Modelação de Sistemas e Controlo Aeroespacial

Capítulo 1
Sinais e Sistemas

Telmo Reis Cunha

trcunha@ua.pt

2023/2024

universidade de aveiro

Licenciatura em Engenharia Aeroespacial

Índice

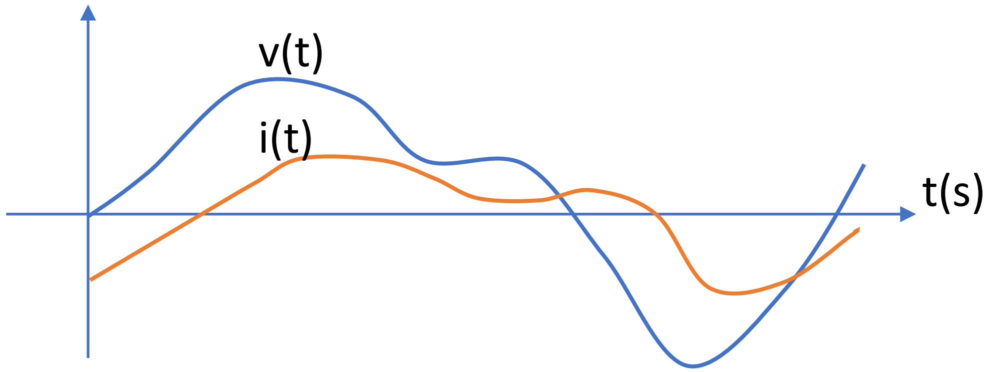
- Noção de sinal e de sistema
- Representação no domínio da frequência (transformada de Fourier e espetro)
- Representação no domínio de tempo discreto (amostragem e quantização)
- A importância da modelação em engenharia
- Conceito de realimentação

Noção de Sinal e de Sistema

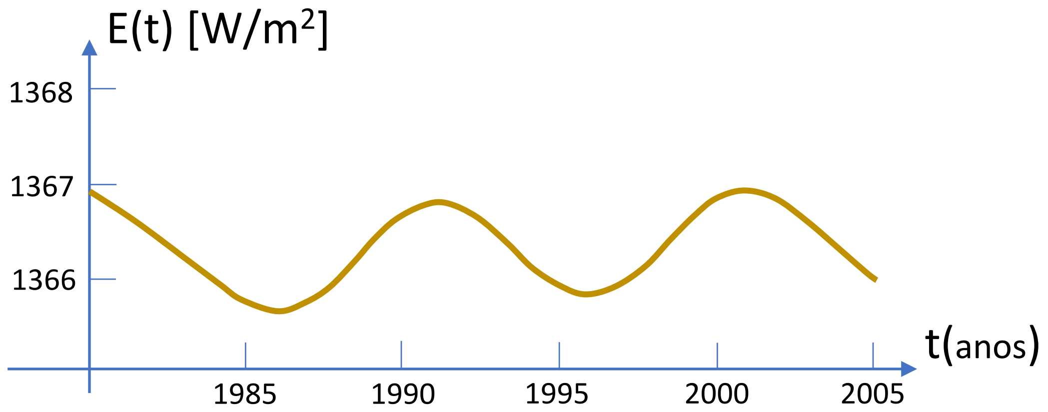
SINAL

Entidade que representa a evolução (usualmente, ao longo do tempo) de uma determinada grandeza física, ou de grandeza abstrata representativa de alguma ação.

Exemplos:



v(t) – diferença de tensão elétrica num porto
i(t) – corrente elétrica nos terminais de um porto



E(t) – energia solar média que chega ao topo da atmosfera

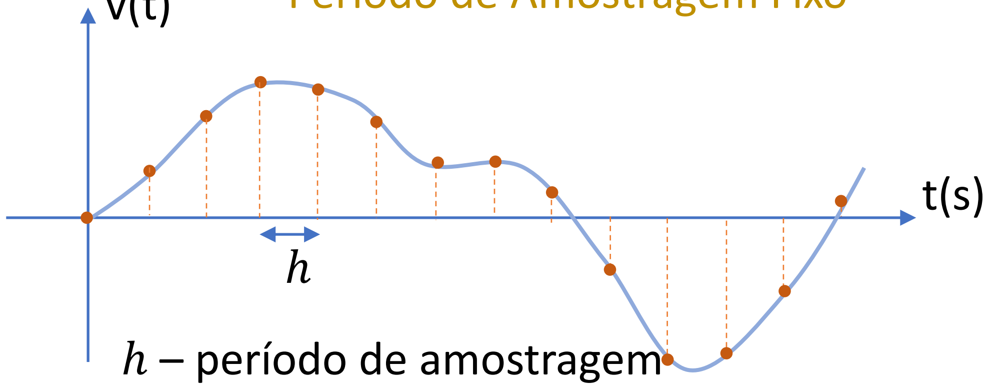
Noção de Sinal e de Sistema

SINAL

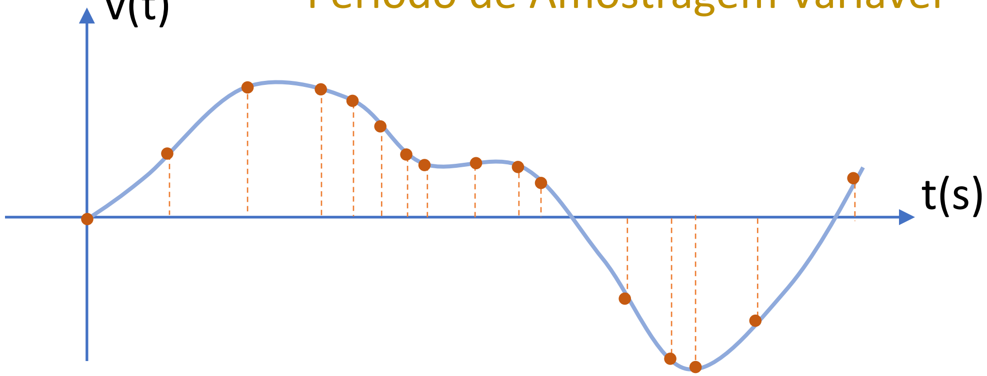
Apesar de os sinais, na natureza, geralmente evoluírem (macroscopicamente) de uma forma contínua ao longo do tempo, e também contínua no seu valor, a introdução dos processadores digitais nas aplicações de engenharia trouxe a necessidade de representar os sinais através de um conjunto limitado de algumas suas amostras que são recolhidas em determinados instantes de tempo.

Exemplos:

Período de Amostragem Fixo



Período de Amostragem Variável



h – período de amostragem

$f_s = 1/h$ – frequência de amostragem

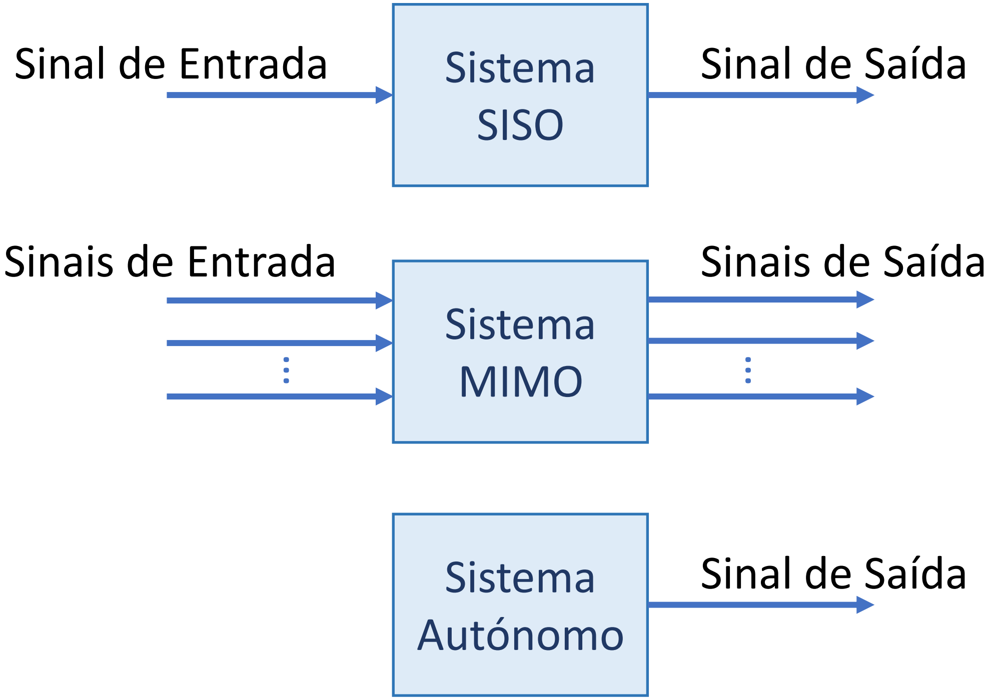
Noção de Sinal e de Sistema

SISTEMA

Entidade responsável por processar/transformar sinais (e/ou processar a energia armazenada no seu interior), dando origem a novos sinais.
É um processo que envolve os conceitos de causa e efeito.

Os sistemas físicos processam energia:

- Transferência
- Conversão
- Dissipação
- Armazenamento



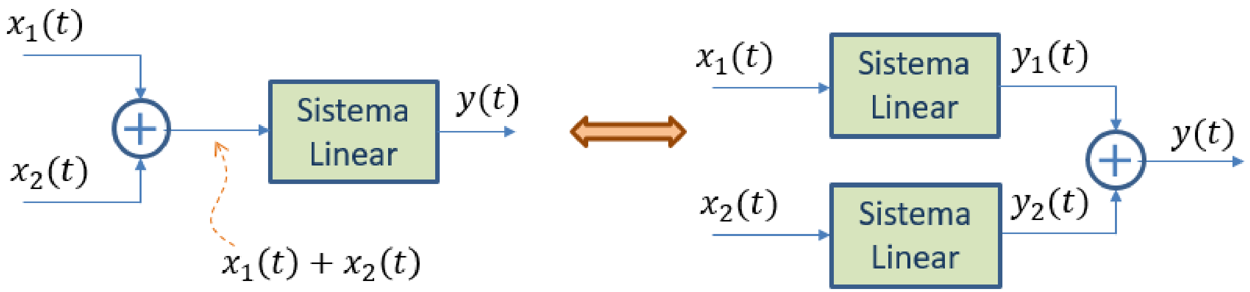
Noção de Sinal e de Sistema

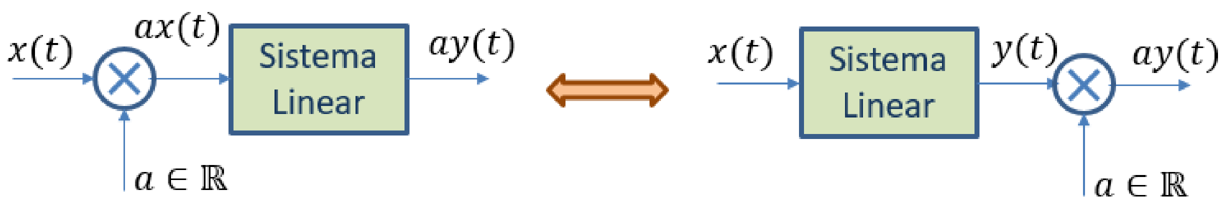
Caracterização de Sistemas

Sistema

Linear → Verifica as propriedades:

- **Sobreposição:** $F[x_1 + x_2] = F[x_1] + F[x_2]$
- **Homogeneidade:** $F[ax] = aF[x], \quad a \in \mathbb{R}$

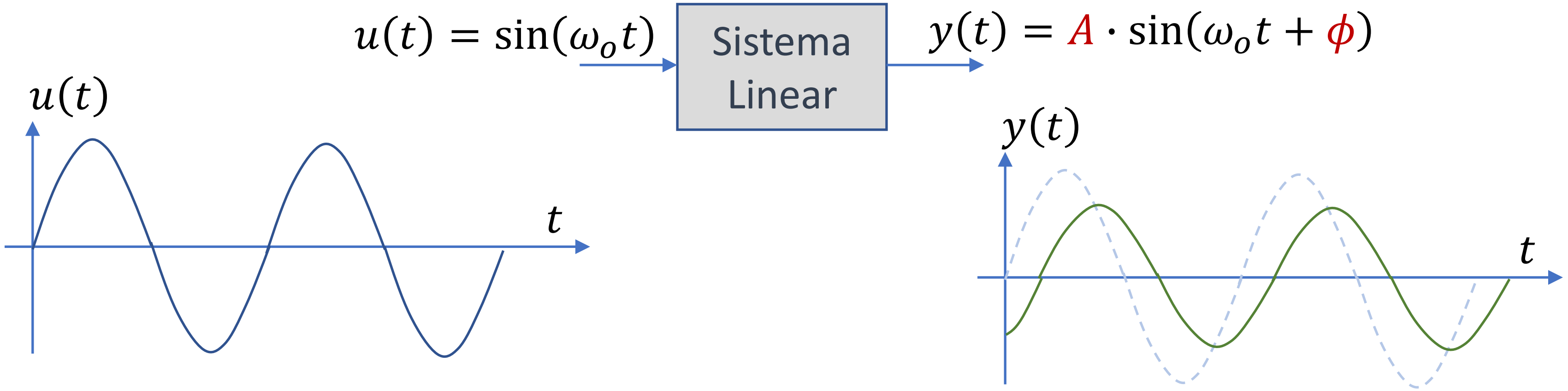




Não Linear → Não verifica sobreposição e/ou homogeneidade.

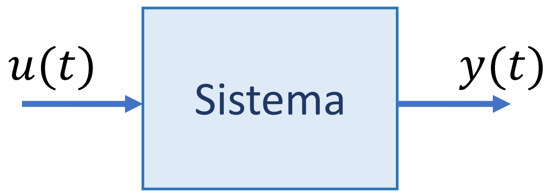
Sistemas Lineares

Os sistemas lineares apresentam a propriedade de responder a um sinal sinusoidal com outro sinal sinusoidal, com a mesma frequência.



Se medirmos o ganho, $|G(\omega)|$, e a variação de fase, $\measuredangle G(\omega)$, de um sistema linear para várias frequências, obtém-se uma descrição completa do comportamento do sistema (Diagrama de Bode).

Noção de Sinal e de Sistema

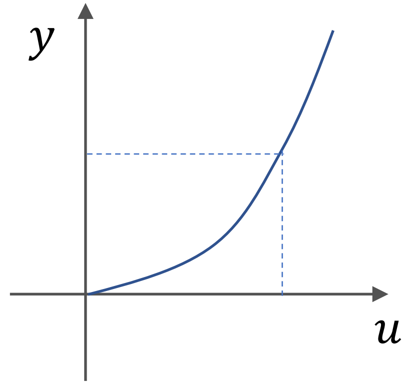


Caracterização de Sistemas

Sistema

Estático → A saída depende apenas do valor instantâneo atual da entrada.

