



Propagação e Radiação de Ondas Eletromagnéticas

2023/2024

Análise Circuitos AC; Circuitos Ressonantes

1) Revisão de álgebra complexa

- a) Represente cada um dos seguintes complexos no plano e converta-os para representação polar.

$$A = 5 + j 2; B = 2 - j 3; C = -1 - j 5 \text{ e } D = -3 + j 3;$$

- b) Realize as seguintes operações sobre os complexos anteriores:

- Soma e subtração: $A+B$, $A-B$;
- Multiplicação e divisão: $A \times B$ e A/B . A multiplicação e divisão devem ser efetuadas usando dois métodos: O método algébrico tradicional e usando a representação polar.

$$[a) A = 5.39 e^{j0.38}, B = 3.61 e^{-j0.98}, C = 5.10 e^{-j1.77}, D = 4.24 e^{j2.36}; b) A \times B = 16 - j 11; A/B = 0.31 + j 1.46]$$

2) Esboce graficamente em função da frequência:

- A reactância de um condensador.
- A reactância de uma bobina.
- A reactância de um circuito constituído por uma bobina e um condensador em série.
- A reactância de um circuito constituído por uma bobina e um condensador em paralelo.

3) Considere as seguintes impedâncias complexas $Z_1 = 100 + j 300 \Omega$ e $Z_2 = 50 - j 30 \Omega$. Calcule:

- A impedância equivalente do paralelo: $Z_1 // Z_2$.
- Calcule a admitância equivalente de cada uma das impedâncias.
- Calcule a admitância do paralelo.
- Calcule a impedância do paralelo à custa da admitância anterior.

$$[a) Z = 55.97 - j 20.75 \Omega; b) Y_1 = 1 - j 3 \text{ mS}; Y_2 = 14.7 + j 8.8 \text{ mS}; c) Y = 15.7 + j 5.8 \text{ mS}]$$

4) Considere uma carga Z_L constituída por uma resistência de 100Ω em série com um condensador de 10 pF . Determine a uma frequência de 100 MHz :

- A impedância de carga Z_L .
- O valor da resistência R_{II} e da capacidade C_{II} que constituem um circuito paralelo equivalente a Z_L a esta frequência.
- A indutância L_s a colocar em série com Z_L que torna o circuito ressonante.
- A indutância L_p a colocar em paralelo com Z_L que torna o circuito ressonante.

$$[a) Z_L = 100 - j 159.2 \Omega; b) R_{II} = 353.3 \Omega; C_{II} = 7.2 \text{ pF}; c) L_s = 253.3 \text{ nH}; d) L_p = 353.3 \text{ nH}]$$

- 5) Considere o circuito da Figura 1 alimentado por um gerador sinusoidal de tensão $V_g = 1\cos(\omega t)$ V de impedância interna $Z_g = 50 \Omega$. Assumindo $C = \frac{100}{2\pi}$ pF, $L = \frac{1}{2\pi}$ μ H e $R=75 \Omega$ e a frequência do gerador de 50, 100 e 200 MHz.

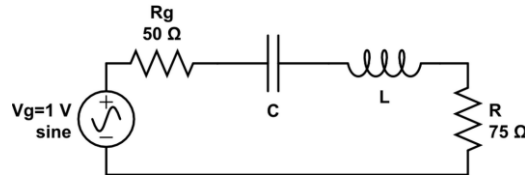


Figura 1 Circuito com LC série em série

- Calcule a impedância da bobina e do condensador. Resp: $Z_C = -j200$; $-j100$; $-j50 \Omega$; $Z_L = +j50$; $+j100$; $+j200 \Omega$
 - Calcule o fasor corrente, I , no circuito. Resp: $I = 3.3+j3.9$; $8.0+j0$; $3.3-j3.9$ (mA)
 - Calcule o fasor tensão aos terminais da resistência de 75Ω . Resp: $V_{out} = 0.246+j0.295$; $0.600+j0$; $0.246-j0.295$ (V)
 - Represente o fasor tensão interna do gerador e os 3 fasores de corrente (alínea b) num plano complexo. Compare a corrente nos três casos anteriores (alínea b). Resp: Em avanço a 50 MHz (impedância com reactância capacitiva); a 100 MHz em fase com a tensão do gerador (ressonância) e máxima; em atraso a 200 MHz (impedância com reactância indutiva).
 - Esboce em função do tempo a tensão do gerador e a corrente a cada uma das frequências.
 - Calcule a potência dissipada na resistência de 75Ω por dois métodos distintos: usando os fasores tensão e corrente ($P = \text{Real}(V \cdot I^*)$) e usando apenas a corrente. Resp: $P = 2$; 4.8 ; 2 (mW)
 - Diga qual a resistência externa R (que deverá substituir 75Ω) e a frequência (para os valores de C e L anteriores) que conduzem à máxima transferência de potência do gerador ao circuito. Resp: $R = 50 \Omega$ (impedância complexa conjugada da impedância do gerador) e frequência angular de ressonância $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (ou $f_0 = 100$ MHz).
 - Como classificaria este circuito em termos de resposta em frequência se a saída do circuito se realizasse aos terminais da resistência externa? Resp: Filtro Passa-banda
- 6) Considere o circuito da Figura 2 alimentado por um gerador de tensão $V_g = 1$ V.

