# Propagação e Radiação de Ondas Eletromagnéticas

Cartas de Smith

---

*Acrónimos: CC (curto-circuito); CA (circuito-aberto); CS (Carta de Smith)*

1) Esboce no caderno um gráfico cartesiano tendo por eixo real a resistência (RL sempre positiva em circuitos passivos) e a reactância de uma carga (XL: positiva –indutiva- ou negativa capacitiva) e use uma Carta de Smith (CS). Assuma uma linha de transmissão de 50 Ω.
   a) Trace retas verticais passando por RL=10 Ω, 25 Ω, 50 Ω, 100 Ω e 250 Ω. Sobre estas retas estão todas as impedâncias possíveis para uma mesma resistência (reactância varia entre 0 e ∞ Ω). Marque os lugares dos afixos do coeficiente de reflexão na CS.
   b) Trace retas horizontais passando por $X_L$= -j100 Ω, -j50 Ω, -j25 Ω, -j10 Ω, j0 Ω, +j10 Ω, +j25 Ω, +j50 Ω, +j100 Ω. Sobre esta reta estão todas as impedâncias possíveis para uma mesma reactância (resistência varia entre 0 e ∞ Ω). Marque os lugares dos afixos do coeficiente de reflexão na CS.
   c) Identifique os pontos de cruzamento no gráfico cartesiano e os correspondentes na CS.

2) Observe as escalas na CS. Tem escalas radiais no fundo da carta e circulares nas periferias.
   a) Identifique todas as escalas circulares – distância e fases- e a sua utilidade prática.
   b) Identifique as principais escalas radiais: coeficiente de reflexão (módulo), coeficiente de reflexão de potência, Return Loss, Reflection loss, etc. *Sugestões: Verifique a coerência mútua das escalas confirmando correspondências. Exemplo 1:* $|\rho| = 0.1$ *dá um RL=20 dB e um coeficiente de reflexão de potência de 0.01. Exemplo 2:* $|\rho| = 0.707$*; RL=3dB; coeficiente de reflexão de potência de 3dB; Transmission Coeficient de P=0.5; Reflection Loss=3 dB. Exemplo 3:* $|\rho| = 0.5$ *dá VSWR=3*
   c) Com uma régua trace um sistema de coordenadas retangular sobre a CS que lhe permita ler a parte real e imaginária do coeficiente de reflexão e legende os eixos com $\rho_r$ *e* $\rho_i$.

3) Marque na CS os seguintes coeficientes de reflexão e transmissão:
   a) O coeficiente de reflexão em coordenadas cartesianas: $\rho_1 = 0.2 + j0.4$.
   b) O coeficiente de reflexão em coordenadas polares: $\rho_2 = 0.447\angle + 63.4º$
   c) O coeficiente de transmissão em coordenadas cartesianas: $\rho_t = 1.2 + j0.4$.
   d) O coeficiente de transmissão em coordenadas polares: $\rho_t = 1.265\angle + 18.4º$.
   e) Calcule as impedâncias correspondentes às marcações anteriores assumindo $Z_0$=50 Ω. *Resp:* $Z_L = 50 + j50\,\Omega$.

4) Usando apenas a CS (sem recorrer a meios de cálculo) e assumindo uma linha de impedância característica $Z_0 = 50\,\Omega$ represente:
   a) As impedâncias $Z_L$=50, 25 e 100 Ω e obtenha os respetivos coeficientes de reflexão em formato polar e em representação cartesiana.
   b) As impedâncias $Z_L$=j50 e $Z_L$ =-j50 Ω e obtenha os respetivos coeficientes de reflexão.
   c) A impedância $Z_L$=50+j100 Ω e o respetivo coeficiente de reflexão.

5) Considere a carga $Z_{L1}$ constituída por uma resistência de 100 Ω em série com um condensador cuja impedância a uma determinada frequência é $Z_C$=-j100 Ω. Considere uma carga $Z_{L2}$ constituída por uma resistência de 100 Ω em série com uma bobina cuja impedância a uma determinada frequência é $Z_B$=+j100 Ω. Assumindo as cargas a terminar uma linha de impedância característica de 50 Ω represente:
   a) O afixo do coeficiente de reflexão da carga $Z_{L1}$ na CS e trace o trajeto deste ponto quando a frequência aumenta até 4 vezes.
   b) O trajeto do ponto quando a capacidade se reduz até ¼ do valor inicial.
   c) O afixo do coeficiente de reflexão da carga $Z_{L2}$ na CS e trace o trajeto deste ponto quando a frequência aumenta até 4 vezes.
   d) O trajeto do ponto quando a indutância se reduz até ¼ do valor inicial.

