

## Mecânica dos Fluidos – 41757, 1º semestre

**Exame** (20 valores)

11-01-2017 | Duração: 2h:30 min

Nº mecanográfico: ..... Nome:.....

---

### **PARTE TEÓRICA** (8 valores)

1. **(5 valores)** Comente a veracidade das afirmações seguintes, justificando a sua resposta:

*Comment the veracity of the following sentences explaining your answer:*

- a. **(1 val)** A velocidade de um modelo de um torpedo à escala 1:4 terá de ser 16 vezes superior à do protótipo quando testado num tanque de provas com o mesmo fluido.

*The velocity of the model of a torpedo with the scale of 1:4 should be 16 times the velocity of the prototype when tested in a tank with the same fluid.*

Falso, tem de ser 4x superior (necessário fazer o cálculo)

- b. **(1 val)** A pressão manométrica medida num ponto A por um manómetro de tubo em U é dada pela equação da hidrostática  $P=\rho g d_2$ , sendo  $d_2$  o desnível do fluido manométrico.

*The manometric pressure measured in a point A by a U-tube manometer is given by the hydrostatic equation  $P=\rho g d_2$ , where  $d_2$  is the level difference observed in the manometric fluid.*

Falso, na expressão final é necessário utilizar a densidade de ambos os fluidos intervenientes (necessário fazer o cálculo). Nota: um manómetro de tubo em U é diferente de um manómetro diferencial em U.

- c. **(1 val)** Para um mesmo número de Reynolds a perda de carga no interior de um tubo de superfície rugosa nem sempre é superior à que se verifica num tubo de superfície lisa.

*Head losses along a rough pipe are not always higher than those of a smooth pipe, for the same Reynolds number.*

Verdade, para o caso laminar,  $f$  é idenpendente da rugosidade ( $f=16/Re$ ).

- d. **(1 val)** Quando uma única bomba é incapaz de vencer as alturas manométricas pedidas (para níveis de caudal em que as bombas funcionam bem isoladamente), pode utilizar-se uma montagem de bombas em paralelo. Esta é uma situação típica de instalações onde a respetiva curva característica é muito inclinada

*When a single pump is non-capable of giving the requested manometric head (for flowrate levels where the pump is adequate), a parallel installation of pumps can be used. This is a typical situation for installations where the characteristic curve is very sloping.*

Falso, deve ser em série.

- e. **(1 val)** O interesse da rugosidade de determinadas bolas no desporto (como a bola de golfe) é fazer com que o valor crítico do arrasto ocorra mais cedo e assim precipitar a turbulência na camada limite, aumentar o coeficiente de arrasto e aumentar a força de arrasto.

*The importance of the roughness of certain sport balls (such as the golf ball) is to cause the critical drag value to occur earlier and thus improve the turbulence in the boundary layer, increase the drag coefficient and force.*

Falso, é (...) diminuir o coeficiente de arrasto e diminuir a força de arrasto.

2. **(3 val)** O Teorema dos  $\Pi$  ou de Buckingham é frequentemente aplicado no estudo de problemas físicos, através de parâmetros adimensionais. Exemplifique a sua aplicação para o caso de estudo de uma força  $F$ , que atua num dado corpo imerso num escoamento de um fluido, e que apenas depende do comprimento desse corpo  $L$ , da velocidade do escoamento  $v$ , da massa volúmica  $\rho$  e da viscosidade do fluido  $\mu$ .

*The Buckingham  $\pi$  theorem is frequently applied to the study of physical problems through the use of dimensionless parameters. Illustrate its application to the case study of force  $F$  acting on a body immersed in a fluid flow. This force only depends on the body's length  $L$ , the flow velocity  $v$ , and the fluid density  $\rho$  and viscosity  $\mu$ .*

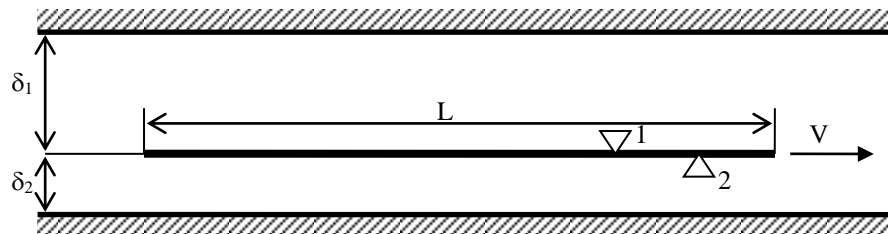
O exemplo pedido encontra-se no livro e nos slides das aulas.

