Modelação de Sistemas e Controlo Aeroespacial

Capítulo 4

Técnicas de Controlo de Sistemas

Telmo Reis Cunha

trcunha@ua.pt

2023/2024

universidade de aveiro

Licenciatura em Engenharia Aeroespacial

Índice

Introdução

Necessidade Controlar/Compensar Sistemas Físicos

- O controlo, ou a compensação, do comportamento de sistemas é uma tarefa essencial em engenharia.
- Por exemplo, são algoritmos de controlo que controlam os motores de uma impressora para que posicione o carreto de impressão com a maior rapidez possível, mas também com a maior precisão possível.
- A ação sobre os atuadores de um avião é também o resultado de algoritmos de controlo.
- Os sistemas industriais não teriam o desempenho que apresentam sem os algoritmos de controlo.
- No nosso dia-a-dia estamos rodeados de mecanismos cujo funcionamento é ditado por algoritmos de controlo (sistemas de aquecimento de edifícios, *cruise-control* em automóveis, sistemas de travagem ABS, sistemas de gestão de energia em dispositivos móveis, …).

Introdução

Necessidade Controlar/Compensar Sistemas Físicos

Portanto, é necessário saber como efetuar o projeto de controladores/compensadores para sistemas específicos, visando a verificação de requisitos referentes ao desempenho/comportamento desses sistemas.

Na literatura, as técnicas de controlo dividem-se em dois grandes blocos:

- **Controlo Clássico** – inclusão de blocos adicionais, tipicamente numa malha de realimentação negativa, cuja função de transferência é projetada (usualmente, com recurso ao lugar de raízes).
- **Controlo Moderno** – usa, normalmente, modelos de espaço de estados, tirando proveito da realimentação de várias variáveis de estado, sendo projetados algoritmos que operam no domínio do tempo.

Introdução

Especificação do Desempenho de Sistemas - Requisitos de Controlo

O controlo de sistemas visa a obtenção de determinadas características do seu funcionamento (rapidez, precisão, robustez, eficiência energética, imunidade ao ruído, sensibilidade, etc.).
A especificação dessas características é, muitas vezes, indicada de forma qualitativa, e não quantitativa.

Compete ao engenheiro de controlo interpretar essas especificações e convertê-las em restrições sobre parâmetros específicos, tais como:

- Tempo de estabelecimento
- Sobrelevação
- Tempo de subida
- Valor (ou erro) em regime estacionário
- …

Com estes parâmetros determinam-se as posições pretendidas para os polos dominantes, as funções de transferência alvo, os controladores…

Índice

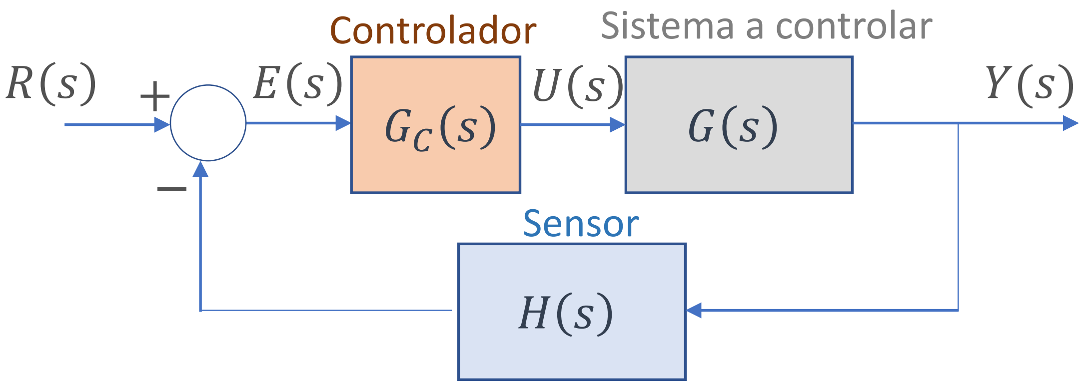
Projeto de Controladores em Sistemas Realimentados

Controlador numa Malha de Realimentação Negativa

O controlo/compensação de sistemas pode ser efetuado por ajuste de parâmetros do próprio sistema, se assim for possível.

Muitas vezes, o sistema a compensar/controlar não tem parâmetros ajustáveis acessíveis, pelo que é necessário adotar-se outra técnica.

A técnica mais usual visa tirar partido da realimentação negativa, ajustando-se as característica do sistema realimentado através de um bloco compensador/controlador:

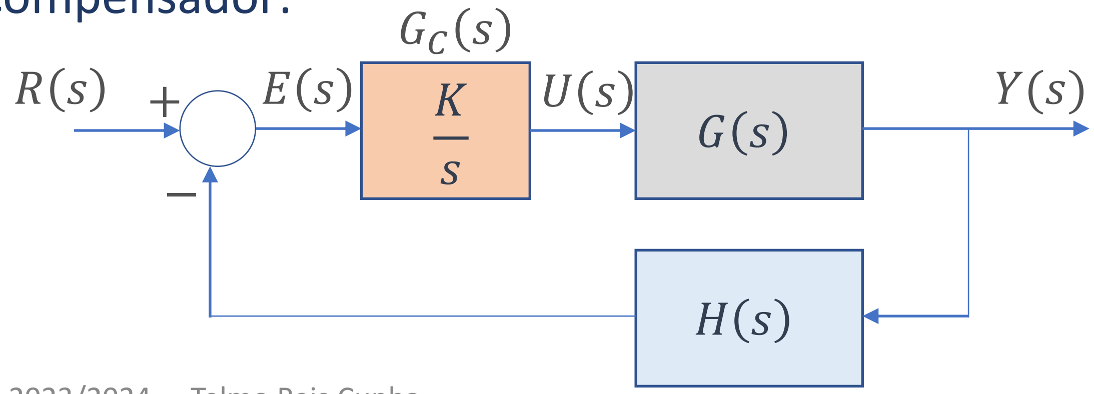


Compensação do Regime Estacionário

As especificações relativamente ao regime estacionário prendem-se com a obtenção, ao fim de um certo tempo (regime estacionário) de valores de saída (ou de outros sinais) que estejam dentro de uma gama, em torno de um valor de referência.

Como foi visto no Capítulo 3, se o sistema estiver numa malha de realimentação negativa, o erro em regime estacionário é diretamente influenciado pelo **Tipo** do sistema (número de polos na origem da função de transferência da malha).