6) Uma linha de transmissão com perdas desprezáveis e $Z_0$=50 Ω é terminada por uma resistência de 150 Ω em série com uma reactância capacitiva de 30 Ω.
   a) Qual é o coeficiente de onda estacionária (VSWR)? *Resp: VSWR=3.13.*
   b) Se a resistência puder variar continuamente entre 20 Ω e 500 Ω, qual será o valor da resistência que produzirá o menor VSWR. *Resp: R=58 Ω para um VSWR de 1.76.*

7) Assumindo uma carga $Z_L$=50+j50 Ω a terminar uma linha de 50 Ω obtenha, usando a CS, as seguintes grandezas escalares usadas frequentemente para caracterizar a transferência de potência de um gerador adaptado à linha a uma carga.
   a) O Return Loss (dB) e o coeficiente de reflexão em logmag. *Resp:* $R_L = 7\ dB;\ -7dB$ *(logmag)*
   b) O Power Transmission Coefficient $T_c$. *Resp:* $T_c = 0.8$
   c) A Reflection Loss (dB). *Resp:* $Ref_{loss} \cong 1\ dB$
   d) Calcule agora todos os valores anteriores algebricamente.

8) Uma linha de transmissão "sem perdas" com dielétrico ar tem $Z_o$=50 Ω e 34 cm de comprimento está terminada por uma resistência $R_L$=12.5 Ω.
   a) Determine a impedância de entrada da linha a 150 MHz supondo o dielétrico ar. *Resp:* $Z_{in}$*=44.6+j70.7Ω.*
   b) Calcule os parâmetros do circuito paralelo equivalente à impedância de entrada da linha de transmissão à mesma frequência. *Resp: Rp=156.5Ω//Lp=104nH. Sugestão: Calcular o ponto diametralmente oposto a* $z_{in}$ *o qual é a admitância* $y_{in}$*, desnormalizar multiplicando por* $Y_0 = \frac{1}{Z_0}$

9) Resolva, com a CS sempre que possível, as seguintes questões assumindo um sistema de impedância característica $Z_0$=50Ω.
   a) Marque o coeficiente de reflexão $\rho=0.5e^{j40^\circ}$ e estime a carga que causa este coeficiente de reflexão. *Resp:* $Z_L$*=(1.55+j1.3)*50=77.5+j65 Ω*
   b) Calcule $Z(d = 0.1\lambda)$. *Resp: Z(0.1λ)=(1.85-j.*1.3)*50 Ω*
   c) Calcule a distância à carga a que encontra o 1º máximo e 1º mínimo de tensão. *Resp:* $d_{max}$ *=(0.25-0.194)λ;* $d_{min}$*=(0.5-0.194)λ*
   d) Calcule o valor das impedâncias nestes pontos. *Resp:* $Z(d_{max})$*=150Ω e* $Z(d_{min})$*=16.67Ω*
   e) Dimensione um transformador de λ/4, a colocar num máximo de tensão, que promova a adaptação. *Resp:* $Z_1$*=86.6Ω*

f) Repita a alínea anterior se optar por colocar o transformador de $\lambda/4$ num mínimo de tensão. *Resp: $Z_1$=28.9Ω*

10) Considere a impedância $Z_L$=50+j100 Ω.

a) Qual a mínima distância à carga $d_1$ para a qual a impedância de entrada da linha é puramente real e qual o seu valor? Compare o seu valor normalizado com o VSWR. A partir deste ponto e para que gama de distâncias $d$ a carga é de natureza capacitiva? Nota: Marque na periferia da carta a rotação e legende-a: sentido de rotação e etiqueta com $d_1$. *Resp:* $d_1 = 0.062\lambda$; $r_{in1} = 5.83 = VSWR$; $R_{in1} = 291\Omega$; $d \in [0.062 \quad 0.25 + 0.062]\lambda$

b) Obtenha a impedância de entrada da linha $Z_{in2}$ a uma distância de $d_2 = 0.1\lambda$ (sentido do gerador) desta carga. *Resp:* $z_{in2} = 2.08 - i2.68$; $Z_{in2}$ = *104-j134 Ω (capacitiva)*

c) Calcule a impedância de entrada da linha $Z_{in3}$ a uma distância $d_3 = 0.25\lambda$ (ponto diametralmente oposto). Compare-a com a dada pelas equações do transformador de $\lambda/4$. *Resp*: $z_{in3} = 0.2 - j0.4$; $Z_{in3} = 10 - j20\ \Omega$.