Nº mecanográfico: ..... Nome:.....

**PARTE PRÁTICA** (12 valores)**Exercício 1** (3 val)

O espaço entre duas placas planas paralelas de grandes dimensões está cheio com um líquido de viscosidade dinâmica de  $\mu = 0,75 \text{ N s/m}^2$ . Nesse espaço existe uma placa quadrada de espessura desprezável, com  $L = 300 \text{ mm}$  de lado, que se desloca paralelamente às outras com velocidade  $V = 250 \text{ mm/s}$  e à distância  $\delta_1 = 200 \text{ mm}$  e  $\delta_2 = 5 \text{ mm}$  delas, como representado na figura abaixo. Admitindo que o perfil de velocidades é linear entre cada par de placas, determine a força resistente que o líquido exerce sobre a placa.

*The space between two parallel plates of large dimensions is full of a fluid of the dynamic viscosity of  $\mu = 0,75 \text{ N s/m}^2$ . In this space there is a square plate of very thin thickness, with  $L = 300 \text{ mm}$ , that moves parallelly to the others with  $V = 250 \text{ mm/s}$  and in the position  $\delta_1 = 200 \text{ mm}$  e  $\delta_2 = 5 \text{ mm}$ , as showed in the following figure. Taking the velocity profile as linear between the plates, determine the force that the fluid perform to the plate.*

**Resolução:**

Dados:  $\mu = 0.75 \text{ N s/m}^2$     $L = 300 \text{ mm}$     $V = 250 \text{ mm/s}$     $\delta_1 = 20 \text{ mm}$     $\delta_2 = 5 \text{ mm}$

Trata-se de um problema de aplicação directa da lei de Newton para a viscosidade. A força resistente  $F_r$ , sentida pela placa, resulta das contribuições, em termos de força resistente, das outras duas placas. Assim, considerando as faces 1 e 2 da placa central, pode-se escrever:

$$F_r = F_1 + F_2 = (\tau_1 + \tau_2) A \quad (1)$$

sendo  $A = L^2$  a área de cada face da placa.

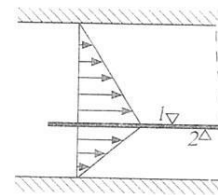
A tensão tangencial em cada face é dada pela lei de Newton para a viscosidade (equação (1.19)). Aplicando esta equação a cada uma das faces e tendo em consideração que o perfil de velocidades é linear (ver figura), resulta:

$$\tau_1 = \mu \frac{V}{\delta_1} = 0.75 \times \frac{0.25}{0.02} = 9.375 \text{ N/m}^2$$

$$\tau_2 = \mu \frac{V}{\delta_2} = 0.75 \times \frac{0.25}{0.005} = 37.5 \text{ N/m}^2$$

Como seria de esperar, a face 2 está submetida a uma maior tensão tangencial, dado que lhe corresponde um maior gradiente de velocidades. A força total de resistência é, pela equação (1):

$$F_r = (9.375 + 37.5) \times 0.3^2 = 4.219 \text{ N}$$



**Exercício 2** (3 val)

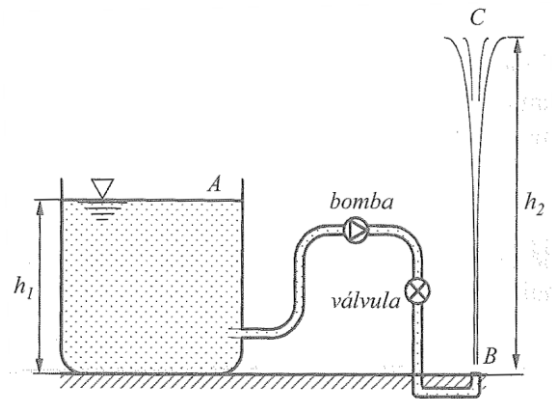
A figura representa uma instalação destinada a alimentar um repuxo de água de um jardim público, a partir de um reservatório com altura  $h_1 = 10\text{m}$ .