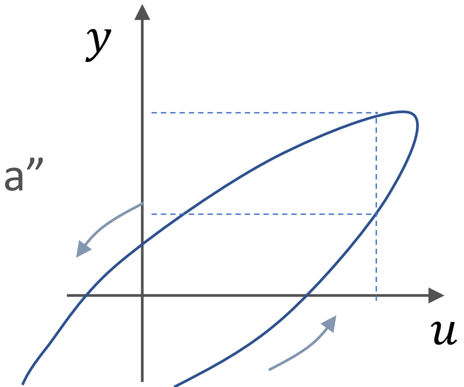
O sistema não armazena energia.



Dinâmico → A saída, no presente, depende (também) da evolução passada dos sinais.

O sistema armazena energia.

Existe o conceito de “memória”



Noção de Sinal e de Sistema

Caracterização de Sistemas

Sistema

Invariante no Tempo

Produz sempre a mesma resposta ao mesmo sinal de entrada, independentemente do momento em que este é aplicado.

$F[u(t+\tau)] = y(t+\tau)$ onde: $y(t) = F[u(t)]$

Variante no Tempo

O seu modelo deverá ter parâmetros que variam ao longo do tempo, de forma descorrelacionada com o sinal de entrada.

Se $y(t) = F[u(t)]$ então $\exists_\tau : F[u(t+\tau)] \neq y(t+\tau)$

Noção de Sinal e de Sistema

Caracterização de Sistemas

Sistema

Estável

Genericamente, caracteriza-se por haver uma correlação clara entre o sinal de entrada e o de saída.

Existem vários conceitos formais de estabilidade.

Instável

Caracteriza-se por ausência de correlação entre os sinais de entrada e saída, tendo este último um comportamento autónomo, tipicamente encaminhado aos extremos de saturação da saída.

Índice

Representação no Domínio da Frequência

Sinal no Domínio da Frequência

Apesar de os sinais serem entendidos de uma forma mais intuitiva e natural quando expressos em função do tempo (i.e., no **Domínio do Tempo**), há várias aplicações que tiram proveito da representação dos sinais no **Domínio da Frequência** (a representação gráfica neste domínio tem o nome de **Espetro do Sinal**).

A representação de um sinal no domínio da frequência nada mais é do que a composição desse sinal através de uma soma pesada de sinusoides de diferentes frequências.

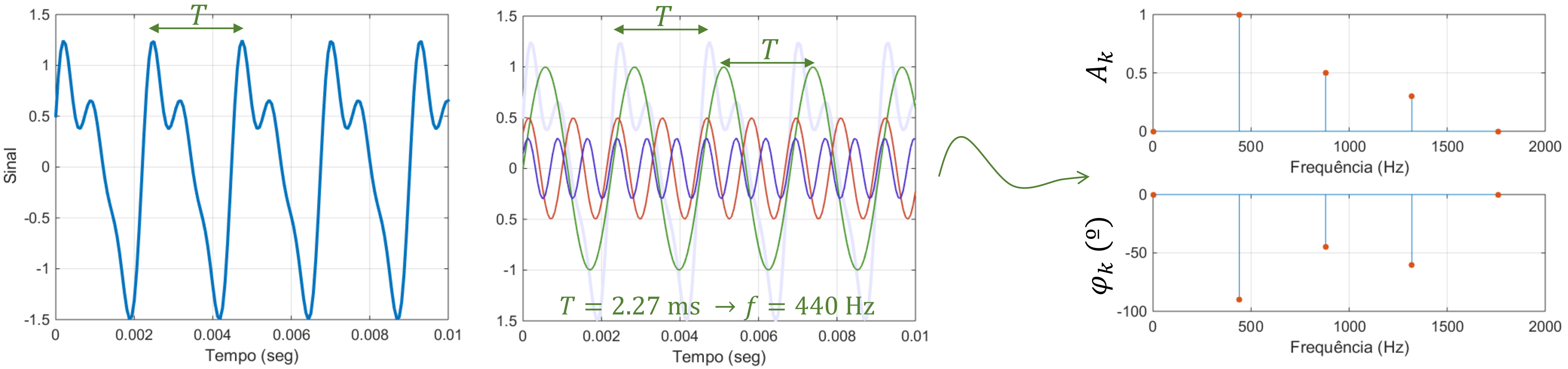
A versão mais simples é a proveniente da decomposição em Série de Fourier de um sinal periódico (de período $T = 1/f_0$):

$$x(t) = \sum_{k=0}^{K\to\infty} A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k) = \sum_{k=0}^{K\to\infty} A_k \sin(2\pi k f_0 t + \phi_k)$$

Representação no Domínio da Frequência

Série de Fourier

Exemplo da decomposição de um sinal periódico em Série de Fourier (sendo o sinal expresso por sinusoides da frequência fundamental do sinal, f_0, e de frequências múltiplas inteiras de f_0 (i.e., as suas frequências harmónicas):



Representação no Domínio da Frequência

Série Trigonométrica de Fourier

A Série de Fourier pode também ser descrita por:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{K\to\infty} a_k \cos(2\pi k f_0 t) + \sum_{k=1}^{K\to\infty} b_k \sin(2\pi k f_0 t) = \sum_{k=0}^{K\to\infty} A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$$

Jean-Baptiste Joseph Fourier
1768 - 1830

Sendo a função de base $\cos(2\pi k f_0 t)$ uma função par, e a função de base $\sin(2\pi k f_0 t)$ uma função ímpar, então:

- Se o sinal $x(t)$ apresenta simetria par, então $b_k = 0, \forall_k$.
- Por outro lado, se $x(t)$ apresenta simetria ímpar, então $a_k = 0, \forall_k$.

Note-se que a_0 corresponde à componente de frequência nula, sendo assim a componente constante (ou componente dc) de $x(t)$ (i.e., é o seu valor médio).

Representação no Domínio da Frequência

Série Trigonométrica de Fourier

A Série de Fourier pode também ser descrita por:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{K\to\infty} a_k \cos(2\pi k f_0 t) + \sum_{k=1}^{K\to\infty} b_k \sin(2\pi k f_0 t) = \sum_{k=0}^{K\to\infty} A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$$

Jean-Baptiste Joseph Fourier
1768 - 1830

Os parâmetros da Série de Fourier são obtidos pela correlação de cada função de base com o sinal a ser decomposto (note-se que todas as funções de base são ortogonais entre si – correlação cruzada nula):

$$a_k = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos(2\pi k f_0 t)\,dt\,; \quad b_k = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin(2\pi k f_0 t)\,dt\,; \quad \forall_{k>0}$$

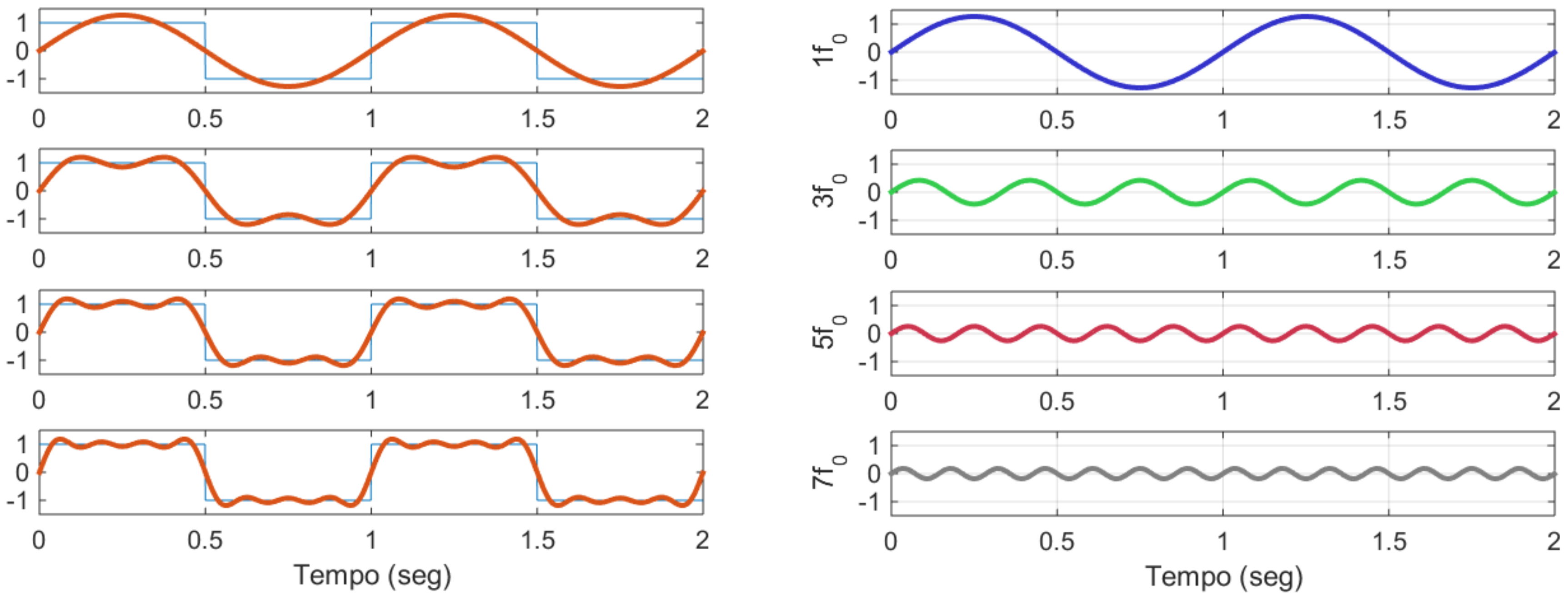
$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt \quad \text{(Valor médio do sinal)} \qquad b_0 = 0 \qquad T = \frac{1}{f_0}$$

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}; \qquad \varphi_k = -atan2\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$$

Representação no Domínio da Frequência

Série Trigonométrica de Fourier

Exemplo da decomposição em Série de Fourier de uma onda quadrada:



$$a_k = 0, \forall_k$$

$$b_k = \begin{cases} \frac{4}{k\pi}, k \text{ ímpar} \\ 0, k \text{ par} \end{cases}$$

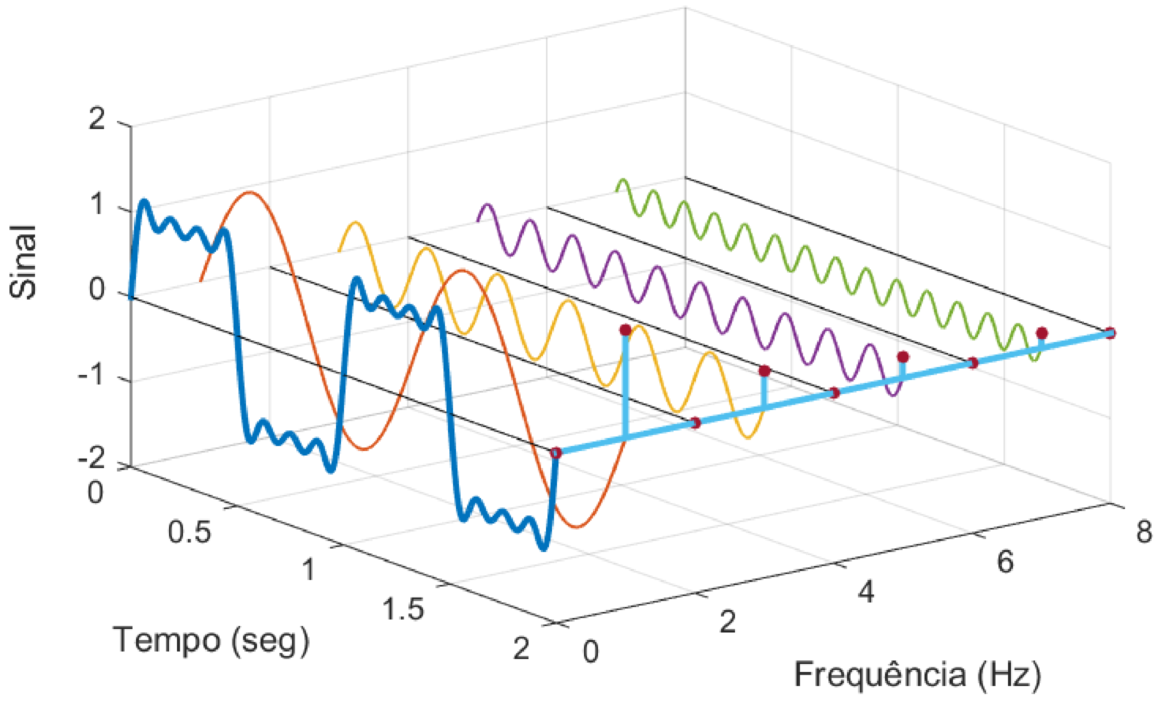
Questão: Por que é que este sinal é apenas composto por harmónicas ímpares da frequência fundamental?

