

Riguel Calça Coelho - 93213

Sistemas e controlo - 02/14/2021

1. $t_1 \rightarrow$ entrada nula

Se por exemplo, aplicarmos um degrau à entrada, a sua entrada não passará imediatamente de 0 para 1, irá demorar "algum tempo" até o sistema fixar a 1.

O mesmo se aplica quando fazemos o inverso, ou seja, quando passamos de 1 para 0, o sistema irá demorar "tempo" para fixar a zero. Pelo que se a entrada é nula em t_1 , a saída será nula para $t_2 > t_1$.

2.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = H \frac{s+a}{s+b}$$

degrau unitário

$$y_{ss} = 3$$

$$y(s) = \frac{A(s+a)}{s+b} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot y(s) = s \cdot \frac{A(s+a)}{s+b} \cdot \frac{1}{s} = \frac{A \cdot a}{b}$$

$$\frac{A \cdot a}{b} = 3 \quad (=) \quad A \cdot a = 3b$$

$$y(s) = \frac{A(s+a)}{s \cdot (s+b)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{(s+b)}$$

$$A_1 = \left[s \cdot y(s) \right]_{s=0} = \frac{A \cdot a}{b}$$

$$A_2 = \left[(s+b) y(s) \right]_{s=-b} = \frac{A(-b+a)}{-b}$$

Como o parâmetro A faz apenas "movimentar" o gráfico "para cima ou para baixo" então, neste caso $A = 1$

$$a = 3b$$

$$A_1 = \frac{a}{b} = \frac{3b}{b} = 3$$

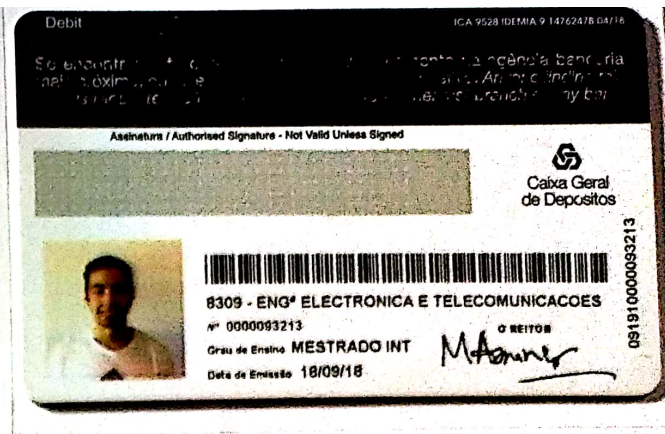
$$A_2 = \frac{-b+a}{-b} = \frac{-b+3b}{-b} = -2$$

$$\Rightarrow y(s) = \frac{3}{s} - 2 \cdot \frac{1}{(s+b)} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y(t) = 3 - 2e^{-bt}$$

Sabemos que para $t=1$ $y(1) = 2$, então

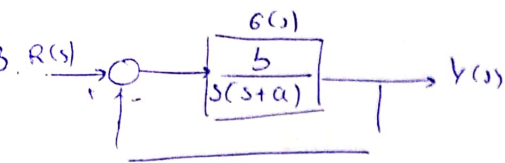
$$2 = 3 - 2e^{-b} \quad (=) \quad e^{-b} = -\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad b = -(\ln(0.5))$$

$$\text{então} \quad \begin{cases} a = -3(\ln(0.5)) \\ b = -(\ln(0.5)) \\ A = 1 \end{cases}$$



Miguel Calça Calhó - 93213

Sistemas e controlo - 02/Xar/2021



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b}{s(s+a)+b} = \frac{b}{s^2+as+b}$$

ver idos

$$s^2+as+b=0$$

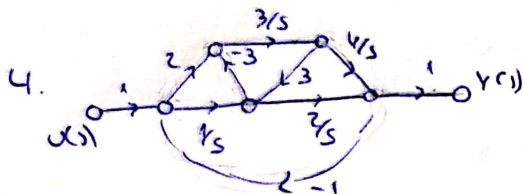
$$s = \frac{-a \pm \sqrt{a^2-4b}}{2}$$

1000 contatos conjugados

$$p_{1,2} = a \pm j b$$

$$p_{1,2} = \frac{-a \pm \sqrt{a^2-4b}}{2}$$

$$\text{ou seja } a^2-4b < 0 \Leftrightarrow a^2 < 4b \Leftrightarrow a < 2\sqrt{b}$$



