

## Propagação e Radiação de Ondas Eletromagnéticas

2023/2024

### Propagação e Radiação de Ondas Eletromagnéticas

- 1) O cabo coaxial representado na Figura 1, em corte longitudinal, tem as características descritas abaixo. Calcule os parâmetros distribuídos do cabo a 100 MHz (Nota 1''=2.54 cm).  
Resp:  $R=0.419 \Omega/m$ ,  $L=253.4 \text{ nH/m}$ ,  $C=92.1 \text{ pF/m}$ ,  $G=8.68 \mu\text{S/m}$ .

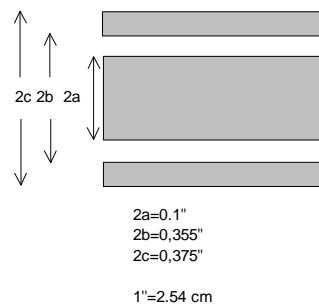


Figura 1 Geometria de um cabo coaxial

Condutores de cobre:  $\sigma = 5.8 \times 10^7 \text{ S m}^{-1}$       $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$       $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 = \varepsilon_r \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \text{ F/m}$   
 Dielétrico de "Teflon":  $\varepsilon_r = 2.1$       $\tan \delta = 15 \times 10^{-5}$

- 2) Considere uma antiga linha telefónica aérea com a geometria indicada na Figura 2 e assuma a aproximação de altas frequências. O material é cobre com  $\sigma = 5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$ . Em condições normais de humidade e temperatura, o fator de perdas do ar é  $\tan \delta = 5.10^{-5}$ .

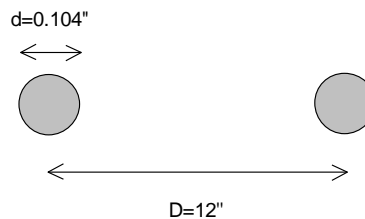


Figura 2 Geometria de uma linha bifilar

- Calcule os parâmetros distribuídos da linha para  $f=1 \text{ MHz}$ . Nota: assumo como nula a contribuição da auto indutância dos condutores para a indutância distribuída. Resp:  $R=62.9 \text{ m}\Omega/m$ ,  $L=2.18 \mu\text{H/m}$ ,  $C=5.10 \text{ pF/m}$ ,  $G=1.60 \text{ nS/m}$
- Determine a impedância característica e a constante de propagação da linha a 1 MHz. Resp:  $Z_0=652.97-j1.48 \Omega$  e  $\gamma=0.0487+j20.944 \text{ km}^{-1}$
- Compare, de uma forma genérica, a ordem de grandeza da capacidade e da indutância distribuída desta linha com os mesmos parâmetros de um cabo coaxial. Comente igualmente, na mesma perspetiva, a impedância característica.

- 3) Considere as seguintes especificações de um cabo UTP Cat6A da Siemens. Como pode observar é um cabo de 4 linhas bifilares (4 pares) com condutor sólido 23AWG (diâmetro 0.56 mm). Assuma a espessura da manga de plástico igual 0.28mm, a constante dielétrica do plástico polietileno como  $\epsilon_r = 2.25$  e que esta envolve completamente o par.