Então, uma estratégia imediata para se compensar as condições de regime estacionário consiste em adicionar polos na origem no controlador / compensador:



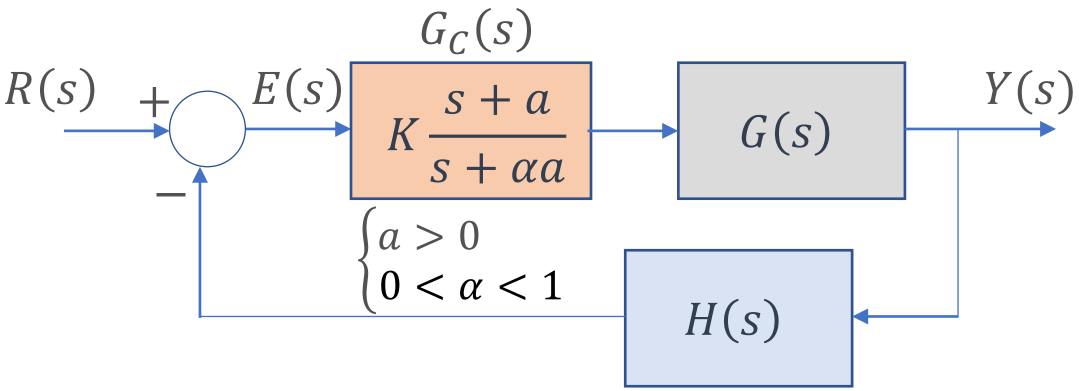
Contudo, a adição de polos na origem (i.e., integradores puros) na malha faz com que o sistema fique muito lento (deteriora o regime transitório) ou até instável.

Projeto de Controladores em Sistemas Realimentados

Compensação do Regime Estacionário

Se o polo adicionado não for colocado exatamente na origem, mas perto desta, este irá contribuir, ainda, para a melhoria do regime estacionário (e para a deterioração do regime transitório).

Para não se deteriorar muito o regime transitório pode-se adicionar, também, um zero ao controlador, localizado perto do seu polo (mas à sua esquerda):



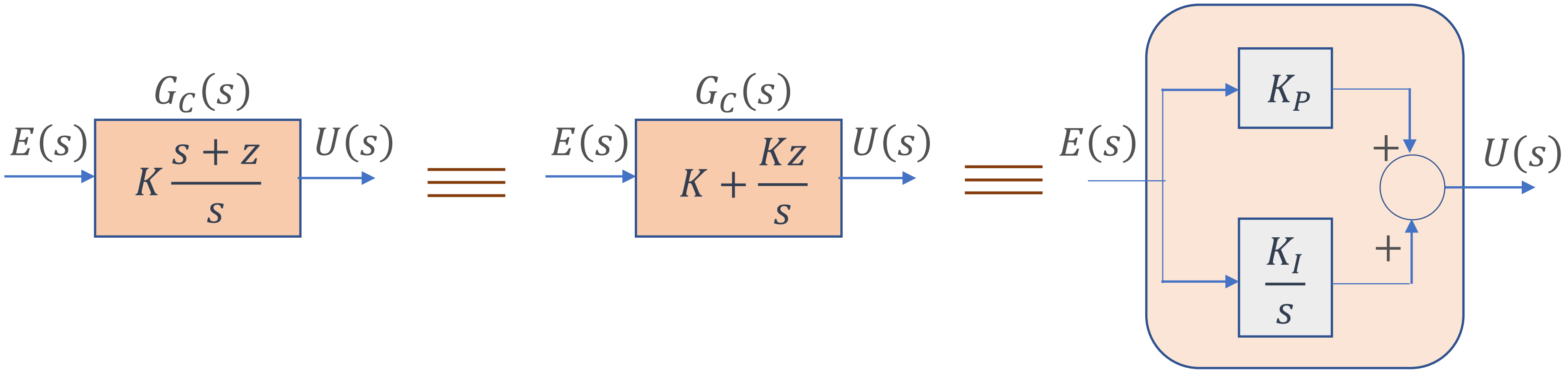
Este compensador é denominado **Compensador Atraso**.

Projeto de Controladores em Sistemas Realimentados

Compensação do Regime Estacionário

Se se adicionar o polo na origem e um zero real não nulo, obtém-se um controlador que, simultaneamente, implementa a ação proporcional e a ação integradora.

Este controlador é denominado de **Controlador PI (Proporcional-Integrador**), e é usado para compensar o regime estacionário (deteriorando o regime transitório):

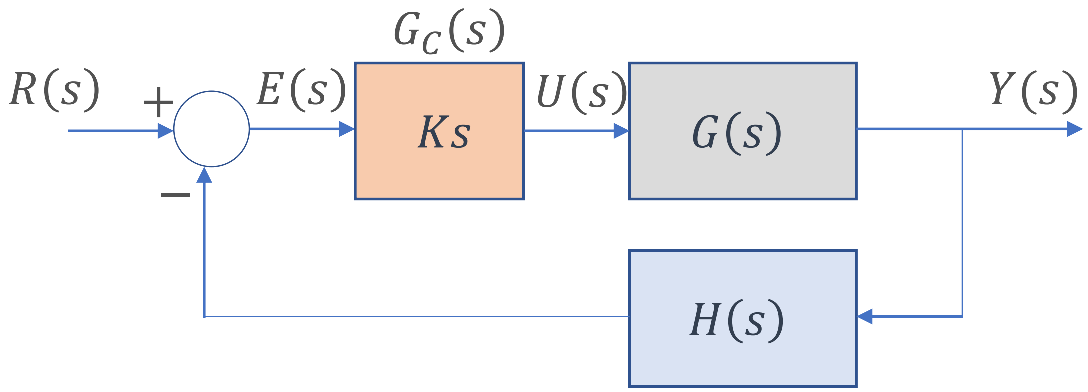


Projeto de Controladores em Sistemas Realimentados

Compensação do Regime Transitório

A adição de zeros na malha (no compensador) introduz ações derivativas que fazem com que o sistema reaja mais rapidamente, pelo que, desta forma, se pode melhorar o regime transitório de um sistema (mais rápido, menos sobrelevação, …).