d) Calcule a segunda distância mais próxima da carga, $d_4$, para a qual a impedância de entrada da linha $Z_{in}$ , é puramente real. Compare o seu valor normalizado com o VSWR e calcule essa impedância. *Resp:* $z_{in4} = 0.172 = \frac{1}{VSWR}$; $Z_{in4} = 8.58\ \Omega$

e) A partir deste ponto, e no sentido do gerador, a impedância é de natureza indutiva até que distância adicional relativa a $d_4$? *Resp:* $\Delta d = 0.25\lambda$

f) Como denomina a circunferência que acabou por desenhar? *Resp: Circunferência de VSWR constante ou* $|\rho|$ *constante.*

11) Use uma CS e represente o coeficiente de reflexão da carga $Z_L$=20+j20 Ω numa linha de impedância característica 50 Ω.

a) Calcule a distância da carga ao 1º máximo e ao 1º mínimo de tensão. *Resp:* $d_{max} = 0.182\lambda$; $d_{min} = 0.430\lambda$

b) Calcule a impedância no ponto de máximo e de mínimo de tensão. *Resp:* $Z_{max} \cong 148\ \Omega$; $Z_{min} \cong 17\Omega$.

c) Determine a que distâncias da carga, $d_1$ e $d_2$, estão os dois primeiros pontos em que a resistência de entrada da linha é igual a $R_{in} = 50\ \Omega$ (ou seja $real(Z_{in})$ =50) e determine a correspondente reactância. *Resp: 1º,* $d_1 = 0.098\lambda$; $X_{in1} = +57\ \Omega$; $d_{21} = 0.265\lambda$; $X_{in2} = -57\ \Omega$

12) Um stub é um troço de linha terminado em CC ou CA que implementa uma reactância ou susceptância a qual é usada em sistemas de adaptação de impedâncias. Dimensionamento em impedância.

a) Stub em CC. Represente a impedância $Z_L = 0$ na CS e dimensione o comprimento da linha que implementa uma reactância:

   i. Indutiva de 100 Ω ou seja $Z_{in1} = j100\ \Omega$; $z_{in1} = j2$. $Resp$: $l_1 = 0.176\lambda$
   
   ii. Capacitiva de -50 Ω ou seja $Z_{in2} = -j50\ \Omega, z_{in2} = -j1$. $Resp$: $l_2 = 0.375\lambda$ (ultrapassa $\lambda/4$)

b) Stub em CA. Represente a impedância $Z_L = \infty$ na CS e dimensione o comprimento da linha que implementa uma reactância:

   i. Capacitiva de -100 Ω ou seja $Z_{in1} = -j100\ \Omega$; $z_{in} = -j2$. $Resp$: $l_1 = 0.074\lambda$
   
   ii. Indutiva de 50 Ω ou seja $Z_{in2} = j50\ \Omega$; $z_{in2} = j1$. $Resp$: $l_2 = 0.375\lambda$ (ultrapassa $\lambda/4$)

13) Um stub é um troço de linha que, terminado em CC ou CA, implementa uma reactância ou susceptância a qual é usada em sistemas de adaptação de impedância. Dimensionamento em admitância. Pretende-se dimensionar, usando uma CS de impedâncias, um stub com uma admitância $Y_{in} = -0.01\ S$ (indutiva).

a) Normalize a admitância $Y_{in}$. *Resp:* $y_{in} = -j0.5$

b) Admitindo um stub em CC, represente $z_L = 0$ e o ponto diametralmente oposto $y_L = \infty$. Poderá agora ver a CS como uma carta de admitâncias.

c) Represente $y_{in}$ e calcule o comprimento do stub $l_s$. *Resp:* $l_s = 0.178\lambda$

d) Dimensione o mesmo stub mas com a linha em aberto $Z_L = \infty$. *Resp:* $l_s = 0.428\lambda$

14) Usando a CS projete um sistema de adaptação de uma carga $Z_L$= 100+j50 Ω a um gerador com impedância interna de 50 Ω usando um stub em série. Opte pelos comprimentos mais curtos.

a) Represente a carga na CS e calcule a mais curta distância à carga $d_1$ para a qual a resistência de entrada da linha é $R_{in} = 50\ \Omega$. Apresente ainda a reactância de entrada da linha, $X_{in}$, no mesmo local. *Resp:* $d_1 = 0.125\lambda$; $X_{in} = -50$; $Z_{in}(d_1) = 50 - j50\ \Omega\ (capacitiva)$;

b) Determine o comprimento mais curto, $l_s$, do stub. *Resp:* $l_s = 0.125\lambda$ *(em CC).*

c) Resolva o mesmo problema para a 2ª distância à carga.