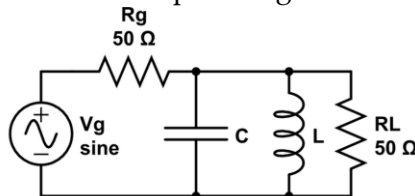


Figura 2 Circuito com LC paralelo em paralelo

- Escreva a expressão para a impedância do paralelo $L//C$, determine a frequência de ressonância f_{Res} em função de L e C e esboce graficamente a impedância deste paralelo em função da frequência.
- Determine a função de transferência $H(\omega) = V_R(\omega)/V_g$ onde V_R é a tensão na resistência R_L (assuma $R_L = R_g$). Resp: $H(\omega) = \frac{L\omega}{2L\omega + jR(\omega^2 CL - 1)}$

- Calcule o valor de C para uma frequência de ressonância paralelo de 100 MHz sabendo que $L = 10 \text{ nH}$ e repita o processo para $L = 5 \text{ nH}$. *Resp: $C = 253.3 \text{ pF}$ e $C = 506.6 \text{ pF}$*
- Identifique a situação em que é entregue máxima potência à carga R_L e calcule essa potência. *Resp: $P = 5 \text{ mW}$*
- Represente graficamente a função de transferência em Matlab até 6 GHz para os dois casos anteriores. Reserve um gráfico para a resposta em amplitude (dB) em função da frequência num gráfico semi-logarítmico em x (semilogx) e um segundo gráfico para a resposta de fase.
- Como classificaria este circuito do ponto de vista de um filtro?

7) Considere o circuito da Figura 3.

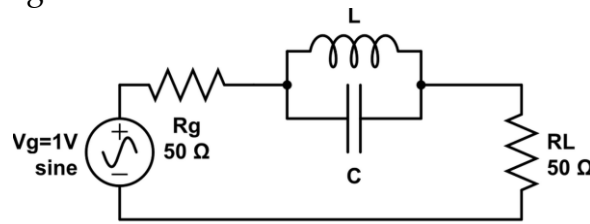


Figura 3 Circuito com LC paralelo em série

- Deduza a função de transferência $H(f) = V_{out}(f)/V_g$ onde V_{out} é a tensão aos terminais de R_L . Assuma $R_L = R_g$.
- Identifique a condição ou condições para as quais a potência dissipada em R_L é máxima.
- Que tipo de filtro realiza este circuito?

8) Considere o circuito da Figura 4 e os respectivos equivalentes série e paralelo.

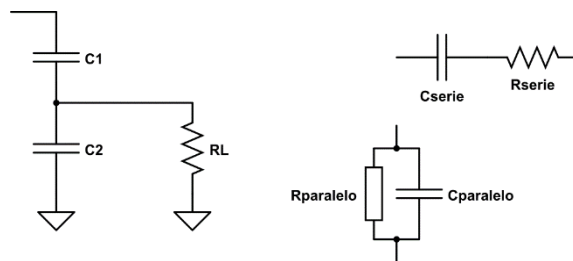


Figura 4 Circuito e equivalente série e paralelo

- Determine o valor nominal dos componentes do circuito série equivalente em função de R_L , C_1 e C_2 e da frequência angular de trabalho ω_1 . *Resp: $Z = \frac{R}{1 + \omega^2 C_2^2 R^2} + \frac{1}{j\omega C_1} \left[1 + \frac{\omega^2 C_2 C_1 R^2}{1 + \omega^2 C_2^2 R^2} \right]$ $R_{serie} = \frac{R}{1 + \omega^2 C_2^2 R^2}$, $C_{serie} = \frac{C_1}{1 + \frac{\omega^2 C_2 C_1 R^2}{1 + \omega^2 C_2^2 R^2}}$.*
- Determine o valor nominal dos componentes do circuito paralelo equivalente em função de R_L , C_1 e C_2 e da frequência angular de trabalho ω_1 .
- Calcule o valor nominal dos componentes dos circuitos equivalentes para 100 MHz, $R_L = 50 \text{ Ohm}$ e $C_1 = C_2 = 30 \text{ pF}$. *Resp: $R_{serie} = 26.5 \text{ Ohm}$ e $C_{serie} = 20.4 \text{ pF}$; $R_{paralelo} = 256.4 \text{ Ohm}$ e $C_{paralelo} = 18.3 \text{ pF}$.*
- Determine o valor da indutância L a colocar em série com o equivalente série para conseguir

a ressonância do circuito para $f=100$ MHz. Qual a impedância do circuito equivalente a esta frequência? *Resp: $L_{serie}=124.1$ nH (circuito série) e a impedância será uma resistência de $R=R_{serie}=26.5$ Ω .*

e) Repita a alínea anterior para o circuito paralelo. *Resp: 138.4 nH e a impedância será uma resistência $R=R_{paralelo}= 256.4$ Ω (circuito paralelo).*

9) Esboce o esquema genérico de um filtro com vários estágios, alternando circuitos L- C série e L-C paralelo, do tipo:

a) Passa-banda.

b) Rejeita-banda.

10) Desenvolva uma script Matlab para, dada uma indutância L e uma capacidade C, calcule:

a) A frequência de ressonância, f_r , do circuito LC.

b) Represente graficamente a resposta em frequência de um filtro passa-banda, entre uma frequência 3 décadas abaixo e 3 décadas acima da frequência de ressonância, admitindo o filtro atacado por um gerador de impedância interna $Z_g = 50$ Ω e terminado por uma carga de $R_L = 50$ Ω .