

AULA 10: CONVECÇÃO FORÇADA

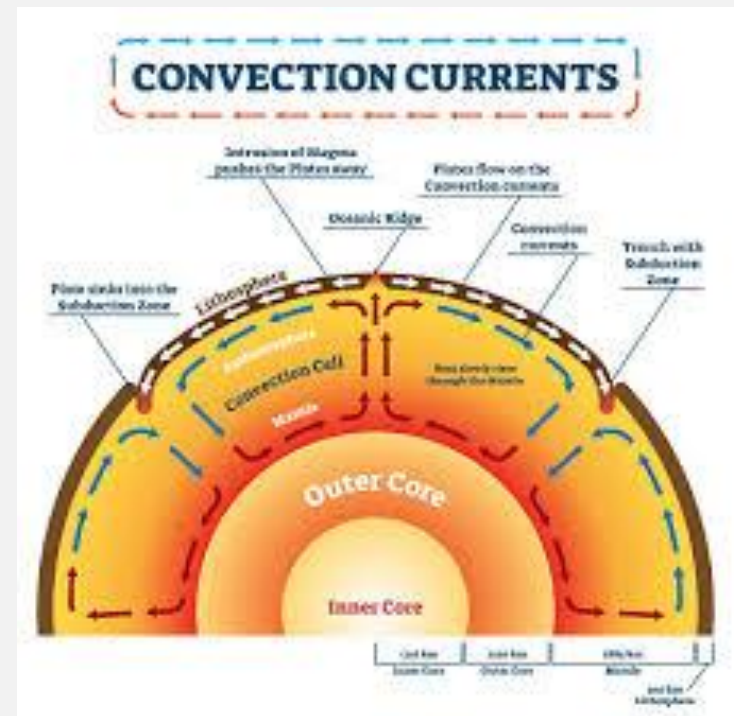
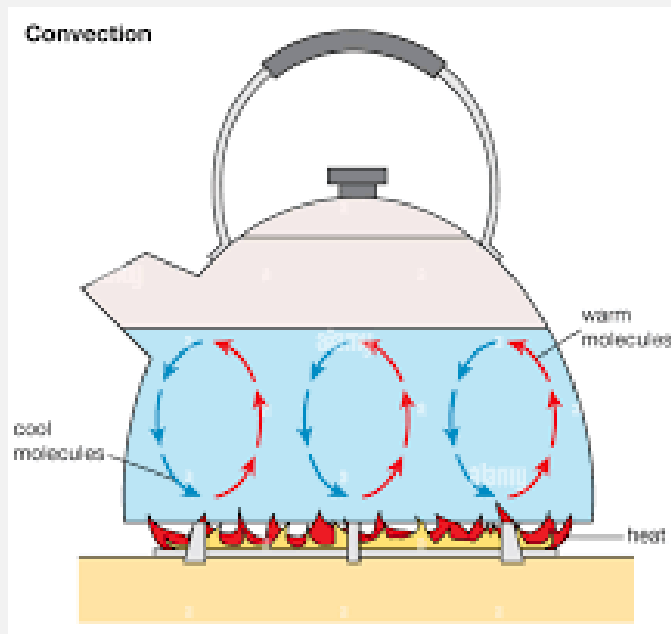
- Introdução à convecção
- Os coeficientes convectivos de transferência de calor e de massa
- Camada limite
- Equações da conservação no seio da camada limite



PRINCÍPIOS DA CONVECÇÃO REVISITADOS

O QUE É A TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO?

A transferência de calor por convecção ocorre quando um fluido a uma temperatura T_{∞} que se desloca sobre uma superfície a uma temperatura T_s , troca calor com essa superfície

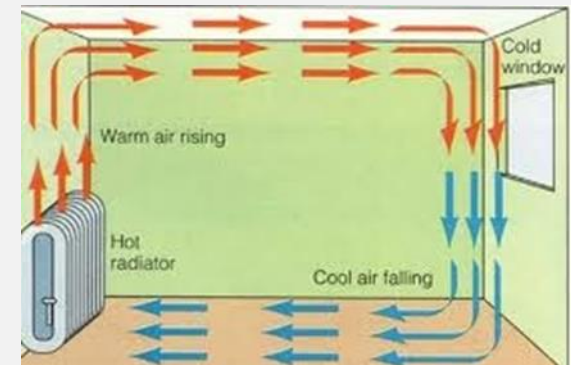


FORMAS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

Se a convecção ocorre porque o fluido se encontra em movimento sobre uma superfície a uma temperatura distinta a convecção é classificada como **forçada**.

Se o próprio fenómeno de transferência de calor provoca o movimento do fluido, então a convecção é designada por convecção **livre** ou **natural**.

Outros tipos de convecção:
convecção com mudança de fase
(vaporização, condensação)



A LEI DE NEWTON DA CONVECÇÃO

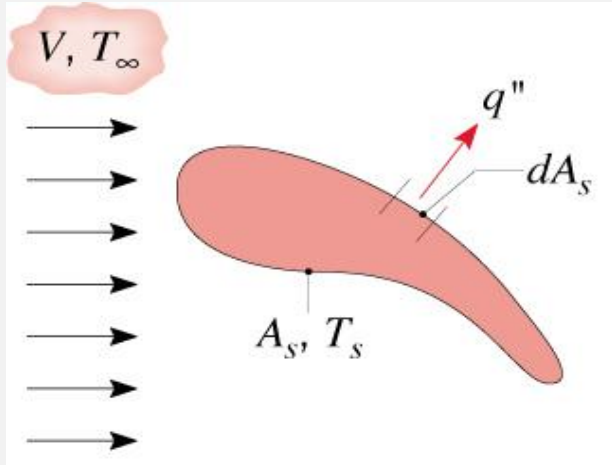
Para uma superfície sujeita a convecção, o fluxo **local** de calor (em W/m^2) é dado por:

$$q'' = h(T_s - T_\infty)$$

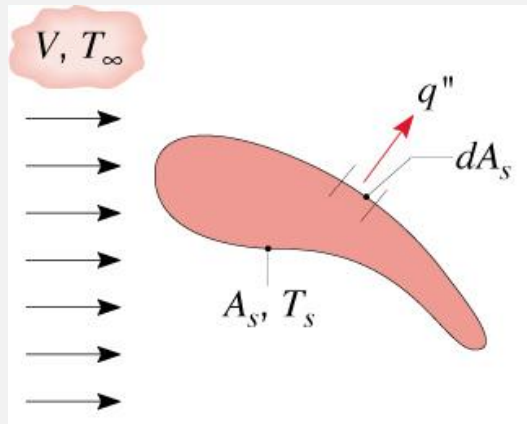
onde h é o coeficiente **local** de transferência de calor por convecção.

Regra geral, o valor deste coeficiente local variará com a posição no sólido, com a sua geometria, com a velocidade local do escoamento, etc.

Mais interessante do que a determinação do coeficiente local de transferência de calor por convecção será a determinação do coeficiente **médio** de transferência de calor por convecção.



COEFICIENTE DE CALOR: VALOR LOCAL E VALOR MÉDIO



Variando as características do escoamento ao longo da superfície, variarão também os valores de h e, consequentemente, de q'' .

Assim a quantidade total de calor transferido por convecção ao longo de toda a superfície do sólido será dada por:

$$q = \int_{A_s} q'' \cdot dA_s = (T_s - T_\infty) \cdot \int_{A_s} h dA_s = \bar{h} \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty)$$

Nesta equação \bar{h} é o coeficiente médio de transferência de calor por convecção dado por

$$\bar{h} = \frac{1}{A_s} \cdot \int_{A_s} h dA_s$$

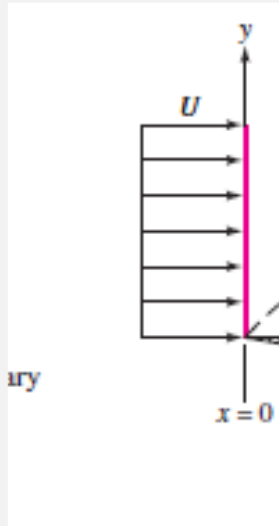
Existe uma diferença entre os valores médio e local do coeficiente de transferência de calor por convecção



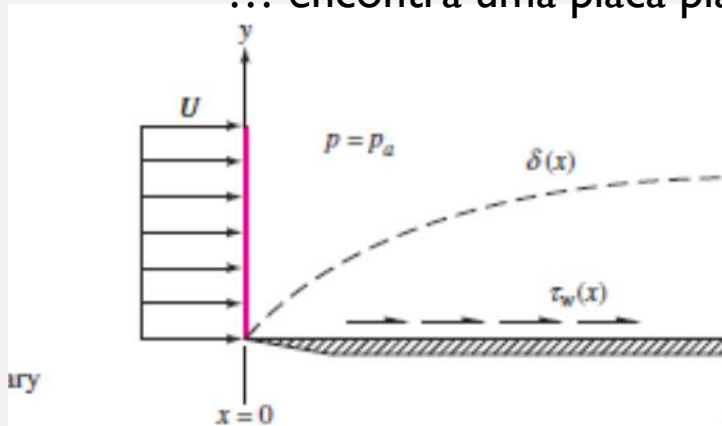
INTERAÇÃO ENTRE UM ESCOAMENTO E UM SÓLIDO

QUANDO UM FLUÍDO QUE SE ESCOA ENCONTRA UM OBSTÁCULO NO SEU CAMINHO, AS CARACTERÍSTICAS DO ESCOAMENTO ALTERAM-SE

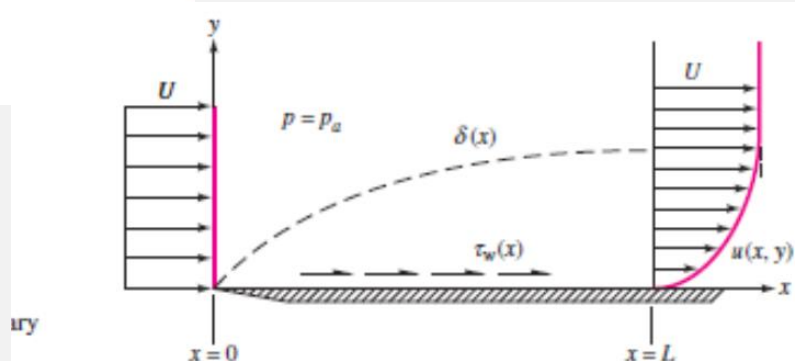
... um escoamento não perturbado ...



... encontra uma placa plana no seu percurso ...



alteração do perfil de velocidades ...



VISUALIZAÇÃO DE ESCOAMENTOS COM OBSTÁCULOS

- https://www.youtube.com/watch?v=30_aADFVL9M
- <https://www.youtube.com/watch?v=MOhq3o0UGAQ>
- https://www.youtube.com/watch?v=_q6ozALzkF4

QUAIS AS PRINCIPAIS CONSEQUÊNCIAS DESTA INTERAÇÃO?

