



Robótica Espacial

Aula prática nº 3

Cinemática inversa

Vitor Santos

Universidade de Aveiro

27 fev 2025

- 1 Cinemática inversa em robôs simples
- 2 Cinemática inversa em robôs complexos

Exercício 1a - Cinemática inversa do RR planar

Criar um robot RR planar

- Definir os comprimentos dos elos $L_A = 2$ e $L_B = 1$
- E usar a seguinte tabela de parâmetros DH:

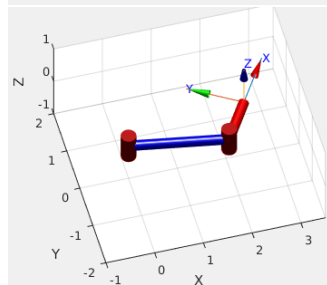
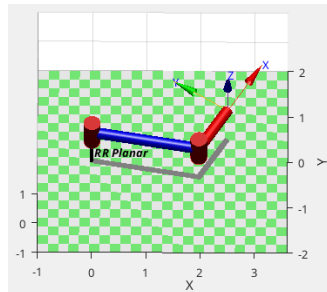
elo i	θ_i	d_i	a_i/l_i	α_i
1	θ_1	0	L_A	0
2	θ_2	0	L_B	0

- O comando `SerialLink()` permite criar a cadeia cinemática do robô, o que pode ser feito de várias formas:
 - Criando primeiro cada elo com `L(i)=Link(...)` com os respectivos parâmetros DH e depois fazer algo como `SerialLink(DH, 'name', 'RR Planar')`;
 - Ou ...
 - criar diretamente o robô com `SerialLink(DH, 'name', 'RR Planar')` se se garantir que a tabela DH está na ordem correta.

Exercício 1b - Cinemática inversa do RR planar

Obter a cinemática inversa do robô

- Definir a posição da ponta: $\text{target}=[2.5 \ 0.5 \ 0]$
- Obter a transformação geométrica associada T (é uma simples translação)
- Obter o valor das juntas associadas através do método `ikine()` (*inverse kinematics*)
 - $q=\text{RR_robot.ikine}(T,\text{'mask'},[1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0])$
 - A máscara $[1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ indica para quais das 6 variáveis de posição no espaço $(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$ se pretende a solução. Neste caso só (x, y) , os dois 1s no vetor, têm relevância.
- Representar o robô nessa posição com o método `plot()`.
- Se se pretender omitir alguns elementos gráficos da visualização, no `plot()` podem-se acrescentar opções como: `'notiles'`, `'nobase'`, `'noshadow'`, etc.



Exercício 2 - A outra redundância do RR planar

A função `ikine` não calcula as redundâncias!

Solução

Como o método `ikine()` da classe `SerialLink` não calcula as redundâncias (é um processo numérico), se as quisermos determinar temos de as calcular manualmente.

A solução é criar uma função dedicada que implemente as redundâncias usando as equações seguintes:

Equações da cinemática inversa analítica

$$\theta_2 = \pm \arccos \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \quad \theta_1 = \arctan \left[\frac{y(L_1 + L_2 \cos \theta_2) - xL_2 \sin \theta_2}{x(L_1 + L_2 \cos \theta_2) + yL_2 \sin \theta_2} \right] \quad (\text{em Matlab usar } \text{atan2}())$$

Note-se que há duas soluções para θ_2 e como θ_1 é calculado em função de θ_2 logo haverá também duas soluções para θ_1 .

A função a desenvolver deve retornar as duas soluções numa matriz, uma em cada linha.

Exercício 2 - Continuação

Criação da função `invKinRRplanar`

```
QQ=invKinRRplanar(robot, target)
```

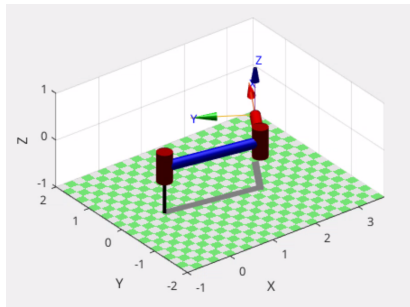
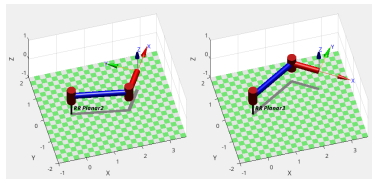
- QQ - matriz de 2 por 2 com as soluções: $\begin{bmatrix} q1_A & q2_A \\ q1_B & q2_B \end{bmatrix}$
- robot - robô previamente criado (da classe `SerialLink`)
- target - vetor com a posição de destino da ponta (x y, em geral, e z é ignorado)

Notas

- A função deve extrair os comprimentos dos elos da variável `robot`, por exemplo: `robot.links(1).a`
- A função deve retornar uma matriz de NaN se não houver solução.
- Para maior robustez, a função pode também verificar se as variáveis passadas são do tipo certo e se o robô é um verdadeiro "RR".

