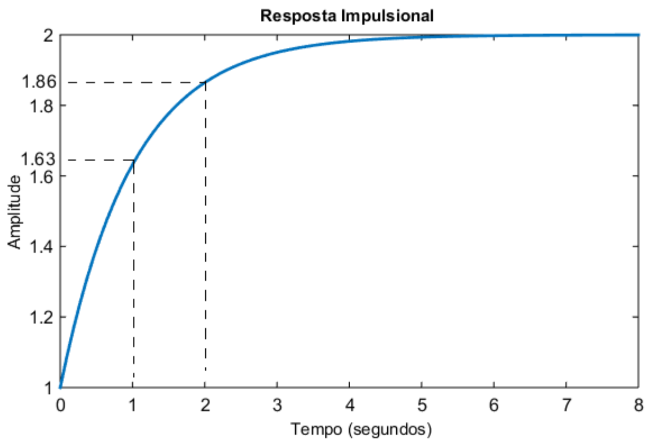
Exame de Sistemas e Controlo I
Parte Teórica e Teórico-Prática (sem consulta)
07 de Janeiro de 2016

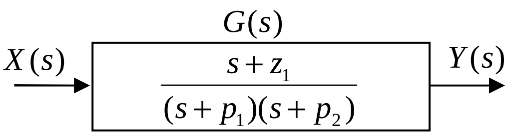
Duração: 2h30m

Alínea	Cotação
1	1.3
2	1.3
3	1.2
4	1.3
5.a)	1.2
5.b)	1.2
6	1.4
7.a)	1.3
7.b)	1.3
8.a)	1.3
8.b)	1.2
TOTAL	14 valores

ATENÇÃO: Não serão aceites respostas em que é indicado simplesmente o resultado final. Indique claramente como efetuou os cálculos.

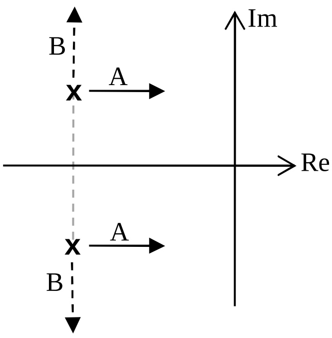
1. Um sistema físico, cuja resposta impulsional se representa à esquerda, é modelado pela função de transferência indicada à direita.





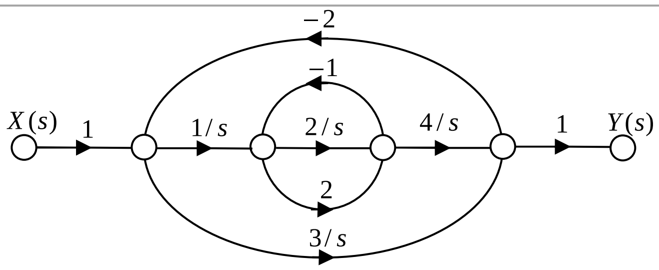
Determine (justificadamente) os valores de p_1, p_2 e z_1.

2. Dois sistemas (A e B) de 2ª ordem, apresentam o mesmo par de polos complexos conjugados. Verifica-se que, com o envelhecimento desses sistemas, os seus polos deslocam-se segundo a direção e sentido indicados pelas respetivas setas na figura do lado (para cada um dos sistemas A e B). Caracterize o impacto do envelhecimento destes sistemas nas características relevantes da componente transitória das suas respostas ao degrau unitário.



3. Considere o seguinte modelo de um sistema: $\dot{y}(t) + \left(\frac{t}{1000}\right) y(t) = 10x(t)$, com $t \geq 0$, onde $x(t)$ é a entrada do sistema e $y(t)$ a saída. Este modelo é linear? Justifique.

4. Considere um sistema representado pelo seguinte diagrama de fluxo de sinal. Por aplicação da regra de Mason determine a função de transferência $Y(s)/X(s)$.



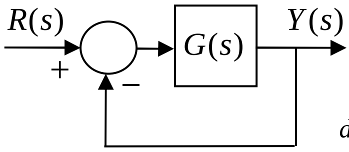
5. Considere o seguinte sistema representado em espaço de estados (com parâmetro $K \epsilon \mathbb{R}^+$):

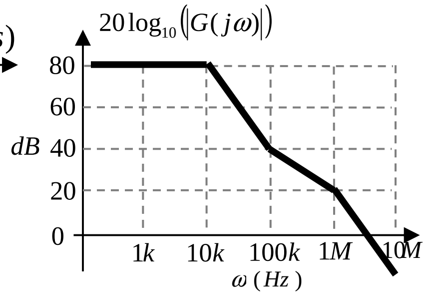
$$\left|\begin{array}{l}\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -2 & K \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = [1 \quad 1]\mathbf{x} + [0]\mathbf{u}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l}\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = C\mathbf{x} + D\mathbf{u}\end{array}\right.$$

a) Desenhe o lugar de raízes deste sistema, assinalando os pontos relevantes.

