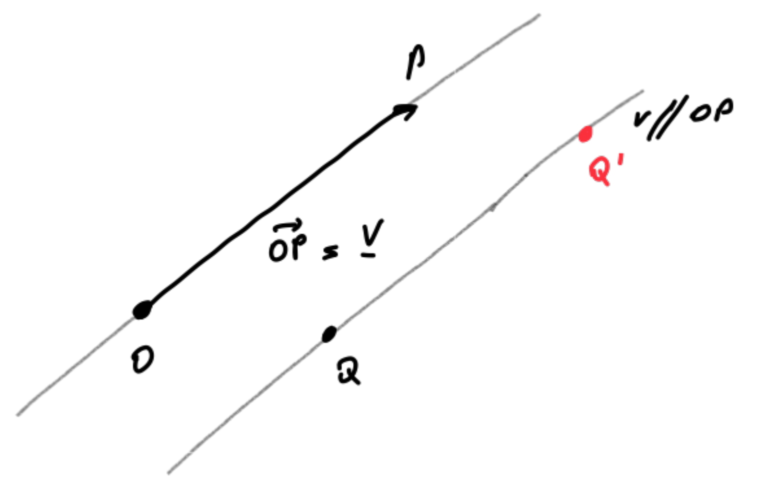
Geometria 20231017.2

Fisso $R(O,\hat{\imath},\hat{\jmath},\hat{k})$ → da ora in poi sottointeso

Fisso $\underline{v} = \vec{OP}$ di E_O^3 (almeno che Q non sia $\vec{0}$)



Prendo Q' | $\vec{OP} = \vec{QQ'}$
e $\vec{QQ'}$ dalla stessa direzione di $\vec{OP}$

in modo che $\vec{QQ'} \equiv \vec{OP} = \underline{v}$

Q' è il traslato di Q secondo $\vec{OP} = \underline{v}$

(spostiamo Q di distanza $\|\vec{OP}\|$ e direzione di $\vec{OP}$.)

Ossv.: P è il traslato di O secondo $\underline{v}$

Fisso $\underline{v} \in E_O^3$ definiamo così la mappa di traslazione:
"funzione"

$\tau_v : \mathcal{E} \to \mathcal{E}$
"tau"

(se $\underline{v} = \underline{0}$, $\tau_0 = \tau_v$ è identità)
$\tau_0(P) = P \ \forall P \in \mathcal{E}$

ed è anche mappa biunivoca!

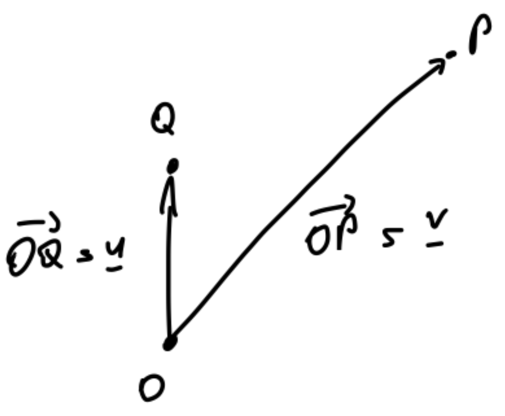
- nessun punto spinto dalla traslazione
- nessuna immagine doppia (?)

$Q \longmapsto \tau_v(Q) = Q_1$

$Q' = Q + \underline{v}$ aggiungendo $\underline{v}$ al punto Q, spostiamo il punto Q. ⇨ $\underline{v} = Q' - Q$
quindi due $\mathcal{E} \to E_O^3$

