

# Propriedades Mecânicas e Térmicas - 2022

## Condutividade térmica & difusividade térmica – aula TP

Dr. Andrei V. Kovalevsky (Kavaleuski)

Investigador Principal

DEMaC / CICECO

*e-mail:* [akavaleuski@ua.pt](mailto:akavaleuski@ua.pt)

# Exercício 1

Qual a espessura de uma parede de alvenaria com condutividade térmica de 0.75 W/m/K se o fluxo de calor através dessa parede for equivalente a 80% do fluxo de calor através de uma parede estrutural com condutividade térmica de 0.25 W/m/K e espessura de 100 mm? As superfícies de ambas as paredes estão sujeitas à mesma diferença de temperatura.

Resolução:

$$\dot{Q} = \kappa A \frac{\Delta T}{L}$$

Fluxo de calor  $\Phi$  é a energia térmica transferida de uma substância para outra por unidade de tempo e área.

$$\Phi = \frac{\dot{Q}}{A}$$

Assim,  $\Phi = \kappa \frac{\Delta T}{L}$

$$\Phi_{alv.} = \kappa_{alv.} \times \frac{\Delta T}{L_{alv.}}$$

$$\Phi_{par.estr.} = \kappa_{par.estr.} \times \frac{\Delta T}{L_{par.estr.}}$$



$$\Phi_{alv.} = 0.8 \times \Phi_{par.estr.}$$

$$\kappa_{alv.} \times \frac{\Delta T}{L_{alv.}} = 0.8 \times \kappa_{par.estr.} \times \frac{\Delta T}{L_{par.estr.}}$$



$$L_{alv} = \frac{\kappa_{alv.} \times L_{par.estr.}}{0.8 \times \kappa_{par.estr.}}$$

$$L_{alv} = \frac{0.75 \times 100/1000}{0.8 \times 0.25} = 0.375 \text{ (m)}$$

## Exercício 2

Estime o valor para a constante de Wiedemann-Franz,  $L$  [em  $\Omega \cdot W/K^2$ ], à temperatura ambiente (298 K) para os seguintes materiais: ouro, platina, níquel,  $ZrO_2$ -3%mol.  $Y_2O_3$ .

Material	Condutividade térmica, $\kappa_{tot}$ , W/m/K	Resistividade elétrica, $\rho$ , $\Omega \times m$
Au	315	$2.35 \times 10^{-8}$
Pt	71	$10.6 \times 10^{-8}$
Ni	70	$0.95 \times 10^{-7}$
$ZrO_2/Y_2O_3$	2.7	$10^{10}$

Resolução:  $\kappa = \kappa_f + \kappa_{el}$   $\kappa = \kappa_f + \sigma LT$  Para metais  $\kappa_{el} \gg \kappa_f$ , assim:  $\kappa \approx \sigma LT$

$$L \approx \frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{\kappa \rho}{T}$$

$$L(Au) \approx \frac{315 \times 2.35 \times 10^{-8}}{298} = 2.48 \times 10^{-8} \left( \frac{\Omega W}{K^2} \right) \quad L(Pt) \approx 2.53 \times 10^{-8} \frac{\Omega W}{K^2} \quad L(Ni) \approx 2.23 \times 10^{-8} \frac{\Omega W}{K^2}$$

Para materiais cerâmicos quase dielétricos, a maior parte de calor é transferida por fônons. Assim, a aplicação da mesma equação resulta num valor incorreto de  $L$  para  $ZrO_2/Y_2O_3$ :

$$L(ZrO_2/Al_2O_3) \approx \frac{2.7 \times 10^{10}}{298} = 9.06 \times 10^7 \left( \frac{\Omega W}{K^2} \right)$$

# Exercício 3

Podemos considerar um material poroso como um compósito no qual uma das fases são os poros. Estime o limite superior para a condutividade térmica à temperatura ambiente de um material à base de óxido de alumínio ( $\kappa = 39 \text{ W/m/K}$ ) que possui uma fração volumétrica de poros de 0,25, os quais estão preenchidos com ar estagnado.

Resolução:

