

Mecânica dos Fluidos

Ano Letivo 2022/23

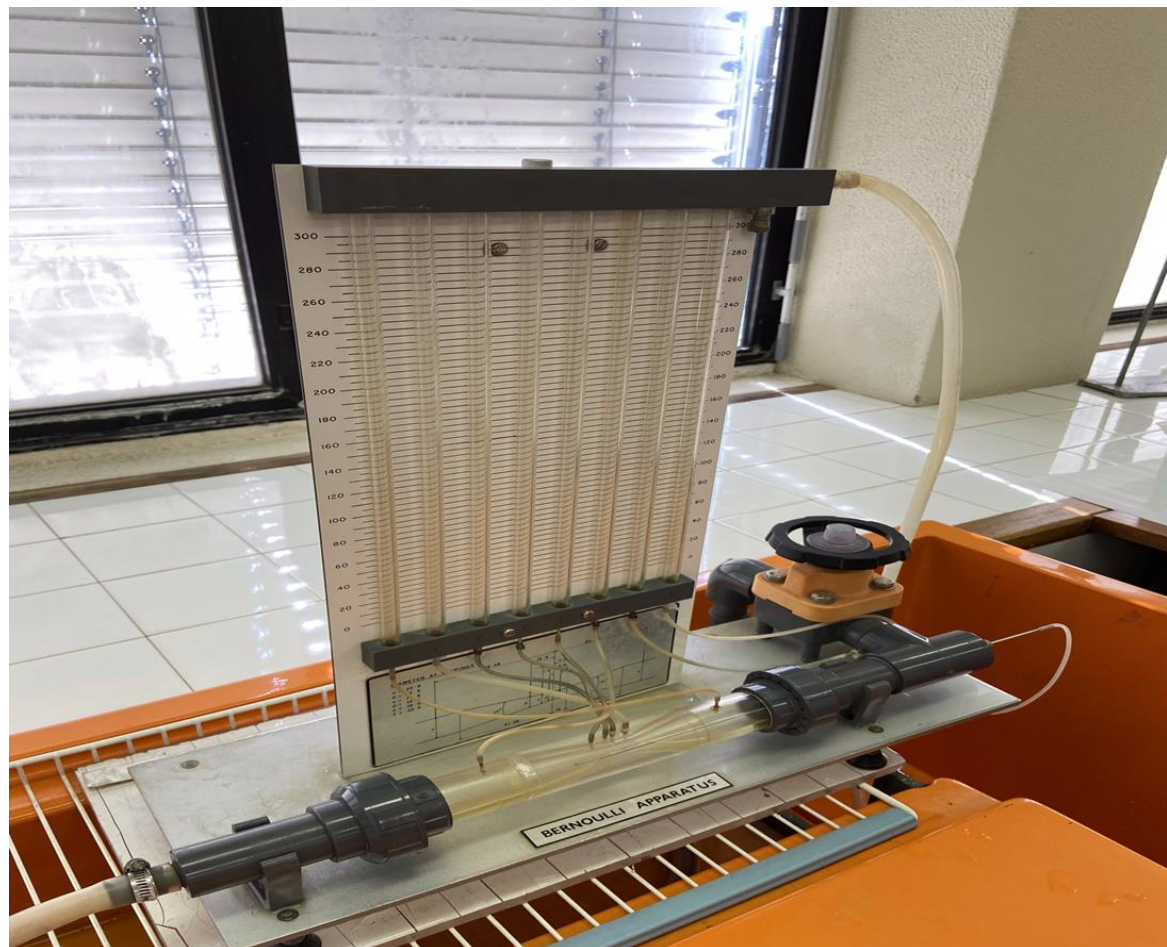


Fig.1 Esquema de montagem para a realização da experiência da demonstração do teorema de Bernoulli

Resumo

O objetivo deste trabalho prático é comprovar a validade do Teorema de Bernoulli aplicado a um escoamento de água permanente numa conduta circular de secção variável (Venturi). Através de instrumentos apropriados e cálculos obtemos dados como diferentes tipos de pressão (estática, de estagnação e dinâmica) e a velocidade da água em diferentes secções da conduta e através da comparação destes dados experimentais com valores teóricos, podemos demonstrar o Teorema de Bernoulli.