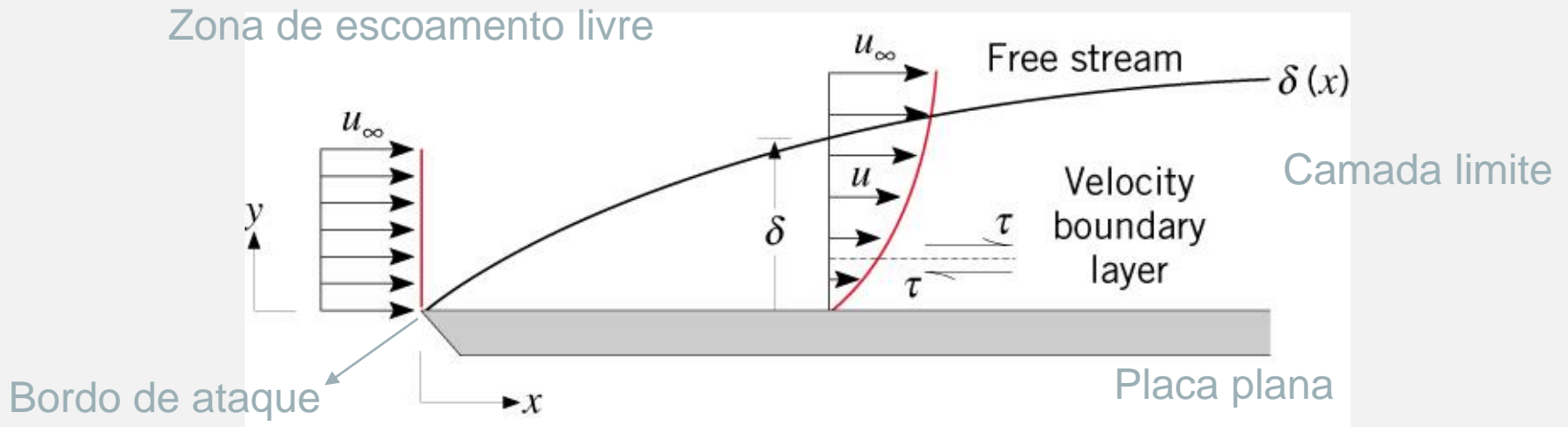
- Alteração da direção do escoamento do fluido
- Alteração da velocidade do escoamento do fluido
- Alteração da pressão
- Aparecimento de forças paralelas à superfície sobre a superfície sólida resultantes do atrito entre o fluido e a superfície (forças de arrasto)
- Aparecimento de forças perpendiculares à superfície resultantes de diferentes pressões em diferentes pontos da superfície (forças de sustentação)

BREVE INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE CAMADA LIMITE EM ESCOAMENTOS EXTERNOS

TEORIA DA CAMADA LIMITE

- A teoria da camada limite pretende definir e retratar os fenômenos que ocorrem na zona de escoamento afetada pela interação entre o fluido e a superfície
- Existem vários tipos de camada limite:
 - A **camada limite hidrodinâmica** limita a zona do escoamento onde os perfis da velocidade de escoamento são alterados pela presença da superfície
 - A **camada limite térmica** delimita a zona do escoamento onde se fazem sentir os efeitos do processo de transferência de calor, nomeadamente no que à distribuição de temperaturas no seio do fluido diz respeito
 - A **camada limite de concentração** limita a zona do escoamento onde se fazem sentir os efeitos de uma eventual transferência de massa (em processos de evaporação ou sublimação)

CAMADA LIMITE HIDRODINÂMICA NO ESCOAMENTO SOBRE UMA PLACA PLANA



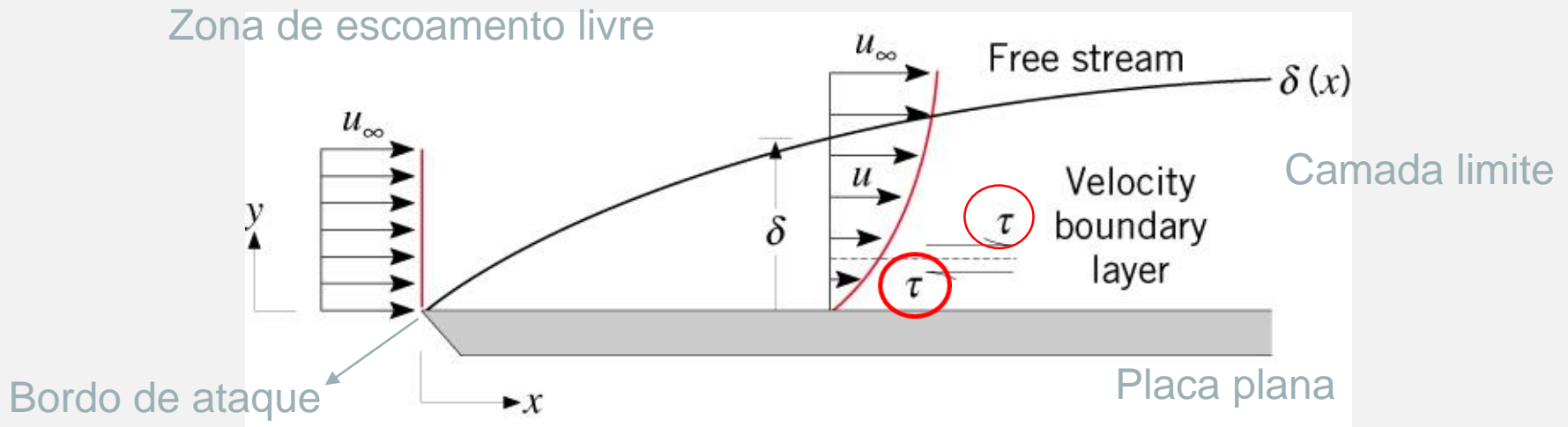
A espessura da camada limite, $\delta(x)$, é tomada em regra como a espessura do escoamento onde o valor da velocidade do escoamento é igual ou menor do que 99% do valor da velocidade livre do escoamento.

Diferença básica do escoamento no interior e no exterior da camada limite:

- Interior: elevados gradientes de velocidade e tensões de corte
- Exterior: gradientes de velocidade e tensões de corte negligenciáveis



CAMADA LIMITE HIDRODINÂMICA NO ESCOAMENTO SOBRE UMA PLACA PLANA



A grandeza τ representa as tensões de corte em N/m^2 resultantes do atrito entre diferentes camadas de fluido que se movem com diferentes velocidades

O valor das referidas tensões de corte é dado junto à superfície da placa por:

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}$$

ou seja, a tensão de corte junto à superfície da placa é igual ao produto da viscosidade do fluido pelo gradiente vertical da componente horizontal da velocidade



A VISCOSIDADE E O SEU SIGNIFICADO

- A viscosidade mede a resistência oferecida por um fluido ao seu próprio movimento
- ...é mais fácil movermo-nos em ar do que em água...
- A viscosidade é geralmente medida em N.s.m^{-2} no sistema SI designando-se neste caso por **viscosidade dinâmica**
- Uma outra forma de medir a viscosidade é através da **viscosidade cinemática** (unidades SI: $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$) que é obtida a partir da viscosidade dinâmica dividindo-a pela densidade do fluido:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

VARIAÇÃO DA VISCOSIDADE COM A TEMPERATURA

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m ²)	$\nu \cdot 10^6$ (m ² /s)
Air, $M = 28.97$ kg/kmol				
100	3.5562	1.032	71.1	2.00
150	2.3364	1.012	103.4	4.426
200	1.7458	1.007	132.5	7.590
250	1.3947	1.006	159.6	11.44
300	1.1614	1.007	184.6	15.89
350	0.9950	1.009	208.2	20.92
400	0.8711	1.014	230.1	26.41
450	0.7740	1.021	250.7	32.39
500	0.6964	1.030	270.1	38.79
550	0.6329	1.040	288.4	45.57
600	0.5804	1.051	305.8	52.69
650	0.5356	1.063	322.5	60.21
700	0.4975	1.075	338.8	68.10
750	0.4643	1.087	354.6	76.37
800	0.4354	1.099	369.8	84.93

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^2$ (N · s/m ²)	$\nu \cdot 10^6$ (m ² /s)
Engine Oil (Unused)				
273	899.1	1.796	385	4280
280	895.3	1.827	217	2430
290	890.0	1.868	99.9	1120
300	884.1	1.909	48.6	550
310	877.9	1.951	25.3	288
320	871.8	1.993	14.1	161
330	865.8	2.035	8.36	96.6
340	859.9	2.076	5.31	61.7
350	853.9	2.118	3.56	41.7
360	847.8	2.161	2.52	29.7
370	841.8	2.206	1.86	22.0
380	836.0	2.250	1.41	16.9
390	830.6	2.294	1.10	13.3
400	825.1	2.337	0.874	10.6
410	818.9	2.381	0.698	8.52
420	812.1	2.427	0.564	6.94
430	806.5	2.471	0.470	5.83

O COEFICIENTE DE ARRASTO (OU ATRITO)

- As tensões de corte provocadas pelo escoamento de um fluído sobre uma dada superfície são fundamentais para definir o coeficiente de arrasto (ou de atrito), C_f , (drag coefficient) muitas vezes utilizado para calcular as forças aero- ou hidro-dinâmicas que atuam sobre uma superfície:

$$C_f = \frac{\tau_s}{\frac{\rho u_\infty^2}{2}}$$

CARACTERÍSTICAS DA CAMADA LIMITE EM ESCOAMENTOS EXTERNOS

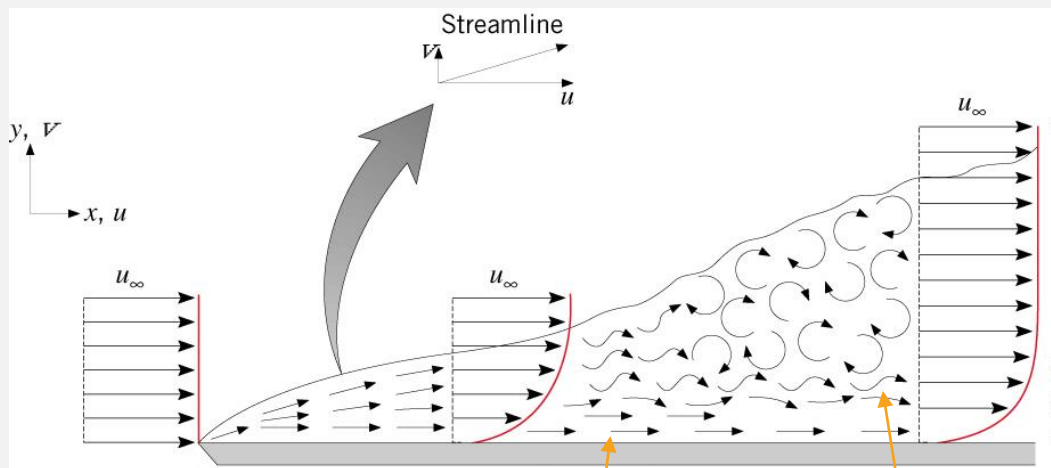
Escoamentos laminares e turbulentos

O número de Reynolds

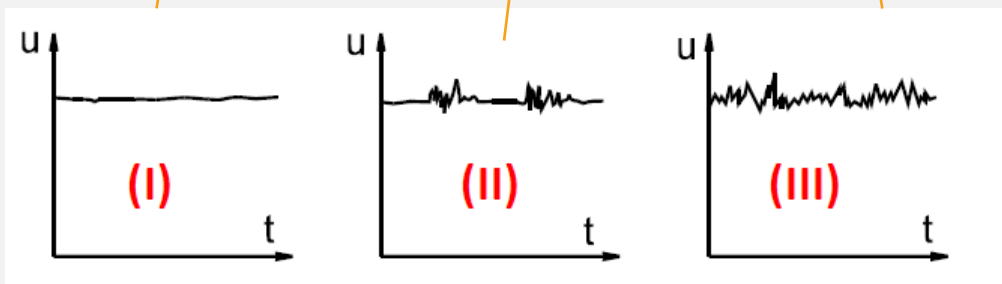
DESENVOLVIMENTO DA CAMADA LIMITE

- Quando um fluido se escoa em contacto com uma superfície plana, as características do escoamento alteram-se:
 - Junto ao bordo de ataque da superfície o escoamento apresenta como características:
 - Um movimento ordenado do fluido;
 - A possibilidade de identificar linhas (chamadas de linhas de corrente) ao longo das quais se movem as partículas do fluido
 - A possibilidade de ocorrência de componentes da velocidade nas direções x e y (designadas respetivamente por u e v) as quais contribuem para o transporte de energia, quantidade de movimento e espécie química
 - À medida que nos afastamos do bordo de ataque da superfície, o escoamento caracteriza-se por:
 - Um movimento desordenado do fluido com grandes flutuações de velocidade;
 - As transferências de energia, espécie química e quantidade de movimento são muito superiores

