AULA 11 – PARTE A: CONVECÇÃO INTERNA

Caraterização dos escoamentos internos: velocidade média, perfil de velocidades

Caraterização térmica: temperatura média, escoamentos totalmente desenvolvidos

O balanço energético em escoamentos internos

Coeficiente de transferência de calor por convecção: escoamentos internos laminares. Escoamentos internos turbulentos.

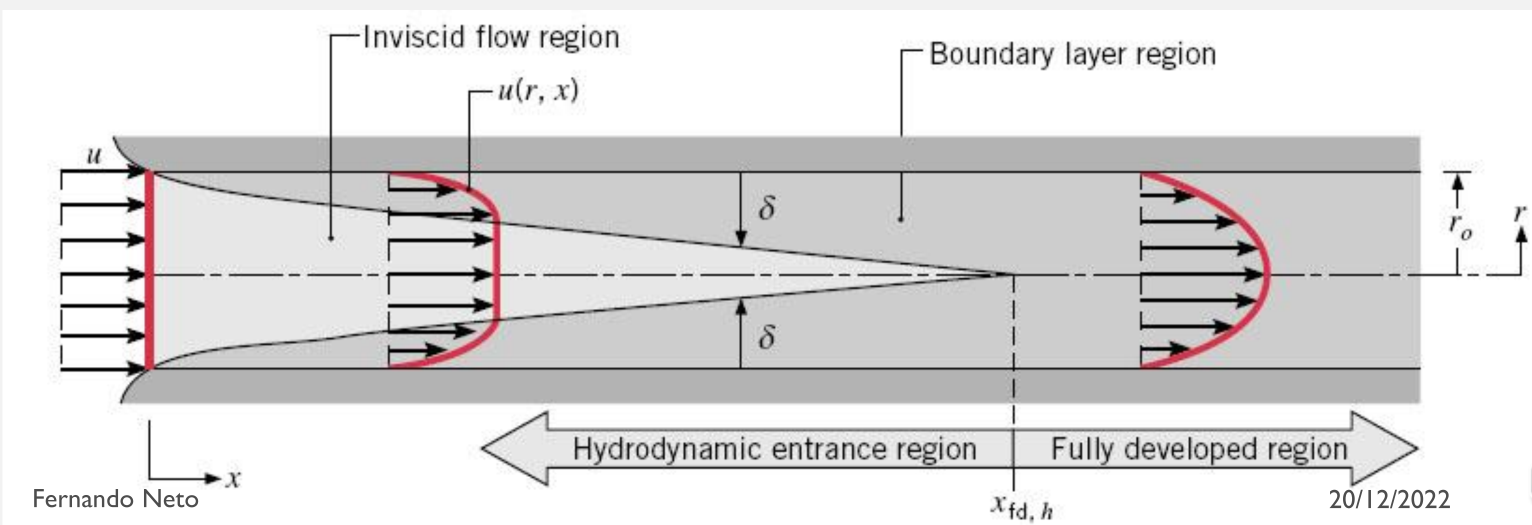
Condutas não circulares.

Melhoria da transferência de calor em escoamentos internos

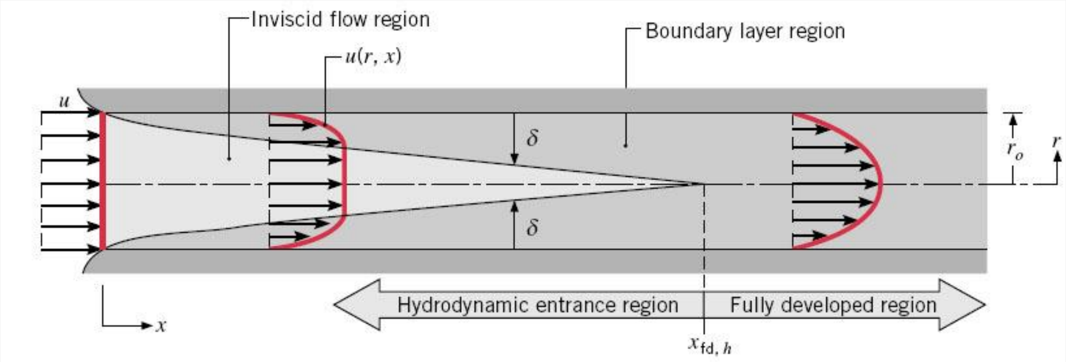
PARTICULARIDADES HIDRODINÂMICAS DOS ESCOAMENTOS INTERNOS

ESCOAMENTO INTERNO

- Escoamento interno:
  - O escoamento não é apenas influenciado pelas suas características laminares ou turbulentas mas também pelo estado do seu desenvolvimento podendo distinguir-se a:
    - Região de entrada
    - Região completamente desenvolvida
  - O fluído encontra-se confinado pela parede da conduta o que **impede** o desenvolvimento de uma camada limite em moldes idênticos ao que acontece com uma placa plana



COMPRIMENTO DE ENTRADA HIDRODINÂMICO



- Em qualquer escoamento confinado, o contato do fluído com as paredes da conduta promove o desenvolvimento de uma camada limite como consequência do atrito fluído-parede
- Num escoamento interno, a camada limite "funde-se" no eixo da conduta; a partir deste momento os efeitos do atrito viscoso estendem-se a toda a secção da conduta **e o perfil de velocidade não varia mais com x**
- Nestas circunstâncias, o escoamento do fluído encontra-se **completamente desenvolvido**
- A distância compreendida entre a entrada do fluido na conduta e o início do escoamento completamente desenvolvido é designada por **comprimento de entrada hidrodinâmico (ceh)**

ESCOAMENTOS INTERNOS: O NÚMERO DE REYNOLDS

NÚMERO DE REYNOLDS NUM ESCOAMENTO INTERNO

Contrariamente ao que acontece num escoamento sobre uma placa plana, num escoamento interno o número de Reynolds não varia com o comprimento percorrido no interior da conduta mas sim com o **diâmetro** da mesma:

$$\boxed{\mathrm{Re} = \frac{u_m . D}{\upsilon} = \frac{\rho . u_m . D}{\mu}}$$

$\mathbf{u_m}$ designa a velocidade média do fluído calculada na secção transversal do tubo

E SE A CONDUTA NÃO TIVER UMA SECÇÃO CIRCULAR?

Utiliza-se nesse caso o **diâmetro hidráulico**, dado por:

$$D_H = \frac{4A_C}{P}$$

A_C – área da secção transversal da conduta
P – perímetro molhado da conduta

ESCOAMENTOS INTERNOS **LAMINARES** E **TURBULENTOS**

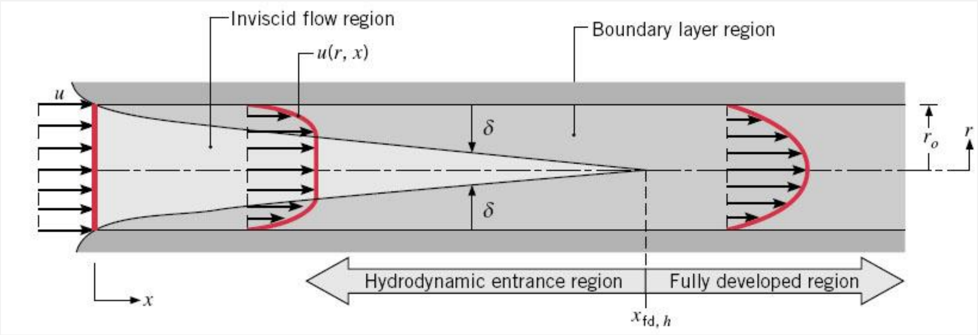
Num escoamento interno, a transição entre regime laminar e turbulento ocorre para um número de Reynolds crítico de

$$\mathbf{Re_{D,Cr}=2300}$$

EXTENSÃO DO COMPRIMENTO DE ENTRADA HIDRODINÂMICO

- Para um escoamento interno, o comprimento de entrada hidrodinâmico, x_{ceh}, é dado por:
  - Escoamento laminar (obtido aquando de uma entrada suave na conduta)

$$\left(\frac{x_{ceh}}{D}\right)_{lam} = 0{,}05.\mathrm{Re}_D$$



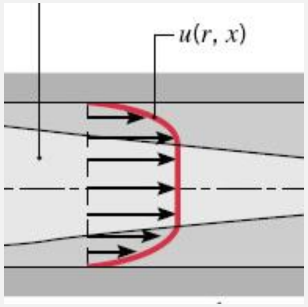
  - Escoamento turbulento

$$10 \le \left(\frac{x_{ceh}}{D}\right)_{turb} \le 60$$

A VELOCIDADE EM ESCOAMENTOS INTERNOS

CONCEITO DE VELOCIDADE MÉDIA

- Ao contrário de um escoamento externo, em que existe uma velocidade livre do escoamento, u_∞, medida fora da camada-limite, em escoamentos internos tal conceito não está presente: a velocidade do escoamento varia no seio da secção transversal
- Assim, a determinação do número de Reynolds passa pela definição de uma velocidade média, u_m
- A velocidade média no interior de uma conduta pode ser obtida a partir da definição de caudal