Introdução

A equação da conservação da energia aplicada a um escoamento permanente, incompressível e invíscido onde não se verifiquem variações de energia (calor ou energia interna, por exemplo) simplifica-se na equação de Bernoulli:

$$y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g}$$

Sendo o escoamento, neste trabalho experimental, horizontal ($y_1=y_2$), a pressão (P) será máxima onde a velocidade for nula e, nesse ponto, é conhecida por pressão total ou de estagnação:

$$P_{estagnação} = P + \frac{1}{2} \rho v^2$$

Sendo P , a pressão estática e $1/2\rho v^2$, a pressão dinâmica.

A conduta de secção variável é de forma cônica e para atingir o objetivo da experiência vamos estudar o escoamento com o *Venturi* (a conduta de secção variável) em dois perfis: convergente e divergente.

Através da análise da equação de Bernoulli comprovamos que quando há uma diminuição da velocidade a pressão aumenta e vice-versa.

Procedimento Experimental

Neste trabalho foi seguido o protocolo disponível no e-learning. Foi definido um caudal de entrada na secção de ensaio ajustando cuidadosamente a válvula. Para calcular esse caudal usámos um cronometro e um “jarro” volumétrico, realizando cinco medições. Os valores de pressão estática foram medidos em mm de água recorrendo a um manómetro unido ao tubo de venturi.

De seguida medimos a pressão com sonda e a pressão de estagnação em cada ponto.

Por fim, invertemos o tubo e repetimos o procedimento inteiro para a nova posição.

Teorema de Bernoulli

Demonstração

Alexandre Silva 107957, Diogo Fernandes 107364, Magner Gusse 110180, Matilde Vinagreiro 109021

Mecânica dos Fluidos, Turma P7, Grupo P7-2, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro

Resultados e Cálculos

Do procedimento experimental retirámos os seguintes valores:

	P estática (±0.5 mmH2O)	Po (±0.5 mm H2O)	P com sonda (±0.5 mm H2O)	Diametro da secção (mm)
a	274	273	267	25
b	254	271	246	13.9
c	232	270	224	11.8
d	208	269	200	10.7
e	186	267	176	10.0
f	210	231	206	25.0

Tabela.1 Valores experimentais das pressões no Venturi convergente.

Volume (±0.000125 m3)	Tempo (±0.1 s)	Caudal (m³/s)	Erro associado ao caudal
0.000550	5.01	0.000110	1.4E-06
0.000550	5.07	0.000108	1.5E-07
0.000500	4.67	0.000107	1.3E-06
0.000480	4.41	0.000109	5.1E-07
0.000530	4.93	0.000108	8.3E-07
Média:		0.000108	8.4E-07

Tabela.2 Valores experimentais do caudal no Venturi convergente.

	P estática (±0.5 mmH2O)	Po (±0.5 mm H2O)	P com sonda (±0.5 mm H2O)	Diametro da seção(mm)
a	273	282	277	25
b	164	283	157	10
c	165	278	157	10.7
d	169	274	197	11.8
e	200	274	197	13.9
f	234	246	232	25.0

Tabela.3 Valores experimentais das pressões no Venturi divergente.

Volume (±0.000125 m3)	Tempo (±0.1 s)	Caudal (m³/s)	Erro associado ao caudal
0.000430	3.37	0.000128	3.0E-06
0.000500	4.35	0.000115	9.6E-06
0.000580	4.55	0.000127	2.9E-06
0.000420	3.50	0.000120	4.6E-06
0.000385	2.90	0.000133	8.2E-06
Média:		0.000125	5.7E-06

Tabela.4 Valores experimentais do caudal no Venturi divergente.

De seguida usámos a equação da conservação da massa para verificar as velocidades teóricas (que foram calculadas através do caudal médio e das áreas de cada secção do *Venturi*) que foi dado em cada ponto. Os valores experimentais das velocidades foram obtidos a partir das pressões dinâmicas usando as equações:

$$P_{dinâmica} = P_0 - P_{estática} \quad (1)$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot P_{dinâmica}}{\rho}} \quad (2)$$

Para os cálculos usámos os seguintes dados:
-Densidade da água: 0,00000997 (g/mm³) [1]
-Diâmetros das diferentes secções do *venturi* (e áreas correspondentes)
-Medições diretas de pressão por parte dos tubos manométricos

Através da mesma obtemos os seguintes resultados:

	V exp (m/s)	V teo (m/s)	Erro (%)
a	0.140	0.221	36.6
b	0.577	0.714	19.1
c	0.863	0.991	12.9
d	1.093	1.205	9.2
e	1.260	1.379	8.7
f	0.642	0.221	190.7

Tabela.5 Valores da velocidade e respetivo erro no Venturi convergente.

