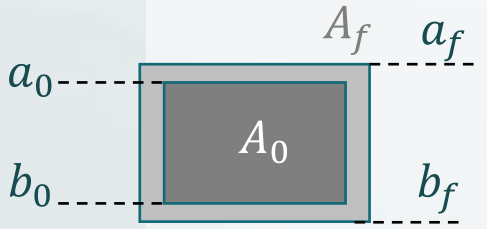
Propriedades Mecânicas e Térmicas - 2022

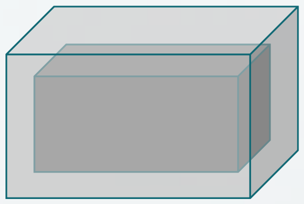
Expansão térmica – aula TP

Dr. Andrei V. Kovalevsky (Kavaleuski)
Investigador Principal
DEMaC / CICECO

e-mail: akavaleuski@ua.pt

Exercício 1





Deduzem as relações $\alpha_A = 2\alpha_l$ e $\beta = 3\alpha_l$ entre os coeficientes de expansão térmica linear, superficial e volumétrico.

Resolução:

Definições: $\alpha_l = \frac{1}{l_0} \times \frac{l_f - l_0}{\Delta T} \Rightarrow l_f = l_0(1 + \alpha_l \Delta T)$

$$\alpha_A = \frac{1}{A_0} \times \frac{A_f - A_0}{\Delta T} \Rightarrow A_f = A_0(1 + \alpha_A \Delta T)$$

$$a_f = a_0(1 + \alpha_l \Delta T)$$
$$b_f = b_0(1 + \alpha_l \Delta T)$$

$$A_f = a_0 b_0 (1 + \alpha_l \Delta T)^2 = a_0 b_0 (1 + 2\alpha_l \Delta T + \alpha_l^2 \Delta T^2),$$

$\alpha_l^2 \Delta T^2 \approx 0$ porque α_l tem ordem de grandeza $\sim 10^{-6}$

$$A_f = A_0(1 + 2\alpha_l \Delta T) \rightarrow \alpha_A = 2\alpha_l$$

Para expansão volumétrica, da mesma forma: $V_f = V_0(1 + \beta \Delta T)$

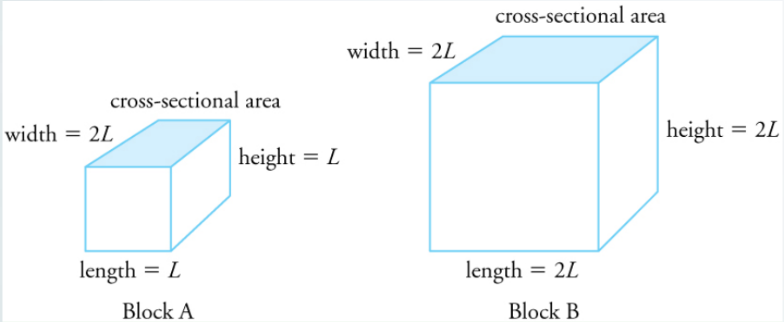
$$V_f = a_0 b_0 c_0 (1 + \alpha_l \Delta T)^3 = a_0 b_0 c_0 (1 + 3\alpha_l \Delta T + 3\alpha_l^2 T^2 + (\alpha_l \Delta T)^3),$$

$3\alpha_l^2 T^2 + (\alpha_l \Delta T)^3 \approx 0$

$$V_f = V_0(1 + 3\alpha_l \Delta T) \rightarrow \beta = 3\alpha_l$$

Apontamentos preparados pelo Andrei Kavaleuski (akavaleuski@ua.pt)

Exercício 2



Dois blocos, A e B, são feitos do mesmo material. O bloco A tem dimensões l × w × h = L × 2L × L e o bloco B tem dimensões 2L × 2L × 2L. Calcule:

- a razão entre os volumes (V_B/V_A) depois da alteração de temperatura;
- a razão entre as expansões volumétricas ($\Delta V_B/\Delta V_A$) depois da alteração de temperatura.

Resolução:

A resposta à alteração de temperatura :

$$V_{f,A} = V_{0,A}(1 + \beta\Delta T)$$
$$V_{f,B} = V_{0,B}(1 + \beta\Delta T)$$

$$\frac{V_{f,B}}{V_{f,A}} = \frac{V_{0,B}}{V_{0,A}} = \frac{8L^3}{2L^3} = 4$$

$$\Delta V_{f,A} = V_{0,A}\beta\Delta T$$
$$\Delta V_{f,B} = V_{0,B}\beta\Delta T$$

$$\frac{\Delta V_{f,B}}{\Delta V_{f,A}} = \frac{V_{0,B}}{V_{0,A}} = \frac{8L^3}{2L^3} = 4$$

Exercício 3

Um camião foi carregado com 37000 L de gasóleo num dia quente. No caminho encontrou o tempo mais frio e foi descarregado no sítio com a temperatura 23ºC inferior. Quantos litros de petróleo foram entregues? O coeficiente de expansão volumétrica do gasóleo é 9.50×10^{-4} K^{-1}.