$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

sistema instalado

Caminho para a frente

$$T_1 = 1 \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{2}{s} \cdot 1 = \frac{2}{s^2}$$

$$T_2 = 1 \cdot 2 \cdot \frac{3}{s} \cdot \frac{4}{s} \cdot 1 = \frac{24}{s^2}$$

$$T_3 = 1 \cdot 2 \cdot \frac{2}{s} \cdot 3 \cdot \frac{3}{s} \cdot 1 = \frac{36}{s^2}$$

$$T_4 = 1 \cdot \frac{1}{s} \cdot (-3) \cdot \frac{2}{s} \cdot \frac{4}{s} \cdot 1 = -\frac{36}{s^3}$$

malhas

$$L_{11} = \frac{1}{s} \cdot \frac{2}{s} \cdot (-1) = -\frac{2}{s^2}$$

$$L_{14} = 2 \cdot \frac{3}{s} \cdot 3 \cdot \frac{2}{s} \cdot (-1) = -\frac{36}{s^2}$$

$$L_{12} = 2 \cdot \frac{2}{s} \cdot \frac{4}{s} \cdot (-1) = -\frac{24}{s^2}$$

$$L_{13} = -3 \cdot \frac{2}{s} \cdot (3) = -\frac{27}{s}$$

determinante

$$\Delta = 1 + \frac{2}{s^2} + \frac{24}{s^2} - \frac{27}{s} + \frac{36}{s^3}$$

$$= \frac{62}{s^2} - \frac{27}{s} + 1$$

cofactors

$$\Delta_1 = 1 - 0 = 1$$

$$\Delta_2 = 1 - 0 = 1$$

$$\Delta_3 = 1 - 0 = 1$$

$$\Delta_4 = 1 - 0 = 1$$

malhas 2 e 2
n ha

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{2}{s^2} + \frac{24}{s^2} + \frac{36}{s^2} - \frac{36}{s^3}}{\frac{62}{s^2} - \frac{27}{s} + 1}$$

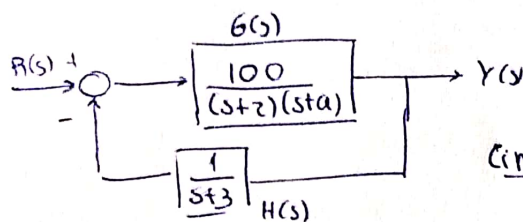
$$= \frac{62s^2 - 36s^3}{62 - 27s + s^2}$$

$$= \frac{62s - 36}{s^3 - 27s^2 + 62s}$$

Ricard Calça Coelho - 93213

Sistemas e controlo - 02/12/2021

5.



Condições de estabilidade

→ polos sobre o eixo imaginário

$$G(s)H(s) = \frac{100}{(s+2)(s+a)(s+3)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{100}{(s+2)(s+a)(s+3)+100}$$

Eq. característica

$$(s+2)(s+a)(s+3)+100=0$$

$$\Leftrightarrow (s^2+s(2+a)+2a)(s+3)+100=0$$

$$\Leftrightarrow s^3 + 3s^2 + s(2+a) + 3s(2+a) + 2as + 6a + 100 = 0$$

$$\Leftrightarrow s^3 + s^2(3+(2+a)) + s(3(2+a)+2a) + 6a+100 = 0$$

$$\Leftrightarrow s^3 + s^2(s+a) + s(6+5a) + 6a+100 = 0$$

$$\Rightarrow -3\omega_c r^3 - \omega_c r^2(s+a) + j\omega_c r(6+5a) + 6a+100 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Part. Real} \Rightarrow -\omega_c r^2(s+a) + 6a+100 = 0 \quad \Leftrightarrow \omega_c r^2 = \frac{6a+100}{s+a} \quad \Leftrightarrow \omega_c r = \sqrt{\frac{6a+100}{s+a}} \\ \text{Part. Im} \Rightarrow -\omega_c r^3 + \omega_c r(6+5a) = 0 \end{array} \right.$$