Exercício 3 - Teste e representação da redundância

- Depois de criar a função anterior, escrever um programa para a testar.
- Ao lado da representação anterior dada pela função `ikine()`, representar um segundo robô similar mas ilustrando a redundância movendo-se alternadamente entre uma configuração e a outra, conforme os dois resultados dados por `invKinRRplanar()`.
- NOTA: para poder representar duas imagens distintas de um mesmo robô é necessário criar 2 `SerialLink` similares mas com nomes diferentes: e.g. 'RR planar', 'RR planar 2'.
- Sugestões adicionais na página seguinte.



External player



Exercício 3 - Continuação: sugestões de implementação

- A função de cinemática inversa `Q=invKinRRplanarP(RR_robot,target)` retorna as duas configurações (conjunto de valores alternativos das duas juntas):
 - `Q(1,:)` e `Q(2,:)`
- Pode-se definir uma trajetória para um movimento entre `Q(1,:)` e `Q(2,:)` com um determinado número de amostras `NN`, por exemplo com a função `jtraj()`:
 - `fullTraj=jtraj(Q(1,:), Q(2,:),NN);`
- É possível fazer uma animação de forma rápida sem recorrer a um ciclo `for`:
 - `RR_robot2.plot(fullTraj, 'fps',30)`
 - Onde `fullTraj` é a trajetória completa a animar
 - e `..., 'fps',30,...` indica que a animação decorre a 30 frames por segundo
- **N.B.** Esta forma de fazer animação é mais prática do que o ciclo `for` usado em exercícios anteriores, mas não permite que se animem outros objetos em simultâneo (por exemplo para animar um objeto transportando na ponta do robô).

O manipulador da estação espacial internacional ISS - Canadarm2

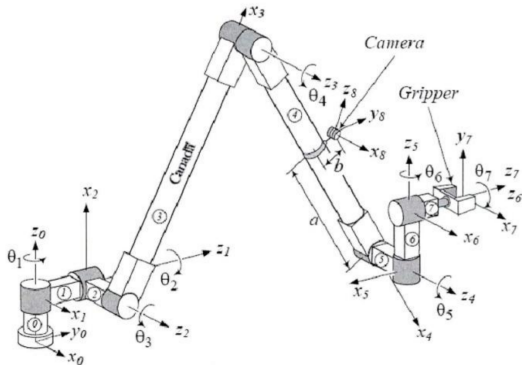
- O manipulador a bordo da ISS tem 7 graus de liberdade
- É um sistema simétrico que consegue acoplar e desacoplar de forma reversível a ponta e base para permitir a sua recolocação em vários pontos da estação espacial.



Exercício 4 - Cinemática direta do Canadarm2

- Estabelecer a cinemática direta do Canadarm2 com base na sua tabela DH que pode ser aproximada pelo seguinte:

elo i	θ_i	d_i	a_i/l_i	α_i
1	θ_1	0.380	0	$-\pi/2$
2	θ_2	0.635	0	$\pi/2$
3	θ_3	0.504	6.85	0
4	θ_4	0.8	6.85	0
5	θ_5	0.504	0	$-\pi/2$
6	θ_6	0.635	0	$\pi/2$
7	θ_7	0.380	0	0



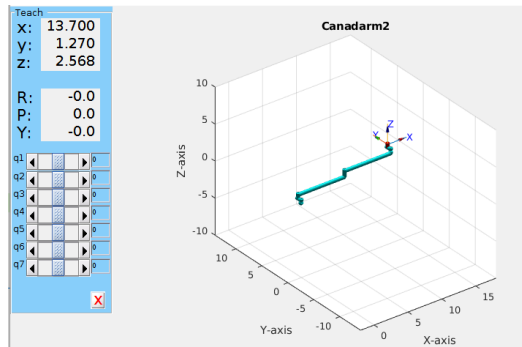
- Representar o robô na sua configuração com as juntas no valor zero