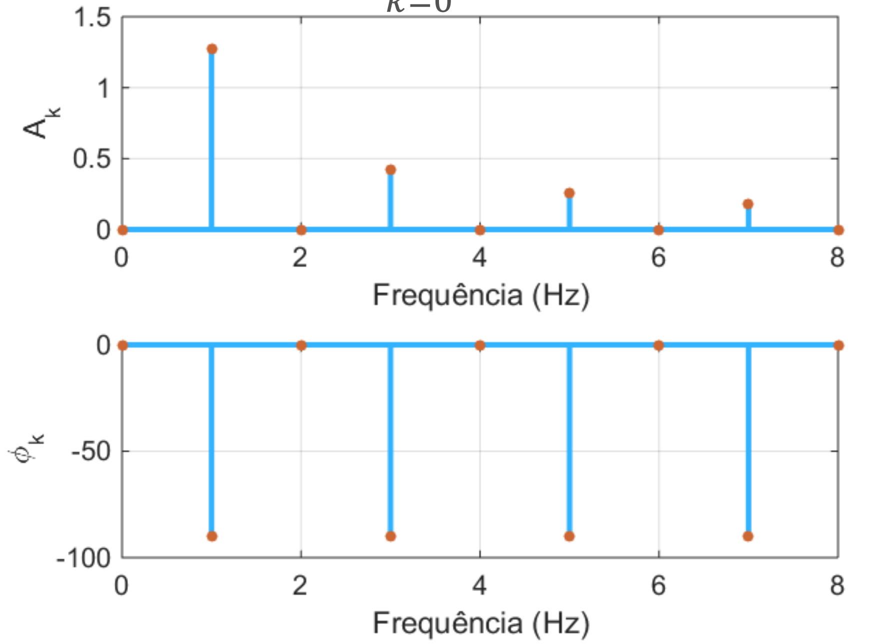
Representação no Domínio da Frequência

Série Trigonométrica de Fourier

Exemplo da decomposição em Série de Fourier de uma onda quadrada (uma outra vista):

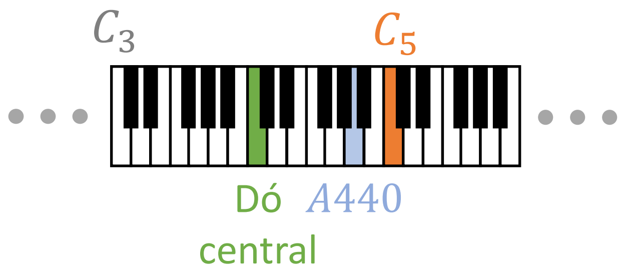
$$x(t) = \sum_{k=0}^{K} A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$$





universidade de aveiro

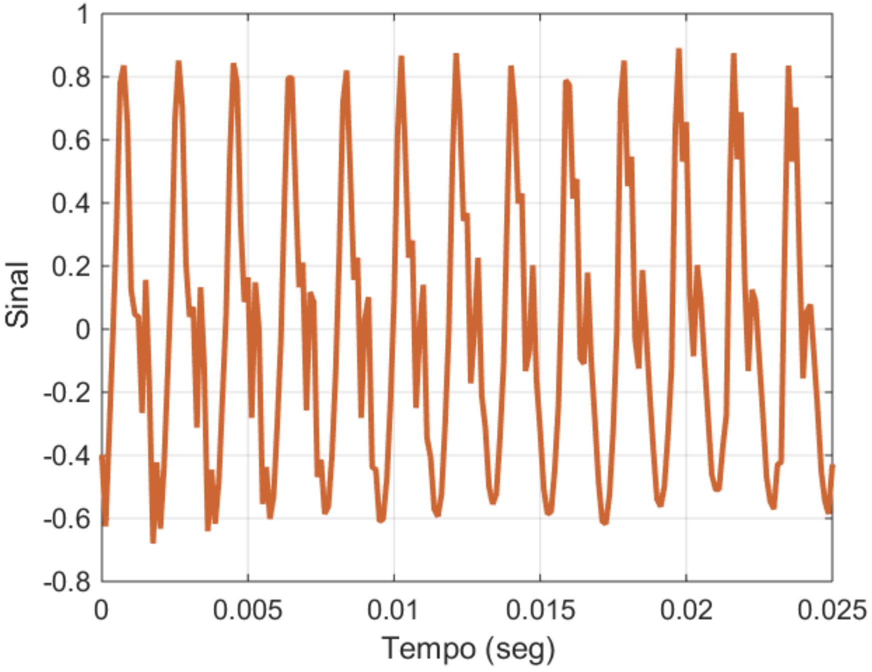
Representação no Domínio da Frequência

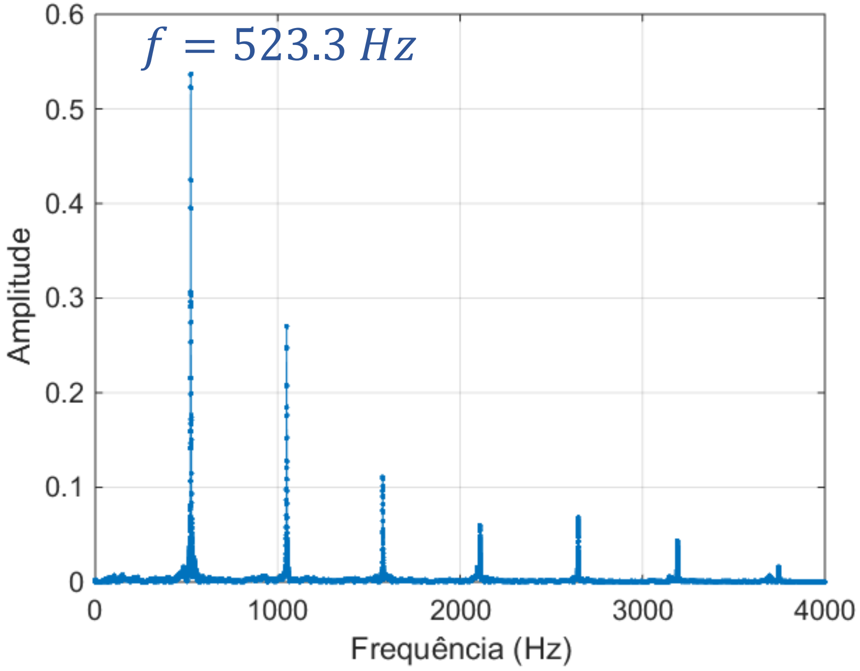


Série Trigonométrica de Fourier

Exemplo (nota C_5 tocada num piano):

$C_5\ (n = 52)$: $f = 523.3\ Hz$





Série Discreta de Fourier

Um sinal amostrado com período de amostragem fixo (expresso no domínio do tempo discreto) pode igualmente ser decomposto em Série Discreta de Fourier:

$$x(\boldsymbol{n}) = \sum_{k=0}^{K\to\infty} a_k \cos(2\pi k f_0 \boldsymbol{nh}) + \sum_{k=1}^{K\to\infty} b_k \sin(2\pi k f_{\boldsymbol{0}} \boldsymbol{nh}) = \sum_{k=0}^{K\to\infty} A_k \cos(2\pi k f_0 \boldsymbol{nh} + \varphi_k)$$

$$n = 0,1,2, \dots, N$$

Os parâmetros da Série Discreta de Fourier são obtidos por:

$$a_k = \frac{2}{N}\sum_{n=1}^{N} x(n)\cos(2\pi k f_0 nh)\,; \quad b_k = \frac{2}{N}\sum_{n=1}^{N} x(n)\sin(2\pi k f_0 nh)\,; \qquad \forall_{k>0}$$

$a_0 = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x(n)$ (Valor médio do sinal) $\qquad b_0 = 0 \qquad N = \frac{T}{h} \qquad T = \frac{1}{f_0}$

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}; \qquad \varphi_k = -atan2\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$$

Representação no Domínio da Frequência

Série Exponencial de Fourier

A aplicação da fórmula de Euler do cosseno transforma a Série Trigonométrica de Fourier na **Série Exponencial de Fourier**:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{K} A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k) = \sum_{k=0}^{K} A_k \frac{e^{j(2\pi k f_0 t + \varphi_k)} + e^{-j(2\pi k f_0 t + \varphi_k)}}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{K} A_k e^{j\varphi_k} e^{j2\pi k f_0 t} + \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{K} A_k e^{-j\varphi_k} e^{-j2\pi k f_0 t}$$

Esta pode ser descrita de uma forma compacta, usando coeficientes complexos (onde se evidencia o conceito de “frequências negativas”):

$$x(t) = \sum_{k=-K}^{K} C_k e^{j2\pi k f_0 t} \quad , \qquad C_k \in \mathbb{C}$$

Para sinais reais verifica-se a relação: $C_{-k} = C_k^*$

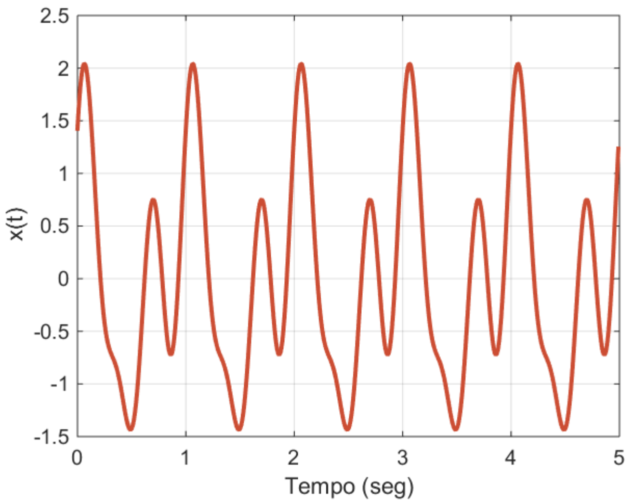
Representação no Domínio da Frequência

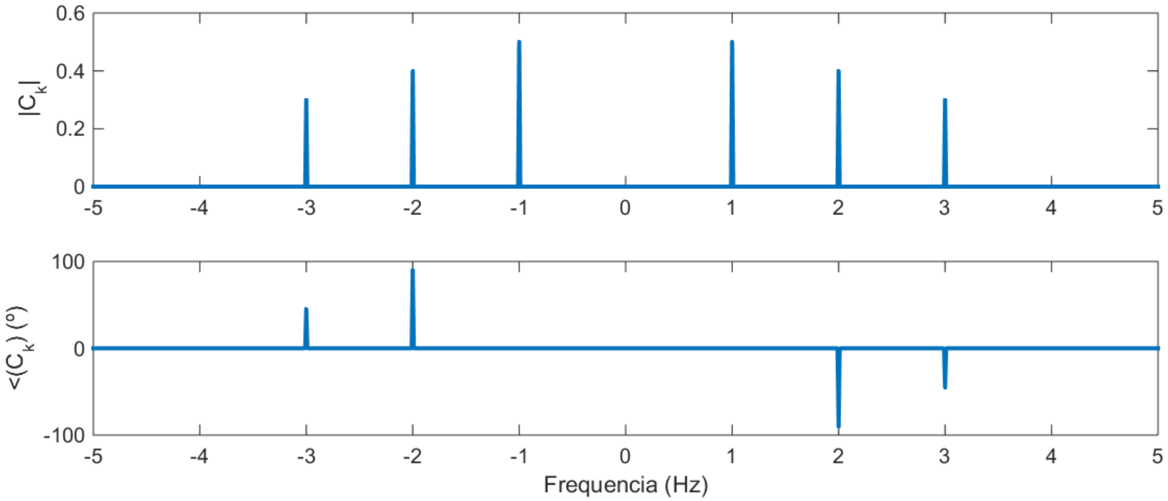
Série Exponencial de Fourier e Espetro

O **Espetro** de um sinal (i.e., o seu conteúdo ao longo da frequência) é evidenciado pelos coeficientes da Série Exponencial de Fourier.

Exemplo:

$$x(t) = \cos(2\pi t) + 0.8\sin(4\pi t) + 0.6\cos(6\pi t - \pi/4)$$



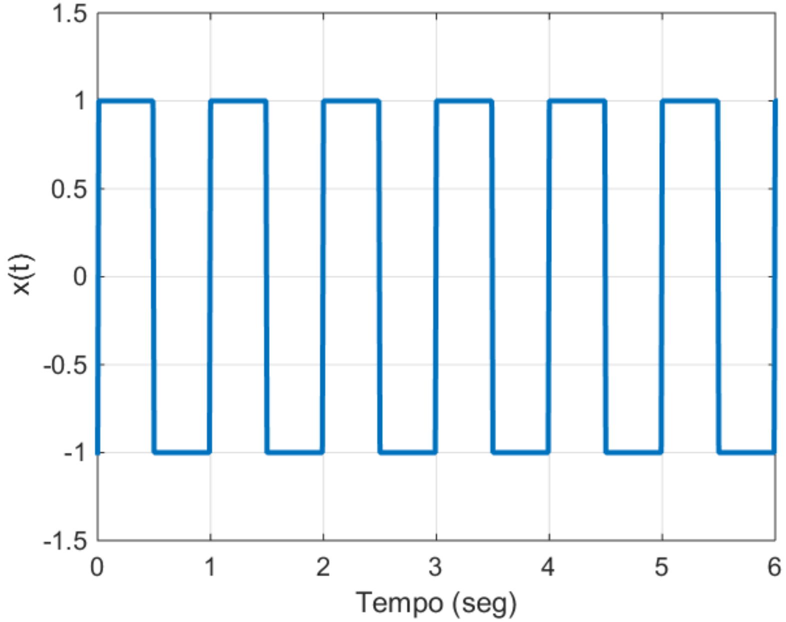


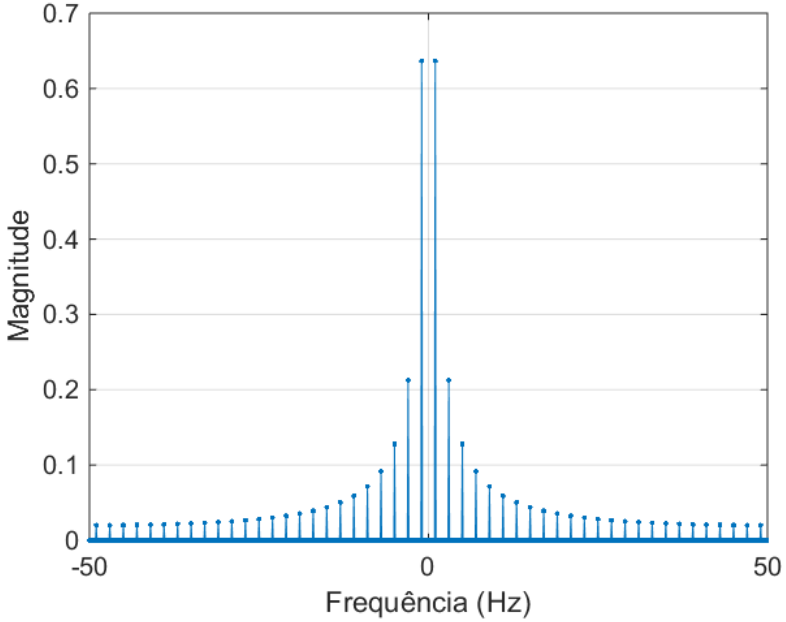
Representação no Domínio da Frequência

Série Exponencial de Fourier e Espetro

O **Espetro** de um sinal (i.e., o seu conteúdo ao longo da frequência) é evidenciado pelos coeficientes da Série Exponencial de Fourier.