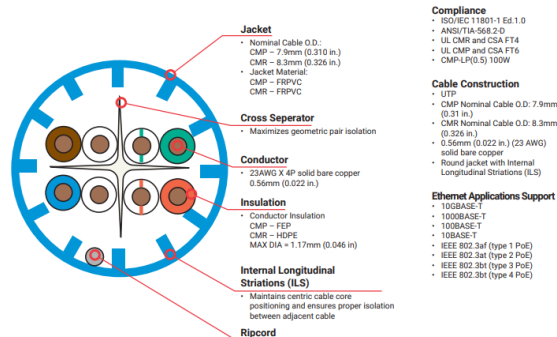


Figura 3 Descrição de um cabo UTP Cat6A

- a) Estime os valores da indutância e capacidade distribuída a alta frequência. *Resp:  $C=47.5 \text{ pF/m}$ ;  $L=526.8 \text{ nH/m}$*
- b) Estime a impedância característica da linha nas condições acima. *Resp:  $Z_0 = 105.4 \Omega$ . Nota as especificações referem  $100 \Omega (+/-15\%)$*
- c) Calcule, a 400 MHz, a constante de atenuação  $\alpha$  devido a perdas por efeito de Joule no cobre (Nota: ignore as perdas no dielétrico). *Resp:  $24.5 \text{ dB/100 m}$ .*
- 4) Consider the specifications of the Helix Coaxial Cable LDF4-50A and read all the specifications carefully. Solve the following questions always considering high frequency approximations.
- a) Calculate the characteristic impedance  $Z_0$  using the distributed parameters  $L$  and  $C$  and compare with the specified value. *Resp:  $50.07 \Omega$*
- b) Calculate the velocity  $V_p$  using also using the above specified distributed parameters and using de velocity factor (88%). *Resp:  $2.635E8$ ;  $2.64E8 \text{ m/s}$*
- c) Compute the cable relative dielectric constant  $\epsilon_r$  from the velocity factor. *Resp:  $\epsilon_r=1.291$*
- d) Estimate the distributed resistance  $R$  at 1 MHz assuming the high frequency approximations and the tabulated attenuation at this same frequency. Assume the contribution of  $G$  to the attenuation constant at this frequency to be negligible. *Resp:  $R=0.0243 \Omega/m$*
- e) Using the tabulated attenuation at 5000MHz and the results from d) estimate the distributed conductance  $G$  at this frequency and write it as a function of frequency. *Resp:  $G_{5000\text{MHz}}=1.43E-4 \text{ S/m}$ ,  $G=f*2.86E-8 \text{ S/m}$  (with  $f$  in MHz)*
- 5) Perform the analysis/synthesis of the following microstrip or coplanar transmission lines implemented in an FR4 dielectric with  $h = 1.6 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_r=4.7$ , copper thickness  $t = 35 \mu\text{m}$  and  $\tan(\delta)=0.025$ . Recommendation: Use the TXLine program downloadable from the link [https://www.cadence.com/ko\\_KR/home/tools/system-analysis/rf-microwave-design/awr-tx-line.html](https://www.cadence.com/ko_KR/home/tools/system-analysis/rf-microwave-design/awr-tx-line.html).
- a) Compute the characteristic impedance and effective dielectric constant at 500 MHz for the following situations. Comment about the  $\epsilon_{ref}$ :
- i.  $W$  of the strip: 0.2 mm; *Resp:  $\epsilon_{ref}=3.0$ ;  $Z_0=135 \Omega$  (aprox)*

- ii.  $W$  of the strip: 0.96 mm;      *Resp:  $\epsilon_{ref}=3.26$ ;  $Z_0=85 \Omega$  (aprox)*
- iii.  $W$  of the strip: 10.0 mm;      *Resp:  $\epsilon_{ref}=3.93$ ;  $Z_0=21 \Omega$  (aprox)*

b) Calculate the microstrip line width  $W$  for the following characteristic impedances at 500 MHz and comment about the attenuation constant.

- i.  $Z_0=50 \Omega$       *Resp:  $W=2.874 \text{ mm}$*
- ii.  $Z_0=100 \Omega$ .      *Resp:  $W=0.611 \text{ mm}$*

c) Calculate a combination of the gap distance  $G$  and the width  $W$  of a coplanar line with GND (CPW Ground) at 500 MHz for a  $Z_0=50 \Omega$  characteristic impedance. Assume that a gap less than 0.20 mm is difficult to manufacture.

6) Consider a uniform transmission line along which a voltage wave is defined by:

$$v(x, t) = 10e^{-0.02x} \cos(2000t - 0.2x) \text{ V}$$

- a) Write the voltage equation in phasor format.
  - b) Identify the numerical values of the expression and indicate the respective units. *Resp:  $V_1=10 \text{ V}$ ,  $\beta=0.2 \text{ rad/m}$ ,  $\lambda = 10\pi \text{ m}$ ,  $\omega=2000 \text{ rad/s}$*
  - c) Draw the polar diagram of the line voltage to  $t = 157 \mu\text{s}$  in a distance between  $x = 0$  and  $x = \lambda$ . *Resp: espiral com raio entre 10 e fase  $18^\circ$  e  $5.34$  com fase  $18^\circ$  descrita CW (no sentido dos ponteiros do relógio).*
  - d) Determine the locus of the voltage phasor affixes at a point 10 meters away from the start of the line. *Resp: Circunferência de raio  $V(x=10)=8.2 \text{ V}$ .*
  - e) Calculate the distance from the start of the line where the wave amplitude reduces to 8 V. *Resp: 11.16 m.*
- 7) Consider the following equation (function of  $x$  that is the distance to the generator plane) for the voltage in a lossless  $50 \Omega$  characteristic impedance transmission line used at 300 MHz with dielectric air,  $l = 10.5 \text{ m}$  long and with  $V_1 = 4 \text{ V}$  and  $V_2 = (\sqrt{3} + 1j) \text{ V}$ .