Se encontrar o seu nome na lista, por favor, apresente-se ao pessoal da recepção da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Assinatura / Authorised Signature - Not Valid Unless Signed

Caixa Geral de Depósitos

8309 - ENG.º ELECTRONICA E TELECOMUNICACOES

N.º 0000093213

Grau de Ensino MESTRADO INT

Data de Emissão 18/09/18

O REITOR

M. Amorim

091910000093213

Riguel Calças Coelho - 93213

Sistemas e controle -

6. $\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = 9$

$K \rightarrow P_1 = -1,5 \pm j1,94$

$P_2 = -3,5 \pm j0,65$

$G(s) = ?$

100 duplo + 100 duplo (-4)

Zero duplo

angulo = 90°

$\gamma = \frac{180^\circ (2n+1)}{n-m}$ se $n=0$ $\gamma = 90^\circ$

então $90 = \frac{180^\circ}{n-m} \rightarrow n-m = 2$

$n-m = 2$

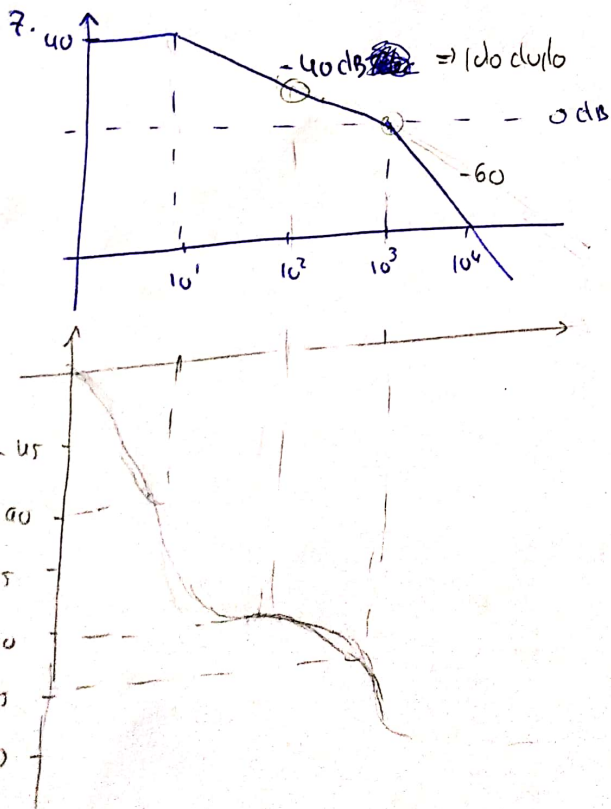
centroid = -2

$\sigma_0 = \frac{\sum \text{Re}(P_i) - \sum \text{Re}(Z_i)}{2}$

$(=) -2 = \frac{\sum \text{Re}(P_i) - \sum \text{Re}(Z_i)}{2} (=) \sum \text{Re}(P_i) - \sum \text{Re}(Z_i) = -4$

$G(s) = A \frac{(s+z)^2}{(s+p_1)^2 (s+p_2)^2}$

$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{A z^2}{(p_1^2)(p_2^2)} (=)$



Limiar de estabilidade $\Rightarrow |G(j\omega)| = 0 \text{ dB}$

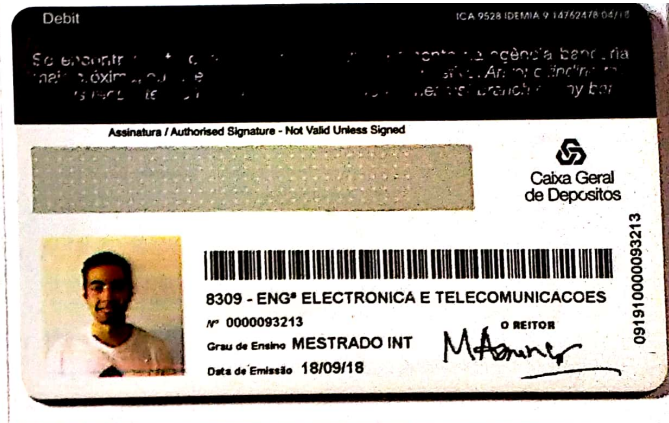
$40 = 20 \log_{10}(A) \Rightarrow A = 10^2$