A ação derivativa pura consiste na adição de um zero na origem:



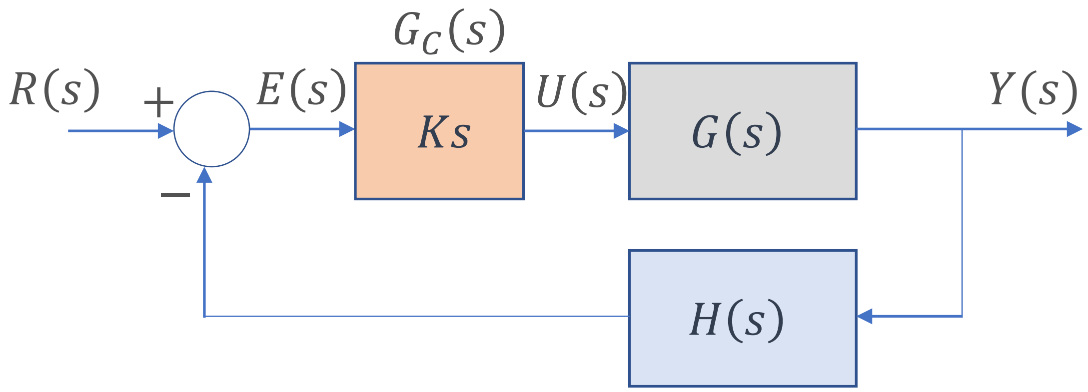
Projeto de Controladores em Sistemas Realimentados

Compensação do Regime Transitório

A inclusão da operação de derivação (ou de ações derivativas) deve, contudo, ser evitada na prática, pois esta amplifica o ruído de elevada frequência.

A introdução isolada de um zero tem também o problema de conduzir a funções de transferência impróprias.

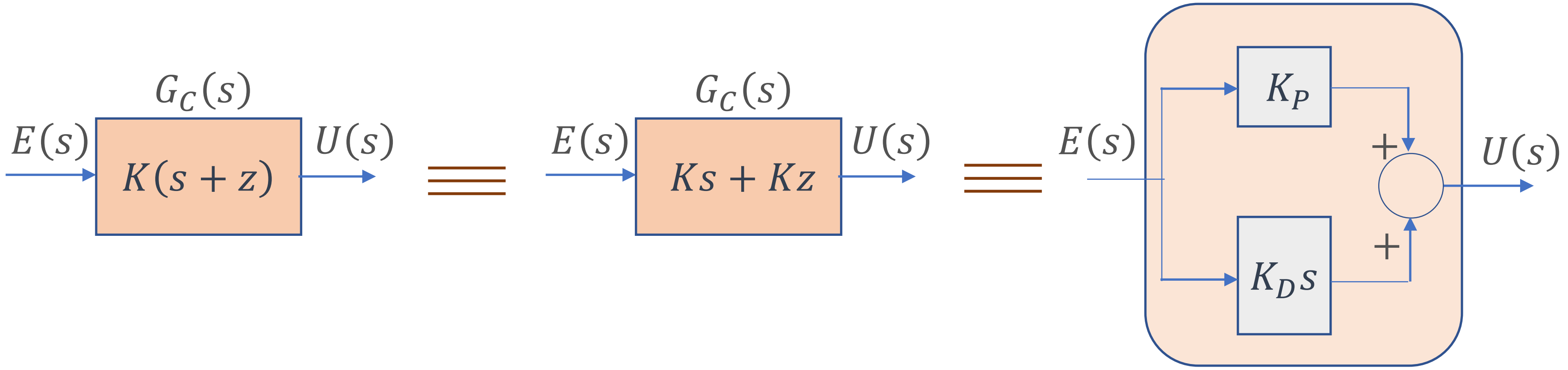
E o regime estacionário é degradado pela ação derivativa.



Compensação do Regime Transitório

Se se incluir um zero real num compensador proporcional obtém-se um controlador que possui, em paralelo, ação proporcional e ação derivativa (podendo estas ser pesadas entre si).

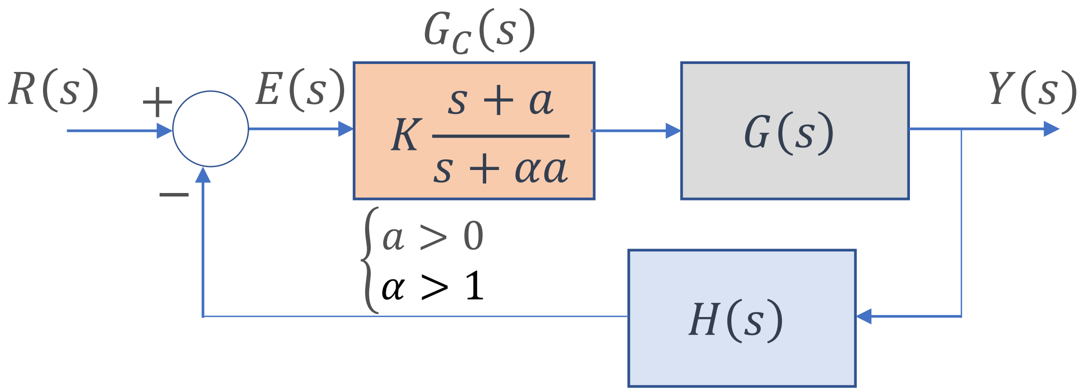
Este controlador é denominado de **Controlador PD (Proporcional-Derivativo)**, e é usado para compensar o regime transitório:



Compensação do Regime Transitório

Para que a colocação de um zero no controlador não prejudique muito o regime estacionário (e possa conduzir a uma função de transferência própria), pode-se adicionar ao controlador, também, um polo numa região não dominante (i.e., à esquerda das singularidades do sistema).

Compensa-se, assim, o regime transitório sem deteriorar significativamente o regime estacionário.



Este compensador é denominado **Compensador Avanço**.

Compensação Simultânea dos Regimes Estacionário e Transitório

Do que foi apresentado podem-se tirar as seguintes considerações gerais:

- A inclusão de ações integradoras melhora o comportamento em regime estacionário.
- A inclusão de ações derivativas melhora o comportamento em regime transitório.
- Quando se melhora um regime, deteriora-se o outro.

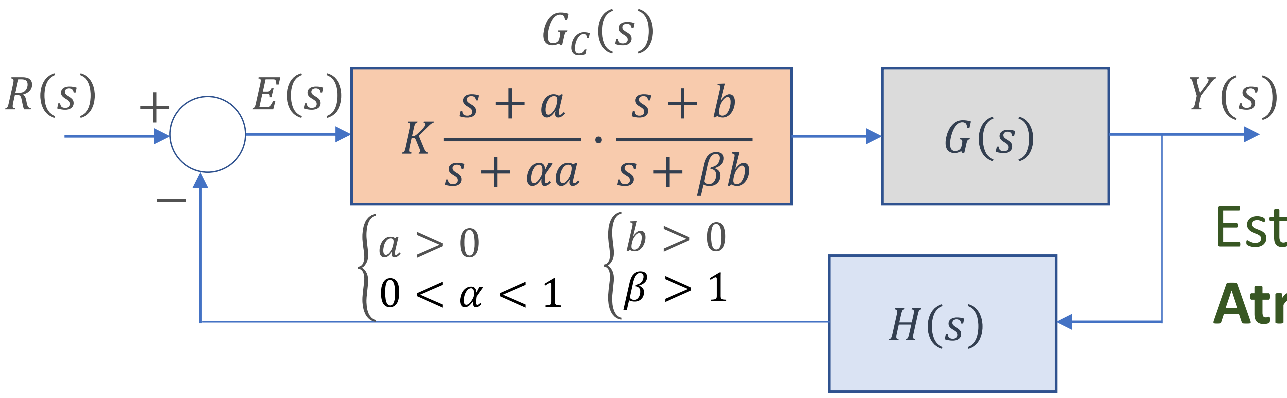
A questão que se coloca é o que se deve fazer quando se pretende melhorar ambos os regimes em simultâneo.