$$V(x) = V_1 e^{-\gamma x} + V_2 e^{+\gamma x}$$

- a) Calculate  $\gamma$  and write the full phasor equation for the voltage in the transmission line. *Resp:  $\gamma=j 2\pi \text{ rad/m}$*
- b) Write the phasor equation for the current  $I(x)$ .
- c) Write both equations in the time domain as a function of  $x$ .
- d) Calculate the voltage phasor and current phasor at the generator plane  $V(x = 0)$  and  $I(x = 0)$ . *Resp:  $V(x=0)=5.73+1j \text{ V}$ ;  $I(x=0)=0.0454 - 0.02j \text{ A}$*
- e) Calculate the voltage phasor, current phasor at the load impedance plane  $V(x = 10.5)$  and  $I(x = 10.5)$  and the load impedance  $Z_L$ . *Resp:  $V(x=10.5)=-5.73-1j \text{ V}$ ;  $I(x=10.5)= -0.0454 + 0.02i \text{ A}$ ;  $Z_L=97.7+65j \Omega$ .*
- f) Calculate the load reflection coefficient. *Resp:  $\rho_L=0.433+0.25j$*
- g) Calculate the reflection coefficient  $\rho$  observed at the generator plane. *Resp:  $\rho(x=0)=0.433+0.25j$*
- h) Calculate the transmission coefficient at the load plane. *Resp:  $\rho_{TL}=1.433+0.25j$*

- 8) Using the same data as in question 7), answer the following questions.
- Write the voltage equation as a function of  $d$  (note that  $x + d = l$ ).
  - Write the current equation as a function of  $d$ .
- 9) A coaxial transmission line has a velocity factor of 81%, attenuation constant  $\alpha=8.9$  dB/100 m at 600 MHz and is terminated by an unknown load. Furthermore, somewhere at  $x = x_1$  from the generator, a reflection coefficient of  $\rho(x_1) = 0.2 + j0.5$  was measured.
- Calculate the propagation constant  $\gamma$ . *Resp:  $\gamma=0.0102+j15.514 \text{ m}^{-1}$*
  - Calculate the reflection coefficient at 10 m from the reference point and closer to the load. *Resp:  $\rho = -0.5942-j0.2895$*
  - Calculate the reflection coefficient at 10 m from the reference point and closer to the generator. *Resp:  $\rho=0.1531 - j0.4112$*
  - What is the distance  $d_c$  to the closest point where a real only (positive or negative) reflection coefficient can be observed? *Resp:  $d_c=0.0384 \text{ m}$  (towards the generator).*
  - At what distance from the reference point does the reflected voltage have 1 Neper "amplification"? *Resp:  $98.04 \text{ m}$  (towards the load)*
  - At what distance from the reference point does the incident voltage have 1 Neper attenuation? *Resp:  $98.04 \text{ m}$  (towards the load).*
- 10) Calcule e represente no plano complexo o coeficiente de reflexão  $\rho$ , a uma frequência  $f=100$  MHz (quando necessário), das seguintes cargas que terminam uma linha de impedância característica  $Z_0=50 \Omega$ :
- $R=10 \Omega$  e  $R=250 \Omega$  (comente). *Resp:  $\rho_L=-0.67$ ;  $\rho_L=+0.67$*
  - $R=0 \Omega$  e  $R=\infty \Omega$  (comente). *Resp:  $\rho_L=-1$ ;  $\rho_L=+1$*
  - $C=50 \text{ pF}$ ;  $L=200 \text{ nH}$ . *Resp:  $\rho_L = -0.42 - j0.91$ ;  $\rho_L=0.73+j0.69$*
  - $R=10 \Omega$  em série com  $50 \text{ pF}$  e  $R=250 \Omega$  em paralelo com  $50 \text{ pF}$ . *Resp:  $\rho_L=-0.30-j0.69$ ;  $\rho_L=-0.39-j0.80$*
  - $R=10 \Omega$  em série com  $50 \text{ nH}$  e  $R=250 \Omega$  em paralelo com  $50 \text{ nH}$ . *Resp:  $\rho_L=-0.31+j0.68$ ;  $\rho_L=-0.40 + j0.80$*
- 11) Uma linha de transmissão com impedância característica  $Z_0=50 \Omega$  é utilizada à frequência de 15 MHz. A carga é constituída por uma resistência de  $80 \Omega$  em paralelo com um condensador de  $450 \text{ pF}$ . A linha é atacada por um gerador com impedância  $Z_g = Z_0$  e tensão interna eficaz  $V_g = 2 \text{ V}$ .
- Determine o coeficiente de reflexão de tensão na carga. *Resp:  $\rho_L=-0.545 - j0.594$*
  - Calcule a menor distância à carga,  $d_{max}$ , a que ocorre um máximo de tensão e calcule a respetiva amplitude bem como a correspondente amplitude da corrente. *Resp:  $d_{max} = 0.316\lambda$ ;  $V_{max} = 1.81 \text{ V}$ ;  $I_{min} = 3.88 \text{ mA}$*
  - Calcule a menor distância à carga,  $d_{min}$ , a que ocorre um mínimo de tensão e calcule a respetiva amplitude bem como a correspondente amplitude da corrente. *Resp:  $d_{min} = 0.066\lambda$ ;  $V_{min} = 0.194 \text{ V}$ ;  $I_{max} = 36.12 \text{ mA}$*
  - Determine o coeficiente de reflexão para DC e para uma frequência infinita. *Resp:  $\rho_L=0.231$ ;  $\rho_L=-1$*
- 12) Assume a lossless transmission line with  $Z_0=50 \Omega$  and an air dielectric operating at 150 MHz and terminated in a load impedance  $Z_L = 20 + j50 \Omega$ .
- What is the value of the line input impedance at 3 m from the load? (no calculation is allowed).