$$\mathrm{Re} = \frac{u_m . D}{\upsilon}$$

$$u_m = \frac{\dot{m}}{\rho . A}$$

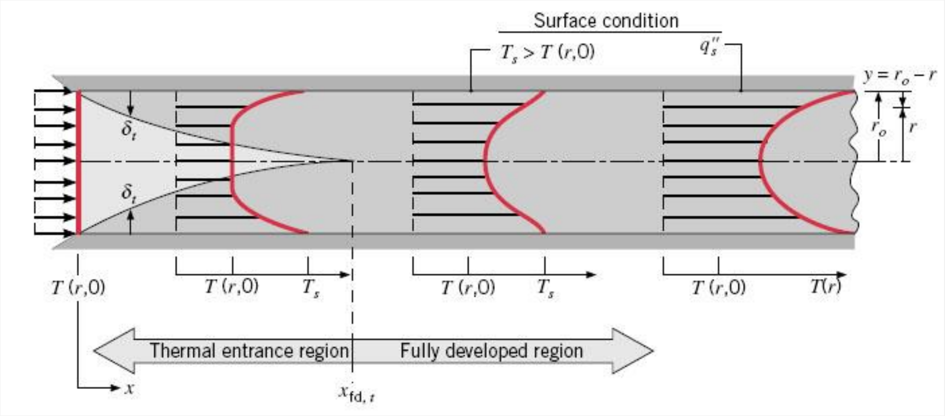
DETERMINAÇÃO DO NUMERO DE REYNOLDS EM FUNÇÃO DO CAUDAL MÁSSICO DO ESCOAMENTO

Utilizando as equações anteriores, para um fluído incompressível (ρ=Cte), o número de Reynolds para uma conduta circular é dado por:

$$\mathrm{Re}_D = \frac{4.\dot{m}}{\pi.D.\mu}$$

A TEMPERATURA EM ESCOAMENTOS INTERNOS

O COMPRIMENTO DE ENTRADA TÉRMICO NUM ESCOAMENTO INTERNO



Se a temperatura de entrada de um fluído numa conduta for diferente da temperatura da parede da mesma, ocorre transferência de calor convectivo e ocorre desenvolvimento de uma camada limite térmica.

Se a temperatura da parede se mantiver constante (ou se o fluxo de calor se mantiver constante), será alcançado um **escoamento plenamente desenvolvido termicamente**. O comprimento requerido para que esta situação seja alcançada é designado por **comprimento de entrada térmico**.

Comprimento de entrada térmico:

1. <u>Escoamento laminar</u>: $x_{CET\_LAM}=0{,}05.Re_D.Pr.D$
2. <u>Escoamento turbulento</u>: $x_{CET\_TURB}=10.D$

A TEMPERATURA MÉDIA DO FLUÍDO, T_M

Num escoamento interno, tal como não faz sentido o conceito de u_∞, também o conceito de T_∞ está ausente. De facto a temperatura do fluído vai aumentando ou diminuindo ao longo do tubo (consoante tenhamos um processo de aquecimento ou de arrefecimento do fluido).

No entanto, o conhecimento da temperatura é essencial para o cálculo do calor transferido da parede interior de uma conduta à temperatura T_S para o fluído que estará à temperatura média T_m através de

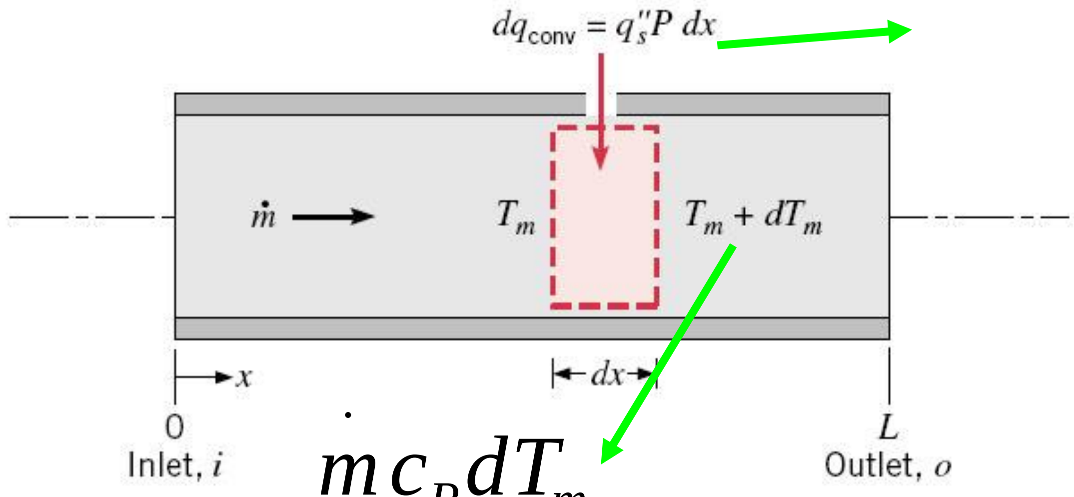
$$q''=h(T_S-T_m)$$

Como se determina T_m?

UM BALANÇO ENERGÉTICO NUM ESCOAMENTO INTERNO

VARIAÇÃO DE T_M COM X: O BALANÇO ENERGÉTICO

$$h.P.dx.(T_S - T_m)$$



$$\dot{m}\,c_P dT_m$$

Um balanço energético executado no volume em análise conduz a

$$\dot{m}.c_P.dT_m = h.P.dx.(T_s - T_m)$$

Isolando dT_m/dx na equação acima, vem

$$\boxed{\frac{dT_m}{dx} = \frac{h.P}{\dot{m}.c_P}(T_s - T_m)}$$

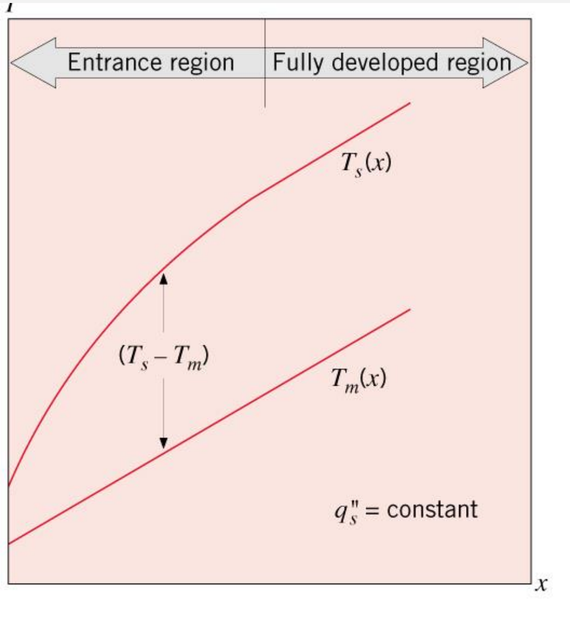
SOLUÇÃO PARA A DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA: **CASO 1, FLUXO DE CALOR A PARTIR DA PAREDE CONSTANTE** (CONDUTA SUJEITA A UM VALOR CONSTANTE DE RADIAÇÃO, ENVOLVIDA POR RESISTÊNCIAS ELÉTRICAS, ETC.)

Por integração da equação anterior para q''=$h(T_S-T_m)$=Cte, vem

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{h.P}{\dot{m}.c_P}(T_s - T_m) = \frac{P.q''}{\dot{m}.c_P}$$

$$T_m(x) = T_{m,i} + \frac{q_s'' P}{\dot{m} c_p} x$$

T_m varia linearmente com x



$$q_{conv} = q_s'' PL$$

SOLUÇÃO PARA A DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA: **CASO 2, TEMPERATURA DA PAREDE (T_S) CONSTANTE** (FLUÍDO EM CONDENSAÇÃO OU EVAPORAÇÃO NA PAREDE EXTERNA DA CONDUTA, TUBO RODEADO POR FLUÍDO A TEMPERATURA CONSTANTE, ETC.)

$$\Delta T = T_S - T_m$$

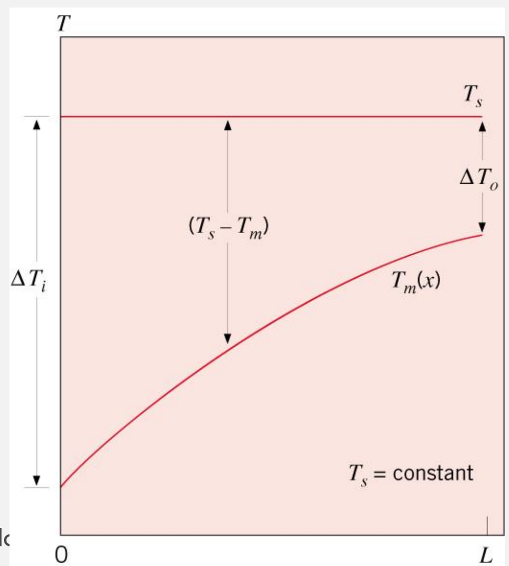
$$\frac{dT_m}{dx} = -\frac{d(\Delta T)}{dx}$$

$$-\frac{d(\Delta T)}{dx} = \frac{P}{\dot{m}c_P} h\Delta T$$

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{h.P}{\dot{m}.c_P}(T_s - T_m)$$

