UNIVERSIDADE DE AVEIRO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
3810-193 AVEIRO

Mecânica Clássica

Ano letivo 2020/21
2º Semestre
Data: 9 de Julho 2021
Hora: 9h30
Duração: 2h 00m

Cotação:
I – 5 valores
II - 5 valores
III - 5 valores
IV - 5 valores

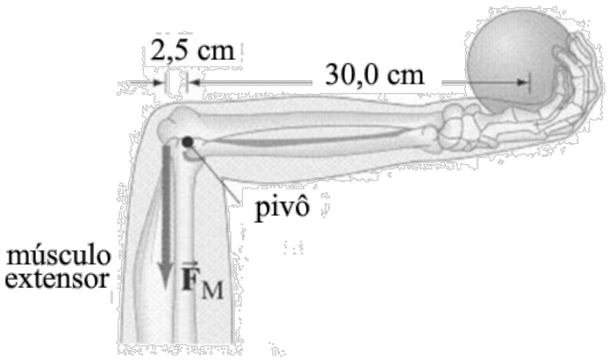
Nome: ____ Nº mec: ___________

I

Assinale a opção correta (x):

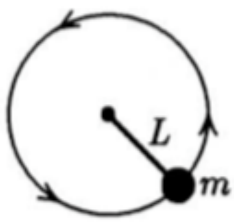
1. Considere a figura abaixo. Assumindo que o antebraço tem uma massa de 2,8 kg e o seu centro de massa está a 12 cm do pivô da articulação do cotovelo, quanta força deve o músculo extensor exercer no antebraço para segurar uma esfera de 7,5 kg?

- ☐ 100 N
- ☐ 500 N
- ☐ 1000 N
- ☐ 1500 N

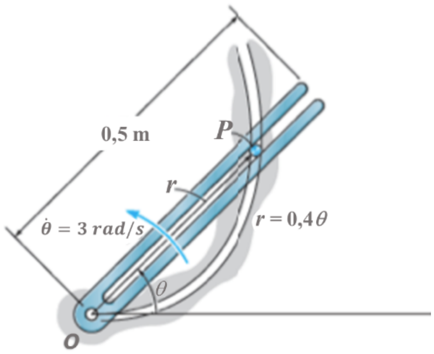


2. Uma bola de massa m, na extremidade de uma corda de comprimento L, tem um movimento circular no plano vertical com a velocidade suficiente (mínima) no topo da circunferência para impedir que a corda fique frouxa. A velocidade da bola na parte inferior do círculo é:

- ☐ $\sqrt{4gL}$
- ☐ $\sqrt{5gL}$
- ☐ $\sqrt{7gL}$
- ☐ $\sqrt{2gL}$
- ☐ $\sqrt{3gL}$

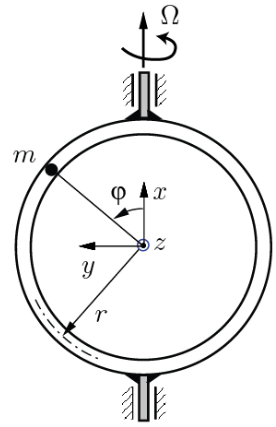


3. Um garfo de dois dentes com comprimento L = 0,5 m roda em torno do ponto O com velocidade angular constante $\dot{\theta}$ = 3 rad/s. Nesse movimento o garfo empurra uma cavilha P ao longo da guia em espiral definida pela condição r = 0,4× θ m, onde θ vem em radianos. A aceleração azimutal da cavilha no instante em que deixa a ranhura do garfo, isto é, quando r = 0,5 m é:



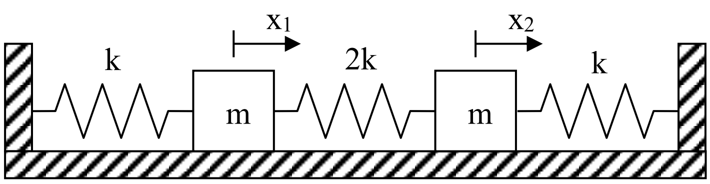
- ☐ $a_\theta = -\,7{,}20$ (m/s²)
- ☐ $a_\theta = 7{,}20$ (m/s²)
- ☐ $a_\theta = 4{,}50$ (m/s²)
- ☐ $a_\theta = -\,4{,}50$ (m/s²)

4. Um anel circular (de raio r) gira com velocidade angular constante Ω em torno do eixo x. Um ponto de massa m move-se sem atrito no interior do anel. A aceleração de Coriolis da massa no referencial do anel:



- ☐ tem magnitude $2r\Omega\dot{\phi}\sin\phi$ e a direção do eixo dos zz
- ☐ tem magnitude $2r\Omega\dot{\phi}\cos\phi$ e a direção do eixo dos zz
- ☐ tem magnitude $2r\Omega\dot{\phi}\sin\phi$ e a direção do eixo dos yy
- ☐ tem magnitude $2r\Omega\dot{\phi}\cos\phi$ e a direção do eixo dos yy

5. Considere duas massas iguais de 1 kg que oscilam presas a três molas de constante de força k, 2k e k, como mostra a figura.