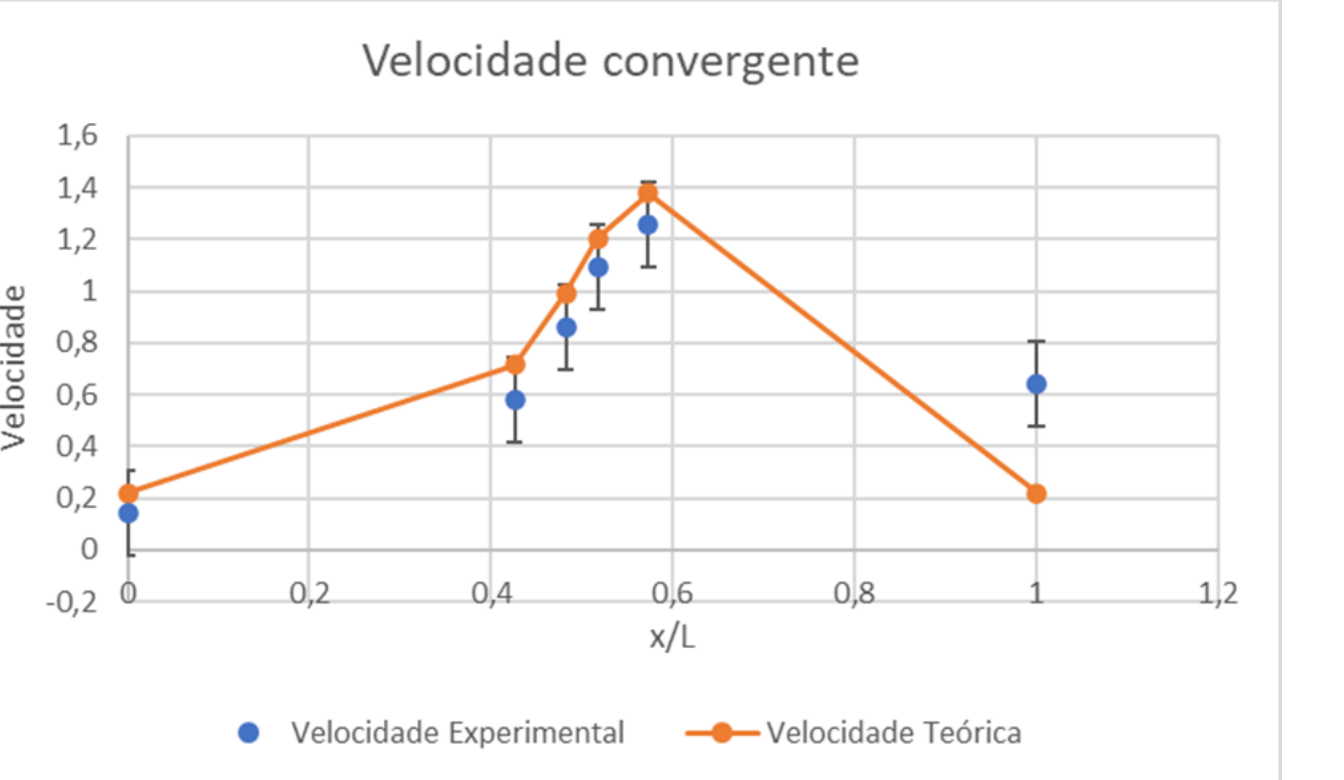


Gráfico.1 Gráfico contínuo e normalizado da velocidade experimental em relação à teórica no Venturi convergente.

	V exp (m/s)	V teo (m/s)	Erro (%)
a	0.420	0.254	65.5
b	1.527	1.586	3.7
c	1.488	1.385	7.4
d	1.435	1.139	26.0
e	1.204	0.821	46.7
f	0.485	0.254	91.1

Tabela.6 Valores da velocidade e respetivo erro no Venturi divergente.