Existem várias soluções…

Projeto de Controladores em Sistemas Realimentados

Compensação Simultânea dos Regimes Estacionário e Transitório

Uma solução imediata é considerar a cascata de um compensador atraso (para melhorar o regime estacionário) com um compensador avanço (para melhorar o regime transitório):



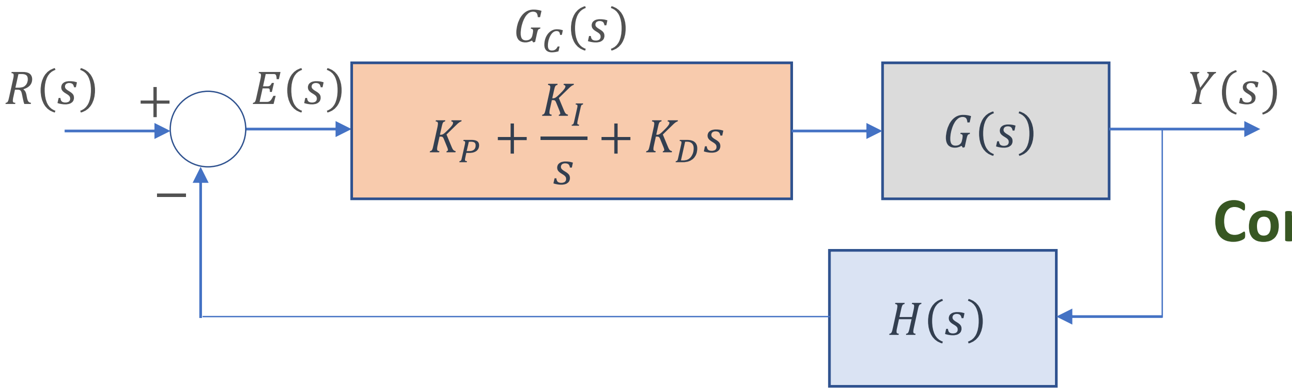
Este é o **Compensador Atraso-Avanço**.

Requerendo o projeto de 5 parâmetros, este compensador não é muito usado na prática (embora se encontre em várias implementações de controladores analógicos).

Projeto de Controladores em Sistemas Realimentados

Compensação Simultânea dos Regimes Estacionário e Transitório

A solução mais comum é o **Compensador PID** (Proporcional, Integrador, Derivativo):



Compensador PID

Com três parâmetros apenas implementa as três ações (ajustando-se o peso de cada uma).

$$G_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

T_i: Constante de tempo de integração
T_d: Constante de tempo de derivação

Projeto de Controladores em Sistemas Realimentados

Compensação Simultânea dos Regimes Estacionário e Transitório

Existem várias técnicas para se projetar os três parâmetros dos controladores PID:

- Afinando um parâmetro de cada vez (primeiro o ganho proporcional, depois a componente integradora e, finalmente, a componente derivativa) – esta abordagem requer experiência.
- Através de um conjunto de tabelas que indicam valores iniciais para os três parâmetros mediante os resultados de testes específicos efetuados ao sistema a compensar (esses valores iniciais são, depois, afinados):

  Ziegler-Nichols

  Cohen-Coon

  Tyreus-Luyben

  …

Índice

Controlo por Realimentação de Estado

Noção de Realimentação de Estado

Na modelação por funções de transferência, as variáveis disponíveis são apenas as saídas dos vários blocos.

Na arquitetura clássica de realimentação negativa, vista na secção anterior, apenas a variável de saída do sistema é realimentada sobre a entrada.

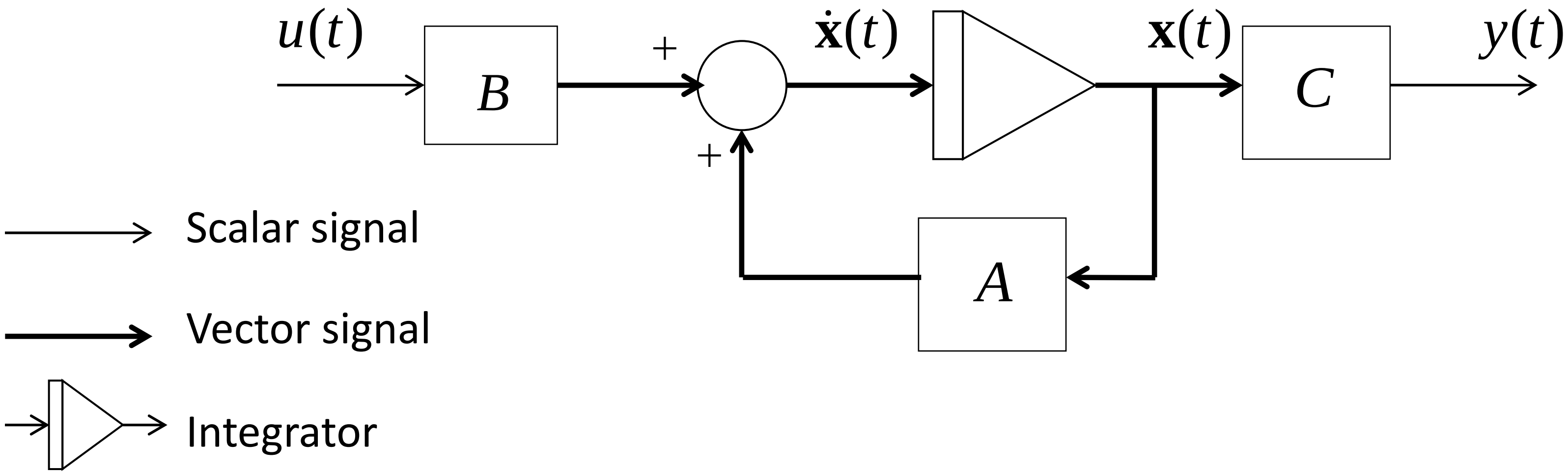
Na modelação por espaço de estados, contudo, os sinais centrais são as Variáveis de Estado, e não a saída do sistema, pelo que se pode realimentar diretamente as variáveis de estado, em vez de se realimentar unicamente o sinal de saída.