Exemplo: Onda quadrada



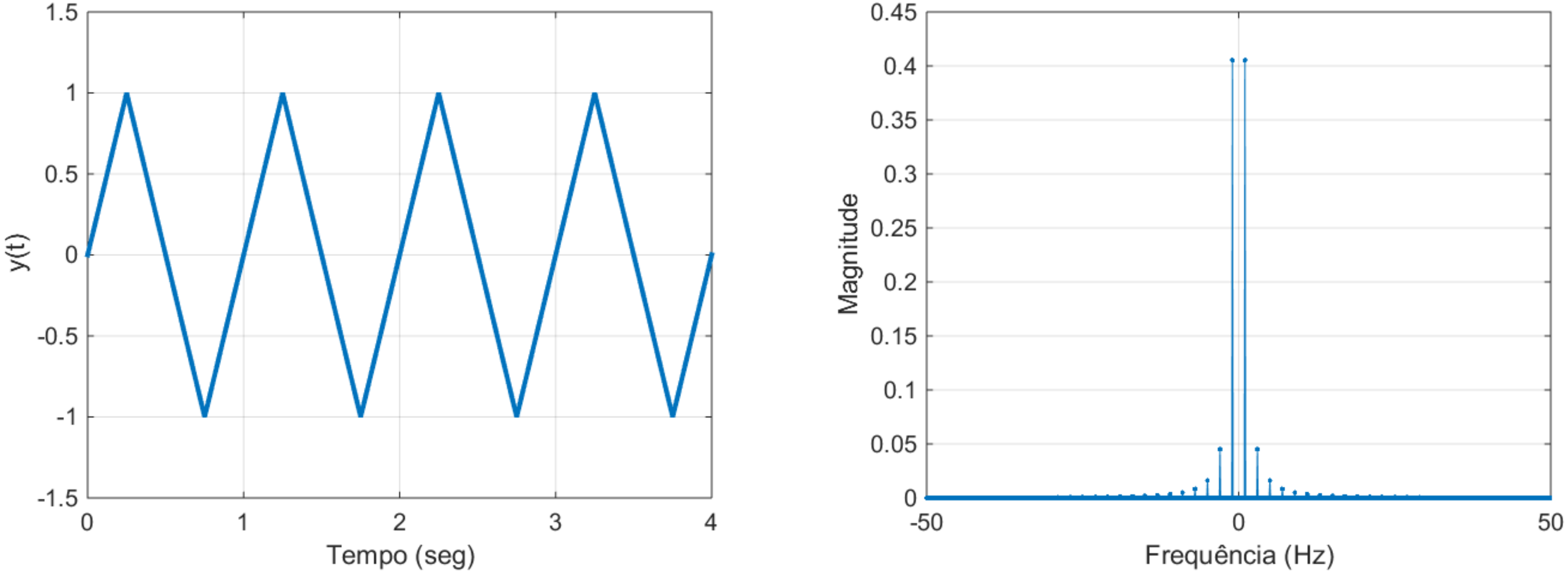


Representação no Domínio da Frequência

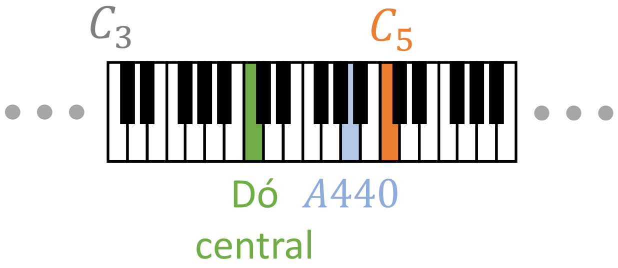
Série Exponencial de Fourier e Espetro

O **Espetro** de um sinal (i.e., o seu conteúdo ao longo da frequência) é evidenciado pelos coeficientes da Série Exponencial de Fourier.

Exemplo: Onda triangular



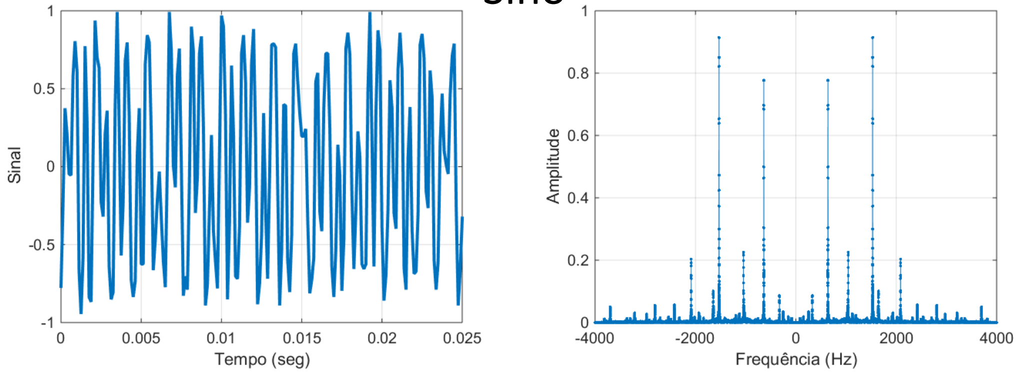
Representação no Domínio da Frequência



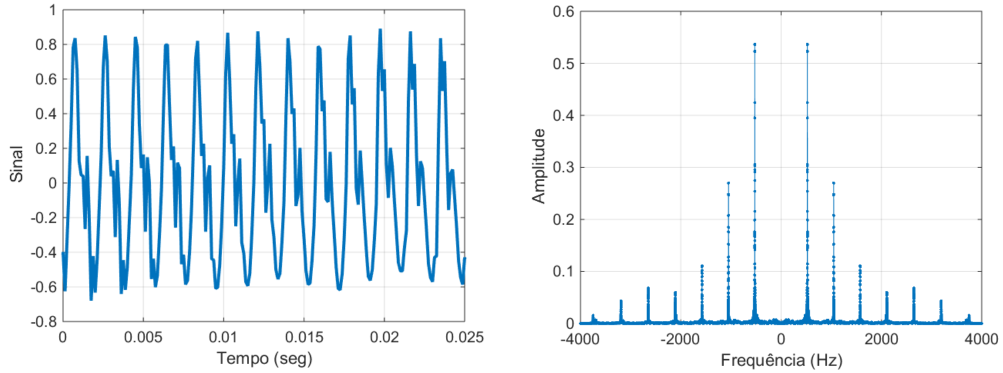
Série Exponencial de Fourier e Espetro

Exemplo: Espetro da nota musical C5 tocada por diferentes instrumentos

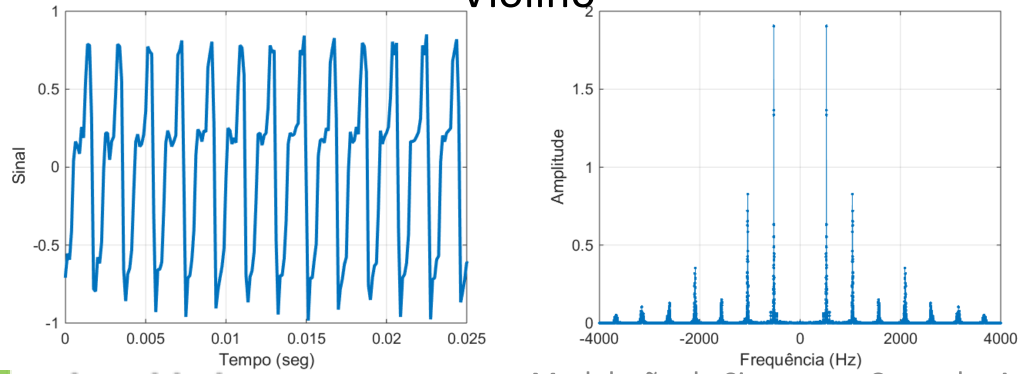
Sino



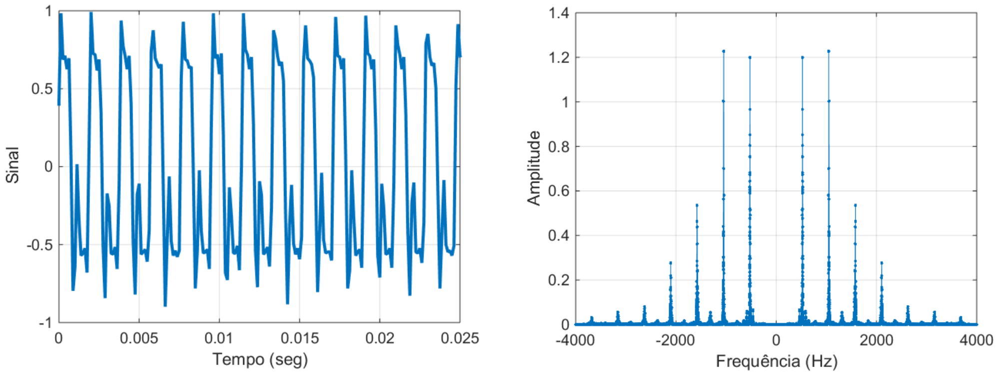
Piano



Violino



Flauta



Representação no Domínio da Frequência

Transformada de Fourier

A generalização da Série Exponencial de Fourier conduz à **Transformada de Fourier**:

Transformada Inversa

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

Transformada Direta

que no caso de sinais no domínio do tempo discreto (com período amostragem h, e um conjunto finito de N amostras consecutivas) se designa por **Transformada Discreta de Fourier** (vulgarmente designada de DFT – *Discrete Fourier Transform*):

IDFT

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X(k) e^{j2\pi kn/N}$$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N}$$

DFT

NOTA: O período fundamental do sinal $x(n)$ é a duração da sequência de amostras, $T = Nh$, pelo que a frequência fundamental é $f_0 = \frac{1}{Nh}$.

Representação no Domínio da Frequência

Transformada Discreta de Fourier (DFT)

Como o cálculo da DFT considera uma sequência finita de N amostras do sinal do domínio do tempo, é usual efetuar-se uma normalização relativamente ao número de amostras, tornando mais direto o cálculo da potência associada ao sinal em ambos os domínios (do tempo e da frequência) – ver Teorema de Parseval:

IDFT

$$x(n) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X(k) e^{j2\pi kn/N}$$

DFT

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N}$$

RELAMBRAR: A potência associada a um sinal é o integral do quadrado do sinal (i.e., a sua energia) a dividir pelo tempo:

$$P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)^2 dt \qquad P_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)^2 \qquad P_x = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} |X(k)|^2$$

Representação no Domínio da Frequência

Transformada Discreta de Fourier (DFT)

- O algoritmo **FFT** (***Fast Fourier Transform***) implementa a DFT de uma forma muito eficiente.
- Seja $\mathbf{x}$ um vetor de N amostras consecutivas de um sinal, com período de amostragem T_a.
- $\gg \mathbf{X} = fft(\mathbf{x})/N;$
- O vetor $\mathbf{X}$ tem também N elementos: um coeficiente ($C_k \in \mathbb{C}$) para cada frequência da decomposição.
- O vetor de frequências (em Hz) correspondente a $\mathbf{X}$ é:
- $\gg f = [0 : df : (N-1) * df];$

Usar >> ***fftshift(X)*** para ordenar de $-f_s/2$ a $+f_s/2 - df$.

$$df = \frac{1}{T} = \frac{1}{Nh}$$

$$f_s = \frac{1}{h}$$

Representação no Domínio da Frequência

Transformada Discreta de Fourier (DFT)

Na DFT é necessário garantir que a sequência de amostras consideradas do sinal $x(n)$ constitui um período completo; i.e., a amostra que naturalmente se seguiria a $x(N-1)$ seria igual a $x(0)$, e assim sucessivamente. Muitas vezes designa-se esta característica de **Circularidade** da sequência de amostras (diz-se que a sequência de amostras é circular, indicando que o sinal real corresponde a sucessivas realizações da sequência de N amostras, recomeçando da amostra $x(0)$ logo após a amostra final da sequência, $x(N-1)$).

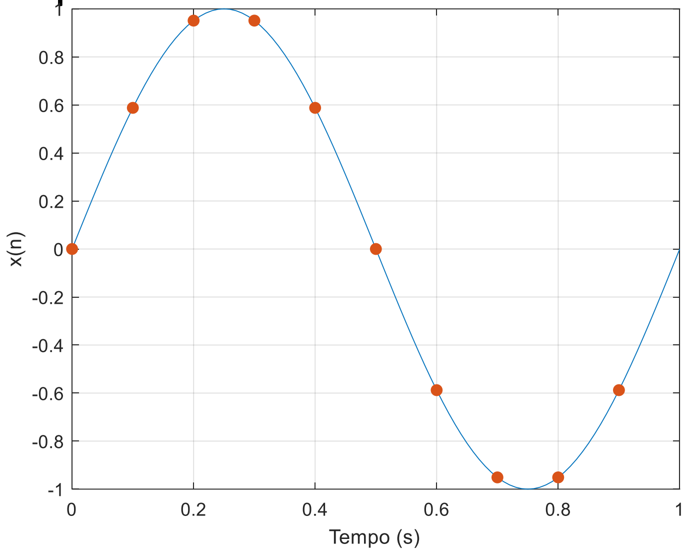
A DFT assume sempre que o sinal é circular.

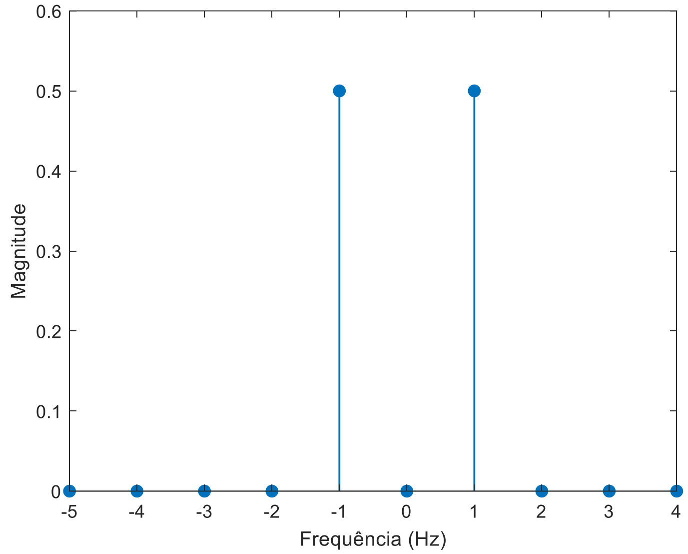
Se a sequência de amostras não for circular, o espetro do sinal irá apresentar diferenças relativamente ao caso circular, usualmente denominadas de *Spectral Leakage*.