- b) Calculate the load reflection coefficient  $\rho_L$  and the VSWR. *Resp:  $\rho_L = 0.054 + 0.676j$ ; VSWR=5.2.*
- c) Compute the impedance at voltage standing wave minimum and maximum. *Resp:  $Z_{max}=260.4$  and  $Z_{min}=9.6 \Omega$ .*
- d) Calculate the input impedance at 0.5 m from the load. Note: The general formula of a lossless transmission line can be used or the  $\lambda/4$  transformer formula. *Resp:  $Z(d = 0.5)=17.24-j40 \Omega$ .*
- 13) Using the same data as in question 12), answer the following questions.
- a) Compute the capacitance  $C_1$  of a capacitor that, in series with  $Z_L$ , achieves a serial resonance. *Resp:  $C_1=21.2 \text{ pF}$ .*
- b) Calculate the characteristic impedance  $Z_{01}$  of a  $\lambda/4$  transformer that matches the impedance of a) to the transmission line  $Z_0=50 \Omega$ . Sketch a schematic of this matching circuit showing all components and lengths assuming the dielectric is air. *Resp:  $l=0.5 \text{ m}$ ,  $Z_{01}=31.6 \Omega$*
- c) Calculate the load admittance  $Y_L$ . *Resp:  $Y_L=6.9-17.2j \text{ mS}$ .*
- d) Compute the capacitance  $C_2$  that, in parallel with  $Z_L$ , achieves a parallel resonant circuit. *Resp:  $C_2=18.3 \text{ pF}$*
- e) Calculate the characteristic impedance  $Z_{01}$  of a  $\lambda/4$  transformer that matches the impedance of a) to the transmission line  $Z_0=50 \Omega$ . Sketch a schematic of this matching circuit showing all components and lengths assuming the dielectric is air. *Resp:  $l=0.5 \text{ m}$ ,  $Z_{02}=85.1 \Omega$ .*
- f) What is the VSWR in the  $\lambda/4$  transformer lines? *Resp:  $VSWR_1=1.58$ ;  $VSWR_2=1.70$*
- 14) Uma linha de transmissão “sem perdas” com  $1.25\lambda$  de comprimento e impedância característica  $Z_0=50 \Omega$  é terminada por outra linha de transmissão “sem perdas” com o mesmo comprimento e impedância característica  $Z'_0=75 \Omega$ . Esta última linha é terminada por uma resistência de  $100 \Omega$ .
- a) Determine a impedância de entrada da 1ª linha de transmissão. *Resp:  $Z_{in}=44.4 \Omega$*
- b) Diga qual é a impedância a DC. *Resp:  $Z_{in}=100 \Omega$*
- 15) Mostre, usando a expressão geral da impedância de entrada de uma linha de transmissão, que para uma linha sem perdas de impedância característica  $Z_0$ :
- a) A impedância de entrada da linha quando terminada na sua impedância característica ( $Z_0 = Z_L = Z_0$ ) é igual à própria impedância característica.
- b) A impedância de entrada de uma linha terminada em CC (curto-circuito) ou CA (circuito aberto) e de comprimento  $d = \lambda/8$  (ou  $d = (4n + 1) \lambda/8$ ), é uma reactância indutiva ou capacitiva (respectivamente) de módulo igual à impedância característica da linha.
- c) A impedância de entrada de uma linha a uma distância  $\Delta d = \pm n \lambda/2$  ( $n$  inteiro) de um ponto a uma distância  $d$  da carga é exatamente igual à impedância neste ponto (ou seja  $Z(d + \Delta d) = Z(d)$ ). Sugestão: tenha atenção à periodicidade da função  $\tan$  com  $\pi$ .
- d) Mostre que a impedância de entrada normalizada ( $Z_{in}/Z_0$ ) a uma distância  $\Delta d = \pm (2n + 1) \lambda/4$  de um ponto  $d$  é tal que  $Z(d + \Delta d)/Z_0 = Z_0/Z(d)$
- 16) Uma linha de transmissão de impedância característica  $Z_{01}$ , cujo comprimento  $l$  da linha tal que  $l/\lambda \ll 1$ , é intercalada entre uma linha de impedância característica  $Z_0$  e uma carga  $R_L=Z_0$ . Mostre que:
- a) Caso  $Z_{01} < R_L$  (linha “mais capacitiva” que  $Z_0$ ) a impedância que se apresenta à entrada do troço  $Z_{01}$

