

Departamento de Física

2O SEMESTRE, 2020/2021

FICHA MATEMÁTICA

Mecânica Clássica

Pré-Cálculo I e Pré-ALGA

Dúvidas nas questões desta secção devem ser esclarecidas recorrendo aos manuais do 10º, 11º e 12º anos

1. Escreva cada uma das seguintes expressões sem um expoente.

(a) 4^3

(b) $(-2)^5$

(c) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

(d) $(-2x)^1$

(e) e^0

2. Expresse cada uma das seguintes potências sem um expoente negativo.

(a) x^{-5}

(b) t^{-1}

(c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

3. Simplique as seguintes expressões:

(a) $x^5 \cdot x^6$

(b) $x^{-5} \cdot x^6$

(c) $2x^{-3} \cdot 5x^{-4}$

4. Expanda os produtos:

(a) $(x - 5)(x + 3)$

(b) $(a - b)(a + b)$

5. Factorize as seguintes expressões:

- (a) $2xh + h^2$
- (b) $x^2 - 5x - 14$
- (c) $6x^3 + 7x^2 - 5x$

6. Ache as soluções das seguintes equações:

- (a) $3x(x - 2)(5x + 4) = 0$
- (b) $4x^3 = x$
- (c) $-\frac{5}{6}x + 10 = \frac{1}{2}x + 2$

7. Represente o gráfico das seguintes funções:

- (a) $y = 2x + 1$
- (b) $3x + 5y = 10$
- (c) $y = x^2 - 1$
- (d) $x = y^3$
- (e) $|x|$
- (f) $1/x$

8. Uma função é dada por $f(x) = 3x^2 - 2x + 8$. Ache:

- (a) $f(0)$
- (b) $f(-5)$
- (c) $f(7a)$

9. Determine o declive e a ordenada na origem da recta de equação de $2x - 4y - 7 = 0$.

10. Determine a equação da reta que tem declive 3 e contém o ponto (2,1).

11. Determine a equação da reta que contém o ponto (3,0) e o ponto (0,2).

12. Determine a equação da reta tangente a $f(x) = x^2$ em $x = 1$.

13. Após um ganho de 5% em peso, um urso pesa 312 kg. Qual era o peso original do urso?

14. Suponha que 1000 euros são investidos com 5% de juros ao ano. Quanto vale o investimento ao fim de 2 anos?

15. Escreva os seguintes números na forma $a + ib$ com a e b reais.

- (a) $(2 + 3i).(1 + i)$
- (b) $(-i)^{10}$

16. Determine:

- (a) $\log_2(8)$
- (b) $\log_2(4)$
- (c) $\log_2(1)$
- (d) $\log_2(1/2)$
- (e) $\log_2(1/4)$

17. Simplifique $\ln(e^2 \cdot e^3)$ e $2 \ln x - \ln(x^3)$

18. Considere a equação $2 \ln x = 6 + 3 \ln y$. Determine x em função de y .

19. Esboce o gráfico de:

- (a) $f(x) = e^x$
- (b) $f(x) = e^{-x}$
- (c) $\log_2(x)$
- (d) $\ln(x)$

20. Esboce o gráfico das seguintes funções, indicando os pontos de intersecção com o eixo do x .

- (a) $f(x) = \cos x$
- (b) $f(x) = \sin x$
- (c) $\tan x$

21. Complete a tabela seguinte:

$\theta =$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π
$\sin \theta$	0		$1/\sqrt{2}$		1				
$\cos \theta$		$\sqrt{3}/2$				-1/2			
$\tan \theta$	0				—				

22. Utilize a relação trigonométrica $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ para determinar o resultado $\tan^2 x + 1 = 1/\sec^2 x$.

23. Utilize a relação trigonométrica $\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$ para chegar ao resultado $\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$.

24. Utilize a relação trigonométrica $\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$ para chegar ao resultado $\cos(2a) = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - \sin^2 a$.

25. Desenhe metade de um triângulo equilátero (de ângulos $\pi/3$, $\pi/6$ e $\pi/2$). Determine:

- (a) $\cos(\pi/3)$
- (b) $\sin(\pi/3)$
- (c) $\tan(\pi/3)$
- (d) $\cos(\pi/6)$
- (e) $\sin(\pi/6)$
- (f) $\tan(\pi/6)$

26. Determine a derivada das funções seguintes:

- (a) $f(x) = 1/x$
- (b) $f(x) = \sqrt{x}$
- (c) $f(x) = x^r$
- (d) $f(x) = \ln x$
- (e) $f(x) = \ln(g(x))$
- (f) $f(x) = e^x$
- (g) $f(x) = 2^x$
- (h) $f(x) = \sin x$
- (i) $f(x) = \cos x$
- (j) $f(x) = \tan x$
- (k) $f(x) = \sin(x^2 + x)$
- (l) $f(x) = x^2 \sin(x^2 + x)$

Cálculo I

Dúvidas nas questões desta secção devem ser esclarecidas recorrendo aos apontamentos de Cálculo I

1. Determine os integrais:

(a) $\int 1/x dx$

(b) $\int \sqrt{x} dx$

(c) $\int x^r dx$

(d) $\int e^x dx$

(e) $\int 2^x dx$

(f) $\int \sin x dx$

(g) $\int \cos x dx$

(h) $\int \frac{1}{1+x^2} dx$

(i) $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$

(j) $\int \frac{x}{x^2+1} dx$

ALGA

Dúvidas nas questões desta secção devem ser esclarecidas recorrendo aos apontamentos de ALGA

1. Ache a solução dos seguintes sistemas de equações pelo método da eliminação e graficamente:

(a) $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 5x + 6y = 5 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} 5x - 3y - 2 = 0 \\ 7x + y = 0 \end{cases}$

2. Determine A^6 com $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

3. Determine os valores próprios e os vetores próprios de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

4. Mostre que $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ não tem valores próprios reais.

5. Mostre que $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ tem um valor próprio real. Determine o vector próprio normalizado correspondente a esse valor próprio.