Representação no Domínio da Frequência

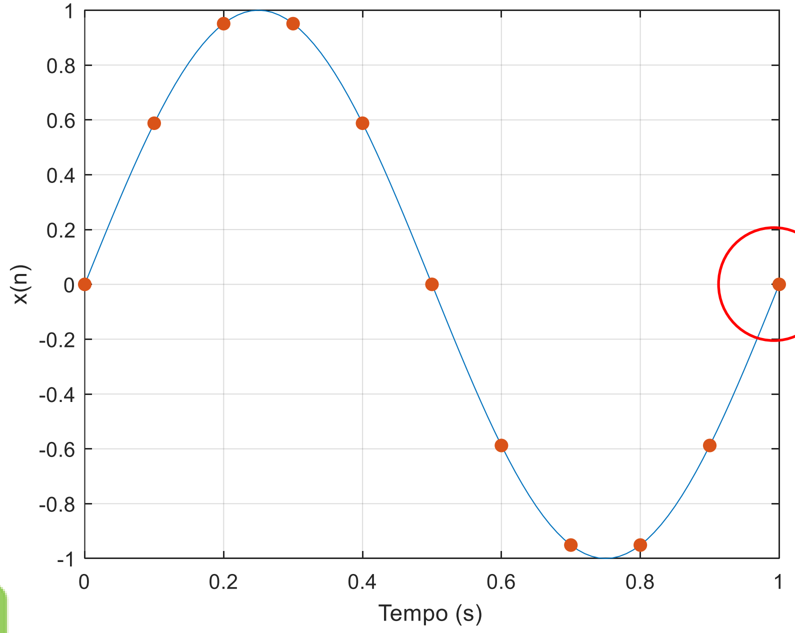
Transformada Discreta de Fourier

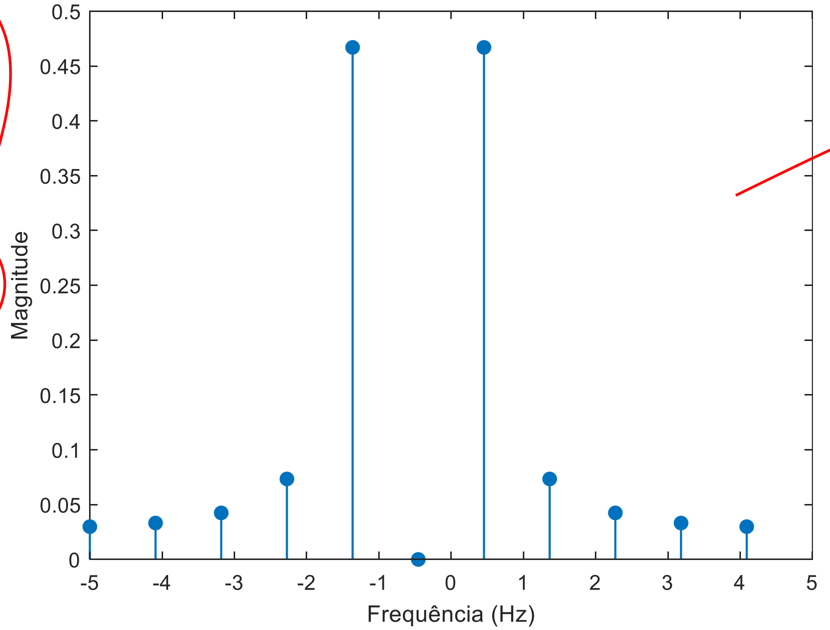
Exemplo de *Spectral Leakage*:



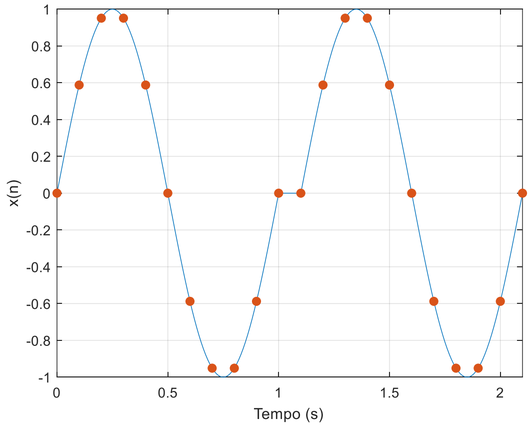


Esta amostra seria do período seguinte…





Na realidade, esta é a DFT do sinal:



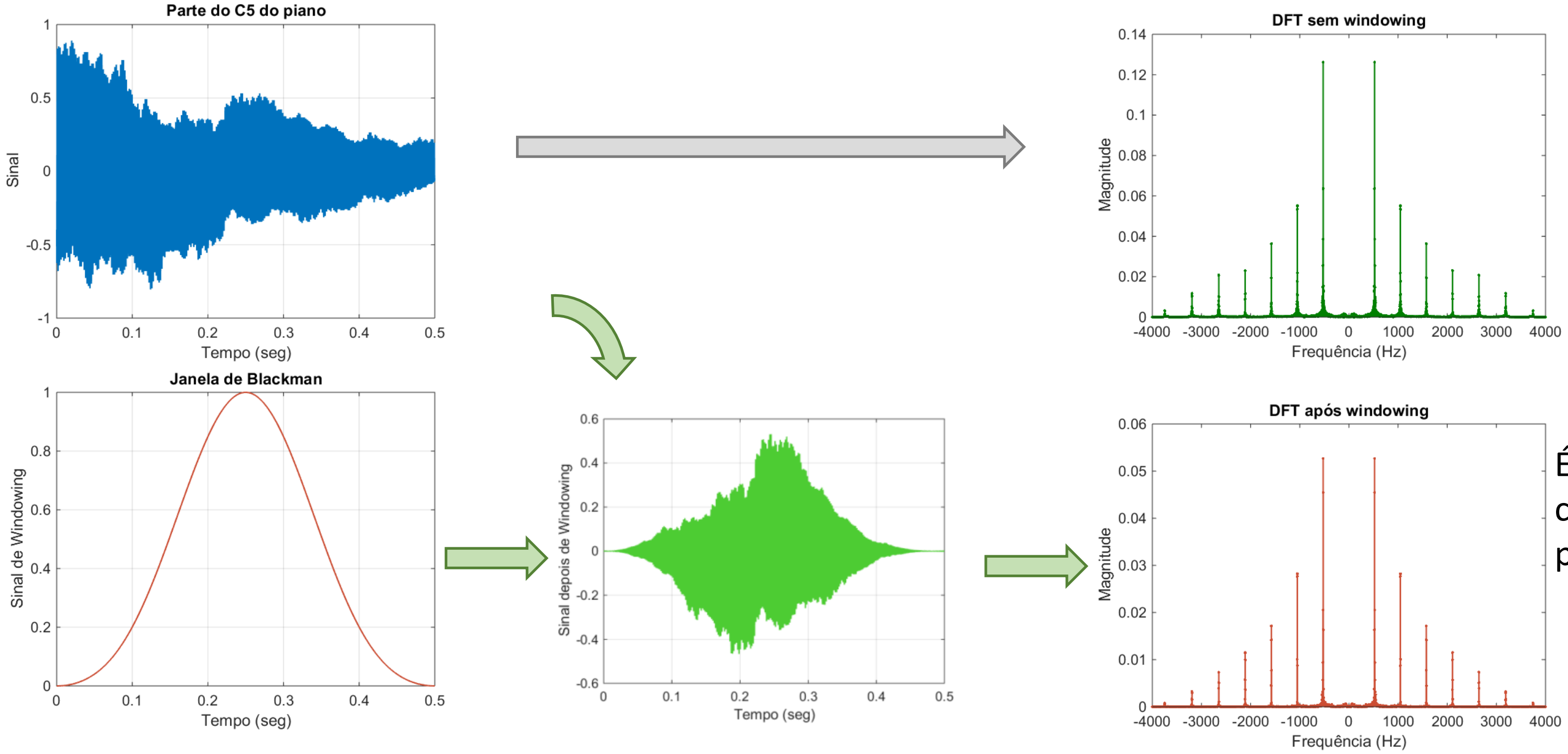
Representação no Domínio da Frequência

Windowing

Quando uma sequência de amostras não é circular, e se pretende analisar o seu espetro, pode-se forçar a circularidade através da aplicação de uma “janela” (esta técnica é designada por *windowing*).

Exemplo:

Existem diferentes tipos de janelas.



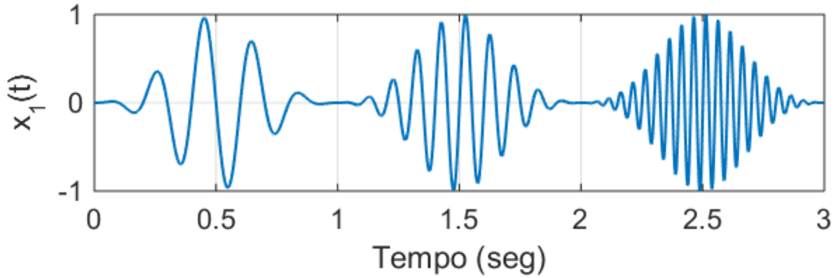
É necessário, depois, compensar a perda de potência.

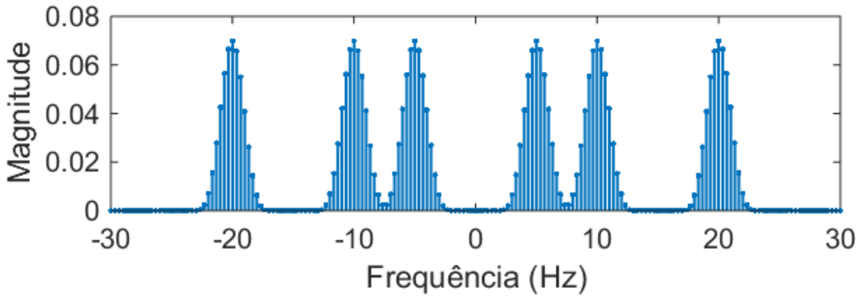
Representação no Domínio da Frequência

Espetrograma

Por vezes, convém analisar a forma como o conteúdo espetral de um sinal vai variando ao longo do tempo.

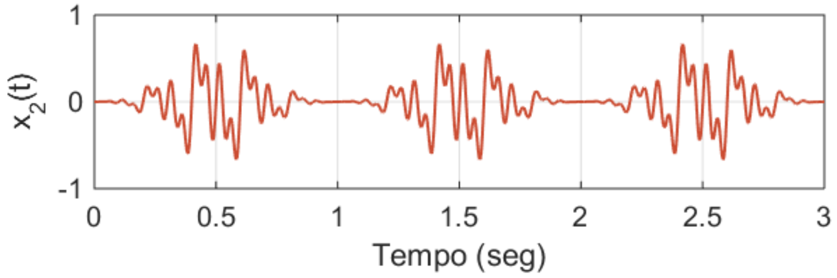
Exemplo:

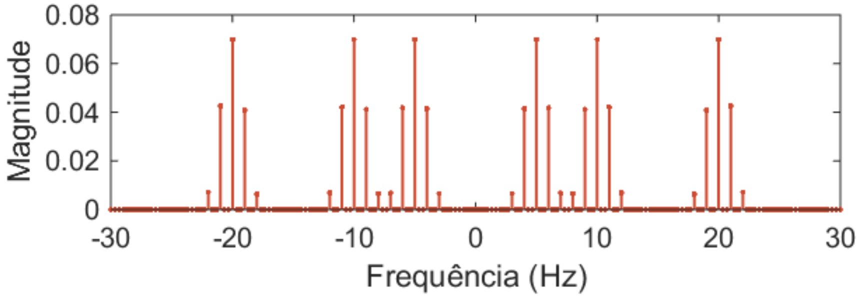




Apesar de os dois sinais serem bastante distintos no domínio do tempo, os seus espetros são bastante parecidos.

Cada período deste sinal é composto pela soma das três ondas do sinal a azul (dividindo-se, depois, por 3).



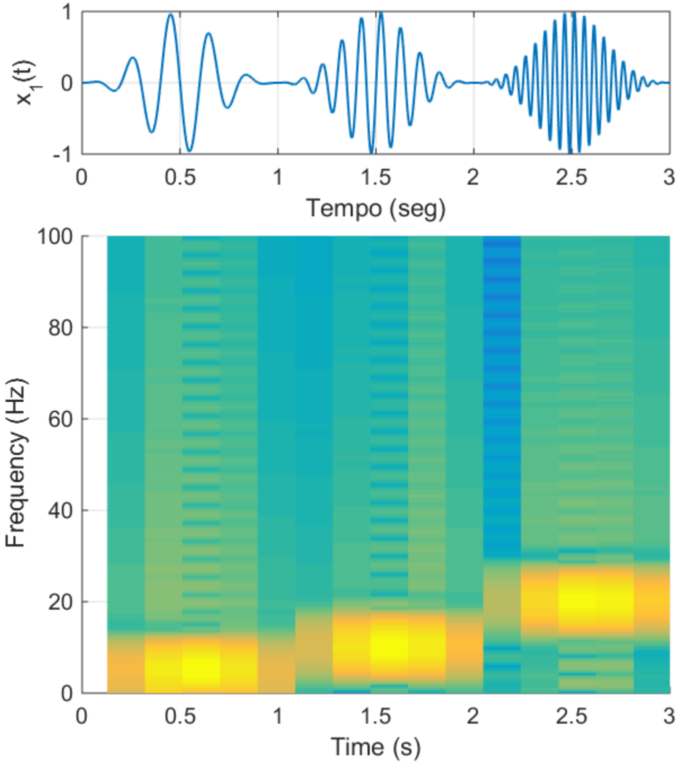


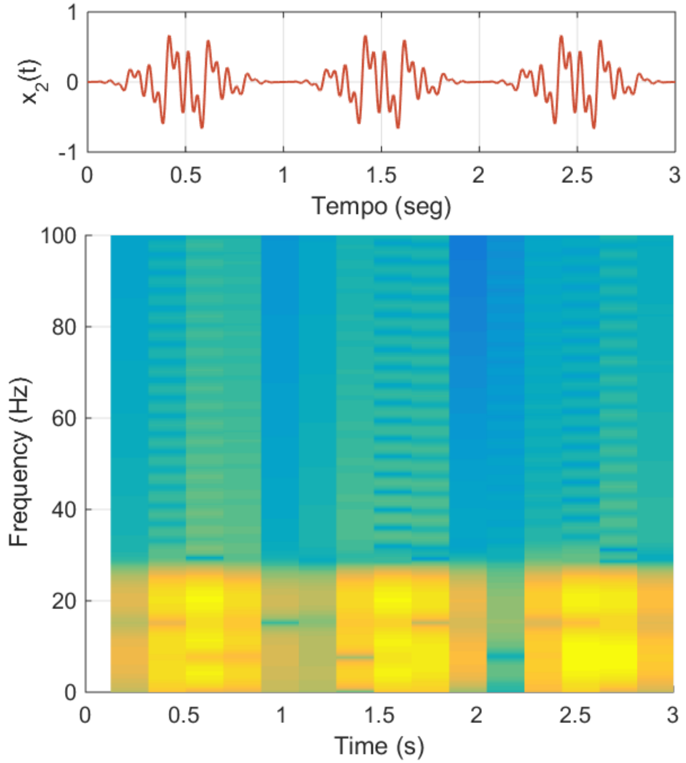
Representação no Domínio da Frequência

Espetrograma

Nesses casos, pode-se usar a *short-time FFT*, cujo resultado é conhecido por **Espetrograma**.