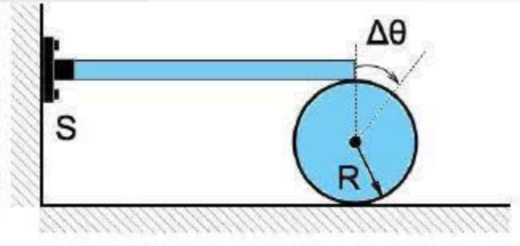
Resolução:

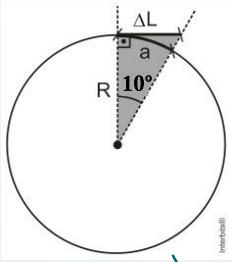
$$V = V_0(1 + \beta \Delta T)$$

$$V = 37000 \times (1 + 9.5 \times 10^{-4} \times 23) = 36192\ (L)$$

$$\Delta V = 808\ L \quad !!$$

Exercício 4





Uma barra de coeficiente de expansão térmica linear $\alpha_l = 1 \times 10^{-5}$ /ºC, comprimento 10 m e temperatura inicial de 25 ºC está fixa a uma parede por meio de um suporte de fixação S, conforme esquematizado na figura. A outra extremidade da barra B está posicionada no topo de um disco de raio R = 10 cm. Quando se aumenta lentamente a temperatura da barra até um valor final T, verifica-se que o disco sofre um deslocamento angular $\Delta\theta = 10º$.
Supondo que o disco rola sem deslizar e desprezando os efeitos da temperatura sobre o suporte S e também sobre o disco, calcule o valor da temperatura final T.

Resolução:

$$\Delta L = R \times \tan(\Delta\theta)$$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha_l (T - T_0) \Rightarrow T = \frac{1}{\alpha_l} \times \frac{\Delta L}{L_0} + T_0$$

$$T = \frac{1}{1 \times 10^{-5}} \times \frac{0.1 \times \tan(10°)}{10} + 25° = 201\ (°C)$$

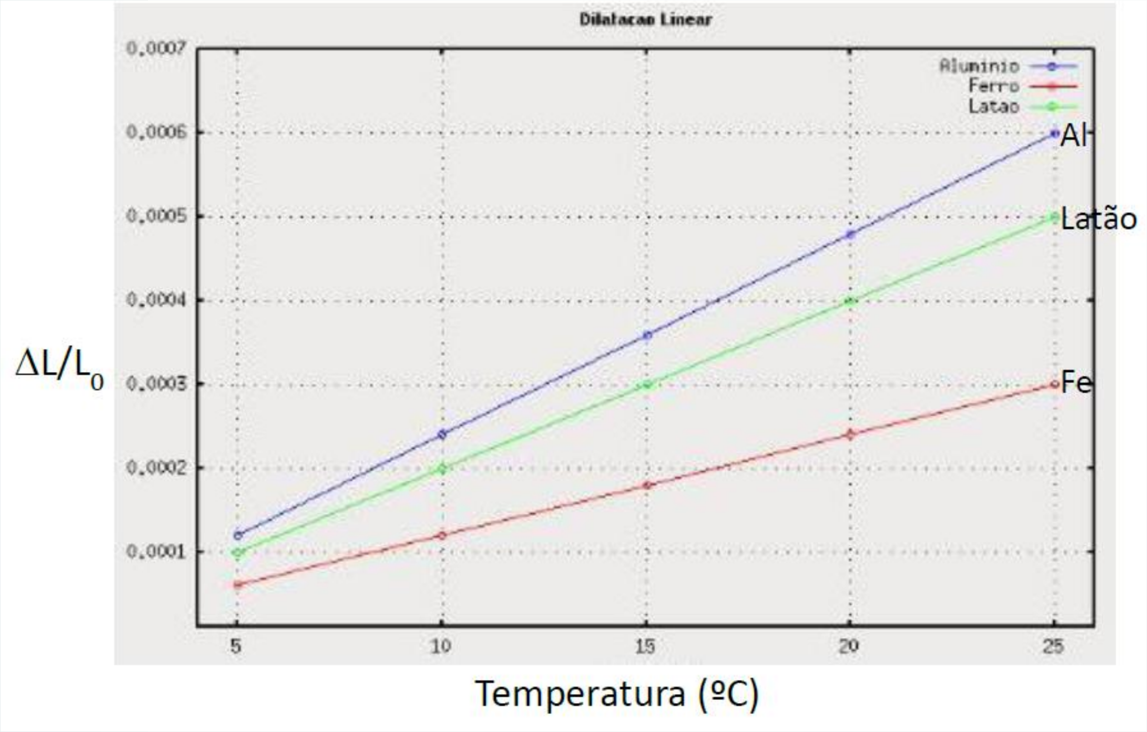
Exercício 5

Dois fios metálicos A e B, feitos de materiais diferentes, possuem o mesmo comprimento e estão à mesma temperatura inicial. Quando a temperatura aumenta para um valor T, os comprimentos de A e de B aumentam 0.2% e 0.6%, respetivamente. Determine a razão entre os coeficientes de expansão térmica dos fios A e B.