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_x} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m}c_P}\int_0^x h dx$$

$$\frac{T_s - T_m(x)}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p}\bar{h}_x\right)$$



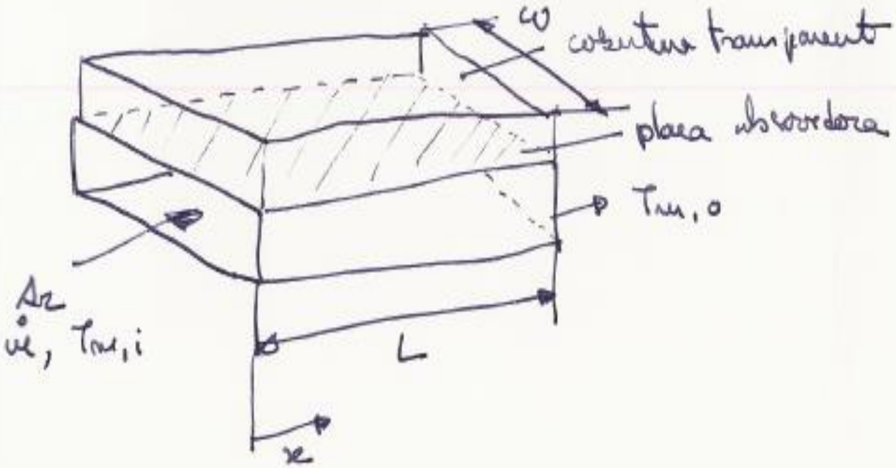
O calor total transferido por convecção no interior da conduta é:

$$q_{conv} = \bar{h} A_s \Delta T_{\ell m}$$

$$\Delta T_{\ell m} = \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_o / \Delta T_i)}$$

EXEMPLO DE APLICAÇÃO II (Q”=CTE)

Um colector solar plano é utilizado para aquecer ar que se escoa através de um canal rectangular de comprimento L. A superfície inferior do canal encontra-se bem isolada enquanto a superfície superior se encontra sujeita a um fluxo de calor q''_0 devido à absorção de energia solar.



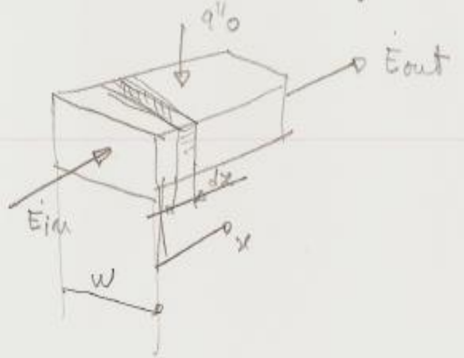
a) determine a equação que possibilita determinar $T_m(x)$.

b) calcule $T_{m,o}$

c) Se $\dot{m} = 0{,}1 kg/s$, $T_{m,i} = 40°C$, $L = 3m$, $w = 1m$, $q''_0 = 700 W.m^{-2}$ e $c_p = 1008 J.kg^{-1}.K^{-1}$, qual o valor de $T_{m,o}$?

EXEMPLO DE APLICAÇÃO II (RESOLUÇÃO)

Balanço energético : a) $\dot{E}_{out} = q''_0 + \dot{E}_{in}$. Para um volume de controle de comprimento dx,



$$\dot{m} c_p T_m + q''_0 (w \cdot dx) = \dot{m} c_p (T_m + dT_m)$$

$$\Leftrightarrow \frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_0 \cdot w}{\dot{m} \cdot c_p}$$

Integrando entre $x=0$ e $x=x$, virá

$$T_m(x) = T_{m,i} + \frac{q''_0 (w \cdot x)}{\dot{m} \cdot c_p}$$

b) Para $x = L$, teremos

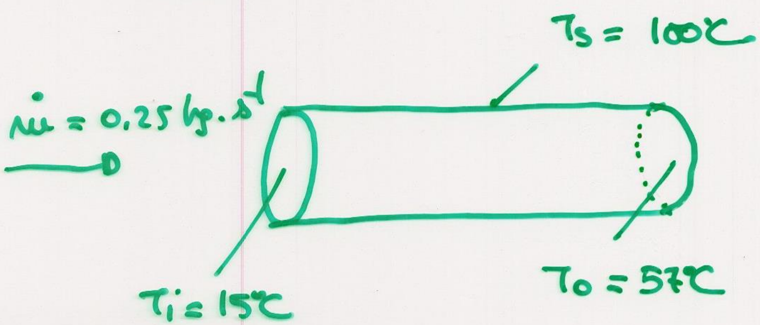
$$T_{m,o} = T_{m,i} + \frac{q''_0 \cdot w \cdot L}{\dot{m} \cdot c_p}$$

c) Nas condições do problema, virá:

$$T_{m,o} = 40 + \frac{700 \times 1 \times 3}{0{,}1 \times 1008} = 60{,}8\,°C$$

EXEMPLO DE APLICAÇÃO III (T_S=CTE)

<u>Problema</u>: vapor condensa-se no exterior de um tubo com 50 mm de ø e com um comprimento de 6 m, mantendo uma temperatura à superfície do tubo constante e igual a 100 °C. Água circula no interior do tubo com um caudal de 0,25 kg/s sendo ~~as suas~~ temperaturas à entrada e à saída de 15 °C e 57 °C. Qual o coeficiente médio de transferência de calor?



EXEMPLO DE APLICAÇÃO III (T_S=CTE)

Negligenciando a resistência térmica associada à parede do tubo e admitindo propriedades constantes.

Para água a 36°C, $c_p = 4178\ J.kg^{-1}.K^{-1}$

Um balanço energético entre a entrada e a saída do tubo, diz-nos que $q_{conv} = \dot{m}.c_p(T_{m,o} - T_{m,i})$ (1)

Por outro lado $q_{conv} = \bar{h}.A_s.\Delta T_{lm}$ (2)

Igualando (1) e (2), vem:

$$\bar{h} = \frac{\dot{m}.c_p}{\pi D L}\left(\frac{T_{m,o} - T_{m,i}}{\Delta T_{lm}}\right)$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{(100-57)-(100-15)}{\ln\frac{100-57}{100-15}} = 61{,}6\,°C$$

Substituindo, vem

$$\bar{h} = 756\ W.m^{-2}.K^{-1}$$

O COEFICIENTE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM ESCOAMENTOS INTERNOS

ESCOAMENTO LAMINAR EM CONDUTAS DE SECÇÃO CIRCULAR: REGIÃO DE ESCOAMENTO DESENVOLVIDO

O número de Nusselt associado a um escoamento laminar na zona de escoamento plenamente desenvolvido é dado por:

1. Fluxo térmico uniforme à superfície (q''=Cte) $Nu_D = 4{,}36$

2. Temperatura à superfície constante (T_s=Cte) $Nu_D = 3{,}66$

$$Nu_D = \frac{h_D . D}{k}$$

ESCOAMENTO LAMINAR EM CONDUTAS NÃO-CIRCULARES: CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA O COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM ESCOAMENTOS DESENVOLVIDOS

TABLE 8.1 Nusselt numbers and friction factors for fully developed laminar flow in tubes of differing cross section

Cross Section	$\frac{b}{a}$	$Nu_D \equiv \frac{hD_h}{k}$ (Uniform q_s'')	$Nu_D \equiv \frac{hD_h}{k}$ (Uniform T_s)	$f\,Re_{D_h}$
(circle)	—	4.36	3.66	64
a, b	1.0	3.61	2.98	57
a, b	1.43	3.73	3.08	59
a, b	2.0	4.12	3.39	62
a, b	3.0	4.79	3.96	69
a, b	4.0	5.33	4.44	73
b	8.0	6.49	5.60	82
	∞	8.23	7.54	96
Heated / Insulated	∞	5.39	4.86	96
(triangle)	—	3.11	2.49	53

Used with permission from W. M. Kays and M. E. Crawford, *Convection Heat and Mass Transfer*, 3rd ed. McGraw-Hill, New York, 1993.