Exemplo:





$\gg$ *spectrogram(...);*

Índice

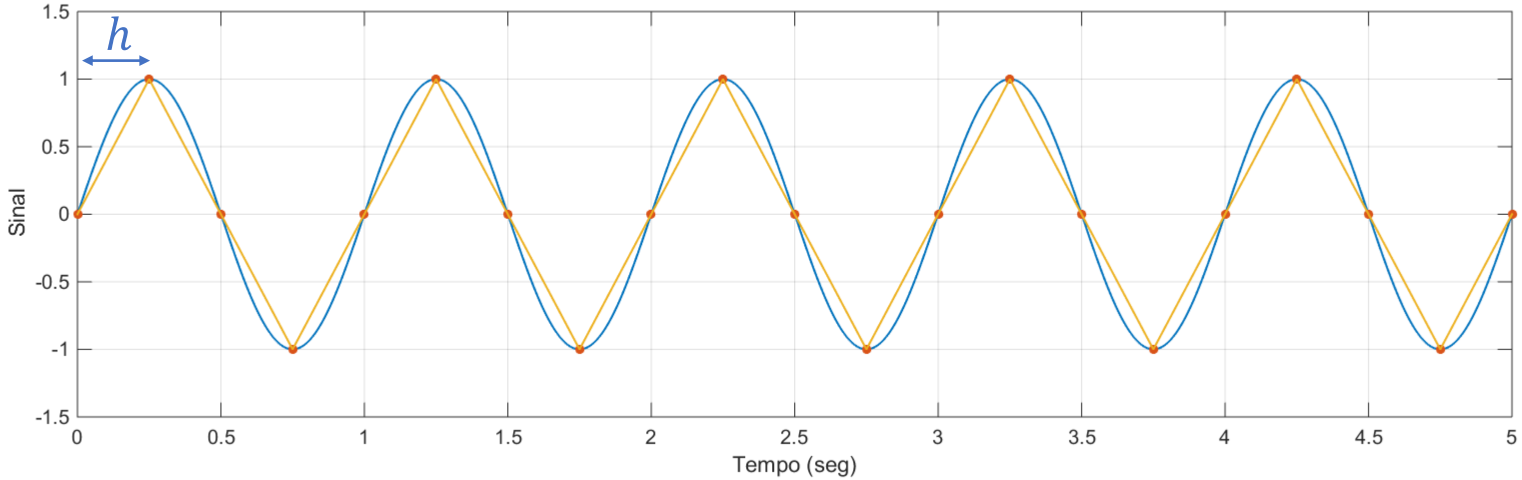
- Noção de sinal e de sistema
- Representação no domínio da frequência (transformada de Fourier e espetro)
- Representação no domínio de tempo discreto (amostragem e quantização)
- A importância da modelação em engenharia
- Conceito de realimentação

Representação no Domínio de Tempo Discreto

Amostragem de Sinais de Tempo Contínuo

No processo de amostragem de sinais de tempo contínuo não convém considerar um período de amostragem demasiado reduzido (conduz a um número elevado de amostras, não havendo uma "novidade" significativa entre amostras vizinhas), nem o período de amostragem pode ser demasiado elevado (caso contrário, perde-se informação do sinal original a convertê-lo para o domínio de tempo discreto).

Exemplo: Poucas amostras podem não ser suficientemente representativas.

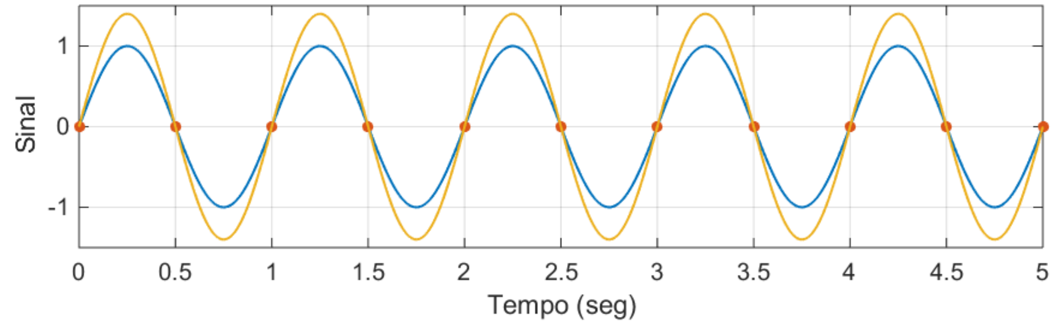


Representação no Domínio de Tempo Discreto

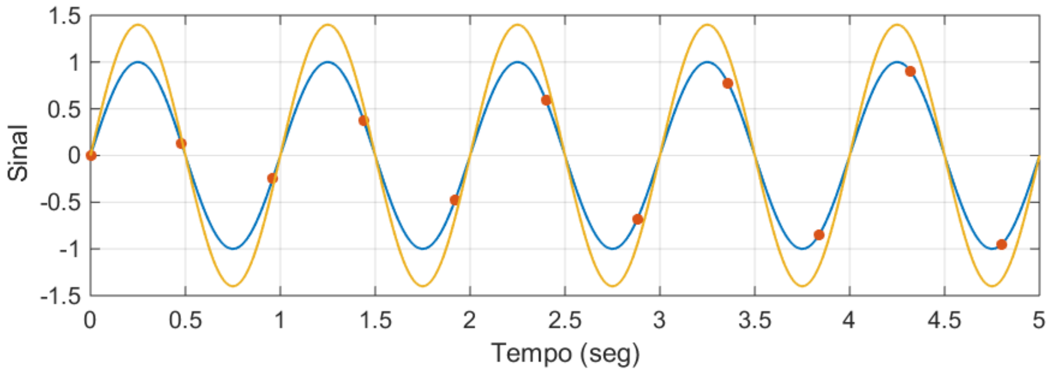
Amostragem de Sinais de Tempo Contínuo

A teoria da amostragem refere que para que um sinal seja amostrado sem perda de informação (i.e., podendo ser integralmente reconstruído a partir das suas amostras), terá que considerar uma frequência de amostragem superior ao dobro da frequência mais elevada do espetro do sinal – **Critério de Nyquist**.

Exemplo:



$f_s = 2f_{max}$ - As amostras não distinguem as duas sinusoides (nem outra da mesma frequência; nem o sinal constante igual a 0).



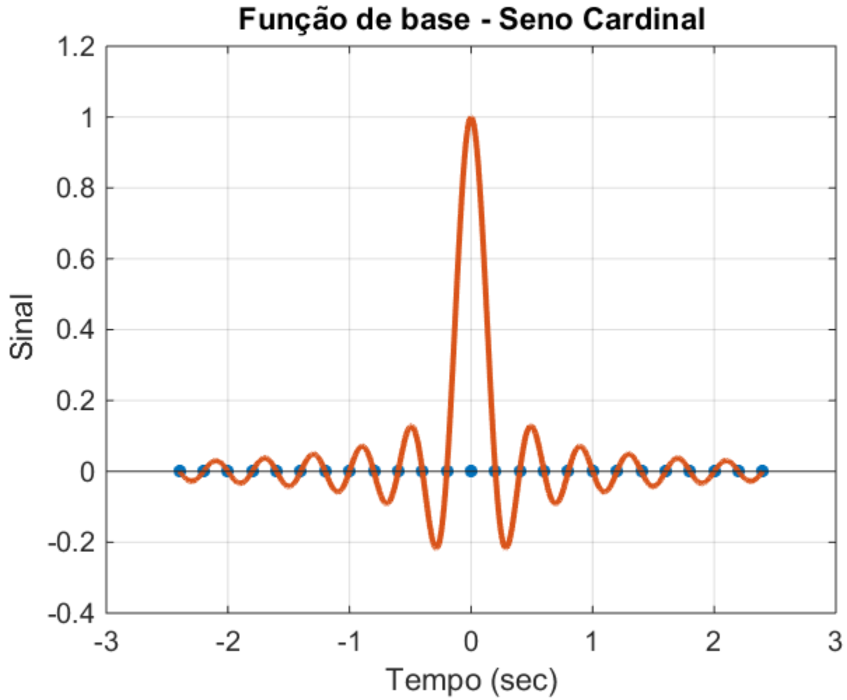
f_s ligeiramente superior a $2f_{max}$ - Ao fim de algum tempo (algumas amostras), a informação do sinal representado está completamente identificada.

Representação no Domínio de Tempo Discreto

Amostragem de Sinais de Tempo Contínuo

A reconstrução do sinal original, no domínio do tempo contínuo, a partir das suas amostras é efetuada pela soma de sucessivos senos-cardinais (função de base) centrados e escalados pela amostra correspondente.

$$h(t) = \frac{\sin\left(2\pi\left(\frac{f_s}{2}\right)t\right)}{2\pi\left(\frac{f_s}{2}\right)t} = \frac{\sin(\pi f_s t)}{\pi f_s t} = sinc(f_s t)$$

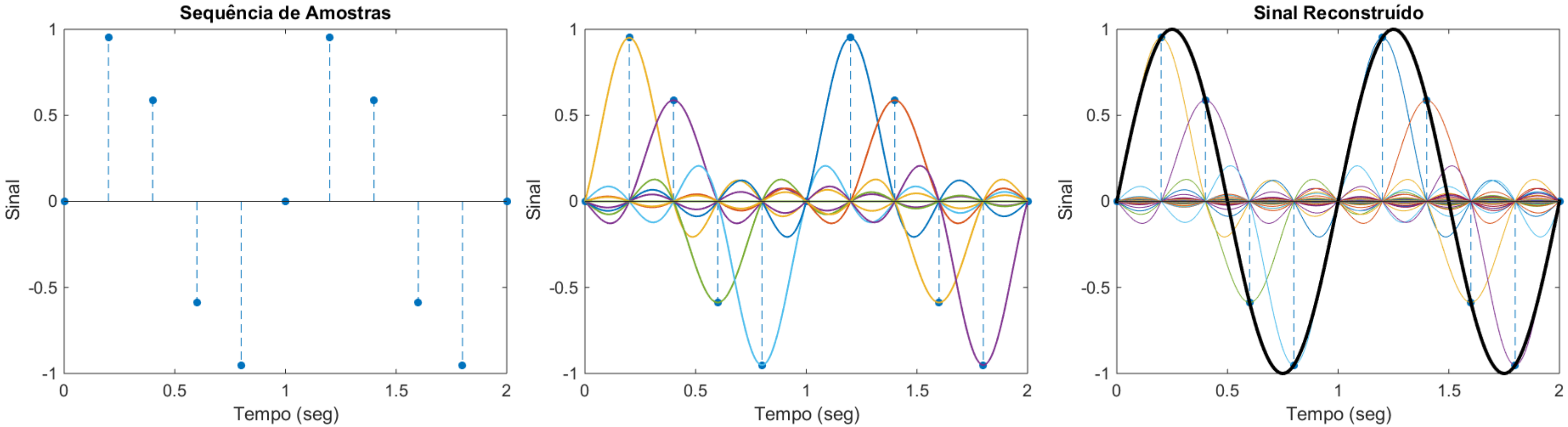


Representação no Domínio de Tempo Discreto

Amostragem de Sinais de Tempo Contínuo

A reconstrução do sinal original, no domínio do tempo contínuo, a partir das suas amostras é efetuada pela soma de sucessivos senos-cardinais (função de base) centrados e escalados pela amostra correspondente.

Exemplo:



O sinal original considerado neste teste foi: $x(t) = \sin(2\pi t)$.

Representação no Domínio de Tempo Discreto

Aliasing

Se o processo de amostragem não verifica do Critério de Nyquist, há informação que se perde, designando-se, nesses casos, que ocorreu o fenómeno de *Aliasing*.

Exemplo (numa imagem que foi subamostrada):

Imagem original

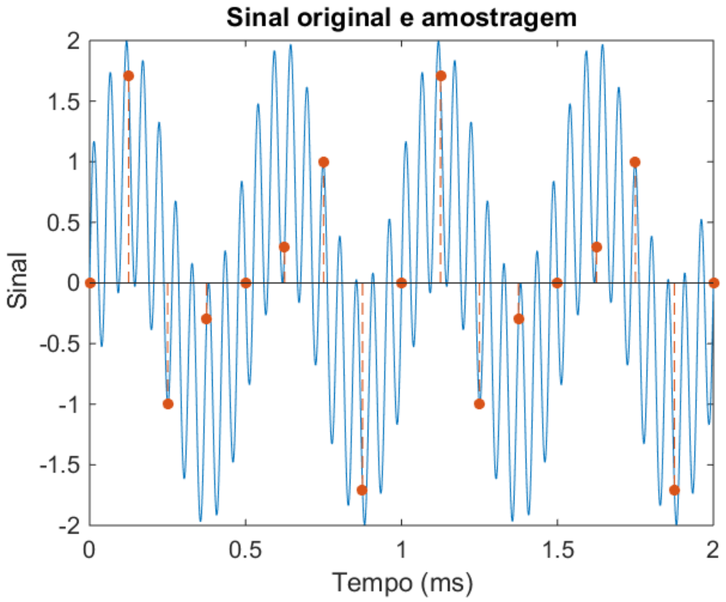
Imagem sub-amostrada (8x8 vezes)

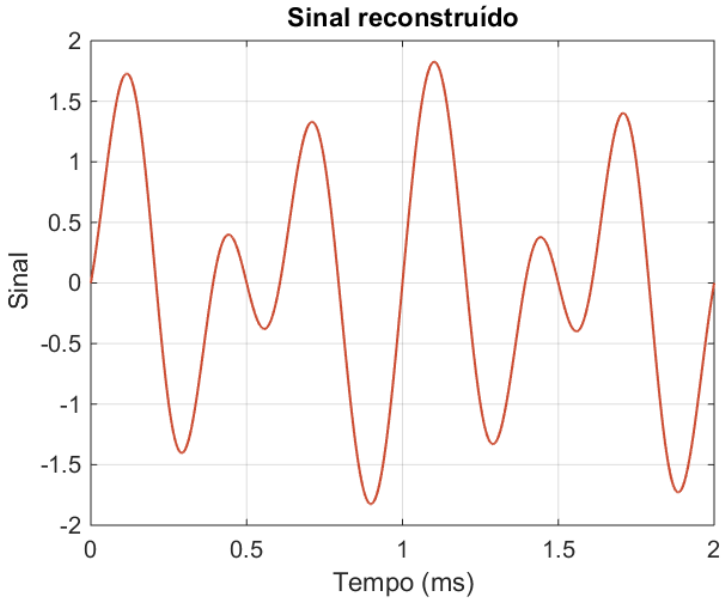
Representação no Domínio de Tempo Discreto

Aliasing

Se o processo de amostragem não verifica do Critério de Nyquist, há informação que se perde, designando-se, nesses casos, que ocorreu o fenómeno de *Aliasing*.