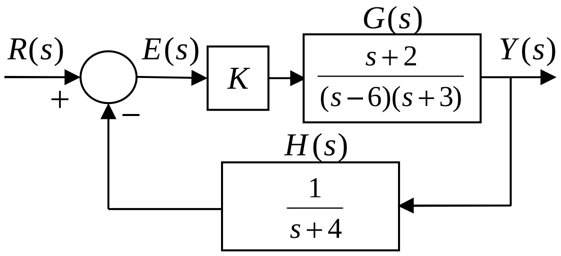
b) Na resposta ao degrau unitário, para que valor tende a saída $y(t)$, em função de K?

6. Considere o seguinte sistema realimentado. Sabe-se que $G(s)$ é de fase mínima e apresenta o traçado (assintótico) de Bode indicado à direita (apenas em magnitude). Comente, justificadamente, sobre a estabilidade deste sistema realimentado.





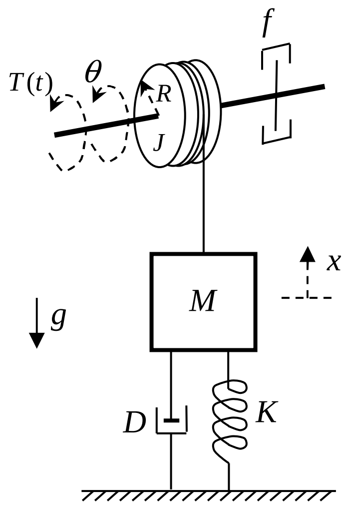
7. Considere o seguinte sistema realimentado, compensado com compensador proporcional $K \in \mathbb{R}^+$.



a) Por aplicação do critério de Routh-Hurwitz, determine para que valores de K o sistema é estável (segundo o critério BIBO).

b) Desenhe, com rigor, o traçado do lugar de raízes deste sistema.

8. Considere o seguinte sistema mecânico onde, por aplicação de um binário $T(t)$, um cabo (não elástico) enrola (sem deslizamento) em torno de um cilindro de raio R, deslocando o corpo de massa M de uma distância x. J e f representam a inércia e o coeficiente de atrito dinâmico do eixo do cilindro, respetivamente. Ao corpo de massa M liga-se um amortecedor (de coeficiente de atrito dinâmico D) e uma mola (de coeficiente de elasticidade K).



a) Obtenha a equação da dinâmica deste sistema onde apenas figure $x(t)$ como variável dependente.

b) Determine a expressão da posição final do corpo de massa M, x_{ss}, quando se aplica ao eixo um binário constante de amplitude A.

FORMULÁRIO:

$$G(s)=\frac{A\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \qquad PO=100\frac{M_P-V_{ss}}{V_{ss}}=100\,e^{-\left(\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}\right)} \qquad t_r\approx\frac{0.8+2.5\xi}{\omega_n} \qquad t_d\approx\frac{1+0.7\xi}{\omega_n}$$

$$V_P=M_P=V_{ss}\left(1+e^{-\left(\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}\right)}\right) \qquad t_s(\pm 2\%)\approx\frac{4}{\xi\omega_n},\quad se\ \xi<0.7 \qquad t_P=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$T(s)=\frac{\sum_n T_n\Delta_n}{1-\sum_i L_{1i}+\sum_j L_{2j}-\sum_k L_{3k}+\cdots}, \quad \sigma_o=\frac{\sum_{i=1}^{n}\mathrm{Re}[p_i]-\sum_{j=1}^{m}\mathrm{Re}[z_j]}{n-m}, \quad \gamma=\frac{180^\circ(2x+1)}{n-m}, \quad x=0,\pm1,...$$

$$\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\}=\begin{cases}1 & ,se\ t\geq 0\\ 0 & ,se\ t<0\end{cases}, \qquad \mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\}=\begin{cases}t & ,se\ t\geq 0\\ 0 & ,se\ t<0\end{cases}, \qquad \mathscr{L}^{-1}\{X(s+a)\}=e^{-at}\mathscr{L}^{-1}\{X(s)\}$$