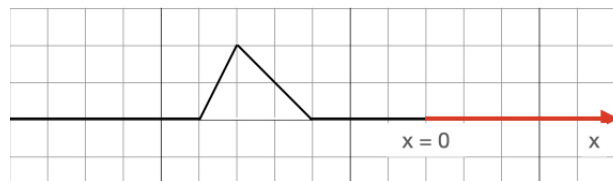


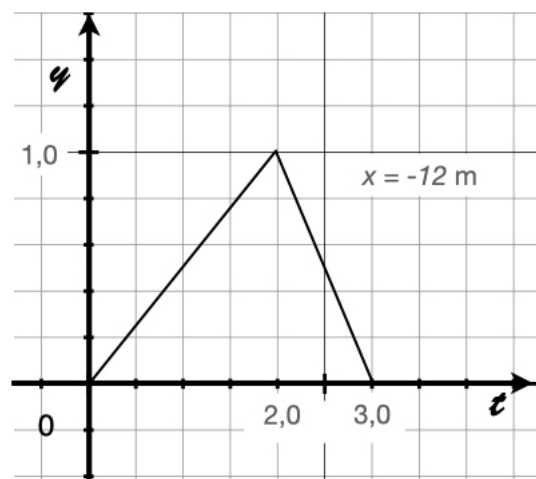
ONDAS E MECÂNICA APLICADA

Exercícios - Parte 1 - Folha 3

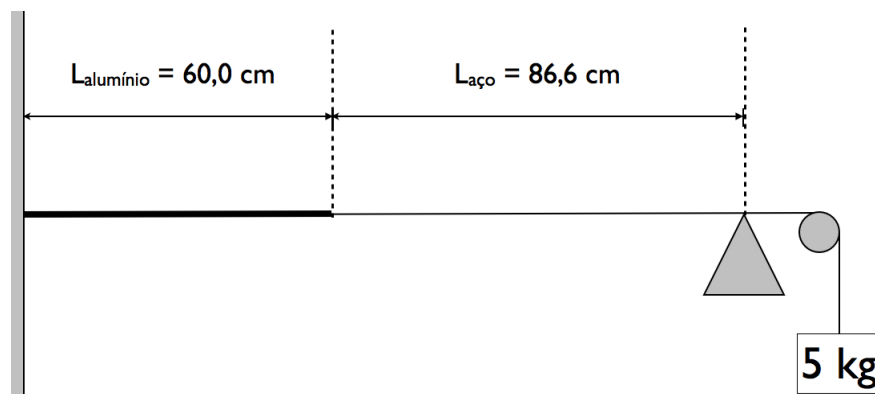
1. Duas ondas numa corda longa descritas pelas equações: $y_1 = A \sin(kx - \omega t + \phi_0)$ e $y_2 = A \sin(kx + \omega t)$ produzem uma onda estacionária. Mostre que:
 - (a) a adição da fase ϕ só altera a posição dos nodos;
 - (b) a distância entre nodos consecutivos é independente do tempo e constante.
2. Uma onda estacionária é formada numa corda de comprimento, L , tensão, T e frequência externa de vibração, f , tem em certas condições n anti-nodos.
 - (a) Se duplicar o comprimento da corda como deve alterar a frequência para manter o mesmo número de anti-nodos?
 - (b) Mantendo a frequência e o comprimento constantes, que tensão produz $n+1$ anti-nodos?
 - (c) Se a frequência triplicar e o comprimento passar a metade, $L/2$, de quanto deve mudar a tensão para se ter $2n$ anti-nodos?
3. Duas cordas com densidades lineares de massa $\mu_1 = 0,1 \text{ kg/m}$ e $\mu_2 = 0,9 \text{ kg/m}$, respectivamente, encontram-se unidas (ver figura). A tensão é $T = 20 \text{ N}$. Uma perturbação com a forma indicada na figura propaga-se para a direita. A figura mostra a forma da perturbação num instante t .



- (a) Determine os coeficientes de reflexão e transmissão.
 - (b) Faça uma representação gráfica da deformação total da corda quando o pulso incidente tem o valor máximo na interface ($x = 0$).
 - (c) Faça uma representação gráfica da deformação total da corda quando os pulsos – refletido e transmitido – se encontram longe da interface.
4. Uma perturbação descrita pela função temporal representada na figura propaga-se num meio uni-dimensional (uma corda, por exemplo) coincidente com o eixo x . A velocidade de propagação da perturbação indicada é $v = 2 \text{ m/s}$. O ponto $x = 0$ (metro) é uma fronteira com um meio de impedância infinita. Considere que t e y são expressos em segundo e centímetro, respectivamente.