ESCOAMENTO LAMINAR EM CONDUTAS DE SECÇÃO CIRCULAR: REGIÃO DE ENTRADA

Os resultados para a região de entrada podem ser combinados numa única expressão com os dados obtidos para uma zona de escoamento desenvolvido:

$$\overline{Nu}_D = 1.86\left(\frac{Re_D \, Pr}{L/D}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

<u>Condições de validade</u>:
- Temperatura constante à superfície;
- Todas as propriedades devem ser avaliadas à temperatura média entre a entrada e a saída do tubo, com exceção da viscosidade μ_S que é avaliada à temperatura da parede

$$0{,}60 \le Pr \le 5$$

$$0{,}0044 \le \frac{\mu}{\mu_S} \le 9{,}75$$

ESCOAMENTO TURBULENTO EM CONDUTAS CIRCULARES: CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA O COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Os comprimentos de entrada em regime turbulento são, regra geral, reduzidos ($10 \leq x_{CR}/D \leq 60$) o que significa que o número médio de Nusselt pode ser utilizado para a totalidade do comprimento do tubo

Para pequenos e médios valores de T_S-T_m, vem:

$$Nu_D = 0.023 \mathrm{Re}_D^{4/5} \mathrm{Pr}^n \qquad \begin{cases} n = 0.3 \ (T_s < T_m) \\ n = 0.4 \ (T_s > T_m) \end{cases}$$

0,7≤Pr≤160
$\mathrm{Re}_D \geq 10000$
L/D≥10

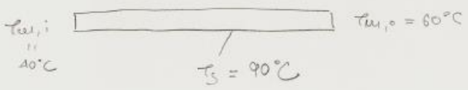
Para maiores valores de T_S-T_m, teremos:

$$Nu_D = 0{,}027 (\mathrm{Re}_D)^{\frac{4}{5}} . \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} . \left(\frac{\mu}{\mu_S} \right)^{0{,}14}$$

0,7≤Pr≤16700
$\mathrm{Re}_D \geq 10000$
L/D≥10

EXEMPLO DE APLICAÇÃO IV

Pretende-se aquecer água desde $T_{m,i} = 40°C$ até $T_{m,o} = 60°C$ no interior de um tubo cujas ~~...~~ paredes são mantidas a uma temperatura uniforme de 90°C e cujo diâmetro é 2cm. Se a ~~temperatura~~ velocidade de entrada de água for 3m/s, qual o comprimento requerido para o tubo?



Propriedades da água @ $\frac{60+40}{2} = 50°C$

$\rho = 978\ kg/m^2$ $\qquad$ $Pr = 3,6$

$\mu = 4 \times 10^{-4}\ kg.m^{-1}.s^{-1}$ $\qquad$ $k = 0,64\ W.m^{-1}.K^{-1}$

$c_p = 4170\ J.kg^{-1}.K^{-1}$

$$Re = \frac{\rho . u_m . D}{\mu} = 146\,700$$

$$Nu_D = 0,023 \times Re_D^{4/5} \times Pr^n$$

com $n = 0,4$ para aquecimento e $n = 0,3$ para arrefecimento.

substituindo, vem

$$Nu_D = 0,023 \times (146700)^{4/5} \times (3,6)^{0,4} = 522$$

$$\frac{\bar{h} . D}{k} = 522 \Rightarrow \bar{h} = \frac{522 \times 0,64}{0,02} = 16693\ W.m^{-2}.K^{-1}$$

$$\dot{m} = \rho . A . u_m = 978 \times \frac{\pi \times 0,02^2}{4} \times 3 = 0,922\ kg/s$$

$$q = \bar{h} . \pi . D . L (T_s - \bar{T}_m) = 16693 \times \pi \times 0,02 \times L \times (90 - 50)$$

$$\bar{q} = \dot{m} . c_p . \Delta T = 0,922 \times 4170 \times 20 = 76873\ W$$

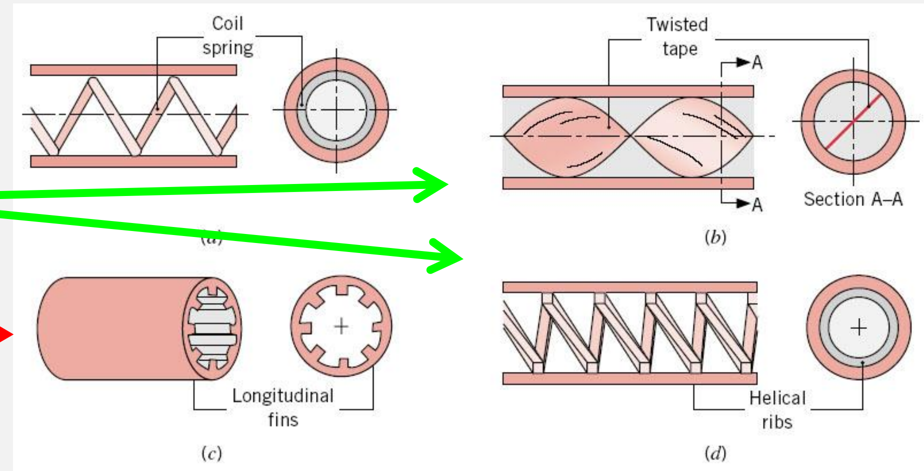
$$L = \frac{76873}{16693 \times \pi \times 0,02 \times 40} = 1,832\ m$$

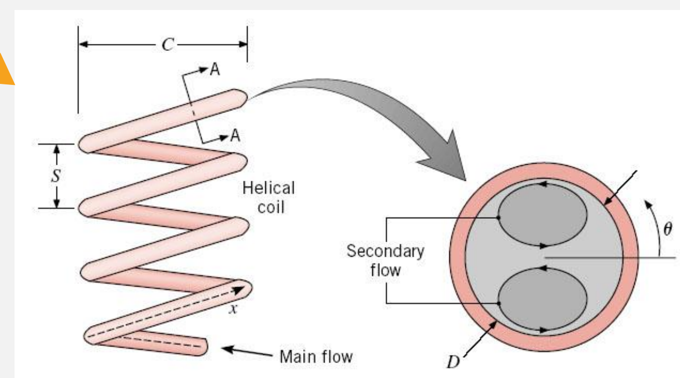
Fernando Neto $\qquad$ 20/12/2022

A MAJORAÇÃO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR…

…pode ser obtida…

1. …através do aumento do valor de h, por promoção da turbulência;
2. …aumentando o valor da área disponível para a transferência de calor;
3. …por alteração da geometria da tubagem.





No entanto, qualquer destas técnicas aumenta as necessidades de bombagem ou de ventilação

AULA 11 – PARTE B: CONVECÇÃO NATURAL

- Convecção em escoamentos internos
- Os coeficientes convectivos de transferência de calor e de massa
- Camada limite
- Equações da conservação no seio da camada limite

INTRODUÇÃO À CONVECÇÃO LIVRE

INTRODUÇÃO

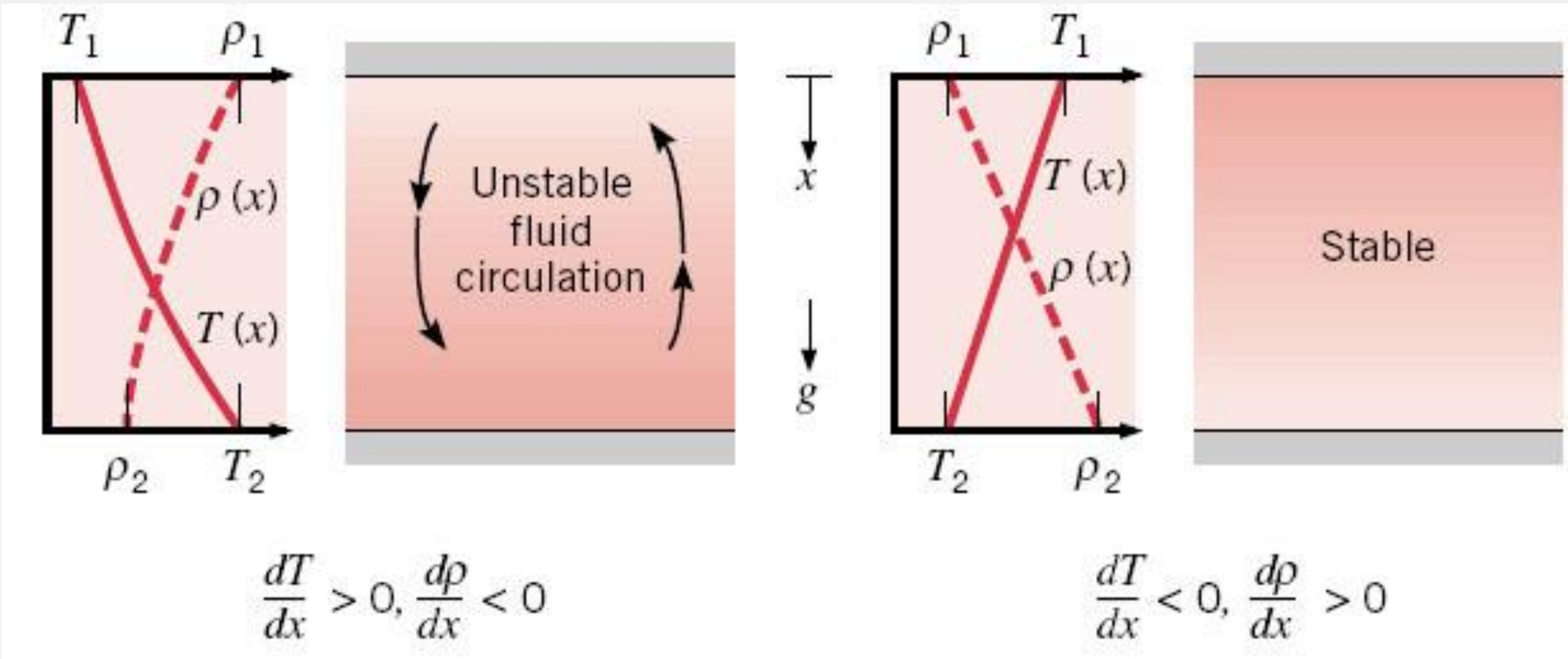
- Na convecção livre (ou natural) não há um escoamento imposto sobre a superfície de um sólido
- A convecção livre tem origem na atuação das forças gravitacionais sobre um fluído onde ocorrem gradientes de densidade devidos a gradientes de temperatura
- Os coeficientes de transferência de calor em convecção livre são, em regra, menores do que os obtidos em convecção forçada.
- Contudo a convecção livre é importante quando se pretende:
  - minimizar a transferência de calor
  - transferir calor com baixos custos de operação (p.e. com dispensa de ventilação)
- Aplicações:
  - Transferência de calor a partir de componentes eletrónicos
  - Transferência de calor em equipamentos de aquecimento doméstico (sem ruído)
  - Etc.