Determine a altura máxima  $h_2$  atingida pelo repuxo, sabendo que a potência da bomba é de  $P = 6\text{ kW}$  e a conduta tem um comprimento total de  $\Delta L = 10\text{ m}$ , diâmetro  $d = 3\text{ cm}$  e é de aço galvanizado. Os coeficientes de perda de carga localizados são os seguintes:

- Válvula de controlo de caudal:  $K_1 = 2$ ;
- Contração à saída do reservatório:  $K_2 = 0,5$ ;
- Total dos cotovelos:  $K_3 = 0,9$ .

The following figure represents a public water fountain installation, using a reservoir with height  $h_1 = 10\text{m}$ . Determine the maximum height  $h_2$  of the jet of water knowing the power of the pump is  $P = 6\text{ kW}$  and the water conduit has the length of  $\Delta L = 10\text{ m}$ , diameter  $d = 3\text{ cm}$  and is galvanized steel. The localized losses coefficients are the following:

- Flow rate control valve:  $K_1 = 2$ ;
- Reservoir outlet:  $K_2 = 0.5$ ;
- Sum of the elbow curves:  $K_3 = 0.9$ .

**Resolução:**

Dados:  $h_1 = 10\text{ m}$   $P = 6\text{ kW}$   $\Delta L = 10\text{ m}$   $d = 3\text{ cm}$   $\varepsilon_r = 0.01$   
 $K_1 = 2$   $K_2 = 0.5$   $K_3 = 0.9$

**Determinação da velocidade do escoamento na conduta:**

A altura atingida pelo repuxo depende da velocidade do escoamento à saída da conduta,  $V_B$ . Para o seu cálculo, efectua-se um balanço energético entre a superfície livre do reservatório (ponto genérico A) e a saída da conduta (ponto B):

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B + h_{f_{A \rightarrow B}} + \sum_{i=1}^n h_i - h_b \quad (10\%) \quad (1)$$

sendo a altura de elevação da bomba,  $h_b$ , dada por:

$$h_b = \frac{4P}{\rho g V_B \pi d^2} \quad P = \rho g h_b Q = \rho g h_b \pi \frac{d^2}{4} V_B \quad (10\%)$$

Substituindo a expressão anterior na equação (1), cortando as pressões atmosféricas  $p_A$  e  $p_B$ , que se anulam mutuamente, e desprezando  $V_A$ , obtém-se:

$$\frac{V_B^2}{2g} + (z_B - z_A) + f \frac{\Delta L}{d} \frac{V_B^2}{2g} + \left( \sum_{i=1}^n K_i \right) \frac{V_B^2}{2g} - \frac{4P}{\rho g V_B \pi d^2} = 0$$

ou seja:

$$\left( 1 + \sum_{i=1}^n K_i + f \frac{\Delta L}{d} \right) \frac{V_B^3}{2g} + (z_B - z_A) V_B - \frac{4P}{\rho g \pi d^2} = 0 \quad (20\%)$$

Substituindo valores na expressão anterior, vem:

$$(0.2243 + 16.989 f) V_B^3 - 10 V_B - 865.267 = 0 \quad (15\%)$$

A resolução deste problema é feita por um processo iterativo, dada a interdependência entre  $f$  e  $V_B$ . A própria equação (2), sendo não linear, deve ser resolvida iterativamente recorrendo, por exemplo, ao método de Newton-Raphson.

Neste caso, sendo conhecida a rugosidade relativa, basta observar o diagrama Moody para se antever entre que limites deverá estar a solução para o coeficiente de perda de carga,  $f$ . A melhor opção para a inicialização de  $f$  é o valor correspondente à região de escoamento completamente turbulento do diagrama de Moody (zona em que as linhas tornam horizontais). Assim, se o número de Reynolds obtido for suficientemente alto p que haja independência de  $f$  com  $Re_d$ , o valor de  $f$  arbitrado inicialmente verifica a solução, pelo que a convergência se encontra alcançada. Em caso contrário, é necessário efectuar mais iterações, convergindo o valor de  $f$  para valores um pouco superiores ao arbitrado inicialmente (ver diagrama de Moody).