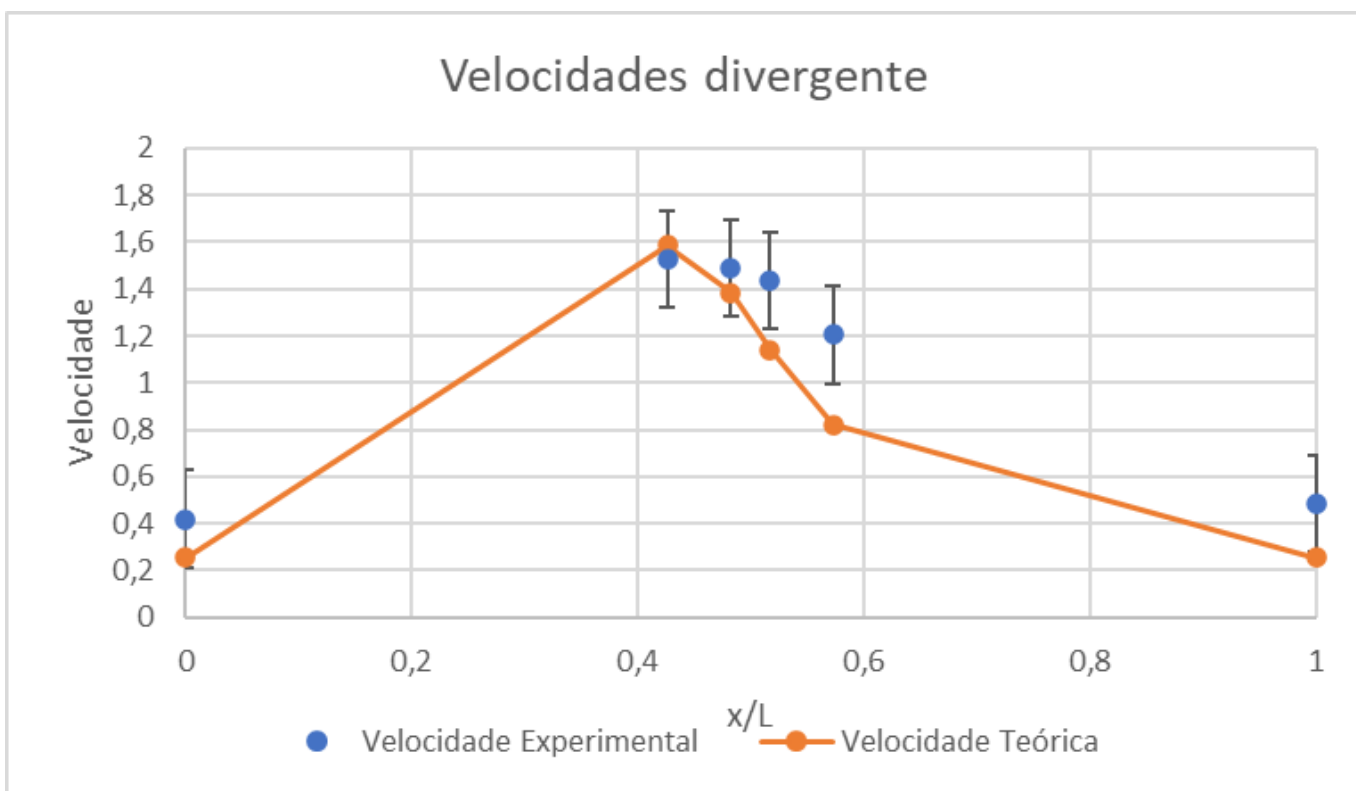


Gráfico.2 Gráfico contínuo e normalizado da velocidade experimental em relação à teórica no Venturi divergente.

Verificamos que apesar de as velocidades experimentais terem um grande desvio em relação ao valor teórico, o erro associado aos valores experimentais intercepta os valores teóricos na maioria dos pontos pontos (exceto no último ponto no convergente e os dois ultimos pontos antes do que encerra), o que indica algum grau de exatidão.

	P Dinâmica (Pa)
a	24.29
b	254.18
c	489.41
d	723.88
e	948.86
f	24.29

Tabela.7 Valores da pressão dinâmica no Venturi convergente.

Depois, usámos a equação de Bernoulli para prever a pressão ao longo do *venturi* (convergente e divergente) para comprovar a veracidade desta, e obtemos os seguintes resultados:

	P estática exp (Pa)	P estática teo (Pa)	Erro (%)
a	2678.22	2678.22	0.0
b	2482.73	2448.33	1.4
c	2267.69	2213.10	2.5
d	2033.10	1978.63	2.8
e	1818.06	1753.65	3.7
f	2052.65	2678.22	23.4

Tabela.9 Valores da pressão estática e respetivo erro no Venturi convergente.

	P estática exp (Pa)	P estática teo (Pa)	Erro (%)
a	2668.44	2668.44	0.0
b	1603.02	1446.33	10.8
c	1612.80	1743.71	7.5
d	1651.89	2053.64	19.6
e	1954.90	2364.57	17.3
f	2287.24	2668.44	14.3

Tabela.10 Valores da pressão estática e respetivo erro no Venturi divergente.

