

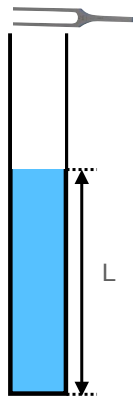
# ONDAS E MECÂNICA APLICADA

## Exercícios - Parte 1 - Folha 4

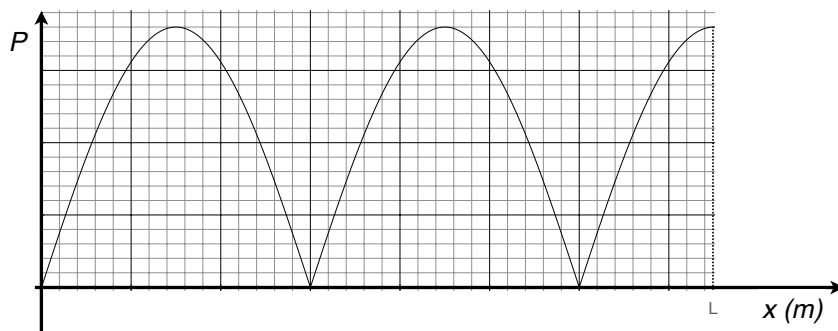
NOTA: Caso seja necessário considere uma velocidade do som no ar de  $340 \text{ ms}^{-1}$ .

1. Considere duas cordas sob tensão  $T$  e de impedâncias  $Z_1$  e  $Z_2$  unidas no ponto  $x = 0$ . Sabendo que as cordas têm a mesma secção transversal,  $S$ , deduza os coeficientes de reflexão e transmissão de potência.
2. Verifique que a sobreposição de duas ondas progressivas que se propagam em sentidos contrários e nas quais uma tem o dobro da amplitude da outra pode ser escrita como a soma de uma onda progressiva e de uma onda estacionária.
3. Considere uma onda longitudinal que se propaga numa barra sólida de espessura fina. Na situação de pequenas elongações pode escrever-se, tendo em conta a lei de Hooke,  $P(x) = Y \frac{\partial \Psi}{\partial x}$  em que  $Y$  é o módulo de Young,  $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$  a elongação relativa e  $P$  uma pressão. Utilizando uma análise similar à efectuada para uma coluna de gás determine que a velocidade de propagação é dada por  $v_{\text{som}} = \sqrt{\frac{Y}{\rho_0}}$  onde  $\rho_0$  a massa volúmica.
4. A corda de Sol de um violino tem 30 cm de comprimento e vibra solta com uma frequência de 196 Hz. As notas seguintes na escala são Lá (220 Hz), Si (247 Hz), Dó (262 Hz) e Ré (294 Hz). A que distância da extremidade deve ser colocado o dedo para fazer soar cada uma destas notas?
5. Sabendo que a impedância acústica da água, do gelo e do aço são iguais a  $Z_{\text{água}} = 1,34 \times 10^6 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ;  $Z_{\text{gelo}} = 3,49 \times 10^6 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ,  $Z_{\text{aco}} = 3,90 \times 10^6 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ , respectivamente. Calcule as percentagens de energia que são reflectidas e transmitidas quando ondas acústicas incidem normalmente numa superfície que separa
  - (a) água e gelo;
  - (b) aço e água.
6. Um tubo aberto nas duas extremidades está a ressoar no quinto modo de ressonância e a frequência medida é de 500 Hz.
  - (a) Qual o comprimento do tubo?
  - (b) Represente num diagrama as variações da pressão, densidade e deslocamento acústico ao longo do tubo.
  - (c) Se fecharmos o tubo numa extremidade o quinto modo será mais grave ou mais agudo?
  - (d) Determine, na situação da alínea anterior, a frequência do nono modo.
7. O canal auditivo de um ser humano tem em média um comprimento de 2,5 cm. O ser humano típico consegue ouvir frequências na gama 20 Hz a 20 000 Hz e a impedância do tímpano é muito elevada. Indique um problema que teria de resolver caso pretendesse construir uns auscultadores intra-auriculares? Justifique a sua resposta assumindo que o canal auditivo tem uma forma cilíndrica.