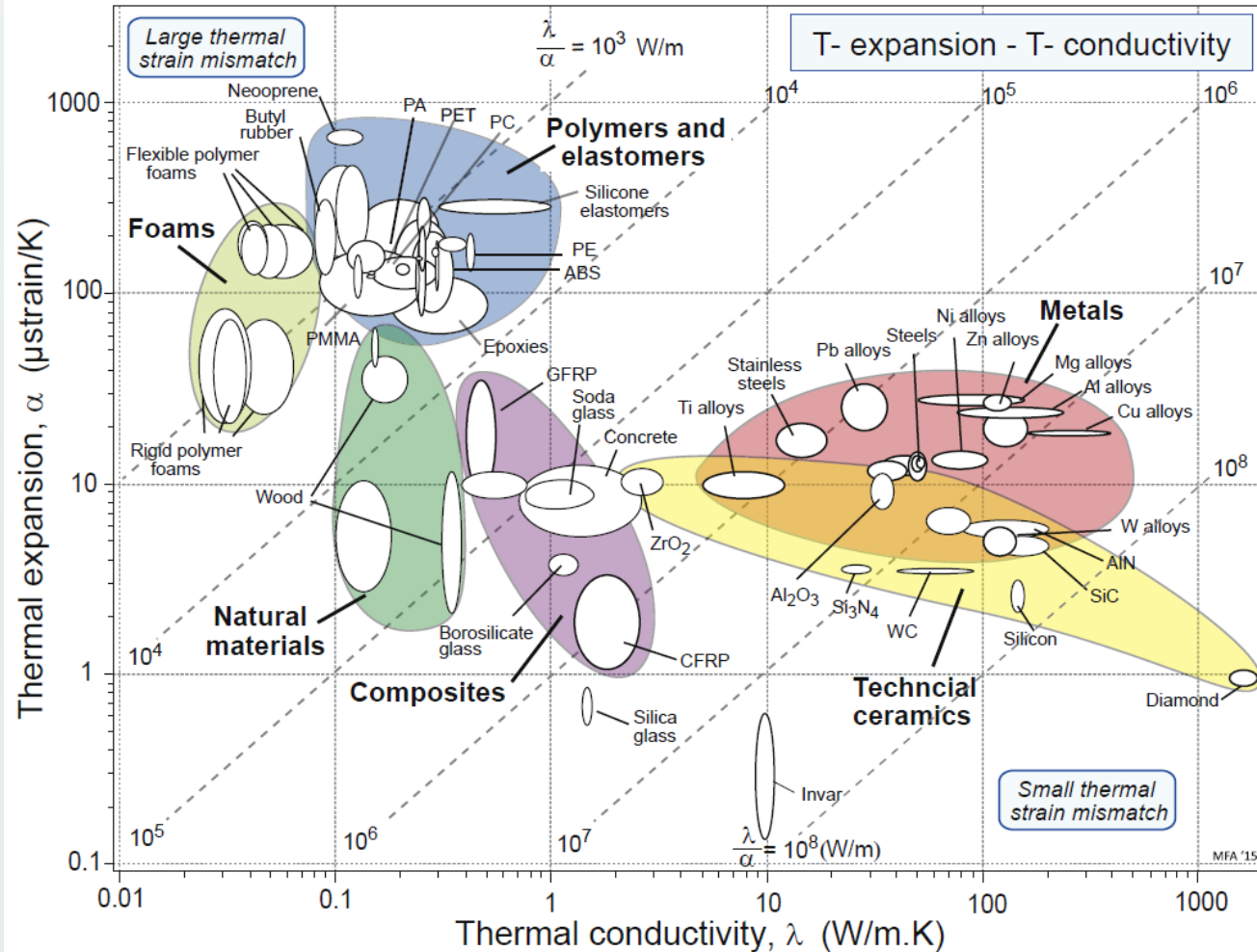
$$\kappa_c \leq f\kappa_p + (1 - f)\kappa_m$$

$$\kappa_{Al_2O_3 \text{ poroso}} \leq 0.75 \times 39 = 29.3 \left( \frac{W}{m \times K} \right)$$

$$(\kappa_{Al_2O_3 \text{ poroso}} \gg \kappa_{ar \text{ estagnado}})$$

# Exercício 4

Para garantir um bom funcionamento, um chip de silício deve ser efetivamente arrefecido durante a operação. O excesso do calor pode ser tirado ligando o chip com um dissipador de calor através de um material com alta condutividade térmica. Além disso, os stresses térmicos provocados pela diferença de expansão térmica devem ser minimizados. Usando a gráfico da esquerda, propõe os materiais adequados e justifique a sua escolha.



## Resolução:

A partir do gráfico, os metais com um coeficiente de expansão mais próximo ao silício são o tungstênio e as suas ligas. Também conduzem bem o calor. Dos materiais não metálicos, SiC, AlN e diamante são bem adequados.

## Exercício 5

Calcule a espessura de uma janela de vidro quadrada ( $1.5 \times 1.5 \text{ m}^2$ ) que separe uma sala a  $25^\circ\text{C}$  do exterior a  $40^\circ\text{C}$  e não permite a entrada de mais de  $8 \text{ MJ}$  de calor durante  $8 \text{ h}$  do dia. Assumir que a condutividade térmica do vidro é de  $0.96 \text{ W/m/K}$

Resolução:

$$\dot{Q} = \kappa A \frac{\Delta T}{L}$$

$\dot{Q}$  é a taxa de transferência de calor, enquanto o valor total de calor transferido durante o tempo  $\Delta t$  é:

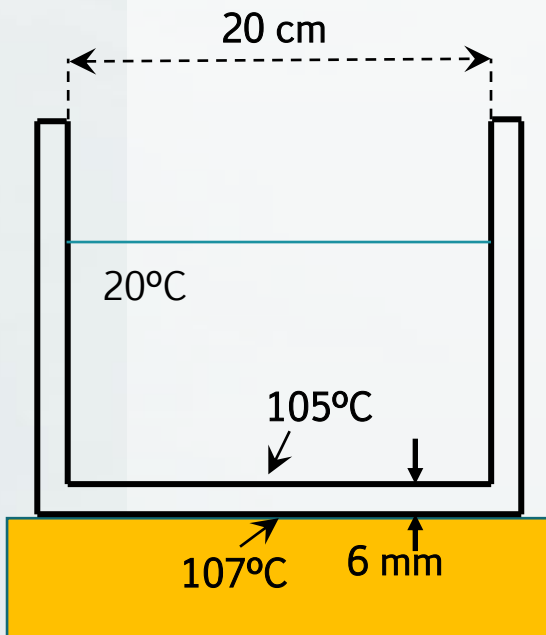
$$Q = \dot{Q} \times \Delta t$$

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{\kappa A \Delta T}{L} \Rightarrow L = \frac{\kappa A \Delta T \times \Delta t}{Q}$$

$$L = \frac{0.96 \times 1.5 \times 1.5 \times (40 - 25) \times 8 \times 60 \times 60}{8 \times 10^6} = 0.116 \text{ (m)}$$

O vidro necessário para evitar o fluxo de calor desejado parece demasiado grosso. Assim, outros materiais são necessários para substituir os vidros típicos nesta situação. Os polímeros têm condutividades térmicas aproximadamente uma ordem de grandeza menor, assim deixando diminuir a espessura  $\sim 10$  vezes. Outra solução é um painel duplo, com as janelas de vidro separados por um gás (ar ou Ar têm condutividades térmicas muito baixas) ou uma folha de polímero transparente.

## Exercício 6



Uma panela de alumínio cuja condutividade térmica é  $237 \text{ W/m/K}$  tem um fundo plano com diâmetro  $d$  de 20 cm e espessura  $L$  de 6 mm. O calor é transferido de forma estável para 3 L de água na panela, com a temperatura inicial de  $20^\circ\text{C}$ . Assumindo que as superfícies interior e exterior do fundo da panela têm temperaturas estáveis de  $105^\circ\text{C}$  e  $107^\circ\text{C}$  correspondentemente (um pressuposto grosso), determinar o tempo necessário para aquecer a água até  $90^\circ\text{C}$ . A capacidade calorífica de água é  $4184 \text{ J/kg/K}$ , a troca de calor com o ambiente não é considerada, a convecção permite manter a temperatura uniforme de água.

**Resolução:** A taxa de transferência de calor (J/s):  $\dot{Q} = \kappa A \times \frac{\Delta T_{\text{panela}}}{L}$

A quantidade de energia necessária para aquecer 3L da água de  $20^\circ\text{C}$  até  $90^\circ\text{C}$ :  $Q = c_p m \Delta T_{\text{água}}$

O tempo necessário para aquecer a água:  $t = \frac{Q}{\dot{Q}} = \frac{4c_p m \Delta T_{\text{água}} \times L}{\pi d^2 \kappa \times \Delta T_{\text{panela}}}$

$$t = \frac{4 \times 4184 \times 3 \times (90 - 20) \times 6/1000}{3.1416 \times \left(\frac{20}{100}\right)^2 \times 237 \times (107 - 105)} = 354 \text{ (s)} = 5 \text{ min } 54 \text{ s}$$



# Exercício 7

Elemento	$c_{p,m}/(mol \times K)$	
	Sólidos	Líquidos
C	7.5	11.7
H	9.6	18.0
B	11.3	19.7
Si	15.9	24.3
O	16.7	25.1
F	20.9	29.3
P, S	22.6	31.0
Restantes elementos	25.1 a 25.9	33.5

Uma amostra de titanato de estrôncio  $SrTiO_3$ , em forma de barra  $3 \times 5 \times 10 \text{ mm}^3$  ( $V$ ) e com a massa  $m$  de 0.7185 g, tem uma condutividade térmica de  $12 \text{ W/m/K}$ . Calcule a difusividade térmica desta amostra fazendo uma estimativa da capacidade calorífica a partir da regra de Neumann-Kopp (tabela à esquerda).

Resolução:

Difusividade térmica:

$$\alpha = \frac{\kappa}{\rho c_p} = \frac{\kappa V}{m c_p}$$

$$c_p = \frac{c_p(Sr, sol.) + c_p(Ti, sol.) + 3 \times c_p(O, sol.)}{M(Sr) + M(Ti) + 3 \times M(O)}$$



$$\alpha = \frac{\kappa V \times (M(Sr) + M(Ti) + 3 \times M(O))}{m \times (c_p(Sr, sol.) + c_p(Ti, sol.) + 3 \times c_p(O, sol.))}$$

$$\alpha = \frac{12 \times (3 \times 5 \times 10) \times 10^{-9} \times (87.62/1000 + 47.88/1000 + 3 \times 16/1000)}{0.7185/1000 \times (25.5 + 25.5 + 3 \times 16.7)} = 4.55 \times 10^{-6} \left( \frac{m^2}{s} \right) = 4.55 \left( \frac{mm^2}{s} \right)$$

(todas as unidades:  $W$ ,  $m$ ,  $K$ ,  $kg$ ,  $mol$ )