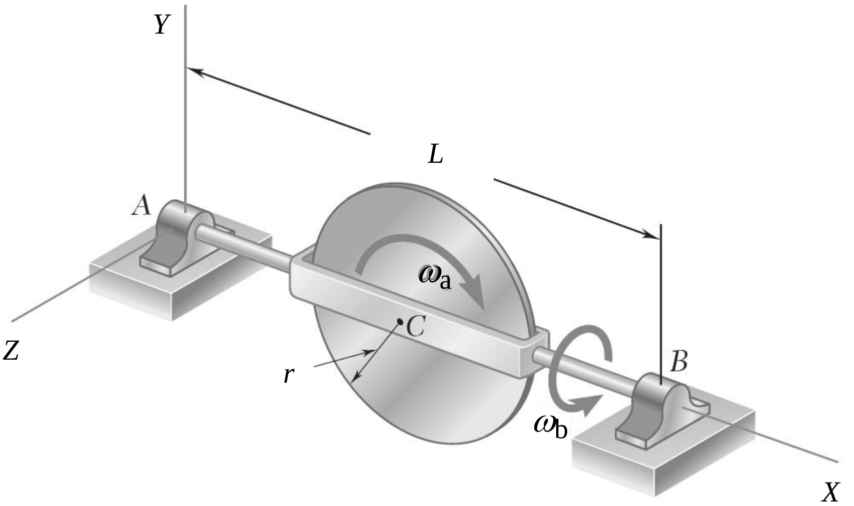
Exercício 1: Um disco fino e uniforme com massa m e raio r roda com velocidade angular de magnitude constante ω_a no sentido horário em relação à árvore *AB*, que, por sua vez, roda com velocidade angular de magnitude constante ω_b no sentido anti-horário, conforme se ilustra na figura 1. Neste contexto:

(a) Indique que tipos de movimento (em termos cinemáticos) apresentam, por um lado, o disco e, por outro lado, a árvore *AB*;

(b) Determine as acelerações angulares absolutas, $\boldsymbol{\alpha}$, do disco e da árvore *AB*;

(c) Com base na metodologia utilizada nas aulas práticas, determine as acções dinâmicas nos apoios *A* e *B* no instante considerado admitindo que apenas o apoio *B* poderá, porventura, assegurar uma reacção segundo a direcção da árvore *AB*. Considere ainda que a árvore *AB* possui uma massa desprezável.



Exercício 2: Considere o sistema vibratório que se encontra, de acordo com a figura 2, na sua posição de equilíbrio estático. Considerando pequenas oscilações e atendendo não só a que a massa da barra delgada e uniforme é de 3 kg mas também a que a massa de 1,2 kg pode ser considerada pontual:

(a) Classifique o sistema vibratório quanto ao amortecimento bem como quanto às acções externas;

(b) Obtenha a equação de movimento (equilíbrio) do sistema;

(c) Determine a posição x a que a massa de 1,2 kg deve ser colocada para que o sistema possua um período de vibração de 1 s;

(d) Calcule a velocidade máxima da extremidade da barra sabendo que no instante inicial $t_0 = 0$ s, a barra é libertada de um ângulo de +0,2 rad em relação à posição de equilíbrio estático com uma velocidade angular nula.

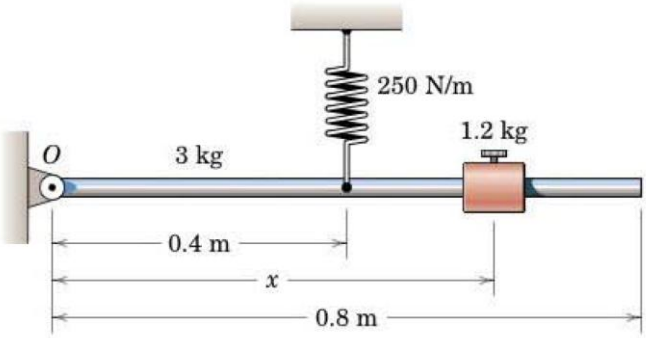


Figura 2: Sistema vibratório do exercício 2.

FORMULÁRIO

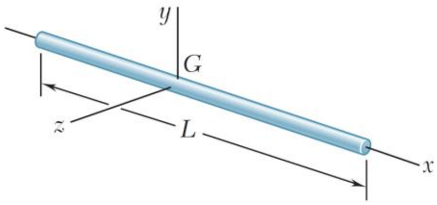
Momentos de inércia:

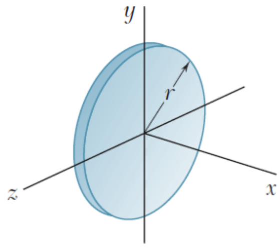
Barra delgada e uniforme

$(I_G)_{xx} = 0$; $(I_G)_{yy} = (I_G)_{zz} = m\,L^2/12$

Disco fino e uniforme

$(I_G)_{xx} = m\,r^2/2$; $(I_G)_{yy} = (I_G)_{zz} = m\,r^2/4$





Teorema de Steiner:

$I = I_G + m\,d^2$

Respostas de sistemas vibratórios:

$\zeta = 0$: $x = C \sin(\omega_n t + \psi)$

$\zeta < 1$: $x = Ce^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \psi)$, com $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

$\zeta = 1$: $x = (A_1 + A_2 t)e^{-\omega_n t}$

$\zeta > 1$ $x = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$

$= A_1 e^{(-\zeta+\sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t} + A_2 e^{(-\zeta-\sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t}$

Boa Sorte