PRINCÍPIO BÁSICO DA CONVECÇÃO LIVRE

- Para um dado fluído, sendo a densidade inversamente proporcional à temperatura, a ocorrência de gradientes de temperatura implica que existam gradientes de densidade

- Sendo a força gravitacional proporcional à densidade, na presença de gradientes de densidade ocorrem movimentos do fluído: o fluído mais quente sobe e é substituído pelo fluído a menor temperatura

GRADIENTES DE TEMPERATURA E DE DENSIDADE

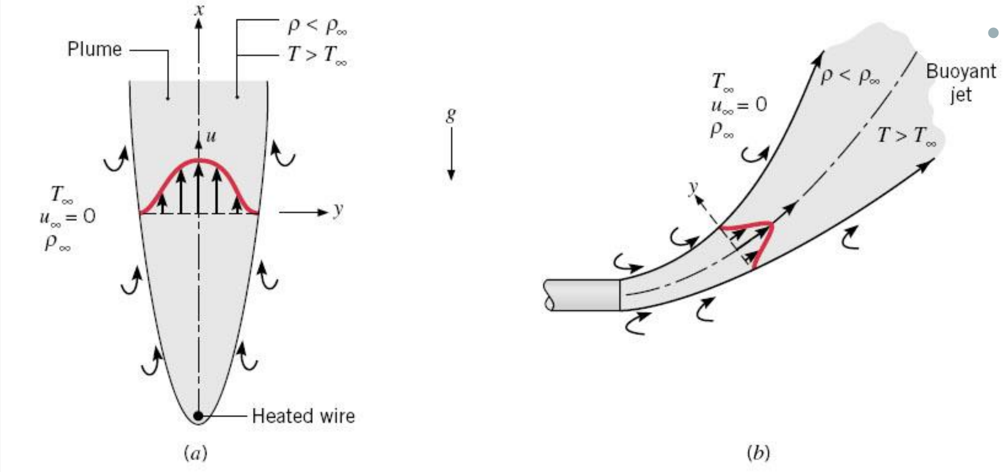


Se a diferença de temperatura (T_2-T_1) for suficiente para que a diferença de densidade se sobreponha às forças de atrito, ocorre convecção livre

Nem sempre a um gradiente de densidade corresponde um fenómeno de convecção livre

ESCOAMENTOS LIVRES NÃO CONFINADOS

A B



- **Caso A:** um fio aquece o ar circundante: este ascende formando-se uma pluma térmica que se alarga progressivamente. Esta pluma arrasta o ar confinante levando-o a participar no movimento. Eventualmente a pluma dissipa-se quando as forças de atrito se tornarem dominantes e o ar que participa no movimento arrefecer.
- **Caso B**: um fluído quente é descarregado no seio de um fluido a uma temperatura mais baixa (p.e., descarga da água de arrefecimento de um condensador de uma central térmica num lago). O fluído mais quente aquece o fluído circundante fazendo com que este participe no escoamento. Neste caso a velocidade inicial não é 0, contrariamente ao que acontece no caso A.

ESCOAMENTOS LIVRES CONFINADOS

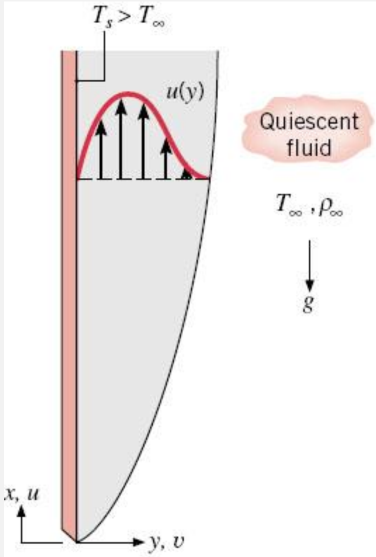
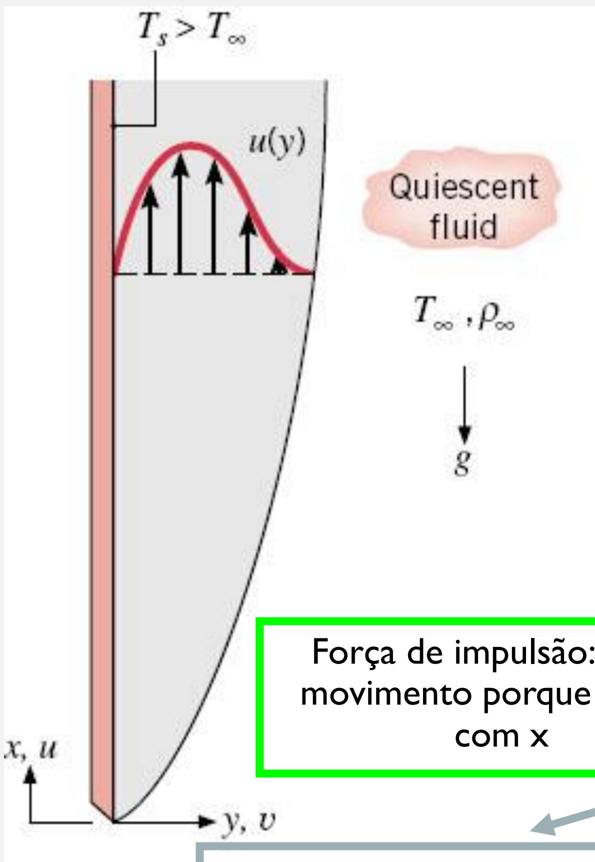


FIGURE 9.3
Boundary layer development on a heated vertical plate.

- O escoamento do fluído encontra-se condicionado por uma barreira sólida que limita o seu movimento

O MÚMERO DE GRASHOF, Gr

FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA CONSERVAÇÃO PARA A CONVECÇÃO LIVRE



Equação da conservação da massa:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (I)$$

Equação da conservação da energia:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (II)$$

Equação da conservação da quantidade de movimento na direção x (a ação da gravidade não pode ser desprezada):

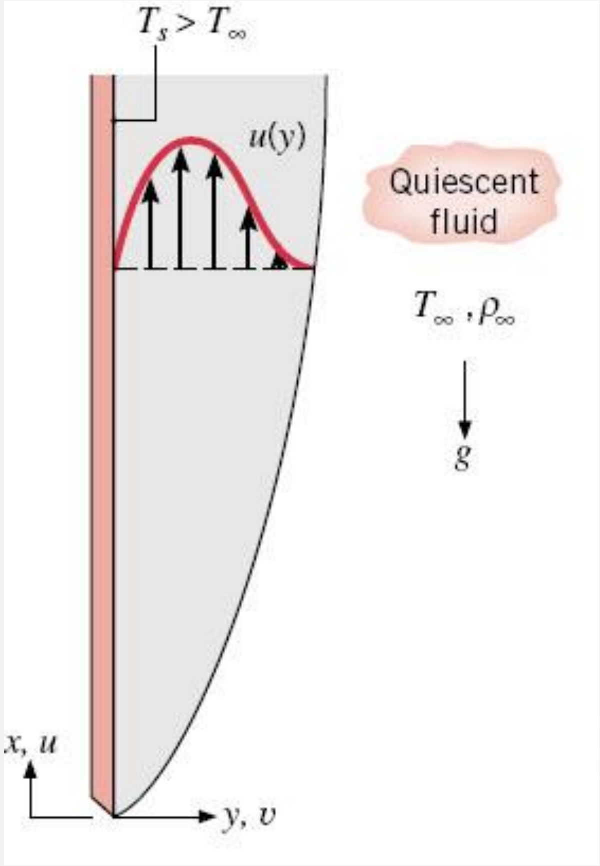
$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho}(\rho_\infty - \rho) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (III)$$