Tal diversidade permite reduzir substancialmente a complexidade do elemento controlador a implementar (que, como se irá mostrar, passa a ser um conjunto de simples controladores proporcionais).

Noção de Realimentação de Estado

Considere-se, então, a seguinte representação gráfica do modelo de espaço de estados (em que, por simplicidade, se considera que a matriz de transmissão direta, *D*, é nula):

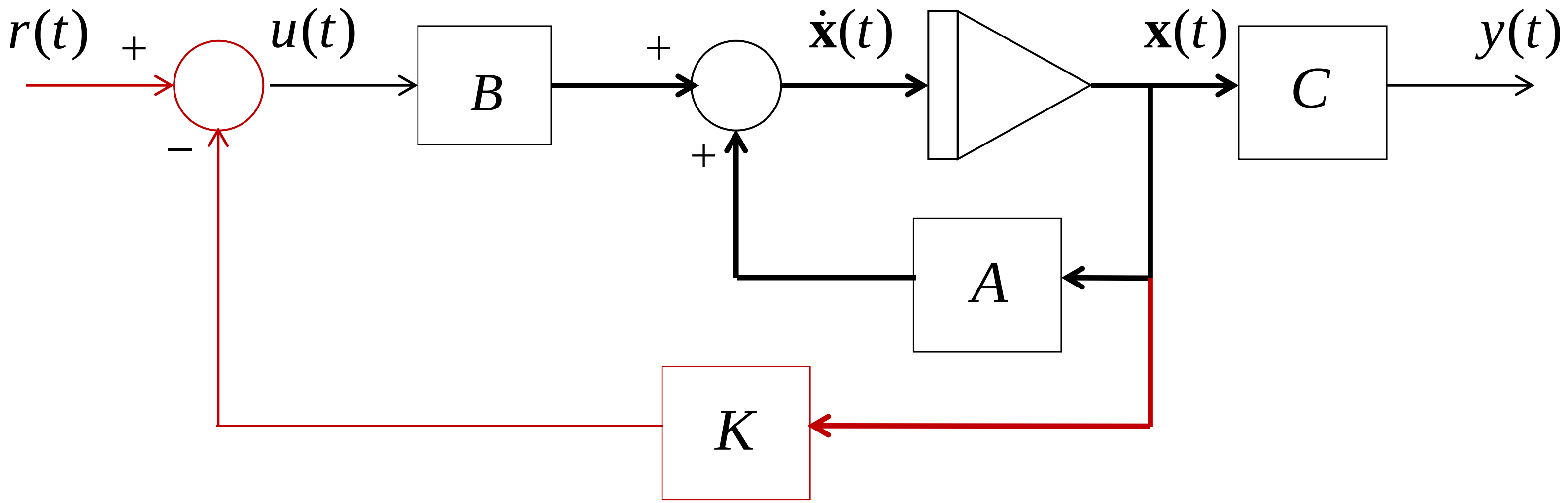
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t) \\ y(t) = C\mathbf{x}(t) \end{cases}$$



Controlo por Realimentação de Estado

Noção de Realimentação de Estado

Admitindo que as variáveis de estado estão acessíveis, considere-se, então, que estas são medidas e realimentadas, depois de cada uma ser multiplicada por um ganho específico, K_i):

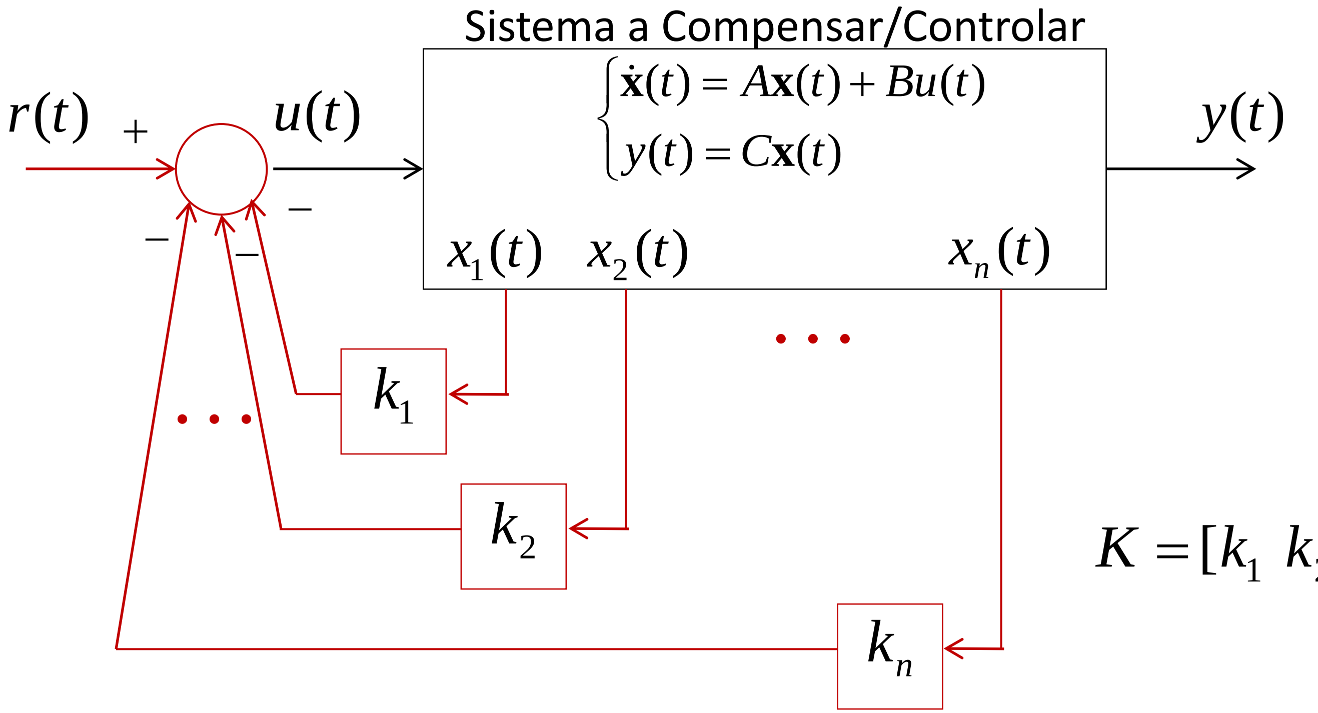


A matriz K (que é um vetor coluna nos sistemas de entrada única) é denominada Matriz de Realimentação de Estado.