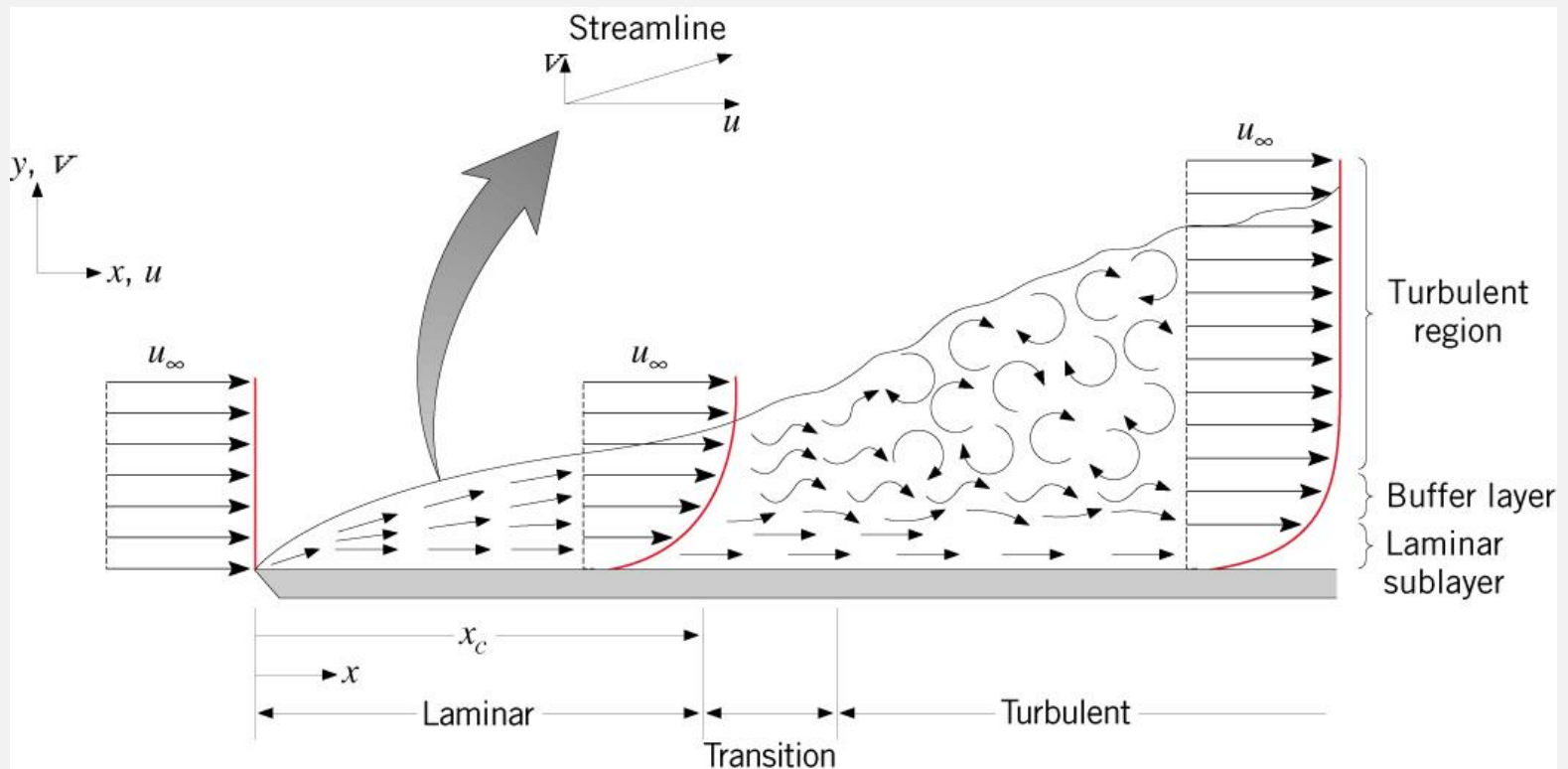
NATUREZA DO ESCOAMENTO NA CAMADA LIMITE



Distribuição da variação da componente horizontal da velocidade, u , em função do tempo num dado ponto da camada limite:



ESCOAMENTO LAMINAR E TURBULENTO



O NÚMERO DE REYNOLDS

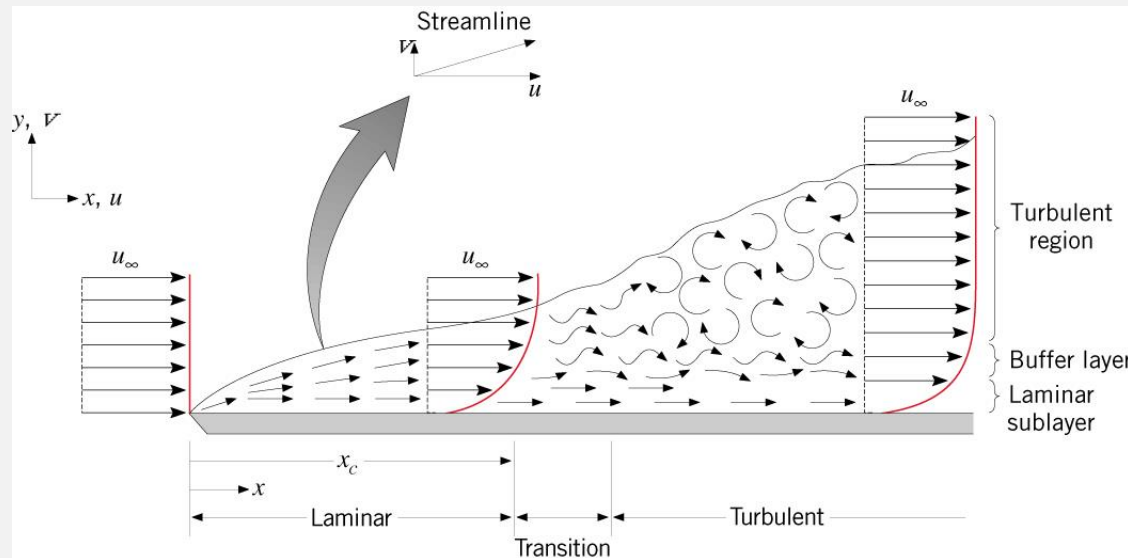
O número de Reynolds é uma grandeza adimensional (unidades: [-]) que possibilita caracterizar o comportamento viscoso de um escoamento:

$$Re = \frac{\rho u_{\infty} x}{\mu}$$

Nesta equação, u_{∞} é a componente horizontal da velocidade fora da camada limite, μ e ρ são a viscosidade e a densidade do fluido e x é uma distância característica para o escoamento (no caso de uma superfície plana é a distância percorrida pelo escoamento a partir do bordo de ataque)

O número de Reynolds estabelece também uma relação entre as forças de inércia e as forças viscosas: se as forças viscosas dominarem o escoamento teremos baixos valores de Re e o escoamento é laminar; para elevados valores de Re , as forças inerciais são elevadas e qualquer perturbação do escoamento desencadeará turbulência

CRITÉRIO DE CLASSIFICAÇÃO DA NATUREZA DO ESCOAMENTO



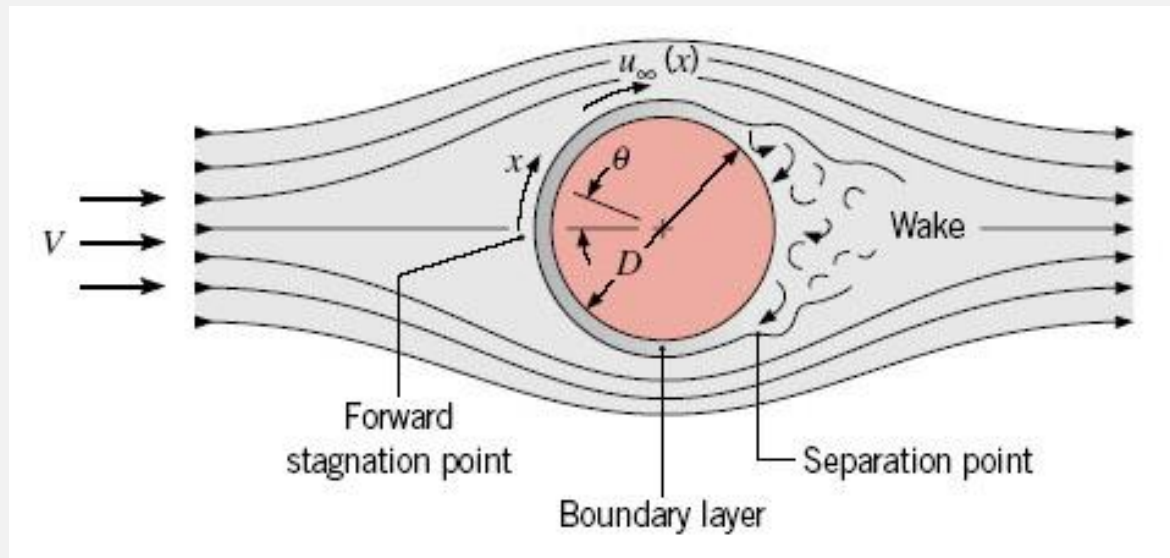
A transição entre regime laminar e turbulento **para uma placa plana** ocorre num ponto x_c definido pelo **número de Reynolds** crítico dado por:

$$Re_{CR} = \frac{\rho \cdot u_{\infty} \cdot x_c}{\mu} = 5 \cdot 10^5$$



ESCOAMENTO EM TORNO DE UM CILINDRO

- Ponto de estagnação: ponto onde a velocidade se anula e a energia cinética se converte em energia de pressão
- A partir deste ponto a pressão decresce com x : a camada limite desenvolve-se face a um gradiente favorável de pressão
- No caso do cilindro é conveniente distinguir a velocidade livre do escoamento, u_∞ , da velocidade a jusante do cilindro, V
- Neste caso u_∞ depende da distância x : como P decresce com x , a velocidade livre do escoamento aumenta com x (o fluido é acelerado)



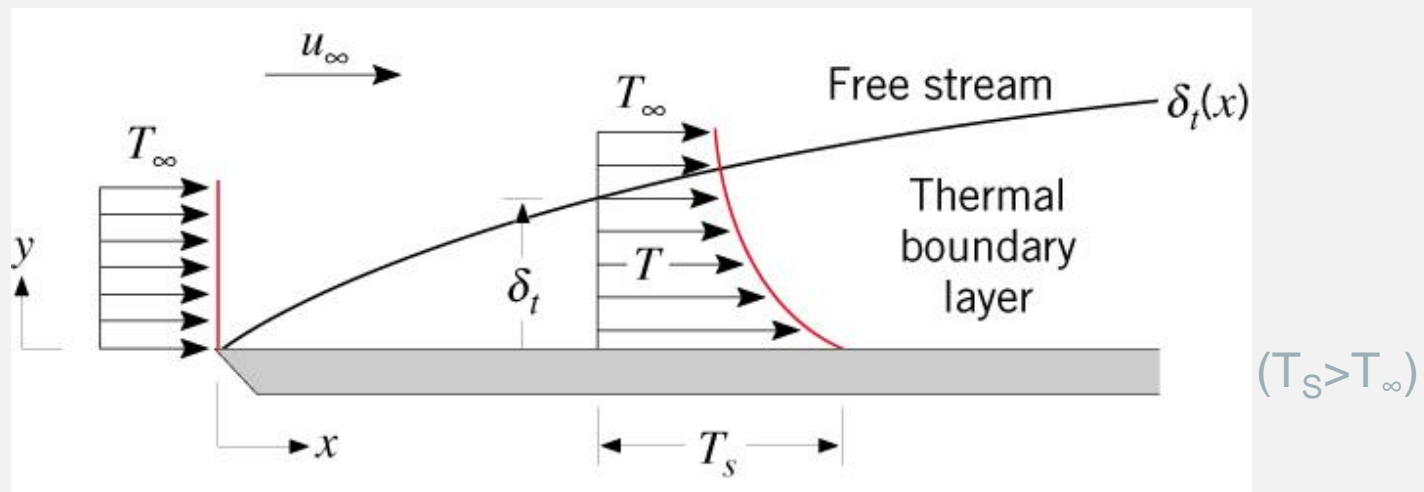
OUTRAS CAMADA LIMITE

A camada limite térmica

A camada limite de concentração

A CAMADA LIMITE TÉRMICA

Da mesma forma que se definiu uma camada limite hidrodinâmica, também se pode definir uma **camada limite térmica**:



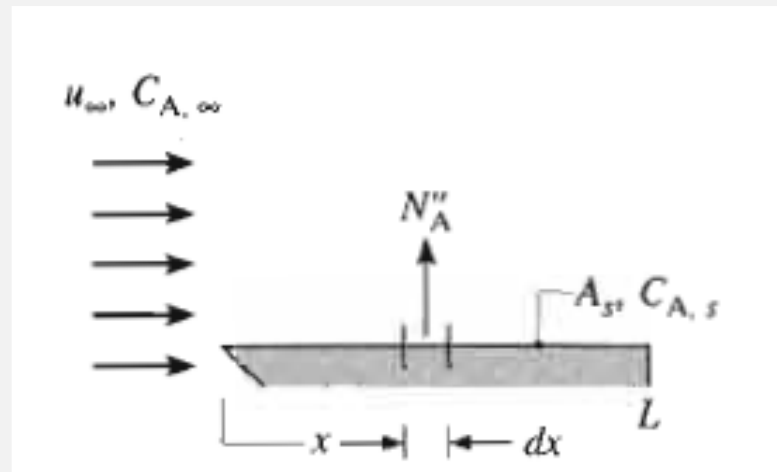
A espessura da camada limite térmica, $\delta_t(x)$, é geralmente definida como a zona de escoamento junto da superfície da placa plana onde se verifica a condição:

$$\frac{T_s - T}{T_s - T_\infty} \leq 0.99$$



ANALOGIA COM O PROCESSO DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA

Também para processos de transferência de massa ocorrem resultados semelhantes:

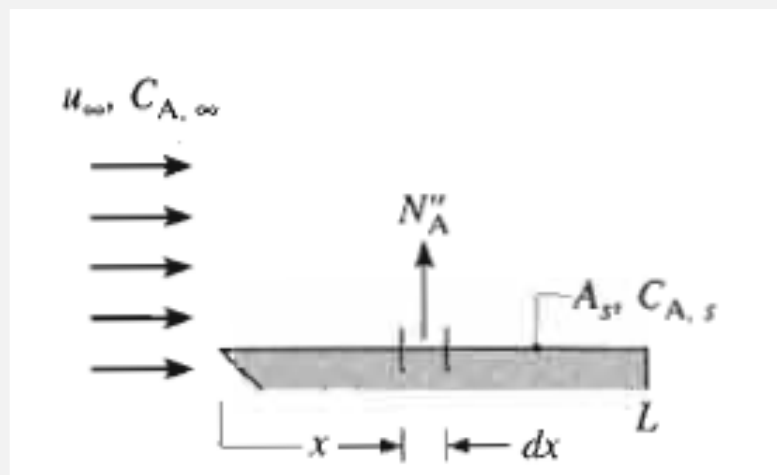


A figura acima mostra um fluido composto por duas espécies químicas, A e B, que se escoam sobre uma superfície onde se encontra presente a espécie química A (que normalmente é um vapor). Caso típico: evaporação de um líquido (exemplo: água, espécie A) num gás (exemplo: ar, espécie B).

$C_{A, \infty}$ e C_A são as concentrações molares da espécie química A respectivamente no seio do escoamento livre e na superfície, expressas em mol/m^3 .



COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA



Também neste caso se pode expressar um fluxo molar da espécie A da superfície para o fluido em termos de um **coeficiente de transferência de massa h_m** de tal forma que o fluxo molar N''_A (mole.m⁻².s⁻¹) é dado em função de um gradiente de concentração molar $C_{A,S}-C_{A,\infty}$:

$$N''_A = h_m (C_{A,S} - C_{A,\infty})$$



VALOR LOCAL E VALOR MÉDIO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA

Para a área total onde ocorre transferência de massa, virá:

$$N_A = \overline{h_m} \cdot A_s (C_{A,S} - C_{A,\infty})$$

onde:

$$\overline{h_m} = \frac{1}{A_s} \cdot \int_{A_s} h_m \cdot dA_s$$



FORMAS ALTERNATIVAS DE EXPRESSAR A TRANSFERÊNCIA DE MASSA

Fluxo molar

$$N''_A = h_m (C_{A,S} - C_{A,\infty})$$

$$\begin{aligned} h_m &: \text{m.s}^{-1} \\ C_A &: \text{mole.m}^{-3} \\ N''_A &: \text{mole.m}^{-2}.\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Fluxo mássico

$$n''_A = h_m (\rho_{A,S} - \rho_{A,\infty})$$

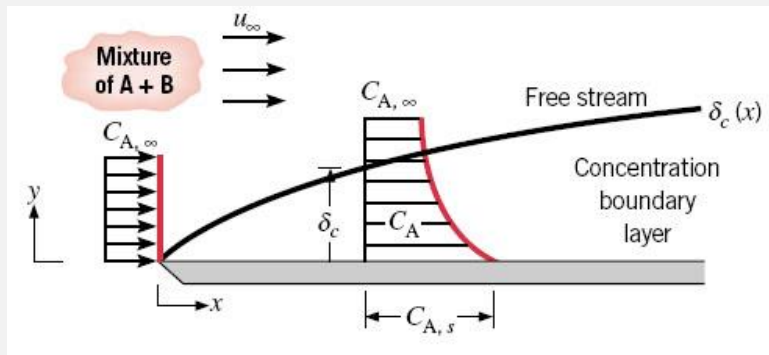
$$\begin{aligned} h_m &: \text{m.s}^{-1} \\ \rho_A &: \text{Kg.m}^{-3} \\ n''_A &: \text{Kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\rho_A = M_A \cdot C_A$$

$$C_A = \frac{P_{SAT(T)}}{\mathfrak{R}.T}$$



CAMADA LIMITE DE CONCENTRAÇÃO



Quando uma mistura gasosa binária das espécies químicas A e B se escoia sobre uma superfície onde a concentração da espécie A, $C_{A,s}$, é maior do que a concentração da espécie A no gás, $C_{A,\infty}$, ocorre uma transferência da espécie A da superfície para o fluido

Camada limite de concentração

$$\frac{C_{A,s} - C_A}{C_{A,s} - C_{A,\infty}} \leq 0.99$$



LEI DE FICK

Tal como para a condução de calor, também a difusão de massa pressupõe a existência de um mecanismo de transporte de uma espécie química A, em resposta a um gradiente de concentração. Este mecanismo é governado pela lei de Fick:

$$N_A'' = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial y}$$

em que D_{AB} é o coeficiente de difusão binário de A em B

TABLE A.8 Binary Diffusion Coefficients at One Atmosphere^{a,b}

Substance A	Substance B	T (K)	D_{AB} (m ² /s)
Gases			
NH ₃	Air	298	0.28×10^{-4}
H ₂ O	Air	298	0.26×10^{-4}
CO ₂	Air	298	0.16×10^{-4}
H ₂	Air	298	0.41×10^{-4}
O ₂	Air	298	0.21×10^{-4}
Acetone	Air	273	0.11×10^{-4}
Benzene	Air	298	0.88×10^{-5}
Naphthalene	Air	300	0.62×10^{-5}
Ar	N ₂	293	0.19×10^{-4}
H ₂	O ₂	273	0.70×10^{-4}
H ₂	N ₂	273	0.68×10^{-4}
H ₂	CO ₂	273	0.55×10^{-4}
CO ₂	N ₂	293	0.16×10^{-4}
CO ₂	O ₂	273	0.14×10^{-4}
O ₂	N ₂	273	0.18×10^{-4}
Dilute Solutions			
Caffeine	H ₂ O	298	0.63×10^{-9}
Ethanol	H ₂ O	298	0.12×10^{-8}
Glucose	H ₂ O	298	0.69×10^{-9}
Glycerol	H ₂ O	298	0.94×10^{-9}
Acetone	H ₂ O	298	0.13×10^{-8}
CO ₂	H ₂ O	298	0.20×10^{-8}
O ₂	H ₂ O	298	0.24×10^{-8}
H ₂	H ₂ O	298	0.63×10^{-8}
N ₂	H ₂ O	298	0.26×10^{-8}
Solids			
O ₂	Rubber	298	0.21×10^{-9}
N ₂	Rubber	298	0.15×10^{-9}
CO ₂	Rubber	298	0.11×10^{-9}
He	SiO ₂	293	0.4×10^{-13}
H ₂	Fe	293	0.26×10^{-12}
Cd	Cu	293	0.27×10^{-18}
Al	Cu	293	0.13×10^{-33}

^aAdapted with permission from References 24, 25, and 26.

^bAssuming ideal gas behavior, the pressure and temperature dependence of the diffusion coefficient for a binary mixture of gases may be estimated from the relation

$$D_{AB} \propto p^{-1} T^{3/2}$$

UTILIDADE DA UTILIZAÇÃO DOS COEFICIENTES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR E DE MASSA, h E h_m ?

A utilização destes coeficientes h e h_m permite calcular, respectivamente, quer o calor quer a quantidade de espécie química transferidos por unidade de tempo a partir de uma dada superfície conhecendo-se apenas a área da superfície e as temperaturas ou concentrações da espécie química na superfície e na zona de escoamento livre:

$$q = \bar{h} \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty)$$

$$n_A = h_m \cdot A_s \cdot (\rho_{A,S} - \rho_{A,\infty})$$



EQUAÇÕES DA CONSERVAÇÃO NA CAMADA LIMITE



EQUAÇÕES DA CONSERVAÇÃO NO SEIO DA CAMADA LIMITE

- EQUAÇÃO DA **CONTINUIDADE** (OU DA CONSERVAÇÃO DA MASSA)
- EQUAÇÃO DA **CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO**
- EQUAÇÃO DA **CONSERVAÇÃO DA ENERGIA**
- EQUAÇÃO DA **CONSERVAÇÃO DE UMA ESPÉCIE QUÍMICA**



EQUAÇÕES DA CONSERVAÇÃO NO SEIO DA CAMADA LIMITE

As equações da conservação no seio da camada limite são obtidas para um volume de controle localizado no seio da camada-limite através da realização de **balanços** de:

1. **massa** (equação da continuidade)
2. **forças** (equação da conservação da quantidade de movimento)
3. **energia** (equação da conservação da energia)
4. **espécie química** (equação da conservação da espécie química)



FORMA SIMPLIFICADA DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (I)$$

Equação da continuidade ou de conservação de massa

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (II)$$

Equação da conservação da quantidade de movimento (em x)

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (III)$$

Equação da conservação da quantidade de movimento (em y)

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{c_p} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (IV)$$

Equação da conservação da energia

$$u \frac{\partial (C_A)}{\partial x} + v \frac{\partial (C_A)}{\partial y} = \left(D_{AB} \cdot \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \right) \quad (V)$$