Força de impulsão: existe movimento porque ρ varia com x

Força viscosa (atrito)

$$\rho_\infty - \rho = \rho\beta(T - T_\infty)$$

FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA CONSERVAÇÃO PARA A CONVECÇÃO LIVRE



Utilizando o conceito de coeficiente de expansão volumétrico,

$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$ e atendendo a que $\rho_\infty - \rho = \rho\beta(T - T_\infty)$ então

a equação da conservação da quantidade de movimento é dada por

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (III)$$

ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA CONSERVAÇÃO PARA A CONVECÇÃO LIVRE

Uma adimensionalização da equação da conservação da quantidade de movimento, permite que a mesma se possa escrever como

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\beta(T - T_\infty)L}{u_0^2} T^* + \frac{1}{\mathrm{Re}_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$$

Na equação da conservação da quantidade de movimento o termo $\frac{g\beta(T - T_\infty)L}{u_0^2}$ representa os efeitos da força de impulsão.
No entanto, e como este termo se baseia numa velocidade de referência arbitrária, é mais comum representar o efeito destas forças através do número de Grashof, Gr_L, definido como:

$$Gr_L = \frac{g\beta(T - T_\infty)L}{u_0^2} . \left(\frac{u_0 . L}{\nu}\right)^2 = \frac{g\beta(T - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

Nota: Gr mede a relação entre os efeitos das forças de impulsão e o efeito das forças viscosas e representa em convecção livre em regime laminar o mesmo que Re na convecção forçada

CONVECÇÃO LIVRE EM REGIME LAMINAR NUMA SUPERFÍCIE VERTICAL DE COMPRIMENTO L

CONVECÇÃO LIVRE EM REGIME LAMINAR NUMA SUPERFÍCIE VERTICAL DE COMPRIMENTO L: COEFICIENTES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0} = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} g(\mathrm{Pr})$$

$$Gr_x = \frac{g\beta(T - T_\infty)x^3}{\nu^2}$$

$$g(\mathrm{Pr}) = \frac{0.75\ \mathrm{Pr}^{1/2}}{\left(0.609 + 1.221\ \mathrm{Pr}^{1/2} + 1.238\ \mathrm{Pr}\right)^{1/4}} \qquad (0 < \mathrm{Pr} < \infty)$$

$$\overline{h} = \frac{1}{L}\int_o^L h\,dx \rightarrow \overline{Nu_L} = \frac{4}{3} Nu_L$$

O NÚMERO DE RAYLEIGH, Ra

CONVECÇÃO LIVRE EM REGIME TURBULENTO

Tal como acontece com a convecção forçada, também na convecção livre se fazem sentir os efeitos da turbulência. A transição entre escoamentos laminares e turbulentos, no caso da convecção livre, ocorre para valores de uma nova grandeza, **o número de Rayleigh, Ra**, dado por:

$$Ra_{x,c} = Gr_{x,c}\,\mathrm{Pr} = \frac{g\beta\left(T_s - T_\infty\right)x^3}{\nu\alpha} \approx 10^9$$

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA A CONVECÇÃO LIVRE: PLACAS

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA A CONVECÇÃO LIVRE

As correlações empíricas para a convecção livre são normalmente do tipo

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}.L}{k} = C.Ra_L^n$$

onde

$$Ra_L = Gr_L.\Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\upsilon\alpha}$$

Para gases ideais β=1/T, onde T é a temperatura em K. Para líquidos e gases não ideais, β deve ser determinado através das tabelas de propriedades desses fluídos.

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA CONVECÇÃO LIVRE – A PLACA VERTICAL

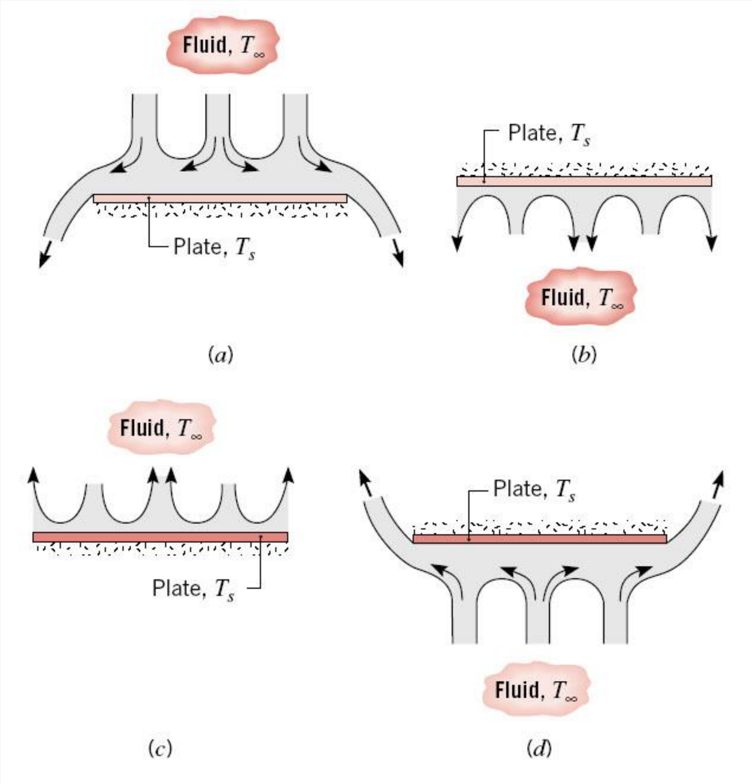
$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387\, Ra_L^{1/6}}{\left[1+\left(0.492/\mathrm{Pr}\right)^{9/16}\right]^{4/9}} \right\}^2$$

Notas:

1.Este resultado é válido para todos os valores de Ra devendo as propriedades do fluído ser avaliadas à temperatura do filme;
2. Este resultado é extensível a cilindros verticais de altura L desde que a espessura da camada limite seja muito inferior ao diâmetro D do cilindro, o que ocorre sempre que:

$$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr_L^{1/4}}$$

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA CONVECÇÃO LIVRE – PLACAS HORIZONTAIS



- Neste caso a força de impulsão é dirigida na direção perpendicular à superfície. As características do escoamento dependem do facto da placa se encontrar a uma temperatura maior ou menor do que a temperatura ambiente e de qual das superfícies (superior ou inferior) se encontra aquecida ou arrefecida
  - Caso a): placa horizontal arrefecida na parte superior
  - Caso b): placa horizontal arrefecida na parte inferior
  - Caso c): placa horizontal aquecida na parte superior
  - Caso d): placa horizontal aquecida na parte inferior

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA CONVECÇÃO LIVRE – PLACAS INCLINADAS OU HORIZONTAIS

A dimensão característica a utilizar na determinação das grandezas adimensionais é o parâmetro $L=A_S/P$ onde A_S é a área superficial da placa e P o perímetro da mesma.

Casos (b) e (d): superfície inferior de uma placa aquecida ou superfície superior de uma placa arrefecida:

$10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}$ $$\overline{Nu_L} = 0{,}27.Ra_L^{\frac{1}{4}}$$

Casos (a) e (c): superfície superior de uma placa aquecida ou superfície inferior de uma placa arrefecida

$10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$ $$\overline{Nu_L} = 0{,}54.Ra_L^{\frac{1}{4}}$$

$10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$ $$\overline{Nu_L} = 0{,}157.Ra_L^{\frac{1}{3}}$$

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA A CONVECÇÃO LIVRE: CILINDRO HORIZONTAL E ESFERA

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA CONVECÇÃO LIVRE – CILINDRO HORIZONTAL LONGO

$$\overline{Nu}_D = C.Ra_D^n$$

Ra_D	C	n
10^{-10}-10^{-2}	0,675	0,058
10^{-2}-10^{2}	1,02	0,148
10^{2}-10^{4}	0,85	0,188
10^{4}-10^{7}	0,48	0,25
10^{7}-10^{12}	0,125	0,333

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA CONVECÇÃO LIVRE – ESFERAS

$$\overline{Nu_D} = 2 + \frac{0{,}589.Ra_D^{\frac{1}{4}}}{\left[1+\left(\frac{0{,}469}{\Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{4}{9}}}$$

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA A CONVECÇÃO LIVRE: CANAIS

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA CONVECÇÃO LIVRE – CANAIS VERTICAIS - INTRODUÇÃO

- O escoamento através de canais é uma situação que ocorre frequentemente em que um canal, aberto nos topos, e cujas paredes se encontram a uma temperatura distinta da temperatura ambiente, é percorrido por um escoamento induzido por essa diferença de temperatura (por exemplo, escoamento em convecção livre no espaço existente entre duas alhetas)
- Se as paredes do canal se encontrarem muito afastadas ou se o canal for muito curto, as camadas limite desenvolvem-se como se de uma placa isolada se tratasse; nos casos restantes ocorre coalescência das camadas limite