15) Usando a CS projete um sistema de adaptação de uma carga $Z_L$= 100+j50 Ω a um gerador com impedância interna igual a 50 Ω usando um stub paralelo. Opte pelos comprimentos mais curtos.

a) Represente $Z_L$ e marque o ponto diametralmente oposto o qual representa $Y_L$ normalizado, ou seja $y_l$. Legende o ponto.

b) Determine a menor distância à carga $d_1$ para a qual a condutância de entrada da linha é 1/50 S ou $g = 1$ (normalizada) e a susceptância normalizada a essa distância. *Resp:* $d_1 = 0.199\lambda$; $b(d_1) = 1$ *;* $y(d_1) = 1 + j1$ *(capacitiva)*

c) Dimensione o comprimento do stub, $l_{s1}$, de forma a ser o mais curto possível (opte por CC ou CA). *Resp: Stub em CC (indutivo)* $l_{s1} = 0.125\lambda$

d) Resolva para uma segunda distância $d_2$ implementando um stub o mais curto possível. *Resp:* $d_2 = 0.375\lambda$; $b(d_2) = -1$ *;* $y(d_1) = 1 - j1$ *(indutiva); stub em CA (capacitivo)* $l_{s1} = 0.125\lambda$.

16) Uma linha com $Z_0$=70 Ω é terminada numa carga $Z_L$=84+j85.75 Ω. Pretende-se adaptar a carga à linha com um stub em paralelo.

a) Determine, usando a CS, as distâncias à carga ($d_1$ e $d_2$) em que deverá ser ligado o stub. *Resp:* $d_1=0.237\lambda$; $d_2=0.405\lambda$

b) O comprimento do stub (com a mesma impedância característica da linha) o qual deve ser terminado em CC. *Resp:* $l_{stub1}=0.116\lambda$; $l_{stub2}=0.384\lambda$.

17) Usando a impedância $Z_L=77.5+j65\ \Omega$ resolva as seguintes questões assumindo um sistema de impedância característica $Z_0$=50Ω e a frequência 300 MHz.

a) A distância $d$ da carga a que poderá conseguir $Z_{in}$=50+j0Ω colocando em série na linha um condensador de capacidade $C_s$. *Resp:* $d=(0.5-(0.194-0.166))\lambda=0.472\ \lambda$

b) Calcule $C_s$. *Resp:* $C_s$=9.22pF *(ressonância série com reactância de entrada da linha* $X_{in}$=1.15*50=57.5 Ω*)*

c) Repita as duas alíneas anteriores, mas agora usando uma bobina em série de indutância $L_s$. *Resp:* $d = 0.140\lambda$ *e* $L_s$ *=30.12nH*

18) Usando a impedância de carga $Z_L$*=77.5+j65* $\Omega$ resolva as seguintes questões assumindo um sistema de impedância característica $Z_0$=50Ω e a frequência 300 MHz.

a) Calcule as distâncias $d_1$ e $d_2$ a que a carga pode ser adaptada à linha usando um stub em paralelo. *Resp:* $d_1 = 0.222\lambda$ *e* $d_2 = 0.390\lambda$

b) Calcule o menor comprimento possível dos stubs. *Resp:* $l_{s1} = 0.115\lambda$ *em CC e* $l_{s2} = 0.135\lambda$ *em CA.*

c) Determine os valores nominais de elementos concentrados a colocar em paralelo com a linha que efetuam a adaptação. *Resp:* $L = 23.36\, nH$ *e* $C = 12.05pF$ *respetivamente.*

19) A CS combinada de impedância e admitâncias pode ser útil para quem analisa circuitos envolvendo impedâncias em série e em paralelo. Use uma CS de impedâncias e admitâncias.

a) Represente na carta de impedâncias a carga $Z_L$=20+j20Ω numa linha de impedância característica $Z_0$=50 Ω.

b) Calcule a admitância normalizada e represente-a na Carta de Admitâncias. *Resp: O ponto coincide com o da alínea a).*

c) Calcule o ponto diametralmente oposto ao representado na alínea a) e leia-o na carta de impedâncias. *Resp: O valor é exatamente igual ao da admitância na alínea b). Conclusão: Usando a carta de Admitâncias não é necessário recorrer ao ponto diametralmente oposto quando se pretende mudar de impedância para admitância e vice-versa.*

20) Pretende-se adaptar uma carga $Z_L$ a um gerador com impedância interna $Z_0 = 50\ \Omega$ usando uma malha de dois elementos concentrados constituída por um condensador C em paralelo com $Z_0$ e uma bobina L em série.

a) Determine na CS a localização das admitâncias, $y_\pi^+$, apresentadas pelo paralelo de $Z_0$ com C admitindo $C \in\ [0\ \ \infty]$.

b) Represente agora a correspondente localização das impedâncias $z_\pi^+$.

c) Admitindo a indutância $L \in\ [0\ \infty]$ identifique a área onde poderá estar $Z_{out}$.