Equação da conservação de uma espécie química

GRANDEZAS ADIMENSIONAIS: OS NÚMEROS DE REYNOLDS, Re , DE PRANDTL, Pr

O número de Reynolds, Re

$$\frac{VL}{\nu} = \frac{VL\rho}{\mu}$$

O número de Prandtl, Pr

$$\frac{\nu}{\alpha}$$

O número de Schmidt, Sc

$$\frac{\nu}{D_{AB}}$$

SIGNIFICADO FÍSICO DE ALGUMAS GRANDEZAS ADIMENSIONAIS I

O número de Reynolds, Re:

$$\text{Re} = \frac{VL\rho}{\mu} = \frac{V^2\rho/L}{V\mu/L^2} = \frac{\text{Forças de inércia}}{\text{Forças de atrito}}$$

1. Para pequenos valores de Re, as forças de atrito são dominantes (escoamento laminar)
2. Para grandes valores de Re, as forças de inércia dominam o escoamento (escoamento turbulento)

SIGNIFICADO FÍSICO DE ALGUMAS GRANDEZAS ADIMENSIONAIS II

O número de Prandtl, Pr :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

- O número de Prandtl traduz a relação entre a viscosidade cinemática (uma medida da difusividade da quantidade de movimento) e a difusividade térmica (medida da difusividade do calor)
- O número de Prandtl mede a eficiência relativa da transferência da quantidade de movimento relativamente à transferência de energia no seio da camada limite.
- Exemplos:
 - Para gases, $Pr \approx 1$: o transporte de energia e de quantidade de movimento por difusão têm grandezas semelhantes
 - Para metais no estado líquido $Pr \ll 1$ (o transporte por difusão de energia é muito superior ao transporte por difusão da quantidade de movimento)
 - Para óleos, $Pr \gg 1$

FORMAS ADIMENSIONALIZADAS DAS EQUAÇÕES DA CONSERVAÇÃO

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0$$

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{dp^*}{dx^*} + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

$$u^* \frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Sc} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial y^{*2}}$$

O COEFICIENTE DE FRICÇÃO, C_f , O
NÚMERO DE NUSSELT, Nu , E O
NÚMERO DE SHERWOOD, Sh

O COEFICIENTE DE FRICÇÃO, C_f

O coeficiente de fricção, C_f , encontra-se relacionado com a tensão de corte através de:

$$\tau_s = C_f \frac{\rho V^2}{2}$$

O NÚMERO DE NUSSELT

$$\frac{hL}{k_f} = Nu$$



O NÚMERO DE SHERWOOD

$$Sh = \frac{h_m L}{D_{AB}}$$

ANALOGIA ENTRE TRANSFERÊNCIA DE MASSA E DE CALOR

ANALOGIA ENTRE A TRANSFERÊNCIA DE CALOR E A TRANSFERÊNCIA DE MASSA: APLICAÇÃO

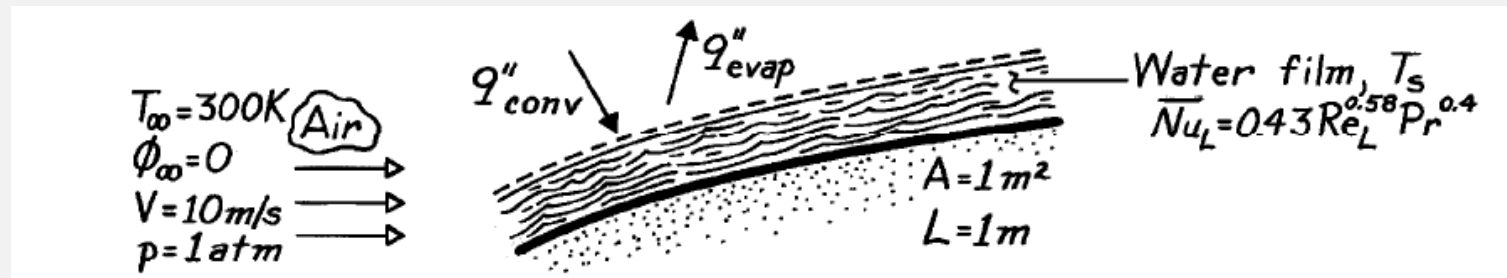
Num processo industrial, água é evaporada em ar seco partir de uma película líquida que se forma sobre uma superfície curva. A correlação para a transferência de calor é obtida laboratorialmente e tem a forma:

$$Nu_L = 0,43.Re_L^{0,58}.Pr^{0,4}$$

- a) para uma temperatura de 27°C e uma velocidade do ar de 10 m/s, qual é a taxa de evaporação numa superfície com 1 m² de área e uma dimensão característica de 1 m? Admita que a densidade do vapor saturado é 0,0077 kg.m⁻³.
- b) determine a temperatura na superfície líquida em estado estacionário.



ANALOGIA ENTRE A TRANSFERÊNCIA DE CALOR E A TRANSFERÊNCIA DE MASSA: APLICAÇÃO



Propriedades do ar a 300 K, 1 atm:

$$k = 0.0263 \text{ W/m}\cdot\text{K}, \nu = 15.89 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.707$$

Propriedades ao vapor de água a 280 K

$$\nu_g = 130.4 \text{ m}^2/\text{s}, h_{fg} = 2485 \text{ kJ/kg}$$

$$D_{AB} = 0.26 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}.$$

a) Cálculo da taxa de evaporação:

$$\dot{m}_{\text{evap}} = n_A = \bar{h}_m A [\rho_{A,\text{sat}}(T_s) - \phi_\infty \rho_{A,\text{sat}}(T_\infty)] = \bar{h}_m A \rho_{A,\text{sat}}(T_s)$$

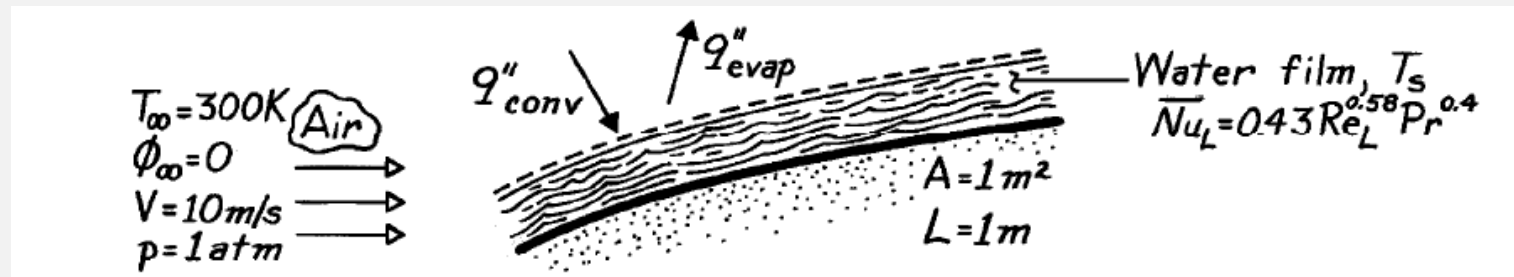
Analogia entre transferência de calor e de massa:

Se $\text{Nu}_L = 0.43 \cdot \text{Re}_L^{0.58} \cdot \text{Pr}^{0.4}$ então:

$$\overline{\text{Sh}}_L = 0.43 \text{Re}_L^{0.58} \text{Sc}^{0.4}$$



ANALOGIA ENTRE A TRANSFERÊNCIA DE CALOR E A TRANSFERÊNCIA DE MASSA: APLICAÇÃO



$$\overline{\text{Sh}}_L = 0.43 \text{Re}_L^{0.58} \text{Sc}^{0.4}$$

$$\text{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(10\text{ m/s}) 1\text{ m}}{15.89 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 6.29 \times 10^5$$

$$\text{Sc} = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{15.89 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}{26 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 0.61$$

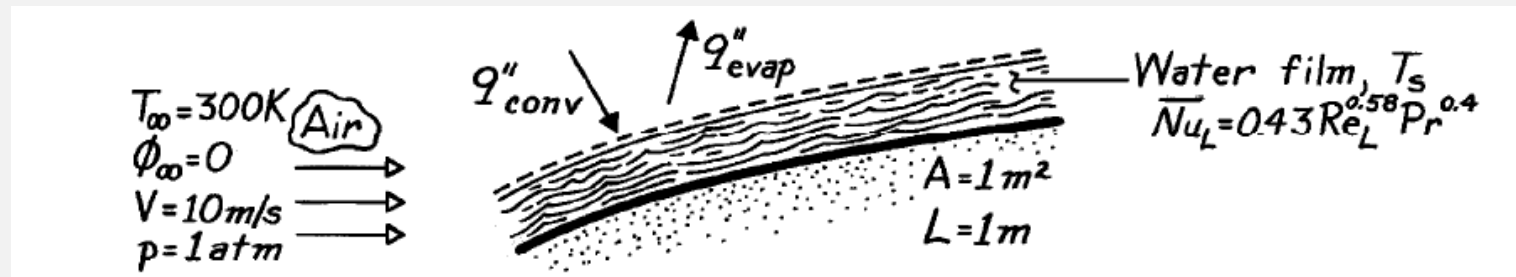
$$\overline{\text{Sh}}_L = 0.43 \left(6.29 \times 10^5 \right)^{0.58} (0.61)^{0.4} = 814$$

$$\bar{h}_m = \frac{D_{AB}}{L} \overline{\text{Sh}}_L = \frac{0.26 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}}{1\text{ m}} (814) = 0.0212 \text{ m/s}$$

$$\dot{m}_{\text{evap}} = 0.0212 \text{ m/s} \times 1\text{ m}^2 \times 0.0077 \text{ kg/m}^3 = 1.63 \times 10^{-4} \text{ kg/s}$$



ANALOGIA ENTRE A TRANSFERÊNCIA DE CALOR E A TRANSFERÊNCIA DE MASSA: APLICAÇÃO



b) Cálculo da temperatura na superfície líquida:

$$q''_{\text{conv}} = q''_{\text{evap}}$$

$$\bar{h}_L (T_\infty - T_s) = \dot{m}''_{\text{evap}} h_{\text{fg}} \quad T_s = T_\infty - \frac{(\dot{m}''_{\text{evap}} h_{\text{fg}})}{\bar{h}_L}$$

$$\overline{Nu}_L = 0.43 \left(6.29 \times 10^5 \right)^{0.58} (0.707)^{0.4} = 864$$

$$\bar{h}_L = \frac{k}{L} \overline{Nu}_L = \frac{0.0263 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{1\text{m}} 864 = 22.7 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}.$$

$$T_s = 300\text{K} - \frac{1.63 \times 10^{-4} \text{ kg/s} \cdot \text{m}^2 \left(2.485 \times 10^6 \text{ J/kg} \right)}{22.7 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} = 282.2\text{K}$$



A ANALOGIA DE REYNOLDS

A ANALOGIA DE REYNOLDS

Se $Pr=Sc=1$, as equações da conservação da quantidade de movimento, da energia e da espécie química tomam a mesma forma.

Nestas circunstâncias,

$$C_f \frac{Re}{2} = Nu = Sh$$

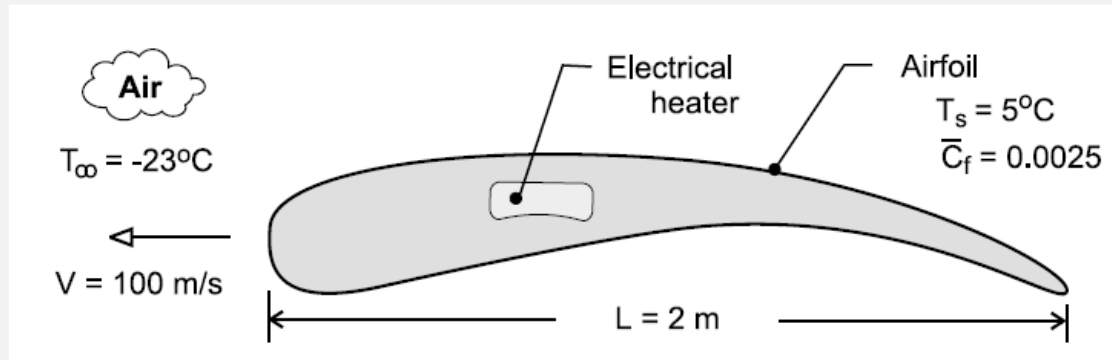
A ANALOGIA DE REYNOLDS: APLICAÇÃO

Resistências elétricas são instaladas nas asas de um avião de forma a impedir a formação de gelo sobre as mesmas.