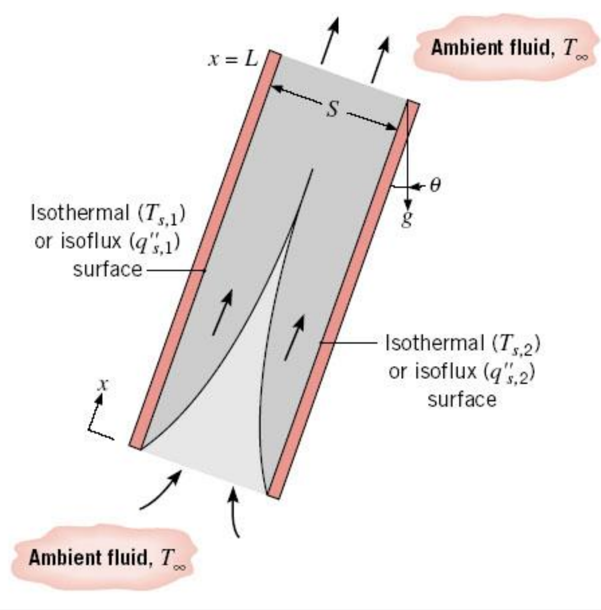
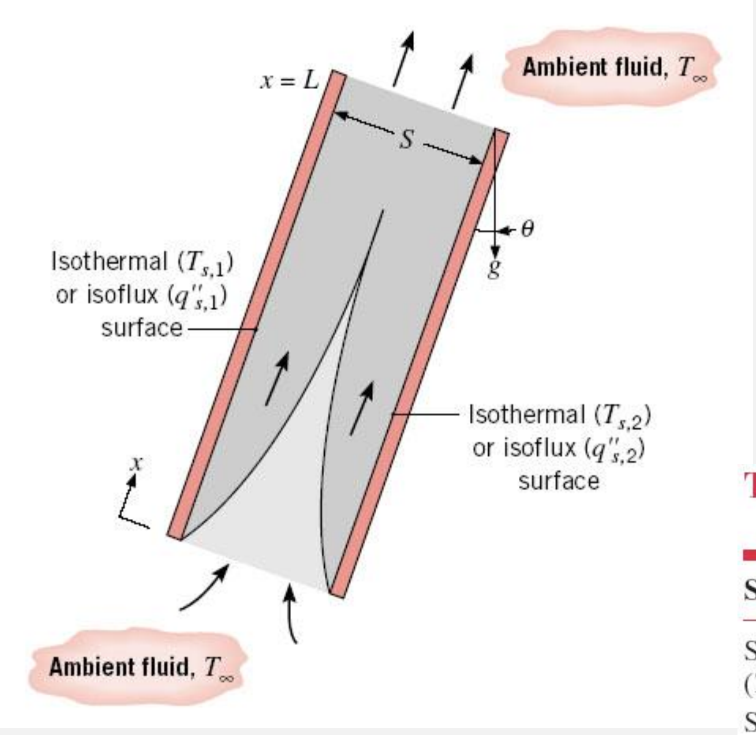


FIGURE 9.9
Free convection flow between heated parallel plates with opposite ends exposed to a quiescent fluid.

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA CONVECÇÃO LIVRE CANAIS VERTICAIS



Ar em canais verticais

$$\overline{Nu}_S = \left[\frac{C_1}{\left(Ra_S^* \cdot \frac{S}{L}\right)} + \frac{C_2}{\left(Ra_S^* \cdot \frac{S}{L}\right)^{\frac{2}{5}}} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

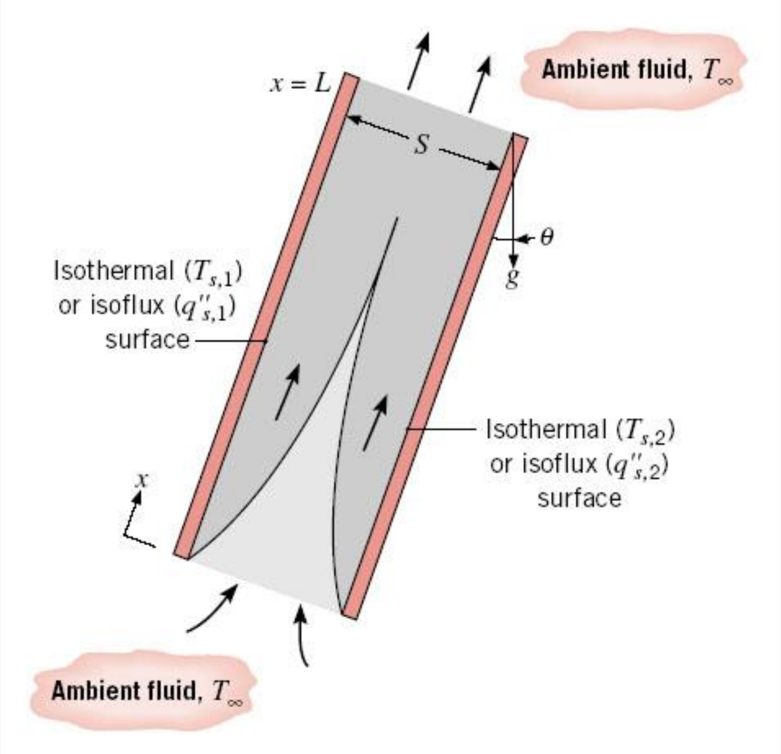
$$Ra_S = \frac{g\beta(T_s - T_\infty).S^3}{\alpha.\nu}$$

TABLE 9.3 Heat transfer parameters for free convection between vertical parallel plates

Surface Condition	C_1	C_2	S_{opt}	S_{max}/S_{opt}
Symmetric isothermal plates ($T_{s,1} = T_{s,2}$)	576	2.87	$2.71(Ra_S/S^3L)^{-1/4}$	1.71
Symmetric isoflux plates ($q''_{s,1} = q''_{s,2}$)	48	2.51	$2.12(Ra_S^*/S^4L)^{-1/5}$	4.77
Isothermal/adiabatic plates ($T_{s,1}, q''_{s,2} = 0$)	144	2.87	$2.15(Ra_S/S^3L)^{-1/4}$	1.71
Isoflux/adiabatic plates ($q''_{s,1}, q''_{s,2} = 0$)	24	2.51	$1.69(Ra_S^*/S^4L)^{-1/5}$	4.77

S_{OPT} – espaçamento entre alhetas que optimiza a transferência de calor embora possa ocorrer coalescência entre camadas limite adjacentes (numa superfície alhetada, embora q decresça com S, o número de alhetas que pode ser colocada numa dada superfície aumenta com uma diminuição de S sendo otimizada a transferência de calor). S_{MAX} – espaçamento entre alhetas que garante que não há coalescência entre camadas limite (maximiza a transferência de calor por convecção no canal)

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA CONVECÇÃO LIVRE CANAIS INCLINADOS

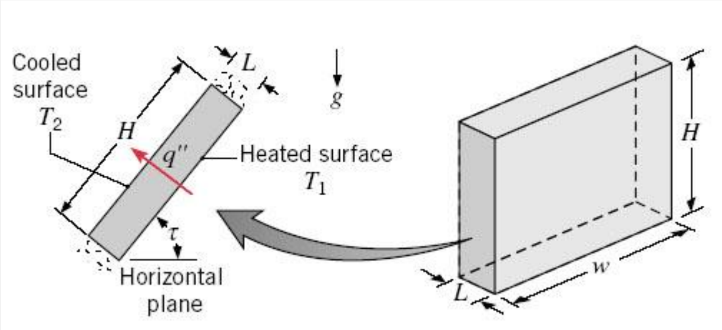


$$\overline{Nu_S} = 0,645\left(Ra_S.\frac{S}{L}\right)^{\frac{1}{4}}$$

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA A CONVECÇÃO LIVRE: CAVIDADES

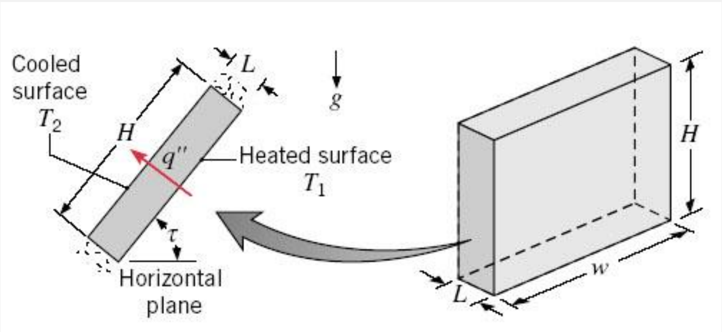
CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA CONVECÇÃO LIVRE – CAVIDADES RECTANGULARES - INTRODUÇÃO