Exercício 4 - Representação e ajuste iterativo das juntas

- 1 Representar o robô com parâmetros convenientes para melhor visualização.
- 2 Sugerem-se algumas indicações mas outras poderão ser usadas e o manual da toolbox tem mais informação:

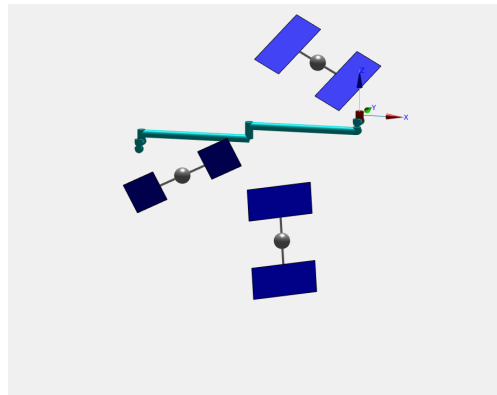
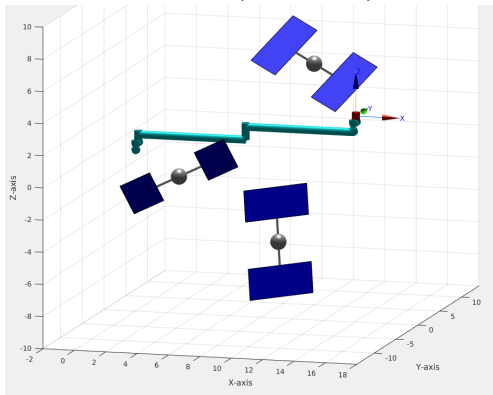
```
Canadarm2.plot(Q0,...  
'scale', 0.4,...  
'workspace', [-2 18 -14 14 -10 10],...  
'notiles', ...  
'nobase', ...  
'noshadow', ...  
'noname', ...  
'jointdiam', 0.5, ...  
'nojoints', ...  
'linkcolor', 'c' ...  
);
```

- Ativar o modo teach (execução do comando `Canadarm2.teach()`) e alterar as juntas manualmente para verificar os diversos movimentos.



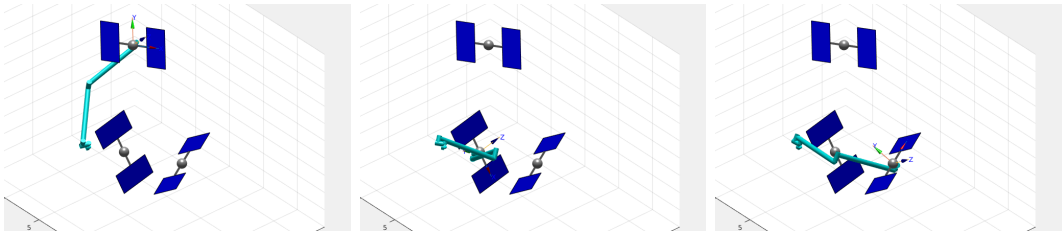
Exercício 5 - Colocação de satélites para recolha

- Usando a função `drawSatellite(T)` fornecida, colocar três satélites em torno do manipulador conforme a ilustração. As coordenadas de cada um são:
 - $\text{transl}=[10 \ 5 \ 5]$, $\text{rotx}=-45$, $\text{roty}=30$
 - $\text{transl}=[8 \ 4 \ -6]$, $\text{rotx}=-25$, $\text{roty}=80$
 - $\text{transl}=[5 \ -8 \ 0]$, $\text{rotx}=55$, $\text{rotz}=30$



Exercício 6 - Visita aos satélites com cinemática inversa

- Usando a cinemática inversa do manipulador (`ikine()`) fazer o movimento de visita a cada satélite, voltando entre cada um à posição de repouso inicial.
- Usar 50 pontos em cada trajetória e um 'fps' de 20 na animação.



- O processo é meramente ilustrativo.
- Em rigor dever-se-ia definir um ponto e uma normal na superfície do satélite para o braço tocar e não colidir com os satélites, como sucede neste exemplo.
- Além desse ponto e dessa normal de contacto dever-se-ia definir também um ponto de aproximação em cada caso para garantir mais segurança no processo.