- (a) Represente:
- o impulso incidente (no tempo) em $x = -6$ m,
 - os impulsos incidente e reflectido em $x = 0$ m,
 - os impulsos incidente, reflectido e a perturbação resultante em $x = -2$ m,
 - a perturbação resultante no meio em $x = -6$ m.
- (b) Escreva a função de onda
- partindo da representação no tempo representada na figura,
 - da onda incidente (a partir da função da alínea anterior),
 - da onda reflectida.
5. O deslocamento de uma onda estacionária numa corda é dado por:
- $$y(x, t) = 0,4 \sin(0,5x) \cos(30t) \quad (x \text{ e } y \text{ em cm}).$$
- (a) Calcule a frequência, amplitude e velocidade das duas ondas progressivas.
- (b) Qual é a velocidade de uma partícula da corda na posição $x = 2,4$ cm e $t = 0,8$ s?
6. Uma corda fixa nas duas extremidades, de comprimento 3,0 m vibra no seu terceiro harmónico com 60 vibrações completas em 10 segundos. Qual a velocidade da onda?
7. Um arame de alumínio de comprimento $L_1 = 60,0$ cm e secção transversal $S = 10^{-2}$ cm² está, numa extremidade, suspenso num ponto fixo, e na outra, ligado a um arame de aço de comprimento $L_2 = 86,6$ cm, com a mesma secção transversal, conforme ilustrado na figura. O fio combinado suporta um bloco de massa 5,0 kg. Uma fonte externa de frequência variável produz ondas transversais no arame. Considere $\rho_{al} = 2,6$ g.cm⁻³ e $\rho_{aco} = 7,8$ g.cm⁻³ e que ambas as extremidades correspondem a pontos de amplitude de deslocamento nulo.
- (a) Determine a frequência mais baixa de excitação para a qual são produzidas ondas estacionárias de tal modo que a junção dos arames é um nodo.
- (b) Calcule o número total de nodos observados nesta frequência, exceptuando os dois das extremidades?
- (c) Calcule a impedância dos dois fios.

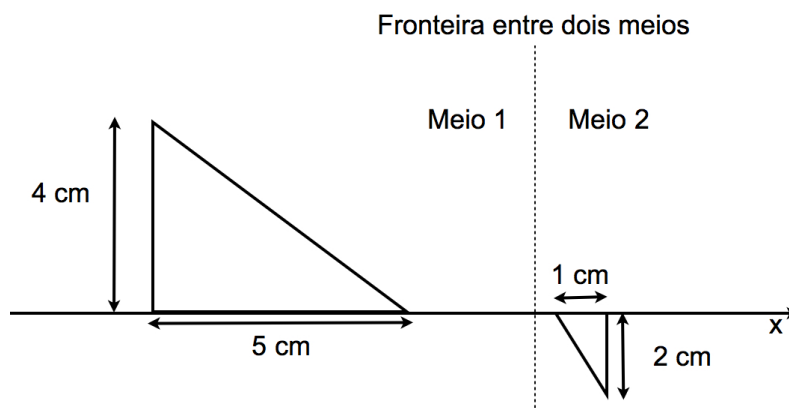


8. Os coeficientes de reflexão, R , e de transmissão, T , de amplitude são dados pelas expressões

$$R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad T = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

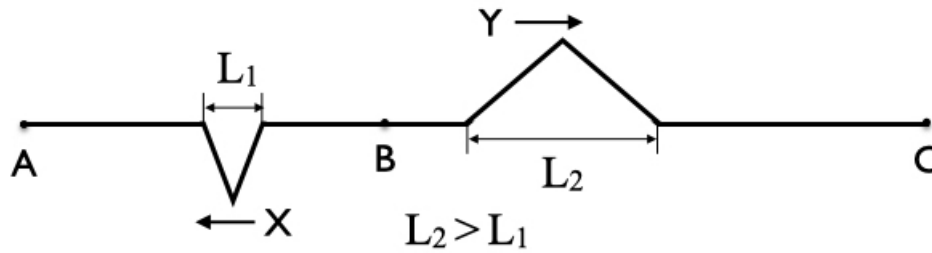
em que Z_1 e Z_2 correspondem às impedâncias dos meios 1 e 2, respectivamente. Escreva estes coeficientes em função das velocidades de propagação nos meios 1 e 2, v_1 e v_2 , respectivamente.

9. Dois fios metálicos horizontais de densidades lineares diferentes, $\nu_1 < \nu_2$, são soldados numa extremidade e sujeitos a uma tensão T_0 . Quando uma onda harmónica, deslocando-se no primeiro fio (ρ_1), se reflete na junção dos dois fios, a amplitude da onda refletida é um terço da onda incidente. Sendo A a amplitude da onda incidente, calcule a amplitude da onda transmitida.
10. Um impulso incidente que se propagava numa corda, por exemplo, no sentido positivo do eixo x ao atingir a fronteira entre os meios 1 e 2 originou uma onda refletida e outra transmitida. A figura ilustra as ondas refletida e transmitida num dado instante após o impulso ter atingido a fronteira.



- (a) Determine v_2 em função de v_1 utilizando a informação da figura.
- (b) Determine os coeficientes de transmissão, T , e de reflexão, R .
- (c) Desenhe a forma do impulso incidente num instante qualquer antes deste atingir a fronteira.

11. Duas cordas com diferentes densidades lineares estão ligadas entre si no ponto B . Se um pulso enviado através de uma das cordas é reflectido e transmitido no ponto B selecione, justificando correctamente a sua resposta, a opção correcta



- (a) A onda reflectida é a Y.
- (b) A densidade linear da corda AB é menor que a da corda BC.
- (c) A onda incidente vem de AB.

Soluções:

- 1.
2. (a) $f/2$
(b) $\left(\frac{n}{n+1}\right)^2 T$
(c) $\frac{9}{16}T$
3. (a) $T = 0,5$, $R = -0,5$
- 4.
5. (a) $0,2 \text{ cm}$; $15/\pi \text{ s}^{-1}$; 60 cm.s^{-1}
(b) $0,34 \text{ cms}^{-1}$
6. 12 m.s^{-1}
7. (a) 230 Hz
(b) 6
(c) $3,6 \times 10^2 \text{ gs}^{-1}$; $6,2 \times 10^2 \text{ gs}^{-1}$
- 8.
9. $2/3$
10. (a) $v_2 = 0,2v_1$
(b) $T = 1/3$
(c)