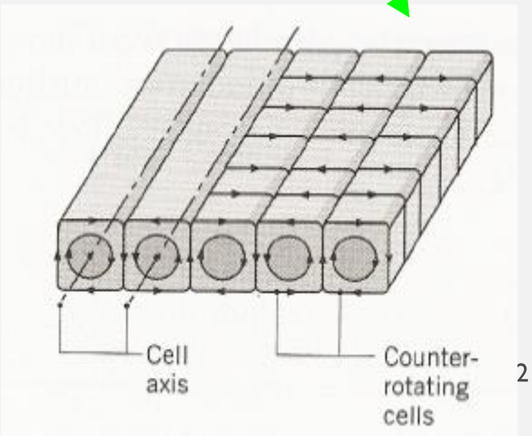
- Em muitas aplicações de engenharia, a transferência de calor ocorre em fluídos que se encontram totalmente confinados no interior de um sólido.
- Uma "cavidade retangular" designa um espaço com a configuração de um paralelepípedo em que duas das paredes opostas são mantidas a temperaturas distintas, encontrando-se as restantes isoladas adiabaticamente.
- O ângulo τ da inclinação da cavidade relativamente à horizontal pode variar entre 0º (cavidade horizontal com aquecimento inferior), 90º (cavidade vertical com aquecimento lateral) ou 180º (cavidade horizontal com aquecimento superior)
- O calor transferido através da cavidade [$q'' = h(T_1 - T_2)$] depende fortemente da relação H/L bem como do valor do ângulo τ



CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA CONVECÇÃO LIVRE – CAVIDADES RECTANGULARES HORIZONTAIS – CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

- Para a cavidade horizontal aquecida na superfície inferior (τ=0°), para relações H/L e w/L >>1 e para $Ra_L < Ra_{Lcr} = 1708$, as forças de impulsão não conseguem vencer as forças viscosas: a transferência de calor faz-se por condução e não por convecção
- Para $1708 < Ra < 5 \times 10^4$, o escoamento do fluído é de natureza celular
- Para $Ra > 5 \times 10^4$ o escoamento assume um cariz turbulento





CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA CONVECÇÃO LIVRE – CAVIDADES RECTANGULARES HORIZONTAIS

• Cavidade horizontal com $3\times10^5 \leq Ra_L < 7\times10^9$:

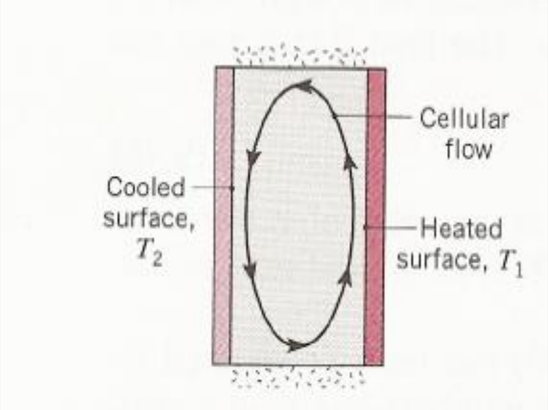
$$\overline{Nu}_L = \frac{\overline{h}.L}{k} = 0{,}069\, Ra_L^{1/3} . Pr^{0{,}074}$$

As propriedades devem ser avaliadas para $T_M=½(T_1+T_2)$

Se τ=180º (cavidade aquecida no topo) não existe transferência de calor por convecção, apenas por condução através do fluído

CONVECÇÃO LIVRE EM CAVIDADES RECTANGULARES VERTICAIS

- Numa cavidade vertical (τ=90°) em que as superfícies verticais se encontram às temperaturas T_1 e T_2 sendo as restantes superfícies adiabáticas, o escoamento é caracterizado pela recirculação (fluído a aquecer junto da parede quente e ascender ao topo e arrefecendo junto da parede fria e descendo)
- Para Ra<1000, a convecção é pouco importante e a transferência de calor faz-se essencialmente por condução



CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA A CONVECÇÃO LIVRE EM CAVIDADES RECTANGULARES VERTICAIS (RA>1000)

$$\overline{Nu}_L = 0.22\left(\frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L\right)^{0.28}\left(\frac{H}{L}\right)^{-1/4}$$

$$\left[\begin{array}{l} 2 < \dfrac{H}{L} < 10 \\ Pr < 10^5 \\ 10^3 < Ra_L < 10^{10} \end{array}\right]$$

$$\overline{Nu}_L = 0.18\left(\frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L\right)^{0.29}$$

$$\left[\begin{array}{l} 1 < \dfrac{H}{L} < 2 \\ 10^{-3} < Pr < 10^5 \\ 10^3 < \dfrac{Ra_L\, Pr}{0.2 + Pr} \end{array}\right]$$

$$\overline{Nu}_L = 0.42 Ra_L^{1/4}\, Pr^{0.012}\left(\frac{H}{L}\right)^{-0.3} \qquad \left[\begin{array}{l} 10 < \dfrac{H}{L} < 40 \\ 1 < Pr < 2 \times 10^4 \\ 10^4 < Ra_L < 10^7 \end{array}\right]$$

$$\overline{Nu}_L = 0.046 Ra_L^{1/3} \qquad \left[\begin{array}{l} 1 < \dfrac{H}{L} < 40 \\ 1 < Pr < 20 \\ 10^6 < Ra_L < 10^9 \end{array}\right]$$

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA A CONVECÇÃO LIVRE EM CAVIDADES RECTANGULARES INCLINADAS

$$\overline{Nu}_L = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1708}{Ra_L \cos\tau}\right]^{\bullet}\left[1 - \frac{1708(\sin 1.8\tau)^{1.6}}{Ra_L \cos\tau}\right] + \left[\left(\frac{Ra_L \cos\tau}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]^{\bullet} \qquad \left[\begin{array}{l}\dfrac{H}{L} \gtrsim 12 \\ 0 < \tau \leq \tau^*\end{array}\right]$$

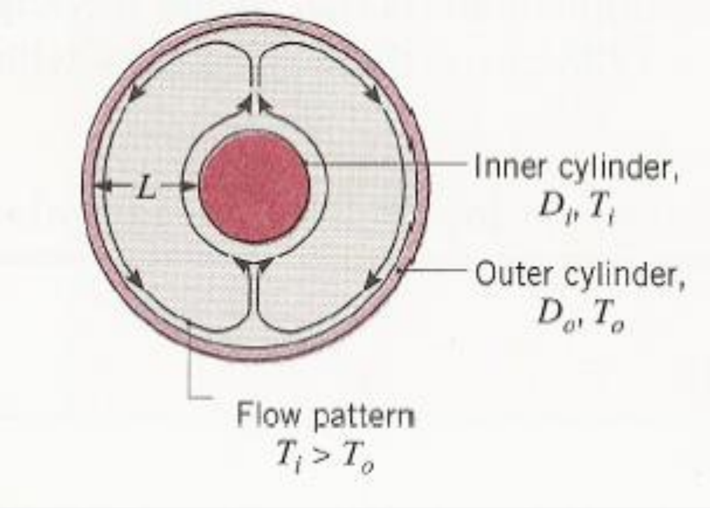
TABLE 9.4 Critical angle for inclined rectangular cavities

(H/L)	1	3	6	12	>12
τ^*	25°	53°	60°	67°	70°

Se algum dos termos englobados por [ ] apresentar um valor negativo, o valor a adoptar deverá ser 0, o que conduz a que Nu=1 (não existe convecção, apenas condução)

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA A CONVECÇÃO LIVRE: CILINDROS CONCÊNTRICOS

CORRELAÇÕES EMPÍRICAS PARA A CONVECÇÃO LIVRE EM CILINDROS CONCÊNTRICOS



$$q' = \frac{2\pi k_{\text{eff}}}{\ln(D_o/D_i)}(T_i - T_o)$$

$$\frac{k_{\text{eff}}}{k} = 0.386\left(\frac{Pr}{0.861 + Pr}\right)^{1/4}(Ra_c^*)^{1/4}$$

$$Ra_c^* = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5} Ra_L$$

COMBINAÇÃO DE CONVECÇÃO LIVRE E CONVECÇÃO FORÇADA

COMBINAÇÃO DE CONVECÇÃO LIVRE E CONVECÇÃO FORÇADA

Deverão ser considerados os efeitos conjuntos da convecção livre e da convecção forçada para os casos em que $Gr/Re^2 \approx 1$

Neste caso os números de Nusselt associados quer à convecção livre, Nu_N, quer à convecção forçada, Nu_F, podem ser combinados

$$Nu^n = Nu_F^n +/- Nu_N^n$$

escolhendo-se o sinal positivo caso os efeitos da convecção sejam complementares e o sinal negativo caso esses efeitos sejam opostos. As melhores correlações são obtidas com n=3.