é semelhante ao paralelo de  $R_L$  com um condensador.

- b) Caso  $Z_{01} > R_L$  (linha “mais indutiva” que  $Z_0$ ) a impedância que se apresenta à entrada do troço  $Z_{01}$  é semelhante um circuito série de  $R_L$  com uma indutância.

Nota: este comportamento é usado para implementar filtros passa-baixo do tipo “stepped-impedance” a abordar na UC de EMOA.

- 17) A impedância de entrada duma linha de transmissão terminada em CC é  $Z_{in} = 33.5 - j34 \Omega$ . A linha tem uma atenuação total de 3.75 dB e o seu comprimento é  $15.38 \lambda$ . Determine a impedância característica da linha. *Resp:  $Z_0 = 50 \Omega$ .*
- 18) Escreva as expressões da admitância de entrada normalizada de linhas de transmissão sem perdas terminadas em circuito aberto e em curto-circuito, designando por  $\ell$  o seu comprimento e por  $\beta$  a constante de fase à frequência de serviço. Mostre que a impedância de entrada normalizada de qualquer linha de transmissão terminada em circuito aberto é igual à admitância de entrada normalizada da mesma linha terminada em curto-circuito.
- 19) Num circuito utilizado à frequência de 300 MHz pretende-se realizar uma capacidade de 20 pF à custa duma secção de linha de transmissão sem perdas com  $Z_0 = 50 \Omega$  terminada em curto-circuito. Determine o comprimento da linha necessário para esse efeito. *Resp:  $l = 0.4224 \lambda$ .*
- 20) Considere uma linha de transmissão com atenuação desprezável terminada em circuito aberto.
- a) Mostre que, se o comprimento da linha for inferior a 1% do comprimento de onda, a sua impedância de entrada será igual à reactância correspondente a um condensador de capacidade  $C\ell$  (F), sendo C a capacidade distribuída (F/m) da linha.
- b) Determine o comprimento elétrico da linha necessário para que a sua impedância de entrada seja a reactância correspondente a uma capacidade tripla de  $C\ell$ . *Resp:  $l = 0.19 \lambda$ .*
- c) Repita a alínea a) agora para uma linha terminada em CC para mostrar que a impedância de entrada será igual à reactância correspondente a uma indutância de valor  $L\ell$  (H), sendo L a indutância distribuída (H/m) da linha.
- 21) Considere o sistema radiante representado na figura, constituído por duas antenas com impedâncias de entrada  $Z_1 = 300 \Omega$  e  $Z_2 = 75 \Omega$  alimentadas por uma linha  $Z_0 = 300 \Omega$ .
- a) Sugira um conjunto de valores  $Z_{01}$ ,  $Z_{02}$ ,  $d_1$  e  $d_2$  que torne o sistema “adaptado” (sem reflexões) e que garanta uma repartição equitativa da potência pelas duas antenas, que deverão ser alimentadas em oposição de fase. *Resp:  $Z_{01} = 424.27 \Omega$ ,  $Z_{02} = 212.13 \Omega$ ,  $d_1 = 0.25 \lambda$ ,  $d_2 = 0.75 \lambda$ .*
- b) Qual será a impedância de entrada do sistema ao dobro da frequência de projeto?