Com base no exposto, tomando como aproximação inicial  $f = 0.038$  (valor correspondente a  $\varepsilon_r = 0.01$  na região de escoamento completamente turbulento), da resolução da equação (2) obtém-se  $V_B = 10.355 \text{ m/s}$ . O número de Reynolds, para esta velocidade do escoamento, é:

$$Re_d = \frac{V_B d}{\nu} = \frac{10.355 \times 0.03}{10^{-6}} = 3.106 \times 10^5$$

(20% cálculo teórico)  
(15%)

De acordo com o diagrama de Moody, este valor situa-se na zona de escoamento completamente turbulento, pelo que a aproximação inicial para  $f$  satisfaz a solução final.

#### Determinação da altura do repuxo:

Para calcular a altura atingida pelo repuxo, efectua-se um balanço entre a saída da conduta (ponto B) e o ponto de altura máxima alcançada pelo repuxo (ponto C). Admite-se não existirem quaisquer perdas de energia, neste trajecto.

$$\frac{\cancel{p_B}}{\cancel{\rho} g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B = \frac{\cancel{p_C}}{\cancel{\rho} g} + \frac{V_C^2}{2g} + z_C \quad (10\%)$$

Sendo  $p_B = p_C = 0 \text{ Pa}$  e  $V_C = 0 \text{ m/s}$ , a expressão anterior conduz a:

$$z_C - z_B = h_2 = \frac{V_B^2}{2g} = \frac{10.355^2}{2 \times 9.81} = 5.465 \text{ m} \quad (5\%)$$

**Exercício 3** (3 val)

No café *convívio*, dois alunos de Engenharia discutem a utilidade de um *spoiler/aileron* em automóveis convencionais. Um deles afirma que, enquanto a camada limite de água não tiver uma espessura de 9 cm, o *aileron* não tem qualquer importância em dias de chuva. O outro responde que essa espessura de camada limite nunca terá lugar num automóvel vulgar. Será esta última afirmação verdadeira?

Para verificar a veracidade da afirmação, considere que o *aileron* pode ser colocado num tejadilho (considerado como uma placa plana) com um máximo de 2.5 metros de comprimento e que o escoamento de água dá-se a uma velocidade relativa de  $3 \text{ km h}^{-1}$ . Tome o valor de  $v_{\text{água}} (20^\circ\text{C}) = 1.02 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

*In a public space, two student discuss the use of spoilers in cars. One student says that the spoiler is not useful in rainy days when the boundary layer do not have a thickness of 9 cm. The other student answer that this thickness of boundary layer never occurs in a car. Is this last statement true?*

*To verify this statement, consider that the spoiler can be implemented in the roof (consider as plane) with a length of 2.5 meters and that the water flows at a velocity of  $3 \text{ km h}^{-1}$ . Use the value of  $v_{\text{water}} (20^\circ\text{C}) = 1.02 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .*

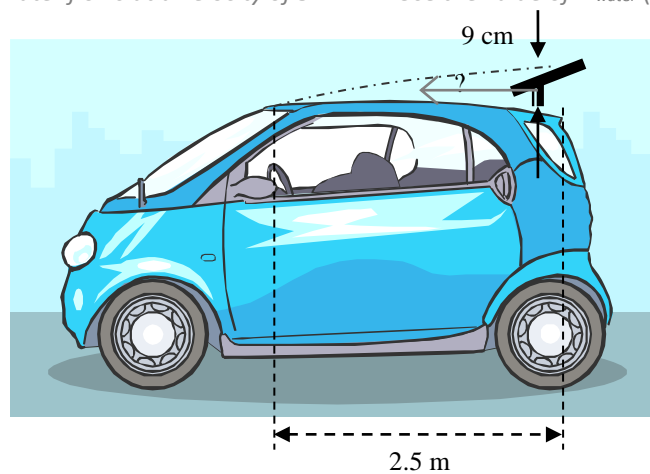


Diagrama de uma placa plana com uma camada limite de espessura  $\delta = 9 \text{ cm}$  a uma distância  $x$  da borda de ataque. O comprimento da placa é  $l_{\text{max}} = 2.5 \text{ m}$ .