Em condições nominais, o avião desloca-se a **100 m/s** em ar a **-23°C** cujas propriedades são: **$k=0,022 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$** ; **$Pr=0,72$** ; **$\nu=16,3 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$** . Para uma dimensão característica da asa de **$L=2 \text{ m}$** e para um coeficiente médio de atrito (experimentalmente obtido num túnel de vento) de **$C_f=0,0025$** , qual o fluxo térmico médio nas resistências para que se obtenha uma temperatura superficial de **$T_s=5^\circ\text{C}$** ?



A ANALOGIA DE REYNOLDS: APLICAÇÃO



Analogia de Reynolds (*)

$$C_f \frac{Re}{2} = Nu$$

$$Re_L = VL/\nu = 100 \text{ m/s} (2 \text{ m}) / 16.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} = 1.23 \times 10^7$$

$$Nu = \frac{0,0025}{2} \cdot 1,23 \times 10^7 = 15325$$

$$h = \frac{k}{L} Nu = \frac{0,022}{2} \cdot 15325 = 169 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$

$$q'' = h(T_s - T_\infty) = 169[5 - (-23)] = 4720 \text{ W.m}^{-2}$$

(*) – em rigor, para resolver este problema deveria ter sido adotada uma modificação da analogia de Reynolds que envolve uma nova grandeza adimensional, o número de Stanton, St . De forma aproximada foi utilizada a analogia de Reynolds na sua forma original, mesmo que Pr seja inferior a 1 (o erro cometido não é significativo)

CONVECÇÃO FORÇADA SOBRE PLACAS PLANAS: ESCOAMENTOS EXTERNOS LAMINARES E TURBULENTOS



CONVECÇÃO EXTERNA: ESCOAMENTOS LAMINARES

ESPESSURA DA CAMADA LIMITE HIDRODINÂMICA(ESCOAMENTO LAMINAR)

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{\text{Re}_x}}$$

Notas:

1. A espessura da camada limite aumenta ao longo da placa plana;
2. Como $\text{Re} \propto u_\infty$ então, quanto maior a velocidade do escoamento livre, u_∞ , mais estreita será a camada limite

COEFICIENTE DE FRICÇÃO - VALORES LOCAL E MÉDIO (ESCOAMENTO LAMINAR)

$$C_{f,x} = 0,664 \operatorname{Re}_x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\overline{C}_{f,x} = 1,328 \operatorname{Re}_x^{-\frac{1}{2}}$$

NÚMERO DE NUSSELT LOCAL E NÚMERO DE NUSSELT MÉDIO (ESCOAMENTO LAMINAR)

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad Pr \geq 0,6$$

$$\overline{Nu}_x = 0.664 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad Pr \geq 0,6$$

RELAÇÃO ENTRE A ESPESSURA DA CAMADA LIMITE
HIDRODINÂMICA E A ESPESSURA DA CAMADA LIMITE TÉRMICA
(ESCOAMENTO LAMINAR)

and

$$\frac{\delta}{\delta_t} = \text{Pr}^{1/3}$$

NÚMERO DE SHERWOOD - VALORES LOCAL E MÉDIO (ESCOAMENTO LAMINAR)

$$Sh_x = \frac{h_{m,x} \cdot x}{D_{AB}} = 0,332 \cdot Re_x^{\frac{1}{2}} \cdot Sc^{\frac{1}{3}} \quad Sc \geq 0,6$$

$$\overline{Sh}_x = \frac{\overline{h}_{m,x} \cdot x}{D_{AB}} = 0,664 \cdot Re_x^{\frac{1}{2}} \cdot Sc^{\frac{1}{3}} \quad Sc \geq 0,6$$

CORRELAÇÃO DE CHURCHILL/OZOE (VÁLIDA PARA TODOS OS VALORES DE Pr)

$$Nu_x = \frac{0,3387 \cdot Re_x^{\frac{1}{2}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}}}{\left[1 + \left(\frac{0,0468}{Pr} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{1}{4}}} \quad Pe_x \geq 100$$

Notas:

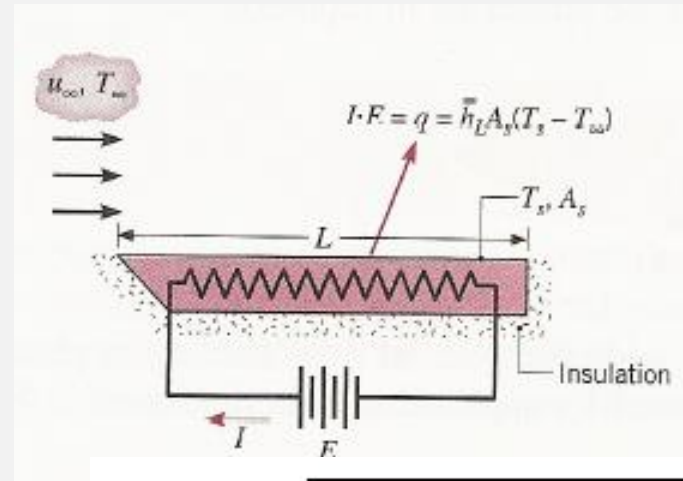
1. Relação válida para uma placa plana isotérmica
2. $Nu = 2 \cdot Nu_x$

CONVECÇÃO EXTERNA: ESCOAMENTOS TURBULENTOS

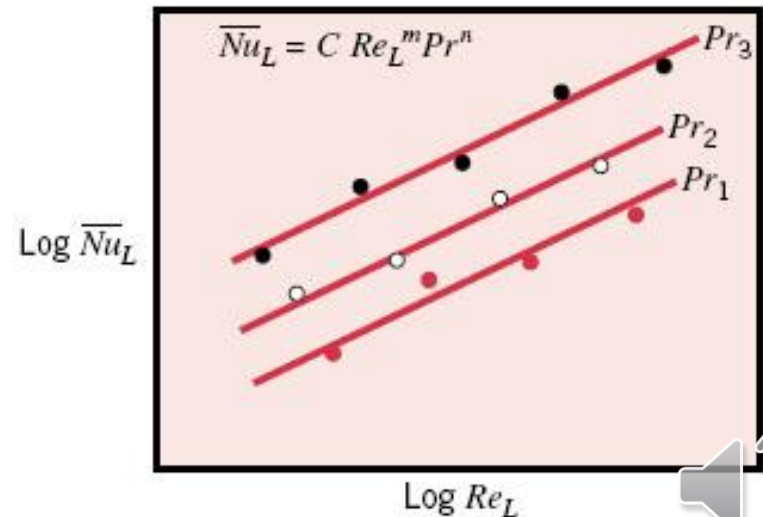
UTILIZAÇÃO DE MÉTODOS EMPÍRICOS

O dispositivo experimental representado na figura pode ser utilizado para determinar o valor do coeficiente de transferência de calor:

- Medição de T_∞ , T_s ;
- Medição do calor dissipado, $q=V.I$;
- Utilização da lei de Newton de arrefecimento, $q=A.h.(T_s-T_\infty)$;
- Cálculo de h .



RESULTADOS OBTIDOS



RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA...

... escoamentos turbulentos

$$\delta \cong \delta_T \cong \delta_C$$

$$\delta = 0,37.x.Re_x^{-\frac{1}{5}}$$

$$Nu_x = 0,0296.Re_x^{\frac{4}{5}}.Pr^{\frac{1}{3}}$$

$$0,6 < Pr < 60$$

$$Sh_x = 0,0296.Re_x^{\frac{4}{5}}.Sc^{\frac{1}{3}}$$

$$0,6 < Sc < 3000$$

ESCOAMENTOS MISTOS (ESCOAMENTO LAMINAR SEGUIDO DE ESCOAMENTO TURBULENTO EM QUE A TRANSIÇÃO OCORRE PARA COMPRIMENTOS $X_c/L < 0,95$)

Para $Re_c = 5 \times 10^5$

$$\overline{Nu}_L = \left(0,037 \cdot Re_L^{\frac{4}{5}} - 871 \right) \cdot Pr^{\frac{1}{3}}$$

$$0,6 < Pr < 60$$

$$5 \times 10^5 < Re_L < 10^8$$

CASO ESPECIAL: EXISTÊNCIA DE UMA ZONA NÃO AQUECIDA NO INÍCIO DO ESCOAMENTO

Se o escoamento for **laminar**, então

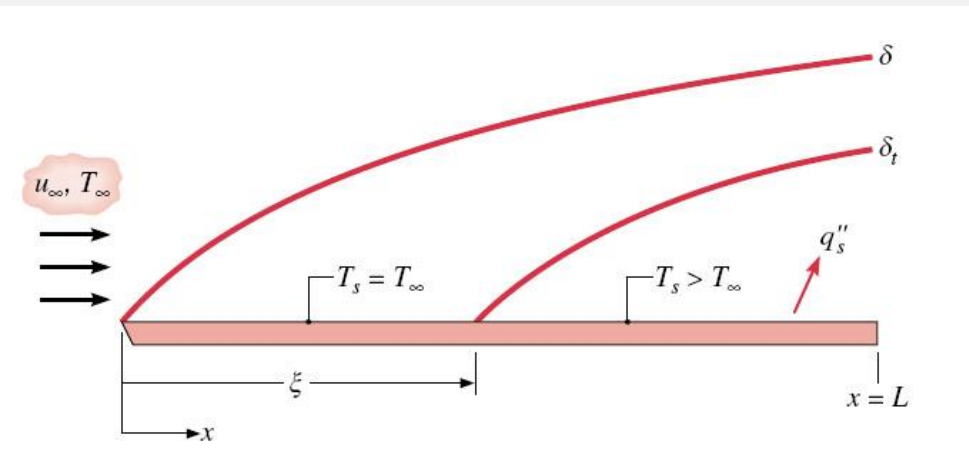
$$Nu_x = \frac{Nu_{x=\xi}}{\left[1 - \left(\frac{\xi}{x}\right)^{3/4}\right]^{1/3}}$$

onde $Nu_{x=\xi}$ é dado por:

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

Para escoamentos **turbulentos**, vem:

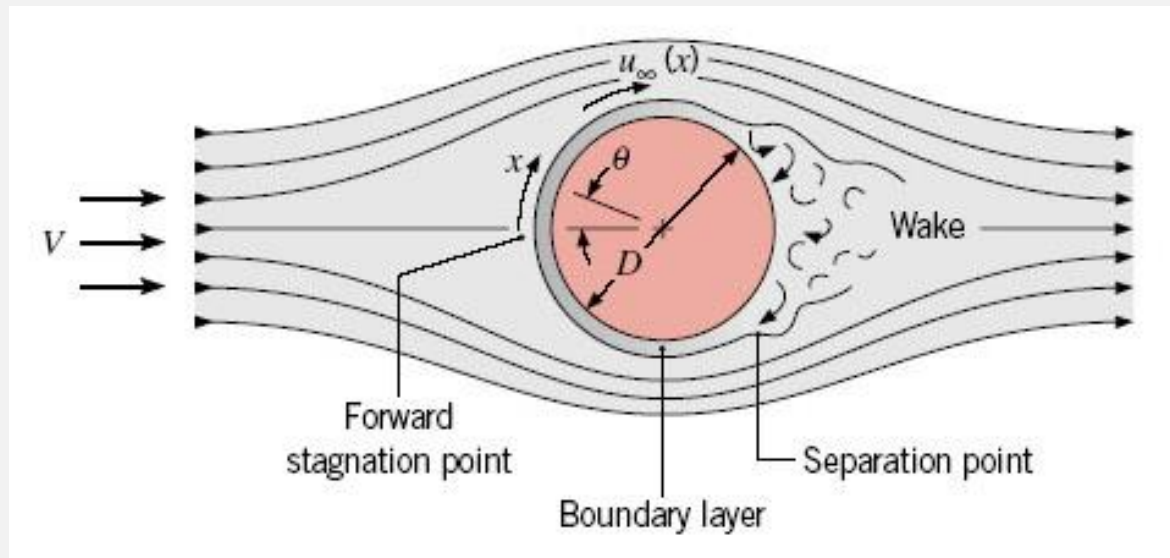
$$Nu_x = \frac{Nu_{x=\xi}}{\left[1 - \left(\frac{\xi}{x}\right)^{9/10}\right]^{1/9}}$$