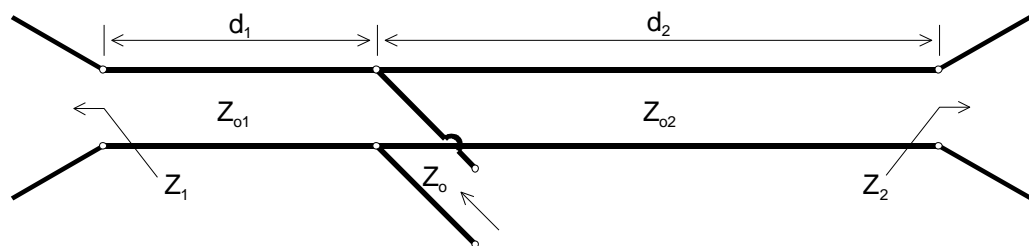


Figura 4 Sistema de alimentação de duas antenas

- 22) Pretende-se ligar um gerador com impedância interna  $Z_g=600\ \Omega$  a uma carga  $Z_L=75+j75\ \Omega$  usando uma linha de transmissão com  $Z_0=600\ \Omega$ .
- a) Para adaptar a carga à linha pode ser utilizado o sistema representado na Figura 5, constituído por um transformador de  $\lambda/4$  e por uma secção de linha de transmissão terminada em curto-circuito e ligada em paralelo com a carga. Determine  $Z'_0$  e  $s$  necessários para produzir a adaptação. *Resp:*  $Z'_0=300\ \Omega$ ,  $s=0.461\lambda$
- b) Será possível conseguir adaptação com o simples transformador de linha de transmissão representado na Figura 6? Em caso afirmativo determine a impedância característica  $Z_1$  e o comprimento  $l$  que esse transformador deverá ter. *Resp:*  $Z_1=196.4\ \Omega$ ,  $l=0.1845\lambda$ .

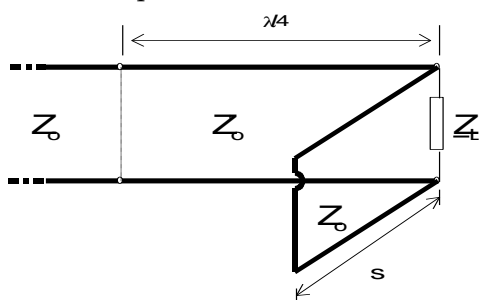


Figura 5 Sistema de adaptação com transformador de  $\frac{\lambda}{4}$

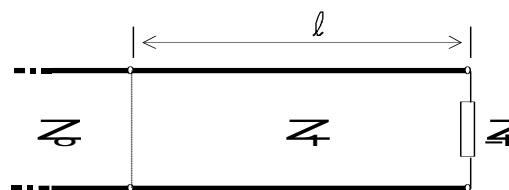


Figura 6 Sistema adaptação com troço de linha

- 23) Deduza as distintas expressões que conseguir para a potência entregue a uma carga por uma linha sem perdas e impedância característica real calculando-a nos pontos de máximo e mínimo de tensão. Os resultados devem envolver uma ou mais das grandezas seguintes: amplitude da tensão e corrente nestes pontos ( $V_{Max}$ ,  $V_{Min}$ ,  $I_{Max}$ ,  $I_{Min}$ ) e VSWR.
- 24) Uma linha de transmissão com perdas desprezáveis possui  $Z_0=50\ \Omega$  e termina numa carga  $Z_L=51.5+j45\ \Omega$ . Se a potência disponível do gerador for de 150 mW, qual será a corrente na carga? *Resp:* 50 mA
- 25) Considere uma linha de 10 m de comprimento, constante de atenuação  $\alpha = 0.02\ Np/m$  e impedância característica  $Z_0=50\ \Omega$ . O gerador tem impedância interna de  $R_g=50\ \Omega$  e tensão  $V_g=20\ V$  (rms). Sabendo que a impedância de carga é  $Z_L = 50 + j50\ \Omega$  calcule:
- A potência disponível do gerador. *Resp:* 2W
  - A potência incidente na carga. *Resp:* 1.34W
  - A potência entregue à carga. *Resp:* 1.07W
  - A potência incidente dissipada na linha. *Resp:* 0.66W
  - A potência entregue pelo gerador à linha. *Resp:* 1.82W
  - A potência total dissipada na linha. *Resp:* 0.75W
- 26) Considere as potências da primeira e última alínea do problema 25).
- Converta as potências para dBm e para dBW. *Resp:* 3 dBW ou 33 dBm; -1.25 dBW ou 28.75 dBm.
  - Calcule o valor quadrático médio das tensões correspondentes a estas potências num sistema com  $Z_0=75\ \Omega$ . *Resp:*  $V=12.25$  e  $7.5\ V$