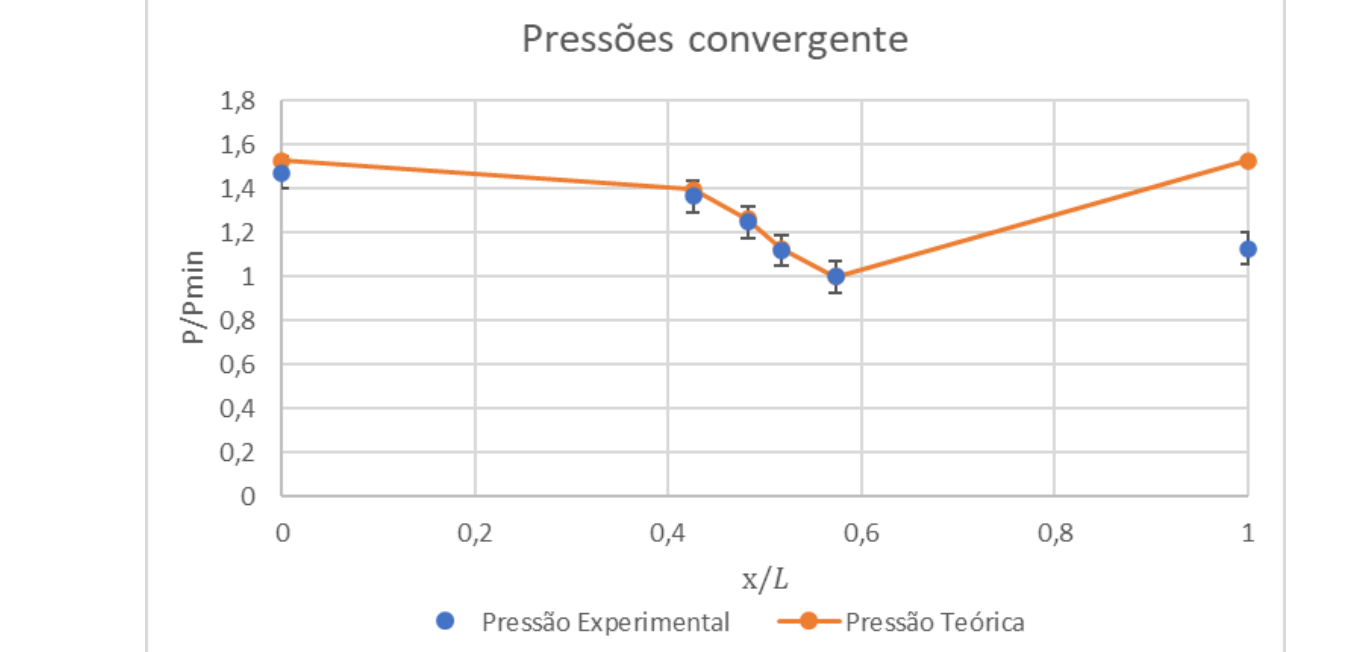


Gráfico.3 Gráfico contínuo e normalizado da pressão estática experimental em relação à teórica no Venturi convergente.