CONVECÇÃO EXTERNA: ESCOAMENTO EM TORNO DE UM CILINDRO

CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES SOBRE A NATUREZA DO ESCOAMENTO

- Ponto de estagnação: ponto onde a velocidade se anula e a energia cinética se converte em energia de pressão
- A partir deste ponto a pressão decresce com x : a camada limite desenvolve-se face a um gradiente favorável de pressão
- No caso do cilindro é conveniente distinguir a velocidade livre do escoamento, u_∞ , da velocidade a jusante do cilindro, V
- Neste caso u_∞ depende da distância x : como P decresce com x , a velocidade livre do escoamento aumenta com x (o fluido é acelerado)



COEFICIENTE MÉDIO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR PARA UM ESCOAMENTO EM TORNO DO CILINDRO



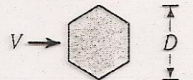


$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}.D}{k} = C.Re_D^m . Pr^{\frac{1}{3}}$$

Re_D	C	m
0,4-4	0,989	0,330
4-40	0,911	0,385
40-4000	0,683	0,466
4000-40000	0,193	0,618
40000-400000	0,027	0,805

COEFICIENTE MÉDIO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR PARA UM ESCOAMENTO EM TORNO DE BARRAS HORIZONTAIS DE SECÇÃO NÃO CIRCULAR

$$\overline{Nu}_D = \frac{\overline{h} \cdot D}{k} = C \cdot Re_D^m \cdot Pr^{\frac{1}{3}}$$

TABLE 7.3 Constants of Equation 7.55b for noncircular cylinders in cross flow of a gas [15]

Geometry	Re_D	C	m
Square 	$5 \times 10^3 - 10^5$	0.246	0.588
	$5 \times 10^3 - 10^5$	0.102	0.675
Hexagon 	$5 \times 10^3 - 1.95 \times 10^4$ $1.95 \times 10^4 - 10^5$	0.160 0.0385	0.638 0.782
	$5 \times 10^3 - 10^5$	0.153	0.638
Vertical plate 	$4 \times 10^3 - 1.5 \times 10^4$	0.228	0.731

ALTERNATIVA PARA O COEFICIENTE MÉDIO DE
TRANSFERÊNCIA DE CALOR PARA UM ESCOAMENTO EM
TORNO DO CILINDRO: **CORRELAÇÃO DE ZHUKAUSKAS**

$$\overline{Nu_D} = C Re_D^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{1/4}$$

$$0,7 < Pr < 500$$

$$1 < Re_D < 10^6$$

Re_D	C	m
1-40	0,75	0,4
40-1000	0,51	0,5
10^3 - 2×10^5	0,26	0,6
2×10^5 - 10^6	0,076	0,7

Se $Pr < 10$, então $n=0,37$;
para $Pr > 10$, $n=0,36$

Todas as propriedades são avaliadas a T_∞ , exceto Pr_s que é avaliado a T_s

ALTERNATIVA PARA O COEFICIENTE MÉDIO DE TRANSFERÊNCIA
DE CALOR PARA UM ESCOAMENTO EM TORNO DO CILINDRO:
CORRELAÇÃO DE CHURCHILL E BERNSTEIN

$$\overline{Nu}_D = 0,3 + \frac{0,62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

Válida para $Re_D.Pr > 0,2$ e onde todas as propriedades são avaliadas à temperatura do filme

ATENÇÃO

- 1: Erros de 20% são expectáveis nas correlações anteriores!
- 2: as equações anteriores podem ser utilizadas no cálculo dos coeficientes de transferência de massa substituindo **Nu** por **Sh** e **Pr** por **Sc**

CONVECÇÃO EXTERNA: ESCOAMENTO EM TORNO DE UMA ESFERA



ESCOAMENTO EM TORNO DE UMA ESFERA

$$Nu_D = 2 + \left(0,4 \cdot Re_D^{\frac{1}{2}} + 0,06 \cdot Re_D^{\frac{2}{3}} \right) \cdot Pr^{0,4} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Condições de aplicabilidade:

$$0,71 < Pr < 380$$

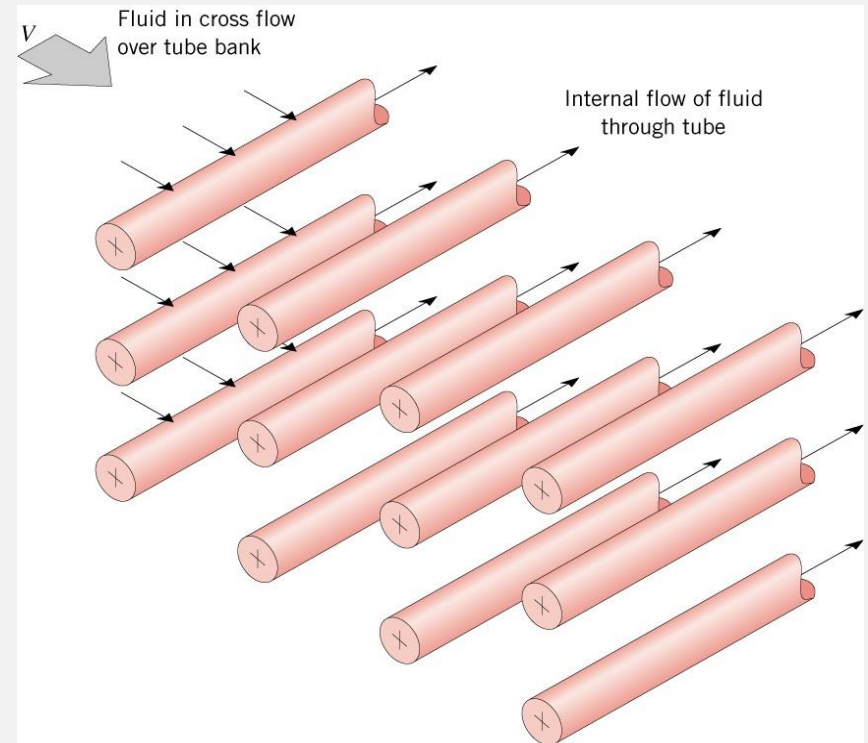
$$3,5 < Re_D < 7,6 \times 10^4$$

$$1,0 < (\mu/\mu_s) < 3,2$$

CONVECÇÃO EXTERNA: ESCOAMENTO EM TORNO DE UMA MATRIZ TUBULAR

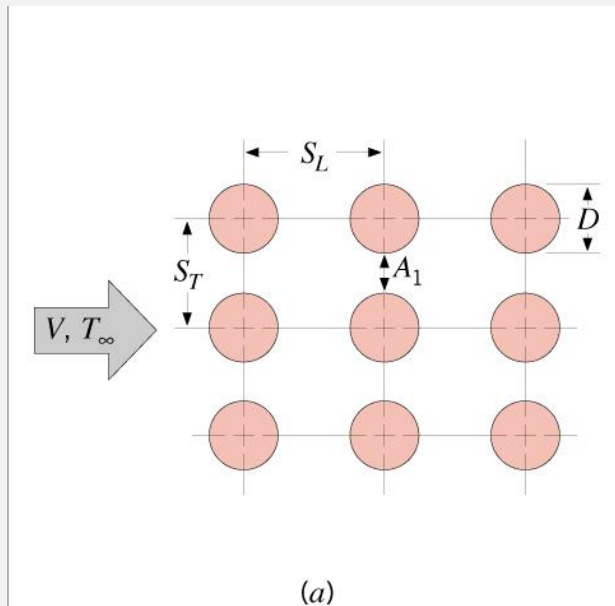
ESCOAMENTO EM TORNO DE UMA MATRIZ TUBULAR

- É um tipo de problema muito relevante em aplicações industriais (permutadores de calor – caldeiras, permutadores, evaporadores, condensadores, etc.)
- Num arranjo típico um fluido a uma dada temperatura passa no exterior dos tubos, enquanto outro fluido, a uma temperatura diferente, passa no interior dos tubos: há troca de calor sem que haja mistura dos fluidos

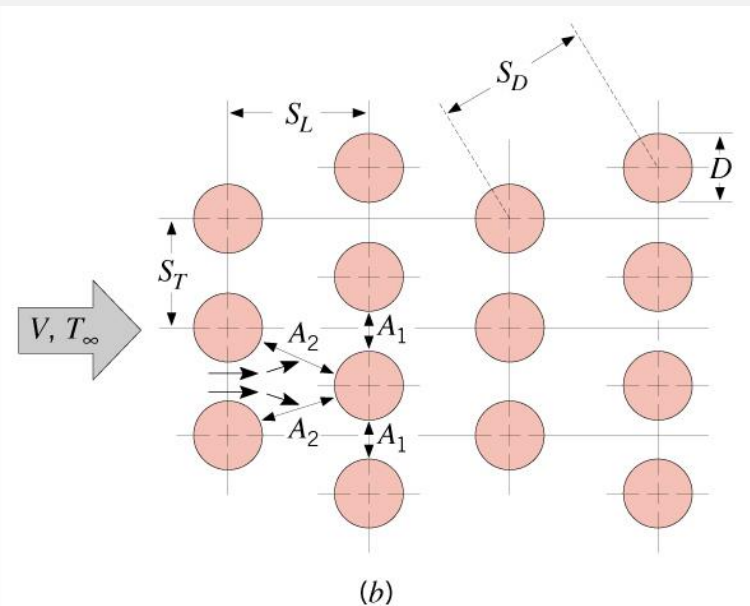


TIPOS DE ALINHAMENTO NUMA MATRIZ TUBULAR

Tubos alinhados



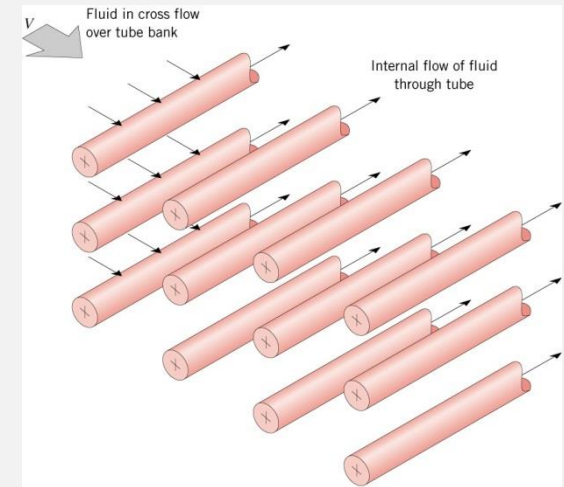
Tubos alternados



Parâmetros geométricos importantes: D , S_T e S_L

CARACTERÍSTICAS DO ESCOAMENTO ATRAVÉS DE UMA MATRIZ TUBULAR

- Os coeficientes locais de transferência nas primeiras colunas de tubos têm um valor aproximado ao registrado para um único tubo
- Os coeficientes aumentam nos tubos colocados no interior graças à turbulência causada pelas primeiras filas de tubos
- Na maior parte das configurações, os valores dos coeficientes de transferência mantêm-se constantes após a 4ª ou 5ª coluna de tubos
- De um ponto de vista de engenharia pretende-se conhecer o valor médio global do coeficiente de transferência para todos os tubos