c) Calcule o valor quadrático médio das tensões, mas agora num sistema  $Z_0=50\ \Omega$ . Resp:  $V=10$  e  $6.12\ V$

27) O Wilkinson power divider (WPD) é um dispositivo com três portas (P1, P2 e P3) que é usado frequentemente em engenharia de micro-ondas: circuitos de RF no geral e de alimentação de antenas. A arquitetura do dispositivo apresenta-se Figura 7 para uma implementação em linhas microstrip. A frequência ótima de operação, ou frequência de projeto  $f_p$ , corresponde àquela para a qual os dois ramos, de impedância característica  $Z_{01}=\sqrt{2}Z_0$ , possuem um comprimento de  $\lambda/4$ . As portas do dispositivo devem estar sempre adaptadas, ou seja, terminadas numa resistência de valor  $Z_0$  (vamos assumir  $Z_0 = 50\ \Omega$ ). Entre as portas 2 e 3 existe uma resistência  $R_t = 2Z_0$ .

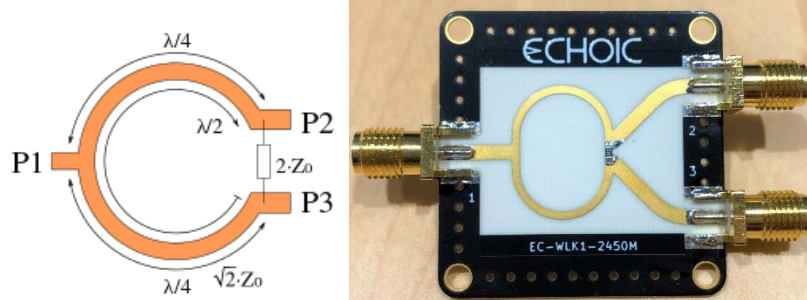


Figura 7 WPD à frequência de projeto (esquema) e uma implementação em linhas microstrip com conectores SMA

- Mostre que a impedância de entrada (porta 1) à frequência de projeto é  $50\ \Omega$  e calcule a potência entregue na porta 1 e na porta 2 supondo a tensão incidente de  $\sqrt{50}\ V$  (valor eficaz). Resp:  $P_{p2} = P_{p3} = 0.5\ W$
- Calcule a impedância de entrada (porta 1) a  $f = 0$  e  $f = 2f_p$  e a potência entregue na porta 2 e na porta 3 a estas frequências. Resp:  $Z_{p1} = 25\ \Omega$ ;  $P_{p2} = P_{p3} = \frac{4}{9}\ W$
- Suponha que é colocado um CC na porta 2. Calcule para a frequência  $f_p$  a impedância de entrada, a potência entregue à carga na porta 3 e a potência dissipada em  $R_t$ . Resp:  $Z_{p1} = 150\ \Omega$ ;  $P_{p3} = 0.5\ W$ ;  $P_{Rt} = 0.25\ W$
- Suponha que a porta 2 é deixada em aberto. Calcule a impedância de entrada a DC e a  $2f_p$ . Resp:  $Z_{p1} = 50\ \Omega$
- Suponha que a porta 2 é deixada em CC. Calcule a impedância de entrada a DC e a  $2f_p$ . Resp:  $Z_{p1} = 0\ \Omega$ .

Constantes:

|   |                         |
|---|-------------------------|
| $\sigma = 5.8 \cdot 10^{-7}\ S/m$                 | Condutividade do cobre  |
| $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ H/m$                 | Permeabilidade do vazio |
| $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}\ F/m$ | Permitividade do vazio  |