Dados:  $v = 3 \text{ km/h} = 0.83 \text{ m/s}$   
 $\nu = 1.02 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$   
 $l_{\text{max}} = 2.5 \text{ m}$   
 $\delta = 9 \text{ cm} = 0.09 \text{ m}$

1) Considerando q a camada limite é laminar;  

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} \quad \text{ou} \quad x = \left( \frac{\delta \cdot v^{1/2}}{5 \cdot \nu^{1/2}} \right)^2 = \frac{\delta^2}{25} \cdot \frac{v}{\nu} = 264.7 \text{ m}$$

verificação:  $Re_x = \frac{264.7 \times 0.83}{1.02 \times 10^{-6}} = 2.16 \times 10^8 \rightarrow$  camada limite turbulenta (não pode ser laminar)

2) Considerando q a camada limite é turbulenta;  

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.376}{(Re_x)^{1/5}} \quad \text{ou} \quad x = \left[ \frac{\delta}{0.376} \cdot \left( \frac{v}{\nu} \right)^{1/5} \right]^5 \approx 5 \text{ m}$$

verificação:  $Re_x = \frac{5 \times 0.83}{1.02 \times 10^{-6}} = 4 \times 10^6 \rightarrow$  turbulenta

Logo,  $x|_{\delta=9\text{cm}} \approx 5 \text{ m} > l_{\text{max}} \rightarrow$  afirmação verdadeira (o aileron nunca terá lugar)

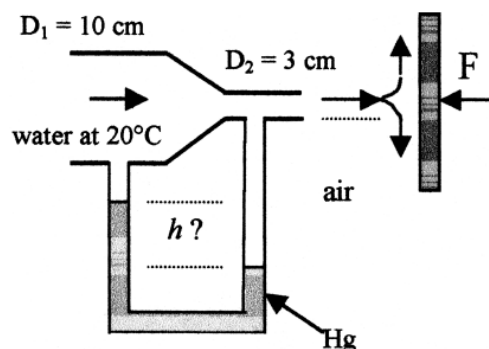




**Exercício 4** (3 val)

Água escoa através de um bocal (orifício) circular, sai para o ar como jato e atinge uma placa. A força necessária para suspender a placa é 70 N. Assumindo escoamento unidimensional e sem atrito, estime (a) as velocidades nas seções 1 e 2 e (b) a leitura no manômetro em U de mercúrio ( $\rho_{\text{água}}=1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{\text{mercúrio}}=13550 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{\text{ar}}=1 \text{ kg/m}^3$ )

Water flows through a circular nozzle, exits into the air as a jet, and strikes a plate. The force required to hold the plate steady is 70 N. Assuming frictionless one dimensional flow, estimate (a) the velocities at sections 1 and 2; (b) the mercury manometer reading  $h$ . ( $\rho_{\text{water}}=998 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{\text{mercury}}=13550 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{\text{air}}=1 \text{ kg/m}^3$ )



**3.151** Water flows through a circular nozzle, exits into the air as a jet, and strikes a plate. The force required to hold the plate steady is 70 N. Assuming frictionless one-dimensional flow, estimate (a) the velocities at sections (1) and (2); (b) the mercury manometer reading  $h$ .

**Solution:** (a) First examine the momentum of the jet striking the plate,

$$\sum F = F = -\dot{m}_{\text{in}} u_{\text{in}} = -\rho A_2 V_2^2$$

$$70 \text{ N} = -(998) \left( \frac{\pi}{4} \right) (0.03^2) (V_2^2) \quad V_2 = 9.96 \text{ m/s} \quad \text{Ans. (a)}$$

$$\text{Then } V_1 = \frac{V_2 A_2}{A_1} = \frac{(9.96) \left( \frac{\pi}{4} \right) (0.03^2)}{\frac{\pi}{4} (0.1^2)} \quad \text{or } V_1 = 0.9 \text{ m/s} \quad \text{Ans. (a)}$$

(b) Applying Bernoulli,

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} (998) (9.96^2 - 0.9^2) = 49,100 \text{ Pa}$$

And from our manometry principles,

$$h = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{49,100}{(133,100 - 9790)} \approx 0.4 \text{ m} \quad \text{Ans. (b)}$$

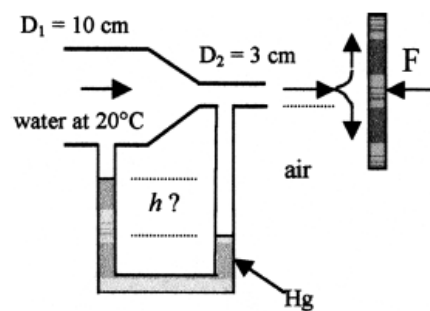


Fig. P3.151