Quando o sistema oscila no seu modo normal de oscilação em oposição de fase, o ponto médio da mola de constante 2k não oscila. A frequência deste modo normal é:

- ☐ $\omega = \sqrt{k}$
- ☐ $\omega = \sqrt{6k}$
- ☐ $\omega = \sqrt{3k}$
- ☐ $\omega = \sqrt{5k}$

II

Uma partícula de massa unitária move-se no plano xy sob acção de uma força conservativa F, de energia potencial $U(x, y) = (x^4 - x^2)y$.

a) Determine a expressão da força correspondente a esta energia potencial.

b) Indique o trabalho realizado por esta força quando a partícula se desloca do ponto $(x_1, y_1) = (0, 1)$ para o ponto $(x_2, y_2) = (2, 1)$.

c) Se a partícula parte do ponto $(x_1,y_1) = (0, 1)$ com velocidade (em módulo) $v_1 = 6$m/s, com que velocidade atinge o ponto $(x_2, y_2) = (2, 1)$?

d) Assumindo que a partícula tem movimento confinado à reta $y = 1$ m, ache os pontos de equilíbrio e investigue as suas estabilidades.

III

Um objecto de massa $m = 1$ kg oscila preso a uma mola de constante $k = 4{,}0\text{x}10^2$ N/m. O efeito da resistência do ar dá origem a uma constante de amortecimento $b = 3{,}0$ N.s/m.

a) Determine a frequência de oscilação deste sistema.

b) Indique se o oscilador é subamortecido, amortecido criticamente ou sobreamortecido.

c) Determine o intervalo de tempo necessário para a energia mecânica do oscilador decair para 5% do seu valor inicial.

d) Assuma que o oscilador é accionado por uma força sinusoidal de valor máximo 5 N e frequência angular de 5 rad.s^{-1}.

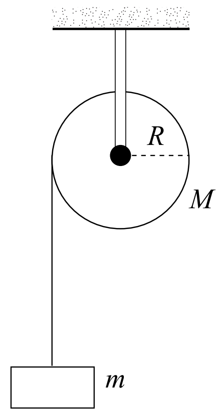
   i) Qual é a frequência das oscilações?

   ii) Se a frequência da força motriz se alterar, para que valor de frequência ocorrerá a ressonância?

   iii) Determine a amplitude das vibrações na ressonância.

IV

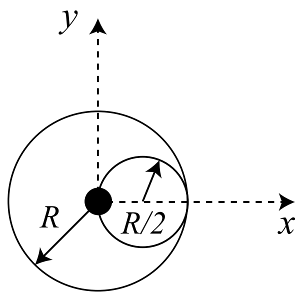
Um bloco de massa m está pendurado por um fio sem massa como mostra a figura à direita. O fio está enrolado numa roldana de massa M e raio R, que pode rodar livremente em torno do seu eixo.



a) Determine a aceleração do bloco.

b) Assumindo que o sistema está inicialmente em repouso, relacione a velocidade angular da roldana com o espaço percorrido pelo bloco usando considerações energéticas.

c) Assuma que a roldana é perfurada, ficando com um buraco de raio $R/2$, como mostra a figura à direita.



   i. Qual o novo momento de inércia em relação ao eixo de rotação?

   ii. Com a perfuração, o eixo de rotação da roldana deixa de ser um eixo principal de inércia. É possível mesmo assim determinar a aceleração do bloco, seguindo os mesmos passos da alínea (a)? Justifique a sua resposta.

Formulário

$$x = \rho\cos(\phi)$$
$$y = \rho\sin(\phi)$$
$$z = z$$

$$x = r\sin(\theta)\cos(\phi)$$
$$y = r\sin(\theta)\sin(\phi)$$
$$z = r\cos(\theta)$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{w} \times \vec{r}'$$

$$\vec{a}' = \vec{a} - 2\vec{\omega} \times \vec{v}' - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - \vec{\alpha} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} = \left(\ddot{\rho} - \rho\,\dot{\varphi}^2\right)\hat{e}_\rho + \left(\rho\,\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\,\dot{\varphi}\right)\hat{e}_\varphi + \ddot{z}\,\hat{e}_z$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{\rho}\,\hat{e}_\rho + \rho\,\dot{\hat{e}}_\rho + \dot{z}\,\hat{e}_z$$

$$= \dot{\rho}\,\hat{e}_\rho + \rho\,\dot{\varphi}\,\hat{e}_\varphi + \dot{z}\,\hat{e}_z$$

$$Mdv = -v_e dM$$

$$\vec{R} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i$$

$$\vec{L} = \vec{R} \times \vec{P} + \sum_i \vec{r}_i^{\,'} \times \vec{p}_i^{\,'}$$

$$T = \tfrac{1}{2}MV^2 + \sum_i \tfrac{1}{2} m_i v'^2_i$$

$$T_1^i + T_2^i + Q = T_1^f + T_2^f$$

$$\vec{p}_1^{\,i} + \vec{p}_2^{\,i} = \vec{p}_1^{\,f} + \vec{p}_2^{\,f}$$

$$I \equiv \int r^2 dm$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$$

$$Q \approx \frac{\omega_0}{2\gamma}$$

$$K = \tfrac{1}{2} I\omega^2$$

$$I_c = \frac{ML^2}{12} \qquad I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$$

$$I = I_{CM} + Md^2$$

$$x = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

$$x = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t - \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

$$Q = 2\pi\left(\frac{E}{|\Delta E|}\right)_{\text{ciclo}}$$

$$\log\frac{x_n}{x_{n+1}} = \gamma T$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

$$\gamma = \frac{b}{2m}$$

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$$

$$\delta = \arctan\frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$E = E_0 e^{-(b/m)t}$$

$$R = \frac{v_0^{\,2}}{g}\sin 2\theta_0$$

$$v^2 = v_0^2 - 2a\Delta x$$

$$y(x) = (\tan\theta_0)x - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\right)x^2$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$