $\omega_3$ estiver nas imediações de $20\pi$ rad/s, mas será estável se $\omega_3$ estiver afastado desse valor (para a esquerda, ou para a direita).

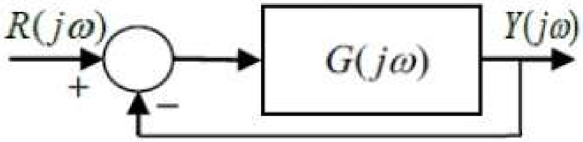


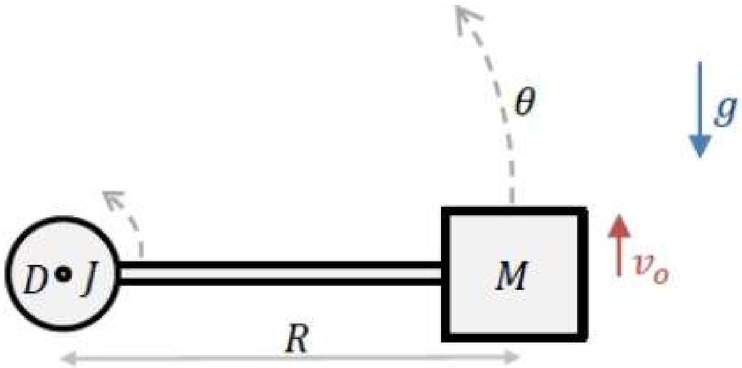

**8.** O sistema representado à direita consiste num corpo de massa $M$ que se encontra rigidamente ligado a um eixo (que tem inércia $J$ e atrito dinâmico de coeficiente $D$) através de uma barra de massa desprezável. A distância entre o centro de massa do corpo e o eixo de rotação é $R$.

$\omega_3$ estiver nas imediações de $20\pi$ rad/s, mas será estável se $\omega_3$ estiver afastado desse valor (para a esquerda, ou para a direita).




**8.** O sistema representado à direita consiste num corpo de massa $M$ que se encontra rigidamente ligado a um eixo (que tem inércia $J$ e atrito dinâmico de coeficiente $D$) através de uma barra de massa desprezável. A distância entre o centro de massa do corpo e o eixo de rotação é $R$.
No início, em $t = 0$, um mecanismo (não representado) confere ao corpo uma velocidade inicial $v_o$, na vertical (tal como representado na figura, sujeito à ação da gravidade), colocando o sistema em rotação em torno do eixo, parametrizado pela posição angular $\theta$.
Determine a equação da dinâmica deste sistema, onde a posição angular $\theta$ figure como única variável dependente.




---

FORMULÁRIO:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \qquad PO = 100\,\frac{M_P - V_{ss}}{V_{ss}} = 100\, e^{-\left(\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}\right)} \qquad t_r \approx \frac{0.8 + 2.5\xi}{\omega_n} \qquad t_d \approx \frac{1 + 0.7\xi}{\omega_n}$$

$$V_P = M_P = V_{ss}\left(1 + e^{-\left(\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}\right)}\right) \qquad t_s(\pm 2\%) \approx \frac{4}{\xi\omega_n}, \quad se\ \xi < 0.7 \qquad t_P = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\sum T_n\Delta_n \qquad \sum^{n} \mathrm{Re}[p_i] - \sum^{m} \mathrm{Re}[z_i]$$