Controlo por Realimentação de Estado

Noção de Realimentação de Estado

Num sistema de entrada única, este esquema de realimentação de estado resume-se a:



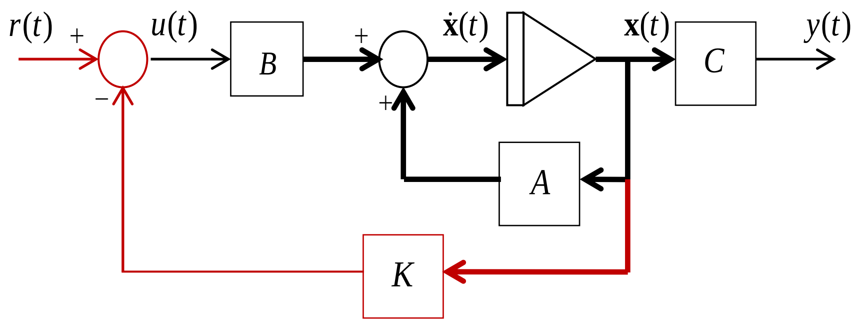
$$K = [k_1 \; k_2 \; \cdots \; k_n]$$

Controlo por Realimentação de Estado

Determinação da Matriz de Realimentação de Estado

O modelo de espaço de estados do sistema compensado é:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\big(r(t) - K\mathbf{x}(t)\big) \\ y(t) = C\mathbf{x}(t) \end{cases} \Leftrightarrow$$



$$\boxed{\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = (A - BK)\mathbf{x}(t) + Br(t) \\ y(t) = C\mathbf{x}(t) \end{cases}}$$

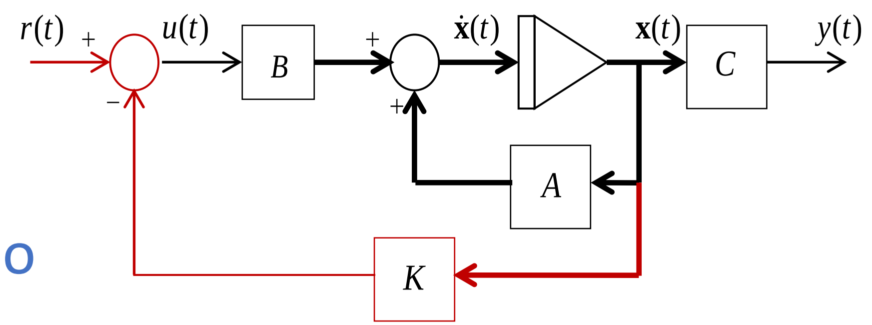
A matriz K apenas modifica a matriz da dinâmica.

Como os valores próprios da matriz da dinâmica correspondem aos polos, a matriz K altera os polos do sistema:

$$\left|\lambda I - (A - BK)\right| = 0$$

Equação característica do sistema compensado

Controlo por Realimentação de Estado



Determinação da Matriz de Realimentação de Estado

O projeto do controlador consiste, então, em pré-definir os polos pretendidos para o sistema compensado, sendo determinada analiticamente a matriz de realimentação de estado que conduz os polos do sistema a adquirir os valores pretendidos.

Tal é efetuado pela **Fórmula de Ackermann**:

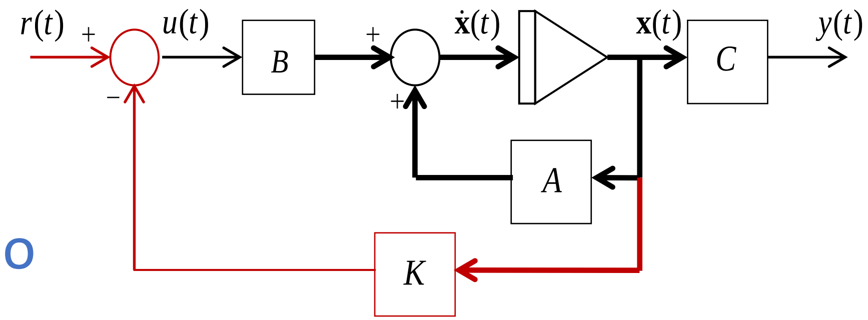
- Seja o sistema a controlar modelado por: $\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t) \\ y(t) = C\mathbf{x}(t) \end{cases}$
- Construa-se a seguinte matriz (Matriz de Controlabilidade de Kalman): $Q = \left[B \;\vdots\; AB \;\vdots\; A^2B \;\vdots\; \cdots \;\vdots\; A^{n-1}B\right]$
- Seja o seguinte o polinómio característico pretendido para o sistema compensado:

$$\Phi(\lambda) = (\lambda - \mu_1)(\lambda - \mu_2)\cdots(\lambda - \mu_n) = \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + \alpha_1\lambda + \alpha_0$$

- Então, a matriz de realimentação de estado, K, é calculada por:

$$\boxed{K = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} Q^{-1}\Phi(A)}$$

Controlo por Realimentação de Estado



Determinação da Matriz de Realimentação de Estado

Repare-se que, para que seja possível calcular K, a matriz Q tem que ser invertível.

Tal corresponde a verificar se o sistema é **Controlável**:

- Uma representação em espaço de estados diz-se Controlável se todos os seus estados podem ser conduzidos a uma valor arbitrário, num intervalo de tempo finito, por aplicação de um sinal de entrada apropriado.