CORRELAÇÕES PARA O COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR ATRAVÉS DE UMA MATRIZ TUBULAR (AR)

$$Nu_D = C_1 \cdot Re_{D,MAX}^m$$

Expressão válida para:

$$Re_{D,MAX} = \frac{\rho \cdot V_{MAX} \cdot D}{\mu}$$

$NL \geq 10$
 $2000 < Re_{MAX} < 40000$
 $Pr \approx 0,7$ (ar)

S_L/D	S_T/D							
	1.25		1.5		2.0		3.0	
	C_1	m	C_1	m	C_1	m	C_1	m
Aligned								
1.25	0.348	0.592	0.275	0.608	0.100	0.704	0.0633	0.752
1.50	0.367	0.586	0.250	0.620	0.101	0.702	0.0678	0.744
2.00	0.418	0.570	0.299	0.602	0.229	0.632	0.198	0.648
3.00	0.290	0.601	0.357	0.584	0.374	0.581	0.286	0.608
Staggered								
0.600	—	—	—	—	—	—	0.213	0.636
0.900	—	—	—	—	0.446	0.571	0.401	0.581
1.000	—	—	0.497	0.558	—	—	—	—
1.125	—	—	—	—	0.478	0.565	0.518	0.560
1.250	0.518	0.556	0.505	0.554	0.519	0.556	0.522	0.562
1.500	0.451	0.568	0.460	0.562	0.452	0.568	0.488	0.568
2.000	0.404	0.572	0.416	0.568	0.482	0.556	0.449	0.570
3.000	0.310	0.592	0.356	0.580	0.440	0.562	0.428	0.574

CORRELAÇÕES PARA O COEFICIENTE DE
TRANSFERÊNCIA DE CALOR ATRAVÉS DE UMA
MATRIZ TUBULAR (OUTROS FLUÍDOS)

$$Nu_D = 1,13.C_1.Re_{D,MAX}^m .Pr^{\frac{1}{3}}$$

Expressão válida para:

$$N_L \geq 10$$

$$2000 < Re_{D,MAX} < 40000$$

$$Pr \geq 0,7$$

NOTA I SOBRE AS CORRELAÇÕES ANTERIORES

- Todas as propriedades devem ser avaliadas à temperatura do filme
- Se $N_L < 10$, deve ser utilizado um fator de correção de tal forma que $Nu_{D|N_L < 10} = C_2 Nu_{D|N_L > 10}$ onde C_2 é dado pela tabela:

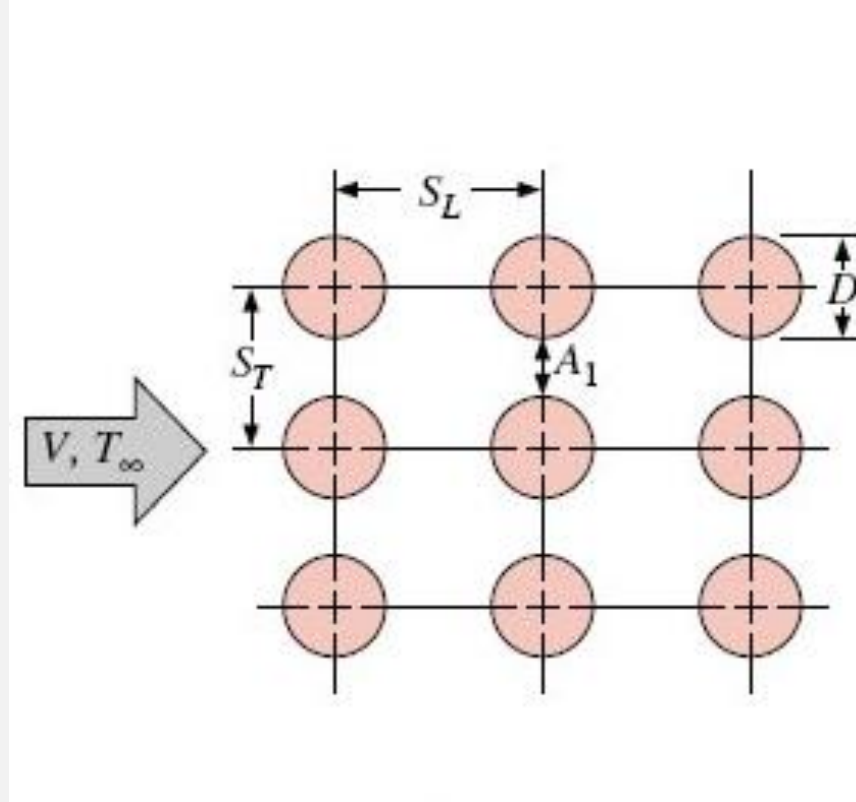
N_L	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Aligned	0.64	0.80	0.87	0.90	0.92	0.94	0.96	0.98	0.99
Staggered	0.68	0.75	0.83	0.89	0.92	0.95	0.97	0.98	0.99

- O valor de Nu_D deve ser multiplicado pelo fator de correção C_2 para obter o valor de Nu_D para $N_L < 10$, $h = Nu_D k_f / D$, $Re_D = V_{MAX} D / \nu_f$

NOTA 2 SOBRE AS CORRELAÇÕES ANTERIORES: COMO DETERMINAR $RE_{D_{MAX}}$ NUMA MATRIZ TUBULAR DE TUBOS ALINHADOS

V_{MAX} é obtida através de

$$V_{MAX} = \frac{S_T}{S_T - D} \cdot V$$



NOTA 3 SOBRE AS CORRELAÇÕES ANTERIORES: COMO DETERMINAR $RE_{D_{MAX}}$ NUMA MATRIZ TUBULAR DE TUBOS ALTERNADOS

Para tubos alternados, V_{MAX} é obtida através de duas formulações distintas

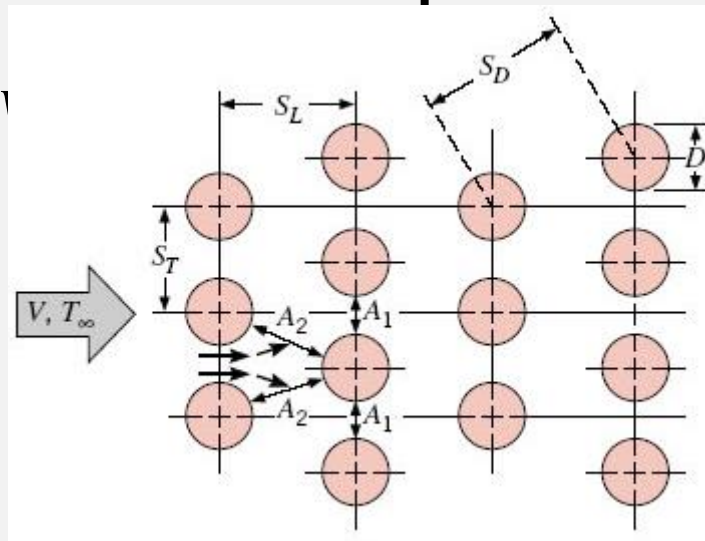
V_{MAX} ocorre no plano A_2 se $2(S_D - D) < (S_T - D)$.
Nestas condições:

$$S_D = \left[S_L^2 + \left(\frac{S_T}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} < \frac{S_T + D}{2}$$

V_{MAX} ocorre no plano A_1 se $S_D \geq (S_T + D)/2$.
Nestas condições:

$$V_{MAX} = \frac{S_T}{2(S_T - D)} \cdot V$$

$$V_{MAX} = \frac{S_T}{S_T - D} \cdot V$$



CORRELAÇÕES ALTERNATIVAS PARA O COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR ATRAVÉS DE UMA MATRIZ TUBULAR

$$\overline{Nu}_D = C Re_{D,\max}^m Pr^{0,36} \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{1/4}$$

$$\begin{aligned} 0,7 < Pr < 500 \\ 1000 < Re_D < 2 \times 10^6 \\ NL \geq 20 \end{aligned}$$

Esta equação é válida para um número de colunas de tubos igual ou superior a 20. Se o número de tubos for inferior a 20, deverá utilizar-se a relação $Nu_{D|NL < 20} = C_2 \cdot Nu_{D|NL > 20}$, onde C_2 é dado pela tabela abaixo.

N_L	1	2	3	4	5	7	10	13	16
Aligned	0.70	0.80	0.86	0.90	0.92	0.95	0.97	0.98	0.99
Staggered	0.64	0.76	0.84	0.89	0.92	0.95	0.97	0.98	0.99

Todas as propriedades, exceto Pr_s , devem ser avaliadas à temperatura média do fluido entre a entrada e a saída do permutador

PROBLEMA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NUMA MATRIZ TUBULAR: QUAL A POTÊNCIA?

- O calor transferido através de um tubo de bancos, por metro de comprimento transversal da matriz, pode ser calculado através de:

$$q' = N \cdot h \cdot \pi \cdot D \cdot \Delta T$$

em que N é o número total de tubos

- No entanto qual o valor de ΔT ?
 - A diferença de temperatura entre o fluido que é aquecido e a superfície dos tubos à entrada?
 - A diferença de temperatura entre o fluido que é aquecido e a superfície dos tubos à saída?
 - A diferença de temperatura entre o fluido que é aquecido e a superfície dos tubos noutro ponto qualquer?

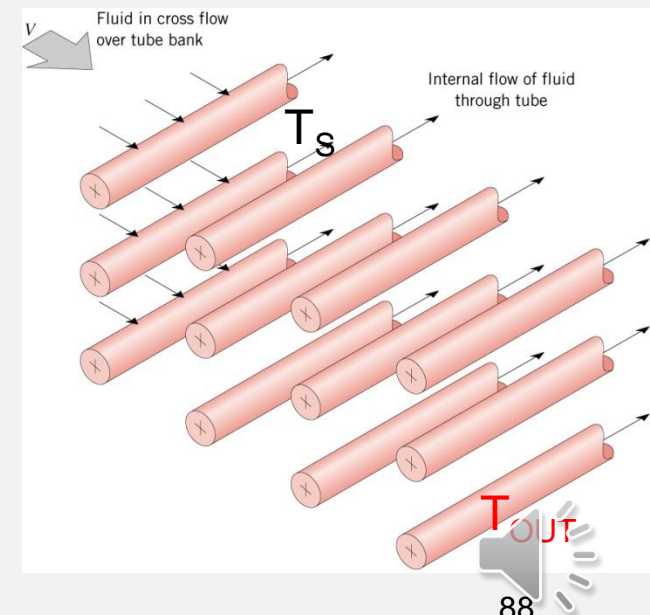
TEMPERATURA MÉDIA LOGARÍTMICA

- Admitindo que a temperatura na superfície externa dos tubos se mantém constante e igual a T_s (evaporação ou condensação de um fluido no seu interior), o valor de ΔT a utilizar é o da **diferença média logarítmica da temperatura, ΔT_{lm}**

$$\Delta T_{lm} = \frac{(T_s - T_{in}) - (T_s - T_{out})}{\ln \left(\frac{T_s - T_{in}}{T_s - T_{out}} \right)}$$

T_{IN}

T_s



CÁLCULO DE T_{OUT}

- A temperatura de saída do fluído, T_{OUT} , pode ser estimada a partir de

$$\frac{T_s - T_{out}}{T_s - T_{in}} = e^{\left(-\frac{\pi D N h}{\rho V N_T S_T c_P} \right)}$$

onde N é o número total de tubos e N_T é o número de filas de tubos