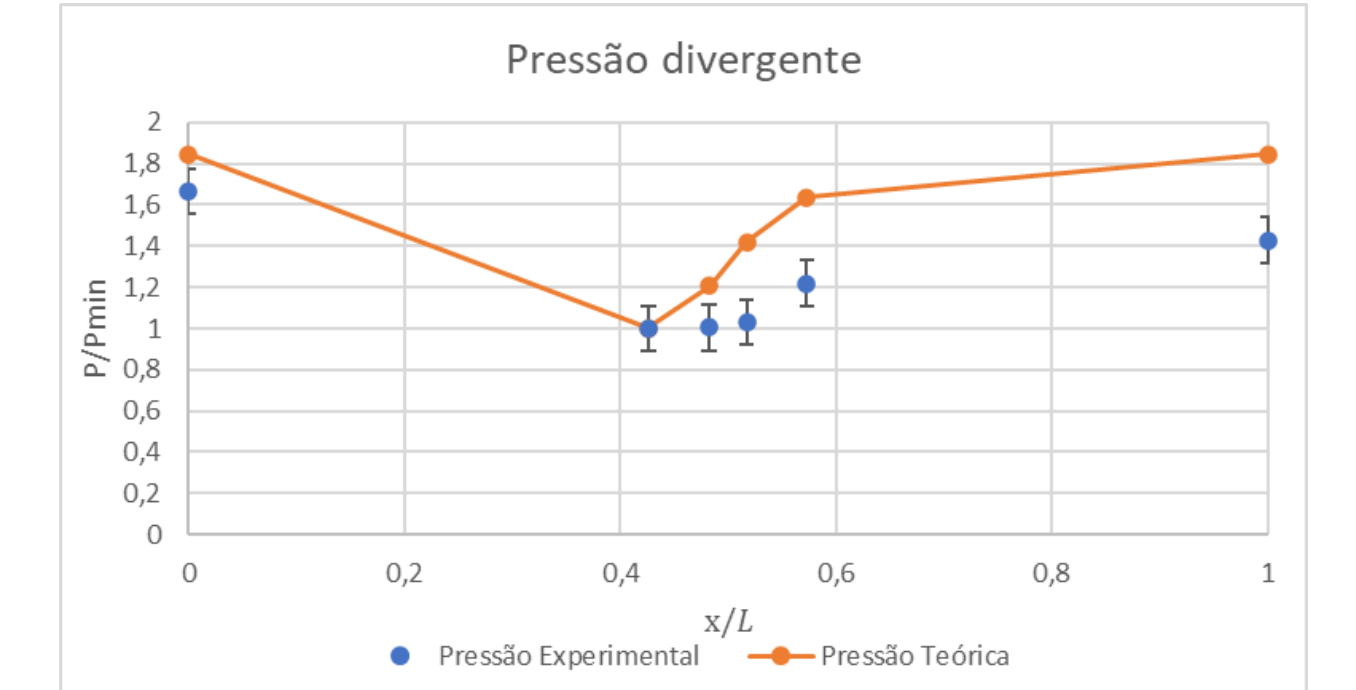


Gráfico.4 Gráfico contínuo e normalizado da pressão estática experimental em relação à teórica no Venturi divergente.

Verificam-se desvios em relação ao valor teórico de 20% mas em ambos os casos vemos pelas barras de erro que o valor experimental intercepta o teórico (exceção último ponto posição convergente).

No caso do venturi convergente: A média dos valores experimentais da pressão de estagnação é 263.50 ± 10.83 mm de H2O.

O valor teórico da pressão de estagnação é 276.49 mm de H2O. O intervalo dos valores experimentais não intercepta com o valor teórico e o desvio percentual é de 4,70 %.

No caso do venturi convergente: A média dos valores experimentais da pressão de estagnação é de 272.83 ± 15.17 mm de H2O.

O valor teórico da pressão de estagnação é 276.28 mm de H2O.

Aqui o intervalo dos valores experimentais, no convergente intercepta com o valor teórico, menos no ultimo ponto, e no divergente, só os dois primeiros intercetam.

O valor de P_0 vai corresponder à cota de energia total média de escoamento em ambos os casos.

Com os valores de P_0 experimentais, calculámos a percentagem de energia dissipada de ponto para ponto como é visível nas seguintes tabelas:

	% de Energia Dissipada
a	0.00
b	0.73
c	0.37
d	0.37
e	0.74
f	13.48

Tabela.11 Valores da dissipação de energia no Venturi convergente.

Verifica-se facilmente que um Venturi perde menos energia na posição divergente.

Conclusões

Analisando os resultados que obtivemos podemos verificar que atingimos os objetivos do trabalho, nomeadamente demonstrar que o Teorema de Bernoulli se verifica (quando a velocidade aumenta a pressão diminui e vice-versa).

Apesar disso obtivemos erros consideráveis que são explicados pelas perdas de energia.

Outros fatores que podem ter contribuído para os erros foram talvez a presença de ar nas condutas que não conduzia a leituras estáveis nos tubos manométricos e fraca resolução dos “copos” volumétricos para medição do caudal.

Concluimos ainda que um Venturi deve ser utilizado na posição 2 (divergente) pois perde menos energia.

Aplicações

O teorema de Bernoulli é aplicado em áreas muito diversas do nosso estilo de vida. Um exemplo bastante interessante é encontrado no tubo de Pitot, que é usado em aviões e carros de fórmula 1 para medições de velocidade. Ele utiliza um princípio semelhante ao Venturi nomeadamente na posição divergente.

Referências

Protocolo do Trabalho Prático da Unidade Curricular.
Slides da Unidade Curricular.
[1] Bergman, T. L., & Incropera, F. P. (2011). Fundamentals of heat and mass transfer (Seventh edition.). Wiley.