Exemplo: Amostragem, com $f_s = 8\ kHz$, de um sinal composto por dois tons, um audível ($f_1 = 2\ kHz$) e outro supostamente inaudível ($f_2 = 19\ kHz$), tendo ambos a mesma potência.

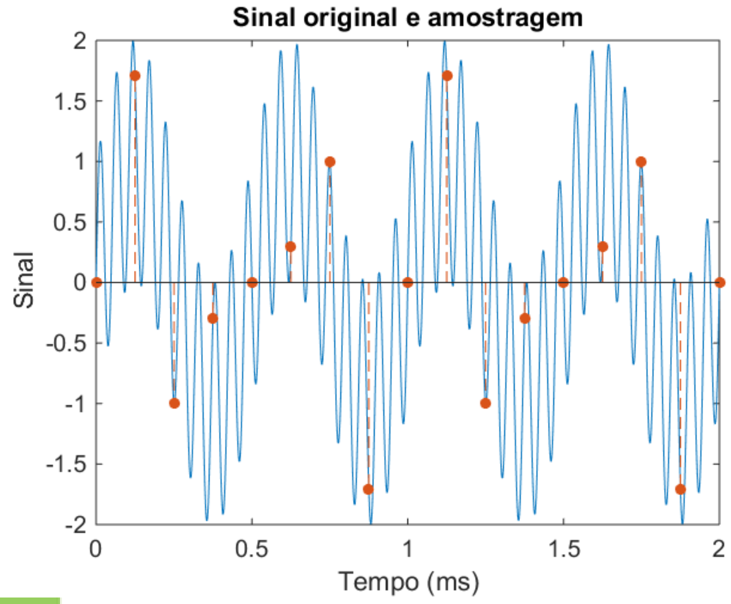


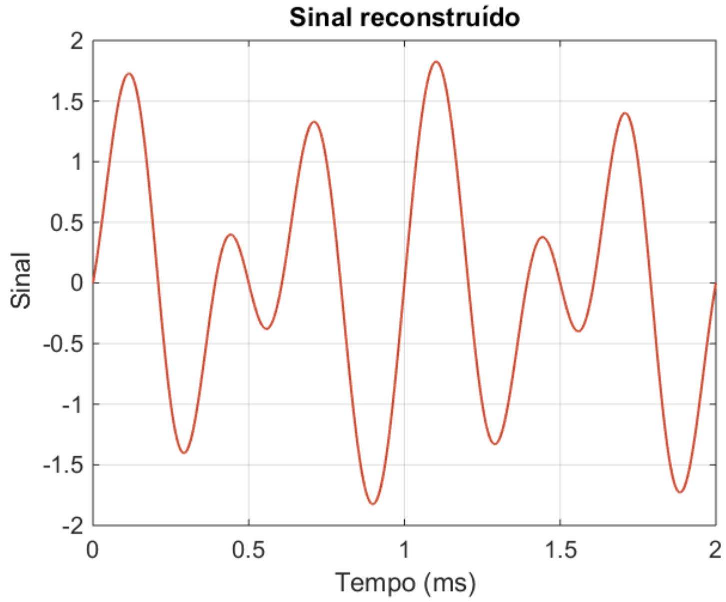


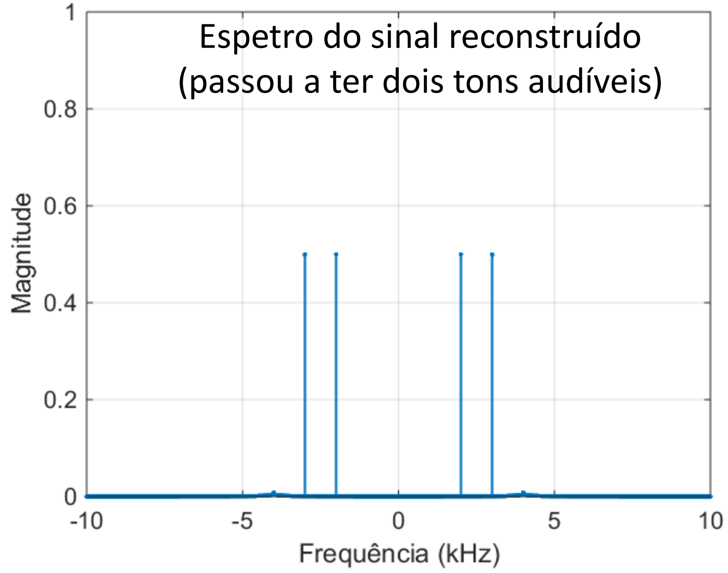
Aliasing

Se o processo de amostragem não verifica do Critério de Nyquist, há informação que se perde, designando-se, nesses casos, que ocorreu o fenómeno de *Aliasing*.

Exemplo: Amostragem, com $f_s = 8\ kHz$, de um sinal composto por dois tons, um audível ($f_1 = 2\ kHz$) e outro supostamente inaudível ($f_2 = 19\ kHz$), tendo ambos a mesma potência.



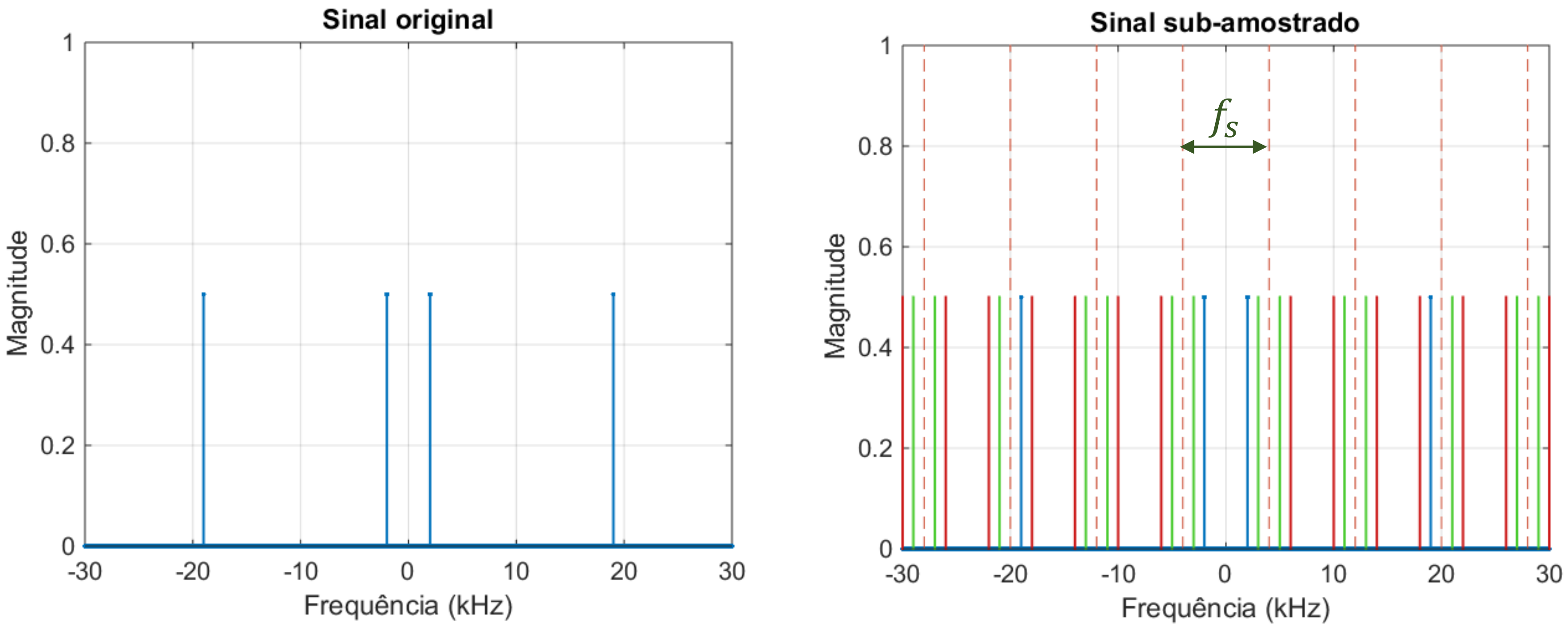




Representação no Domínio de Tempo Discreto

Aliasing

O *aliasing* pode ser visto através da periodicidade do espetro do sinal na frequência (repete-se a cada intervalo de largura f_s).

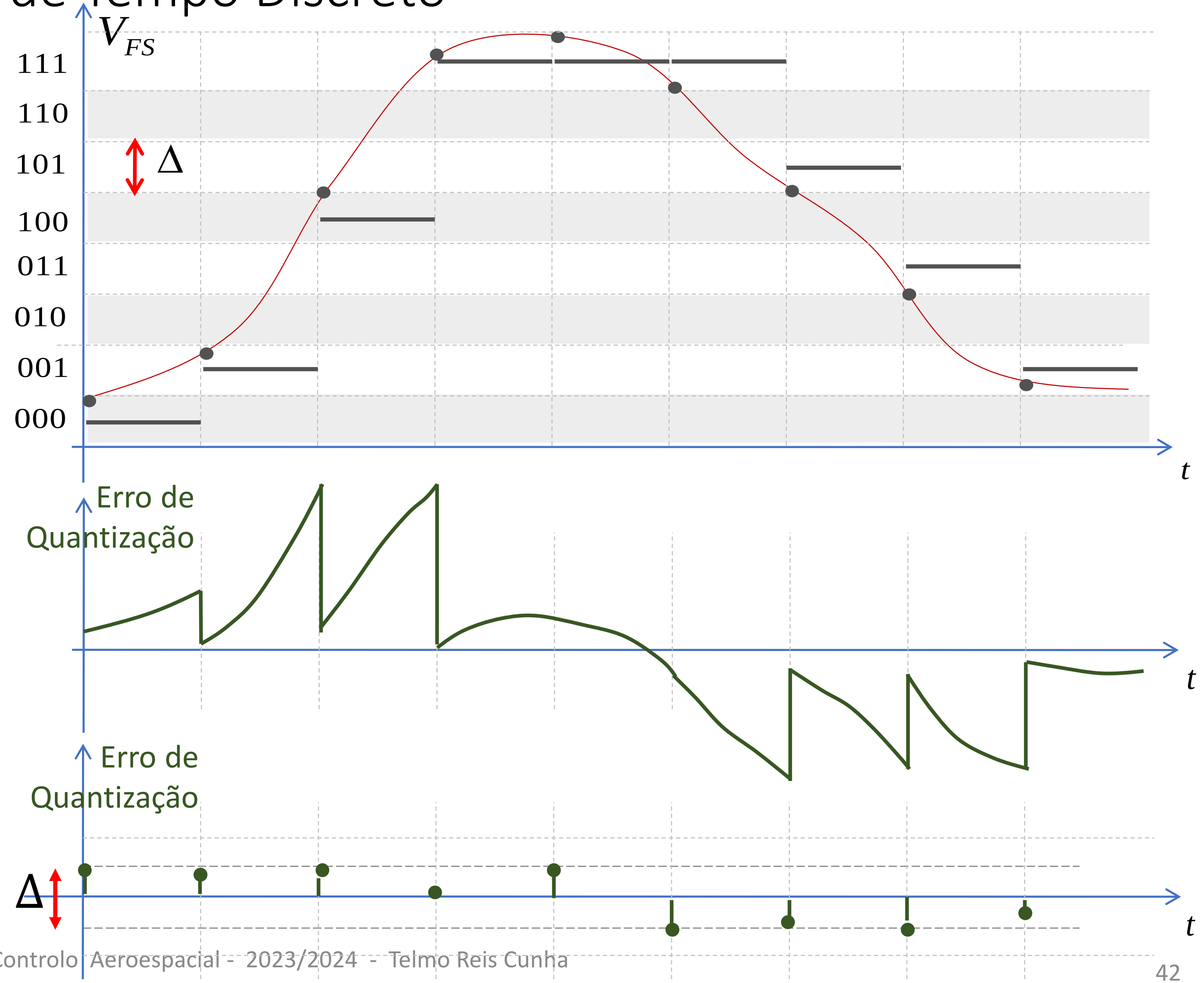


Representação no Domínio de Tempo Discreto

Quantização

No processo de amostragem por sistemas digitais, para além da discretização no domínio do tempo há, também, uma discretização na amplitude, fruto da resolução finita da representação digital dos números.

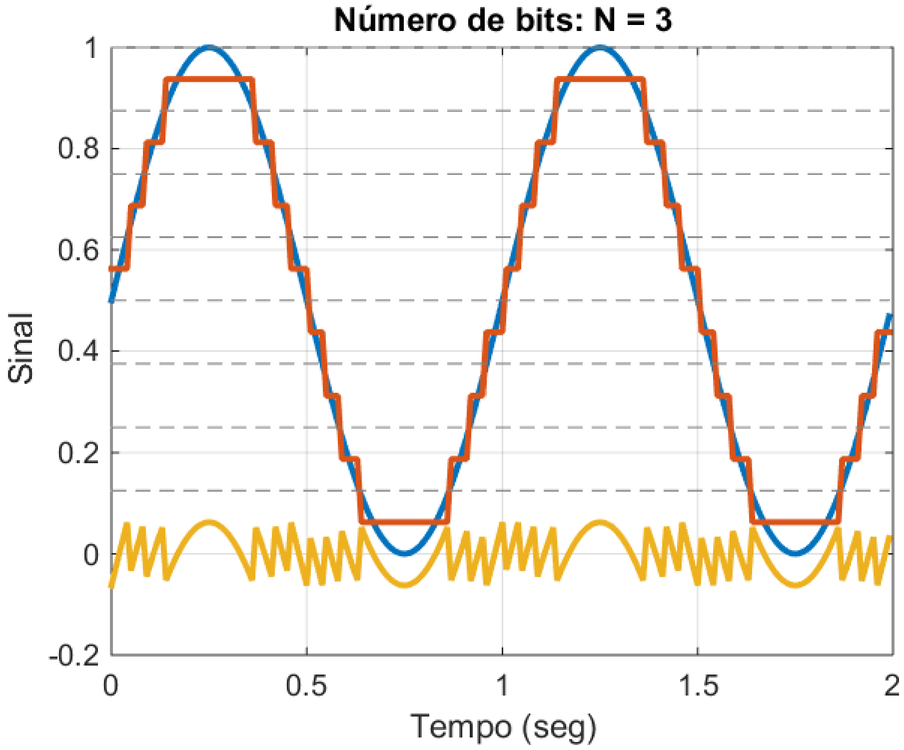
Tal fenómeno designa-se usualmente por **Quantização**, conduzindo a um erro relativamente ao sinal original.