$G(j\omega) = \frac{A}{\left(\frac{j\omega}{\omega_p}\right)^3}$ $\frac{\omega_p}{10^3 \text{ rad/s}}$

$|G(j\omega)| = -3 \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)$

$(=) -180 = -3 \arctan\left(\frac{\omega_{180}}{\omega_p}\right) \Rightarrow \omega_{180} = \sqrt{3} \omega_p$

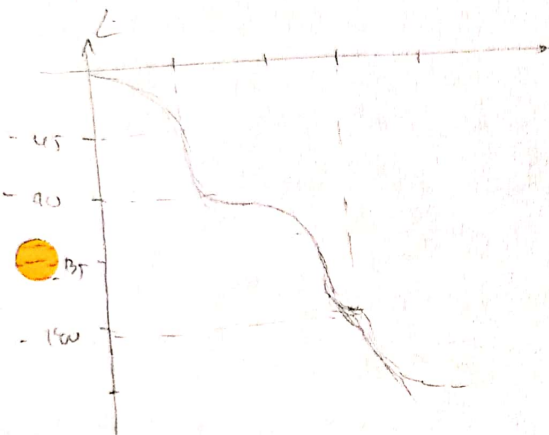
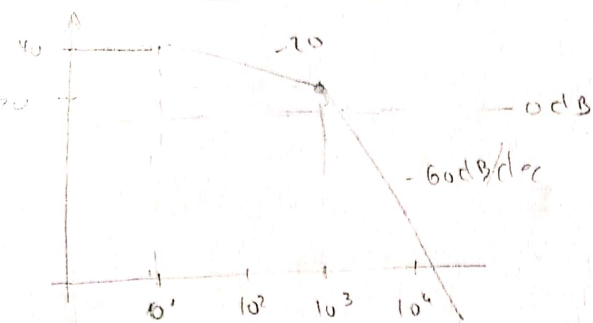
$|G(j\omega)| = \frac{A}{\left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2 + 1}\right)^3} = \frac{A}{(\sqrt{3+1})^3} = \frac{A}{2^3} = \frac{10^2}{8} \Rightarrow$ instável



Ricuel calça Colho - 93213

Sistemas e Controlo - 02/Mar/2021

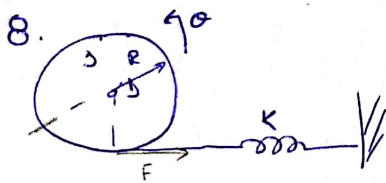
Supra 10 Hz



Para estar no limiar do estável

$$|G(s)| = 0 \text{ dB}$$

$\omega_p > 10^3$ para estar no limiar do estável



1. primeira fase

$$\text{sendo } F = k(R\theta - \theta)$$

$$J\ddot{\theta} = -J\dot{\theta} - FR$$

$$\Rightarrow J\ddot{\theta} = -J\dot{\theta} - KR^2\theta //$$

2. Segunda fase

↳ nenhuma força aplica, apenas atrito (J)

$$J\ddot{\theta} = -J\dot{\theta} //$$

Dobit

ICA 9528 IDEMIA 9 14722478 04718

Se encontrar este documento na agência bancária, por favor, entregue-o ao gerente da agência.

Assinatura / Authorized Signature - Not Valid Unless Signed

Caixa Geral de Depósitos

8309 - ENO^a ELECTRONICA E TELECOMUNICACOES

N^o 0000093213

Grau de Ensino MESTRADO INT

Data de Emissão 18/09/18

O REITOR

091910000093213