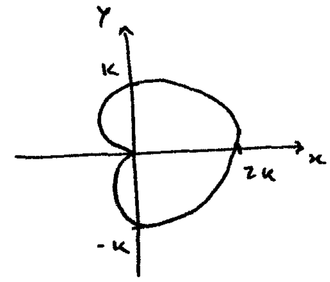
Exercício:

cardióide $\quad r = k(1+\cos\phi)$

$v = \text{const}$

$\vec{a} = ?\ ,\quad \omega = ?$



Solução:

coord. polares $\begin{cases} x = \rho\cos\phi \\ y = \rho\sin\phi \end{cases}$

posição: $\vec{r} = r\,\hat{e}_\rho$

velocidade: $\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{r}\,\hat{e}_r + r\dot{\phi}\,\hat{e}_\phi$

aceleração: $\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\,\hat{e}_r + (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\,\hat{e}_\phi$

Cardióide:

$r = k(1+\cos\phi)$

$\dot{r} = -k\sin\phi\,\dot{\phi}$

$\ddot{r} = -k\ddot{\phi}\sin\phi - k\dot{\phi}^2\cos\phi$

<u>Velocidade angular $\dot{\phi}$:</u>

A partir de $v =$ const,

$$v = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2}$$

$$= \sqrt{k^2\dot{\phi}^2 \sin^2\phi + r^2\dot{\phi}^2}$$

$$= \dot{\phi}\sqrt{k^2 \sin^2\phi + r^2}$$

Uma vez que

$$r = k(1+\cos\phi) \Rightarrow \cos\phi = \frac{r}{k} - 1$$

$$\Rightarrow \sin^2\phi = 1 - \left(\frac{r}{k} - 1\right)^2$$

$$= \frac{2r}{k} - \frac{r^2}{k^2}$$

Então

$$v = \dot{\phi}\sqrt{k^2\left(\frac{2r}{k} - \cancel{\frac{r^2}{k^2}}\right) + \cancel{r^2}}$$

$$= \dot{\phi}\sqrt{2kr}$$

$$\Rightarrow \dot{\phi} = \frac{v}{\sqrt{2kr}}$$