8. Um diapasão de frequência 660 Hz, é mantido acima do tubo aberto de 1,0 m de altura. O nível da água,  $L$ , pode ser ajustado (ver figura). Considere que a velocidade do som é de  $330 \text{ ms}^{-1}$ . Para que posições,  $L$ , do nível da água haverá ressonância?



9. Com um diapasão de frequência 500 Hz, mantido acima de um tubo semelhante ao da figura anterior, encontram-se ressonâncias quando o nível da água está às distâncias de 51,0 cm, 85,0 cm e 119 cm da extremidade. Calcule, nesta situação, a velocidade de propagação do som no ar.
10. O gráfico da amplitude da pressão acústica num tubo de comprimento  $L$  em que numa das extremidades está colocado um altifalante emitindo numa frequência de  $10^3 \text{ Hz}$ , está representado na figura.



- (a) Qual a extremidade onde está colocado o altifalante? Discuta a resposta nas seguintes situações:
- O altifalante é um dispositivo cuja membrana só vibra significativamente por acção do sinal eléctrico que o alimenta.
  - O altifalante é um dispositivo cuja membrana vibra tanto por acção do sinal como por acção de um campo de pressão; considere o caso no qual a membrana vibra com a mesma amplitude do campo incidente.
- (b) Sabendo que a impedância do meio é  $450 \text{ kgm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  e que o valor da densidade do gás que enche o tubo é  $1,5 \text{ kgm}^{-3}$ , trace, segundo a situação da alínea ii), o gráfico da amplitude da velocidade das partículas ao longo do tubo, graduando

numericamente o eixo das abcissas. Poderemos dizer algo quanto ao eixo das ordenadas?

11. Considere uma onda acústica produzida em  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$  que se propaga isotropicamente com velocidade  $v_s = 331,4$  m/s. A densidade do ar é  $\rho_0$  ( $1,29 \text{ kgm}^{-3}$ ). A função perturbação é sinusoidal com frequência de 1,0 kHz e a potência da fonte é  $P_0 = 10$  W.
  - (a) Determine a amplitude da onda de deslocamento num ponto genérico do espaço e escreva uma expressão para a onda de deslocamento também num ponto genérico do espaço/tempo.
  - (b) Qual a potência recebida por um receptor (por exemplo um microfone) com uma área de recepção de  $1 \text{ cm}^2$  perpendicular à direcção de propagação, situado num ponto de coordenadas (2,2,1) metros?
  - (c) Admitindo que o receptor tem uma membrana que responde à onda com uma vibração da mesma amplitude, determine a amplitude de vibração da membrana.
  - (d) Determine, nas condições da alínea b), a diferença entre as densidades máxima e mínima do ar. Idem para a pressão. Compare com o valor da pressão atmosférica normal ( $1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ ).
  - (e) Determine o valor total da energia presente num volume esférico de raio  $r_b$  centrado no receptor.
  - (f) Determine a distância ao receptor à qual a amplitude da onda acústica é 20 dB inferior à da alínea b).
  - (g) A uma distância suficientemente grande do receptor a onda esférica pode ser vista como uma onda plana. Escreva uma expressão para esta onda plana válida na vizinhança do ponto (8,6,0) metros.
  - (h) Responda à alínea b) para o caso de a área de recepção fazer um ângulo de  $30^\circ$  com a direcção de propagação.
12. Um homem conduz uma experiência para medir a velocidade do som num tubo cilíndrico de comprimento  $L$ , área transversal  $S$  e raio  $R_b$  fechado nas duas extremidades conforme ilustrado na figura.