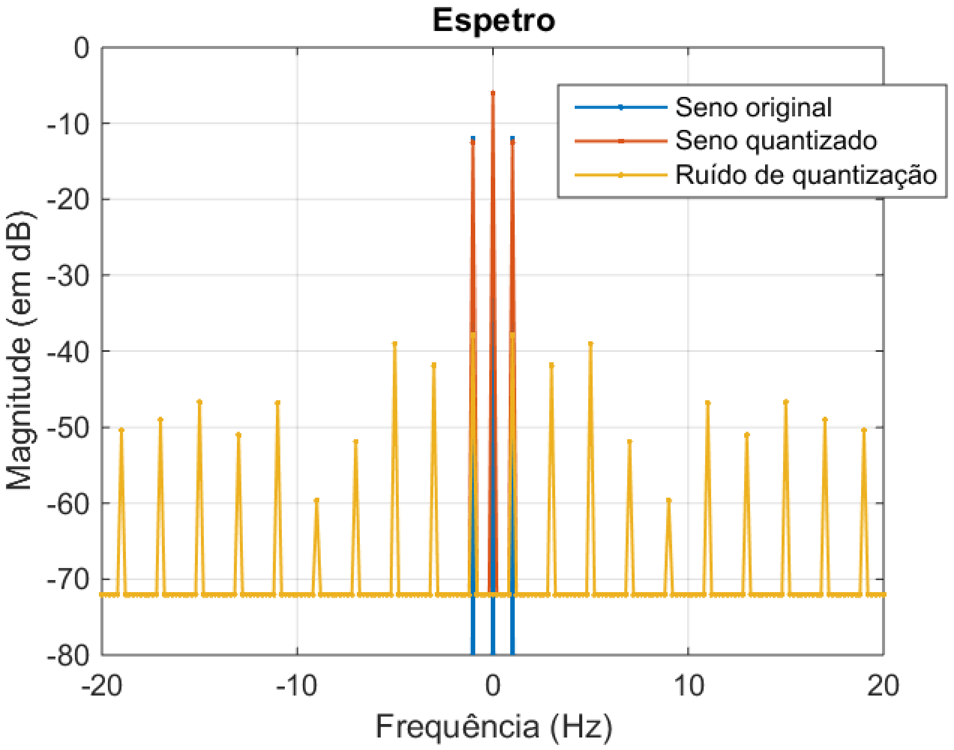


Representação no Domínio de Tempo Discreto

Quantização

Exemplo do impacto do ruído de quantização no espetro de um sinal sinusoidal amostrado:





Índice

- Noção de sinal e de sistema

- Representação no domínio da frequência (transformada de Fourier e espetro)

- Representação no domínio de tempo discreto (amostragem e quantização)

- A importância da modelação em engenharia

- Conceito de realimentação

A Importância da Modelação em Engenharia

Contexto

Em engenharia (e noutras áreas) temos que lidar (i.e., analisar, simular, projetar, melhorar, controlar) com sistemas de naturezas físicas distintas:

- Elétricos
- Mecânicos
- Térmicos
- Fluídicos (hidráulicos, …)
- Biológicos (população de células/bactérias, …)
- Sociais (evolução de uma população face a recursos, …)
- Económicos (modelos de previsão, …)
- …

Surge, assim, a necessidade de criar **modelos matemáticos** representativos destes sistemas.

A Importância da Modelação em Engenharia

Contexto

Os modelos são extremamente úteis para:

- Simular o comportamento dos sistemas (evita os testes)
- Prever anomalias e desempenho (antes de implementar)
- Projetar modificações
- Projetar esquemas de controlo que permitam melhorar o desempenho dos sistemas
- …

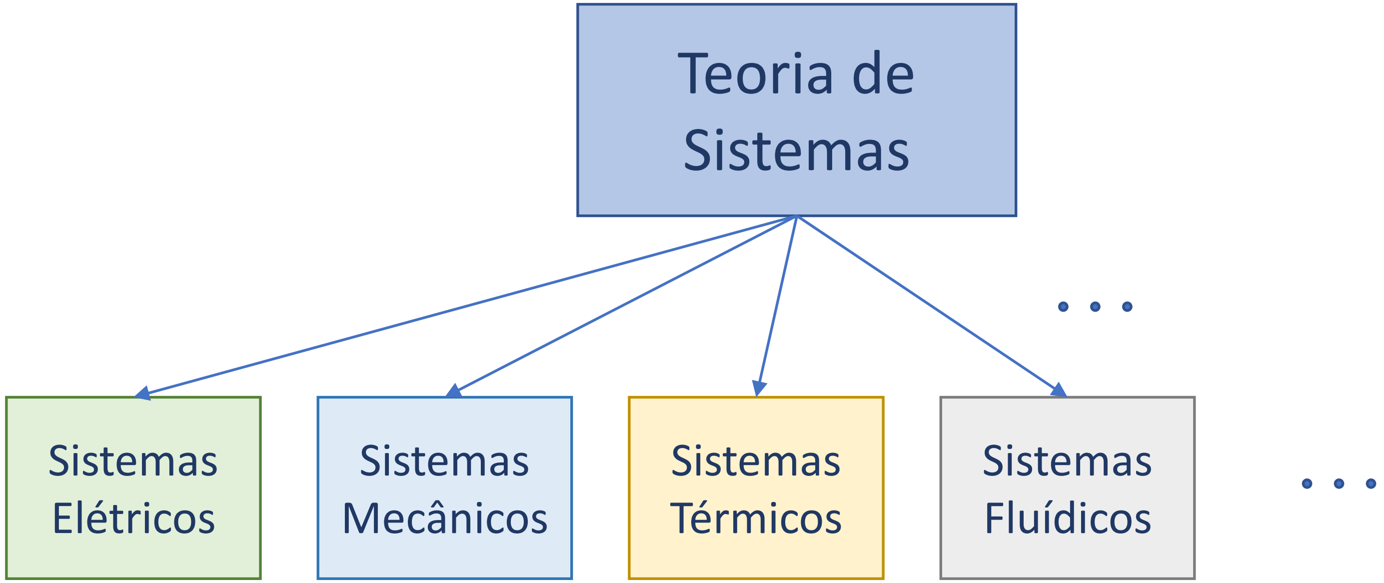
Identificam-se as seguintes funcionalidades gerais permitidas pela modelação:

- Análise (de desempenho, de sensibilidade, …)
- Simulação
- Otimização (alterar elementos já existentes)
- Controlo (adição de novos componentes)

A Importância da Modelação em Engenharia

Contexto

Para se conseguir estes objetivos de uma forma sistemática é necessário criar uma tecnologia de modelação que abranja diversos sistemas físicos (independentemente da sua natureza física):



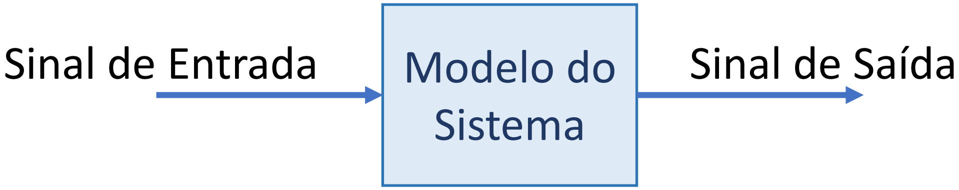
A Importância da Modelação em Engenharia

Características Gerais dos Modelos

Os modelos dos sistemas físicos devem ser caracterizados por:

- **Precisão** (métrica de semelhança entre sinais simulados e os sinais reais)
- **Capacidade Preditiva** (variação da precisão à medida que os sinais vão sendo cada vez mais distintos dos sinais inicialmente testados/considerados)
- **Facilidade na Extração dos Parâmetros**
- **Simplicidade Computacional** (simulações eficientes)
- **Domínio de Validade**

A manipulação de modelos implica a existência de **Técnicas de Representação de Modelos**:



Índice

- Noção de sinal e de sistema
- Representação no domínio da frequência (transformada de Fourier e espetro)
- Representação no domínio de tempo discreto (amostragem e quantização)
- A importância da modelação em engenharia
- Conceito de realimentação

Conceito de Realimentação

Definição

O conceito de **realimentação** refere-se à observação de sinais produzidos pelo sistema em análise (sendo usual a observação do seu sinal de saída) para que a evolução desses sinais tenha impacto direto na forma como o sistema vai operando.

Há, assim, uma reaplicação de sinais internos do sistema noutros pontos estratégicos desse sistema.

A realimentação existe na natureza, e foi integrada nas aplicações de engenharia desde há muitos anos, como por exemplo:

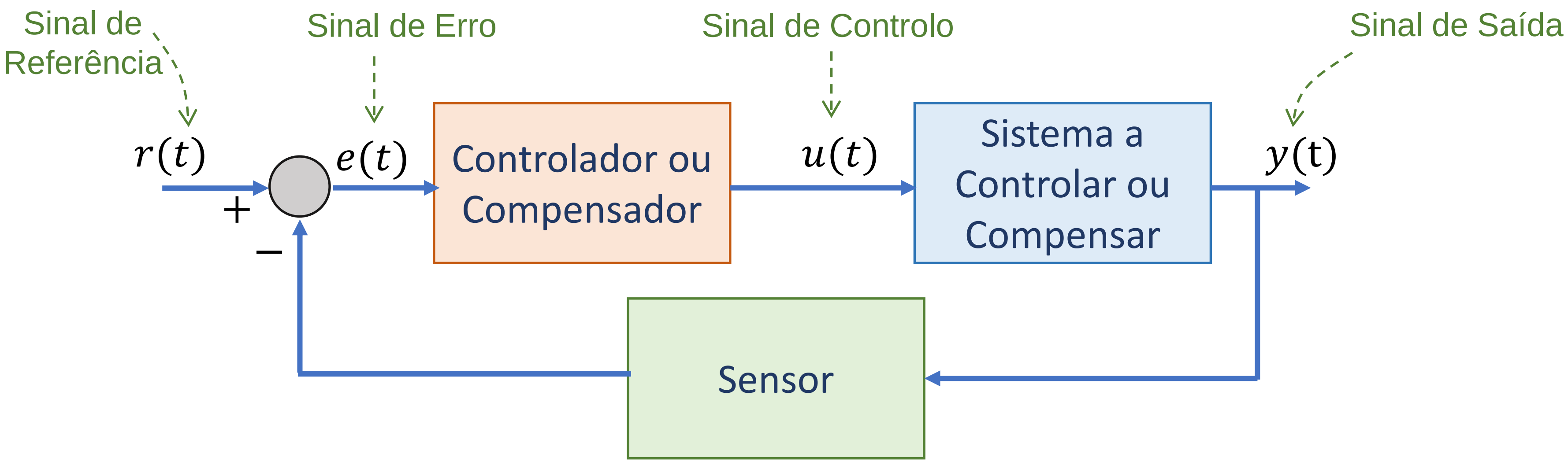
- Controlo de temperatura em fornos através de termostatos de mercúrio (século XVII);
- Controlo de velocidade de motores a vapor (James Watt, 1788);
- Sistema de direção de navios de grandes dimensões (John McFarlane Gray, 1866);
- Amplificadores eletrónicos realimentados (Harold Stephen Black, 1927).

Conceito de Realimentação

Diagrama de um Sistema Realimentado

A realimentação tem uma enorme importância na engenharia, estando quase sempre presente nos vários sistemas que nos rodeiam.

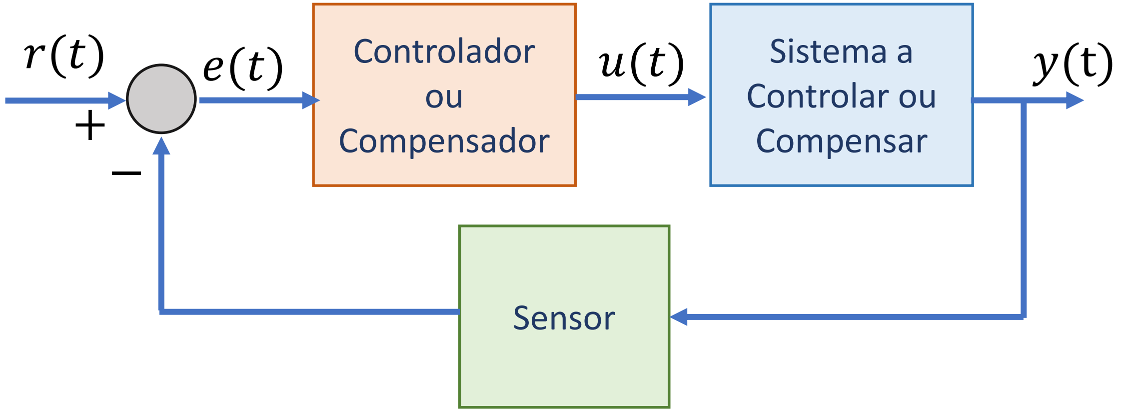
A arquitetura mais comum em aplicações de engenharia é a seguinte:



Conceito de Realimentação

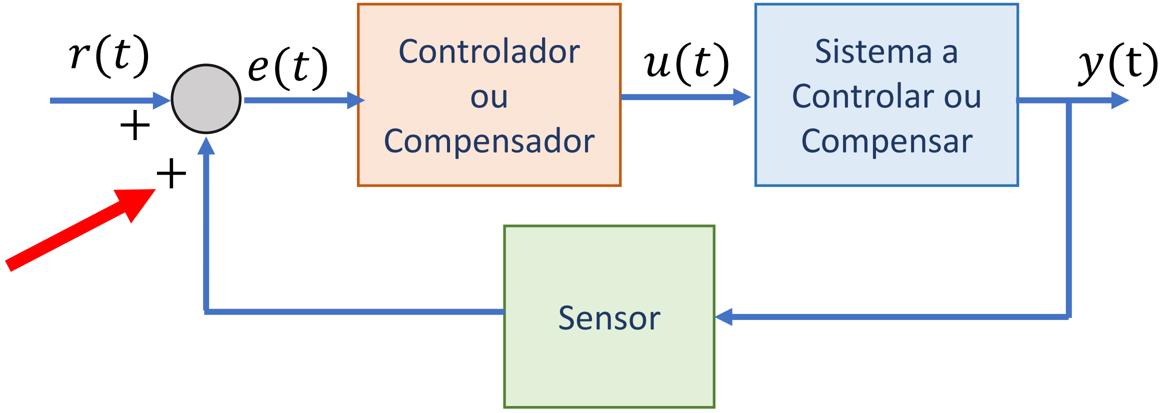
Realimentação Negativa e Realimentação Positiva

Usualmente, consideram-se dois tipos de Realimentação: a Negativa e a Positiva



Realimentação Negativa ou Degenerativa

- O sinal de erro tende naturalmente a diminuir;
- O sistema tende para comportamentos estáveis.



Realimentação Positiva ou Regenerativa

- O sinal de erro tende naturalmente a aumentar;
- O sistema tende para comportamentos instáveis e oscilatórios.