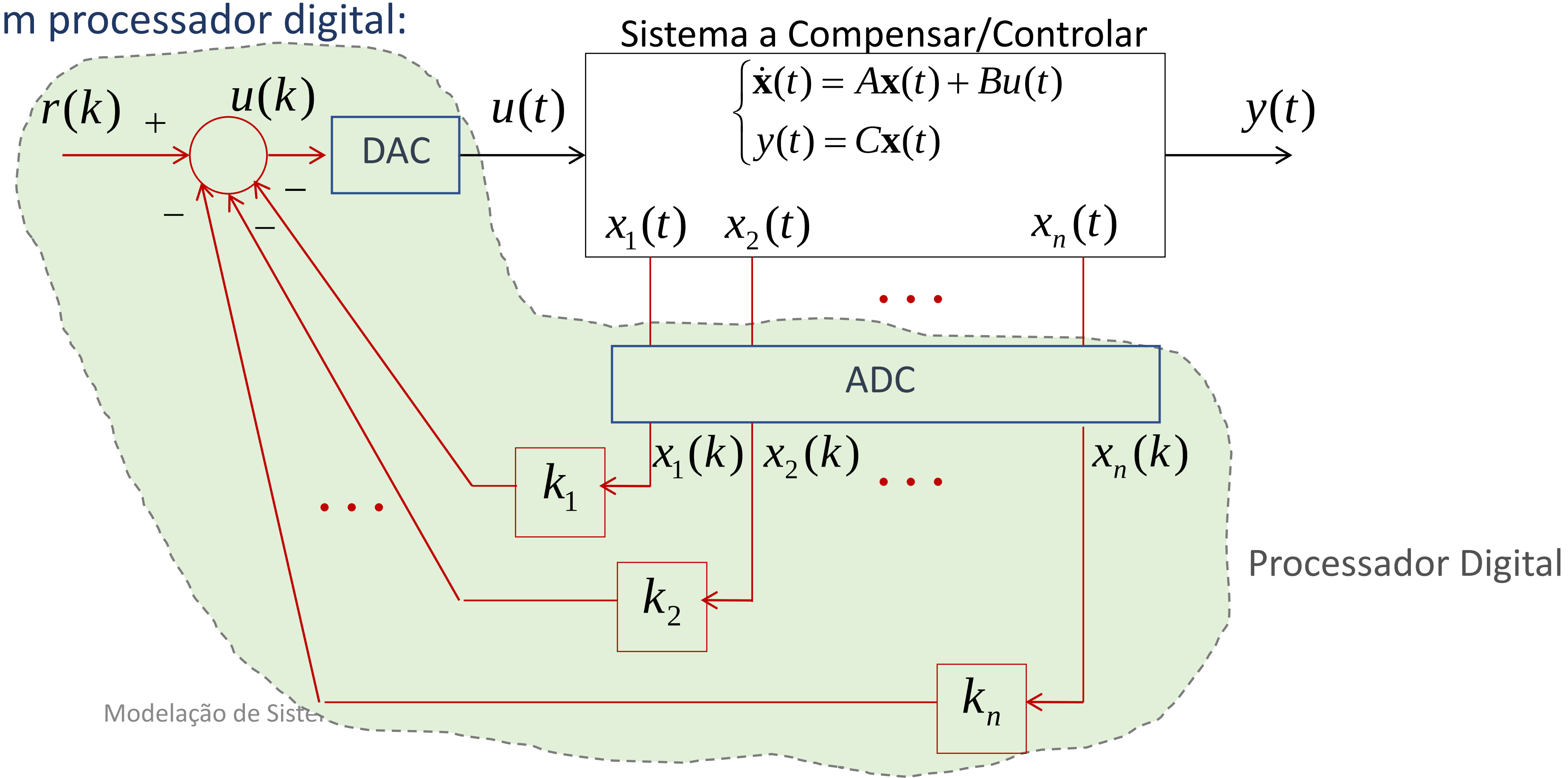
Note-se, também, que o esquema de realimentação de estado implica a que todas as variáveis de estado sejam mensuráveis. Se não forem diretamente mensuráveis, deverá ser possível estimar todas as variáveis de estado a partir dos sinais mensuráveis que, no limite, se resume ao sinal de saída. Neste caso, diz-se que o sistema deverá ser **Observável**, o que corresponde a que a seguinte matriz (Matriz de Observabilidade de Kalman) seja invertível:

$$R = \begin{bmatrix} C \\ \hdashline CA \\ \hdashline \vdots \\ \hdashline CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

Controlo por Realimentação de Estado

Realimentação de Estado no Domínio de Tempo Discreto

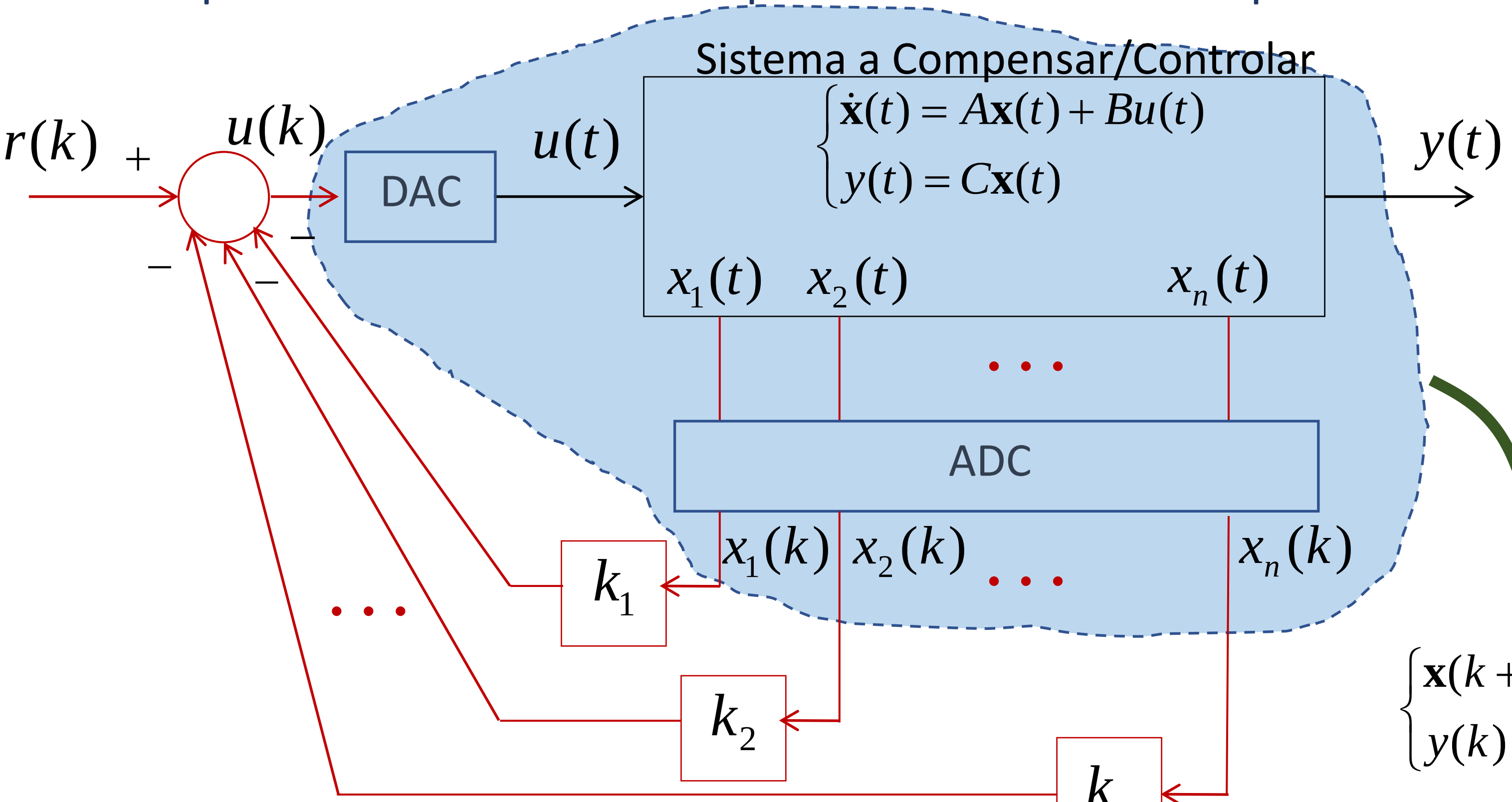
Considere-se o processo de discretização de um sistema de tempo contínuo, para ser controlado a partir de um processador digital:



Controlo por Realimentação de Estado

Realimentação de Estado no Domínio de Tempo Discreto

Se se assumir que o DAC e o ADC fazem parte do sistema a compensar:

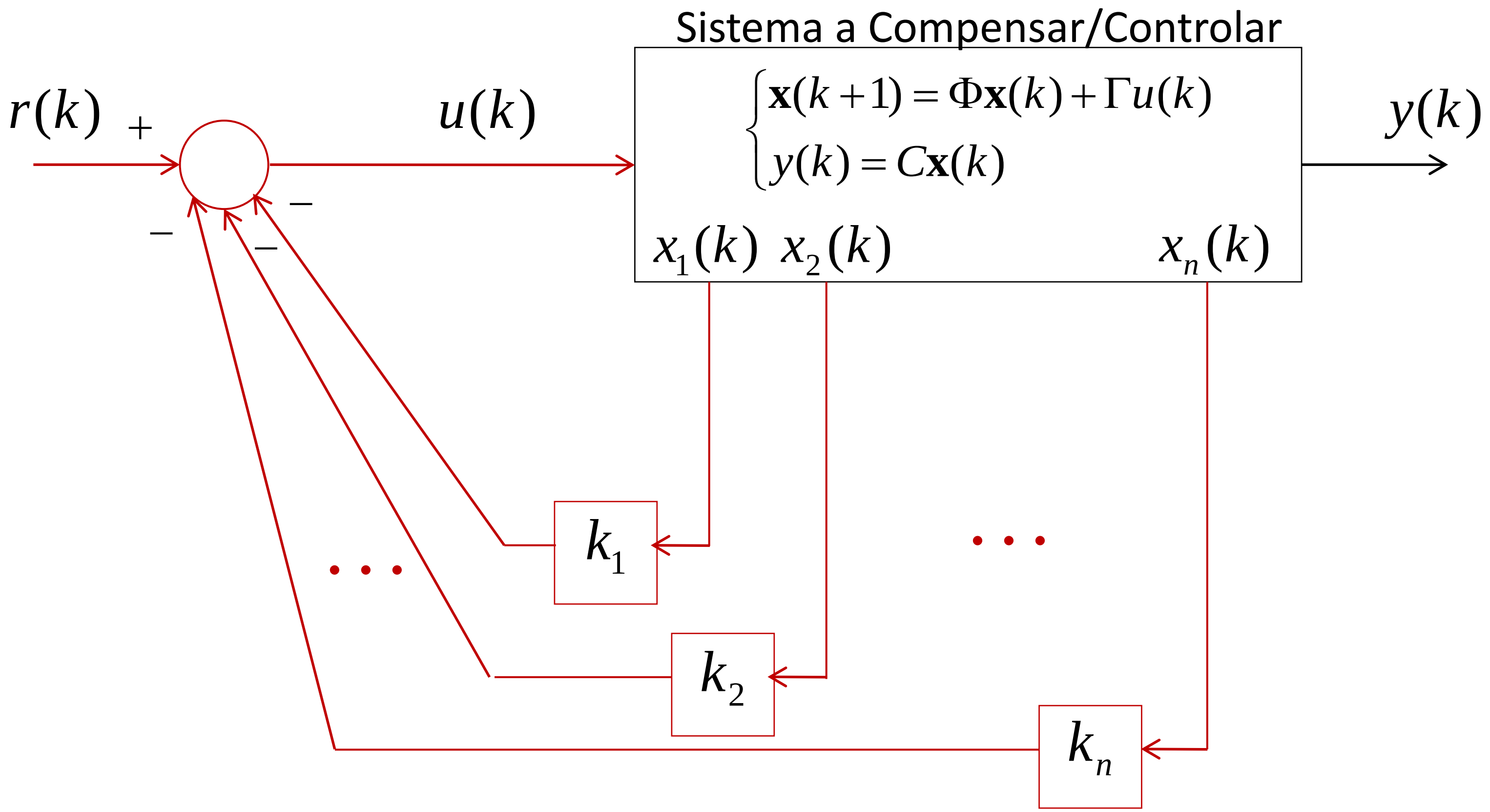


$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \Phi\mathbf{x}(k) + \Gamma u(k) \\ y(k) = C\mathbf{x}(k) \end{cases}$$

Controlo por Realimentação de Estado

Realimentação de Estado no Domínio de Tempo Discreto

O sistema a compensar passa, assim, a ser representado por um modelo de tempo discreto:



Controlo por Realimentação de Estado

Realimentação de Estado no Domínio de Tempo Discreto

A este sistema pode-se igualmente aplicar a **Fórmula de Ackermann**, sendo previamente especificados os polos do sistema compensado (do seu modelo no domínio de tempo discreto):

- Seja o sistema a controlar modelado por: $\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \Phi\mathbf{x}(k) + \Gamma u(k) \\ y(k) = C\mathbf{x}(k) \end{cases}$
- Construa-se a seguinte matriz: $W_c = \begin{bmatrix} \Gamma & \Phi\Gamma & \Phi^2\Gamma & \cdots & \Phi^{n-1}\Gamma \end{bmatrix}$
- Seja o seguinte o polinómio característico pretendido para o sistema compensado:

$$P(z) = z^n + \alpha_{n-1} z^{n-1} + \cdots + \alpha_1 z + \alpha_0$$

- Então, a matriz de realimentação de estado, K, é calculada por:

$$\boxed{K = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} W_c^{-1} P(\Phi)}$$