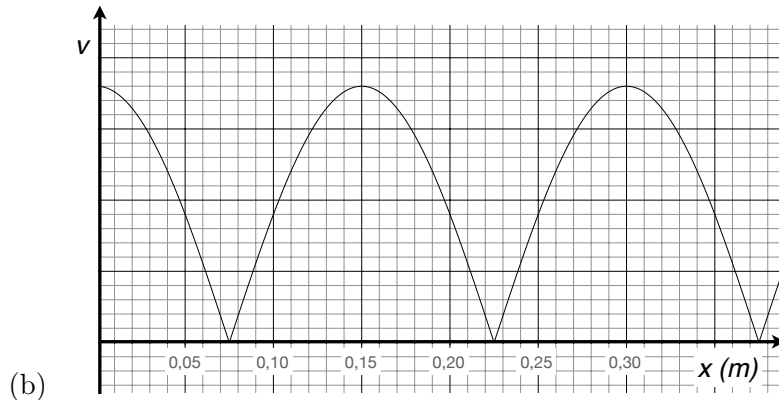
No interior do tubo, uma pessoa percute uma corda cuja tensão pode medir e variar. É conhecida a densidade da corda, que vibra no seu modo fundamental e o comprimento,  $L$  do tubo.

- (a) A pessoa ouvindo o som que se produz no tubo tem dados para determinar a velocidade das ondas acústicas no ar. Explique como e refira as aproximações utilizadas.
- (b) Explique o que poderia fazer a pessoa para descobrir numa situação de ressonância do tubo e qual o seu modo.

- (c) Considere que o tubo tem apenas uma extremidade fechada e que a extremidade oposta ao local onde se encontra a pessoa se prolonga até ao infinito. Que diferenças verificará relativamente ao comportamento observado na alínea *a*? Ainda poderia medir a velocidade das ondas? Como?
- (d) Considere, agora, que uma das extremidades do tubo está aberta, mas com o observador no exterior do tubo, a uma distância da extremidade aberta de  $r = 5R_b$  (metro). A intensidade medida pelo observador é 0,01 da intensidade da onda incidente produzida no interior do tubo. Admitindo que a onda no exterior é aproximadamente hemisférica, calcule:
- o coeficiente de transmissão na extremidade aberta;
  - o SWR dentro do tubo.

**Soluções:**

- 1.
- 2.
- 3.
4. 3,27 cm; 6,19 cm; 7,56 cm; 10,0 cm
5. (a)  $\frac{P_r}{P_i} = 0,198$ ,  $\frac{P_t}{P_i} = 0,802$ ;  
(b)  $\frac{P_r}{P_i} = 0,872$ ,  $\frac{P_t}{P_i} = 0,128$ .
6. (a) 1,7 m  
(b)  
(c) grave  
(d)
7. 3400 Hz, 10200 Hz; 17000 Hz
8.  $1/8$  m,  $5/8$  m,  $7/8$  m
9. 340 m/s
10. (a) i.  $x = L$   
ii.  $x = 0$



11. (a)  $\Psi(r, t) = \frac{9,71 \times 10^{-6}}{r} \sin[2\pi(10^3 t - 0,331r)]$   
(b)  $8,8 \times 10^{-6}$  W  
(c)  $3,24 \times 10^{-6}$  W  
(d)  $2,52 \times 10^{-5} \text{ kgm}^{-3}$   
(e)  $0,030r_b$   
(f) 30 m  
(g)  $9,71 \times 10^{-6} \sin[2\pi(10^3 t - 0,331(0,8x + 0,6y))]$   
(h)  $7,62 \times 10^{-6}$  W
12. (a) Na frequência de ressonância o som é mais intenso (porquê?). Aproximação: a de que a onda se propaga apenas longitudinalmente em relação ao tubo.

- (b) Deslocar-se ao longo do tubo e ... (??)
- (c) O som seria menos intenso (porquê?), embora se observassem sempre (independentemente da frequência) ondas estacionárias. Ainda poderíamos medir a velocidade das ondas, mas de maneira diferente da alínea a). Como?
- (d) Diminuíu.
- (e) i.  $T = 1,71$ . Nota: Se teve dificuldade em abordar esta alínea, tente os seguintes passos: 1) Escrever uma relação entre a intensidade à distância  $r$  da extremidade aberta e a intensidade à saída desta. 2) Estabelecer o balanço de intensidades na extremidade aberta em função do coeficiente de reflexão, determinando-o depois, e tendo em conta que, embora ambas as ondas se propaguem no ar, a existência de uma condição fronteira requer que as impedâncias sejam diferentes.
  - ii.  $SWR = 5,82$