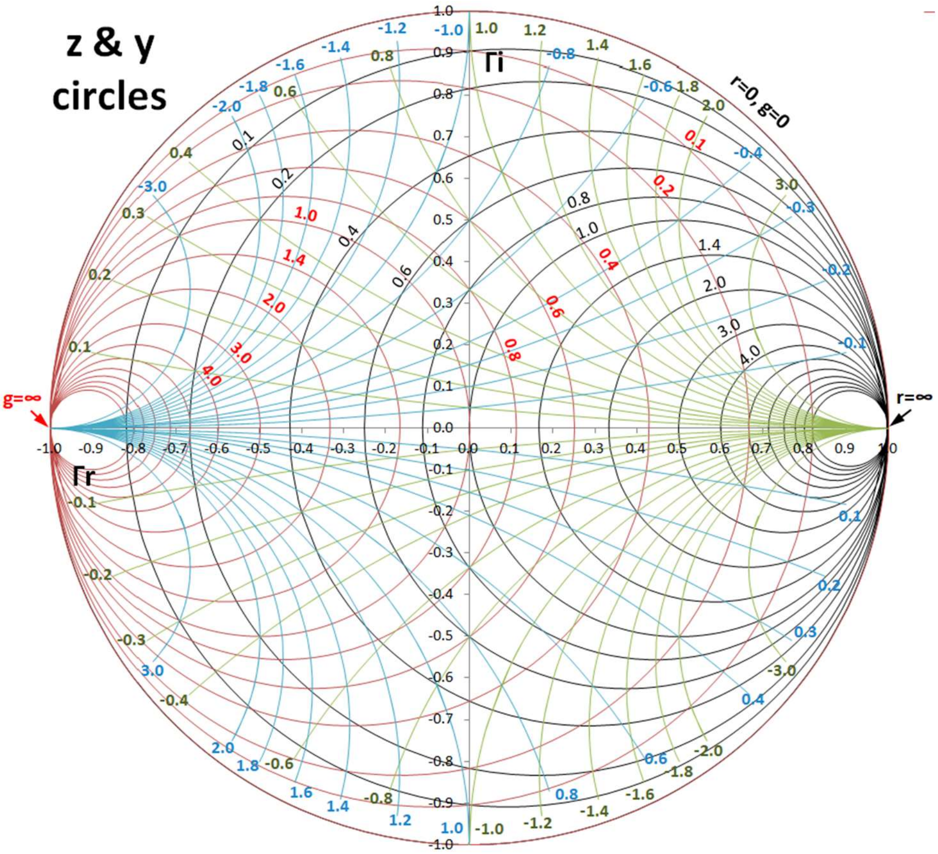
d) As cargas adaptáveis por esta malha serão $Z_L = Z_{out}^*$ ou $Z_{out} = Z_L^*$. Identifique esta área sombreando-a na CS de impedâncias.

21) Use o sistema de adaptação do problema 20) para adaptar, a uma frequência de 300 MHz, uma carga $Z_L = 15 + j10\ \Omega$ a um sistema de $Z_0 = 50\ \Omega$.

a) Calcule L e C. *Nota: Sugere-se o uso da carta de admitâncias na primeira fase. Resp: L=8 nH; C=16 pF.*

b) Confirme a sua resolução: calcule a impedância do paralelo de $Z_0$ com a impedância do condensador ($z_\pi^+$), a impedância série deste valor com a impedância da bobina e verifique se o resultado é $Z_L^*$. *Nota: pode usar o Matlab*

c) Confirme a sua resolução: calcule a impedância da série $Z_L$ com a impedância da bobina e, de seguida, o paralelo desta com a impedância do condensador. Verifique se o resultado é $Z_0$. *Nota: pode usar o Matlab ou CS de impedância+ admitância.*


z & y
circles
Γi
Γr
r=0, g=0
g=∞
r=∞