Resolução:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0} \times \frac{1}{\Delta T} \qquad \frac{\Delta L}{L_0}\, em\ \%\ \text{é} \frac{\Delta L}{L_0} \times 100\%$$

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_A : \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_B = \frac{0.2 \times 0.01}{0.6 \times 0.01} = \frac{1}{3}$$



Exercício 6

Num trabalho experimental foi traçado o gráfico ao lado, representando as variações de comprimento por unidade de comprimento em função da temperatura, para 3 metais diferentes. Calcule os respetivos coeficientes de expansão linear.

Resolução:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \times \Delta T$$

Escolham-se 2 pontos para cada curva, preferencialmente com maior diferença de temperatura.

Al: (5ºC, 0.00012), (25ºC, 0.0006)
Latão: (5ºC, 0.0001), (25ºC, 0.0005)
Fe: (5ºC, 0.00006), (25ºC, 0.0003)

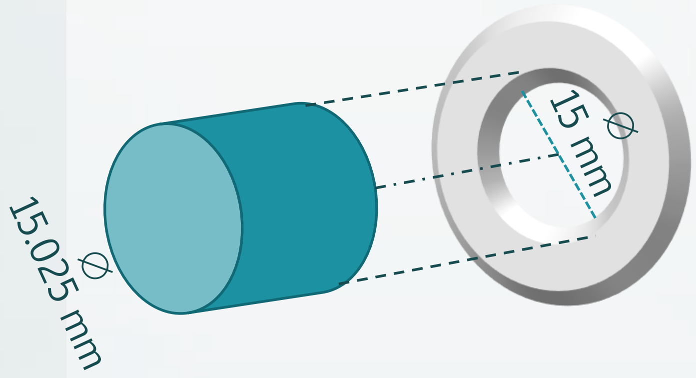
Dado que o cumprimento (L_0) e temperatura (T_0) inicial da medida são desconhecidos, apresentamos as equações básicas assim:

$$\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{ponto\ 1} = \alpha \times (T_1 - T_0) \qquad \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{ponto\ 2} = \alpha \times (T_2 - T_0) \Rightarrow \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{ponto\ 2} - \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{ponto\ 1} = \alpha \times (T_2 - T_1)$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{ponto\ 2} - \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{ponto\ 1}}{T_2 - T_1} \Rightarrow \alpha(Al) = \frac{0.0006 - 0.00012}{25 - 5} = 2.4 \times 10^{-5}\ (K^{-1})$$

$$\alpha(latão) = 2.0 \times 10^{-5}\ K^{-1} \qquad \alpha(Fe) = 1.2 \times 10^{-5}\ K^{-1}$$

Exercício 7



Até que temperatura uma barra cilíndrica de tungstênio com 15.025 mm de diâmetro e uma placa de aço 1025 com um orifício circular de 15.000 mm de diâmetro devem ser aquecidos para que a barra se ajuste exatamente no interior do orifício? Considere que a temperatura inicial seja de 25°C e os coeficientes de expansão térmica de tungstênio e de aço 1025 são 4.5×10^{-6} e 12×10^{-6} K^{-1}.

Resolução: a barra se ajuste exatamente no interior do orifício a partir quando $D(W) = D(aço)$

$$\alpha = \frac{D - D_0}{D_0} \times \frac{1}{\Delta T}$$

$$D(aço) = D_0(aço) \times (1 + \alpha(aço) \times \Delta T), \qquad D(W) = D_0(W) \times (1 + \alpha(W) \times \Delta T)$$

$$D_0(W) \times (1 + \alpha(W) \times \Delta T) = D_0(aço) \times (1 + \alpha(aço) \times \Delta T)$$

$$\Delta T = \frac{D_0(aço) - D_0(W)}{\alpha(W) \times D_0(W) - \alpha(aço) \times D_0(aço)}$$

$$\Delta T = \frac{0.015\, m - 0.015025\, m}{4.5 \times 10^{-6} K^{-1} \times 0.01525 m \; - 12 \times 10^{-6} K \times 0.015\, m} = 222.45\, K \quad (igual\ a\ \Delta T = 222.45°C)$$

$$T_{final} = T_{inicial} + \Delta T = 25°C + 222.45°C = 247.45°C$$

Apontamentos preparados pelo Andrei Kavaleuski (akavaleuski@ua.pt)