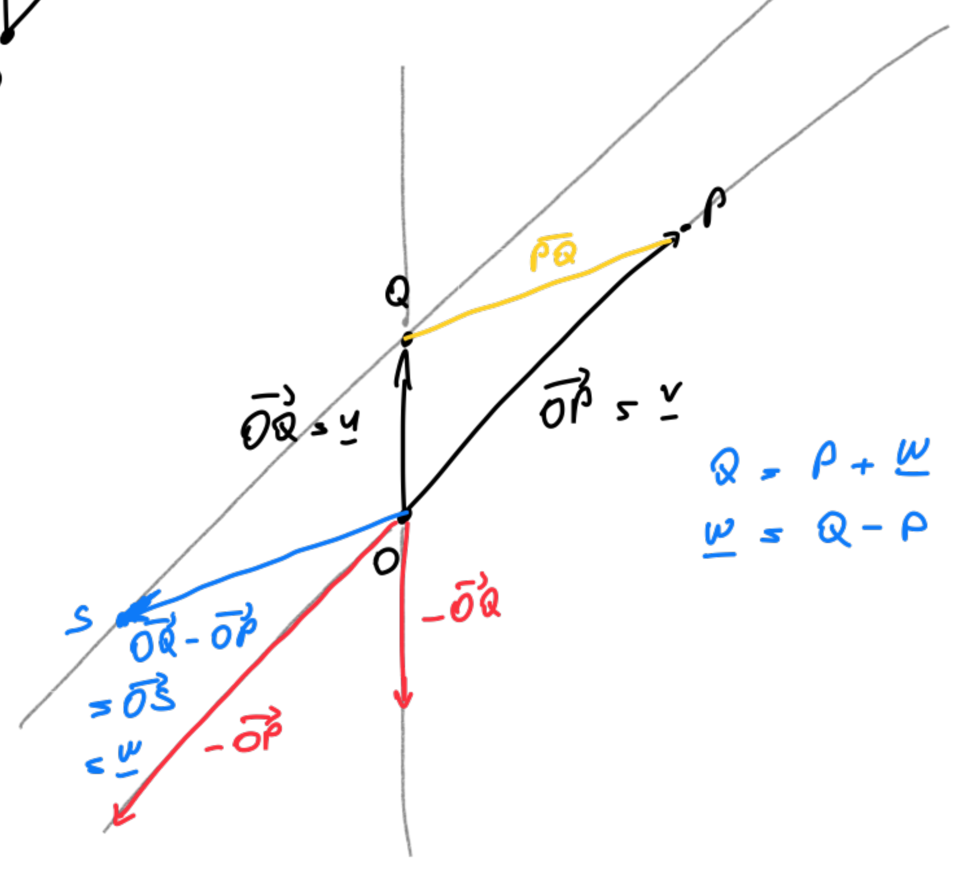
↳ $Q \in \mathcal{E}$
$\underline{v} \in E_O^3$ → spazio delle traslazioni

tutto ciò spiega che da due punti si trova un vettore, che corrisponde alla traslazione del punto.



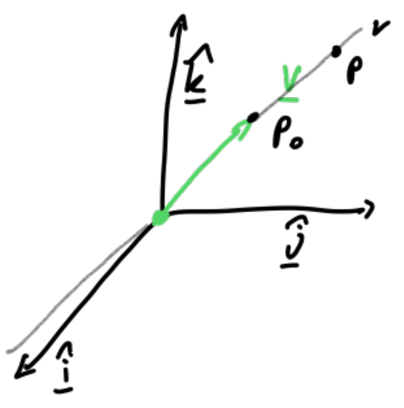
$\vec{OP} + (-\vec{OQ}) = \vec{OP} - \vec{OQ} = \underline{w}$

$\vec{OQ} + (-\vec{OP}) = \vec{OQ} - \vec{OP} = -\underline{w}$



$Q = P + \underline{w}$

$\underline{w} = Q - P$



Fisso $R(O,\hat{\imath},\hat{\jmath},\hat{k})$, $\underline{v} \in E_O^3 \neq \underline{0}$, $\|\underline{v}\| = \|\vec{OP}\|$

$r = OP_0 \equiv \text{Span}(\underline{v}) = \text{Span}(\vec{OP_0})$

P punto generico di r: $\vec{OP} \in \text{Span}(\underline{v}) \Leftrightarrow P \in r$

$\vec{OP} = \alpha\underline{v}$ → prendendo $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ trovo tutti i punti della retta

sia $P_0 : \vec{OP_0} = \begin{pmatrix}x_0\\y_0\\z_0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\end{pmatrix}$

val. qualunque

$r \equiv \text{Span}(\underline{v}) = \text{Span}(\vec{OP_0}) = \{\vec{OP} \in E_O^3 \mid \vec{OP} = t\underline{v},\ t \in \mathbb{R}\}$

$\vec{OP} = t\underline{v} = t\vec{OP_0} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = [\vec{OP}]_B = [t\vec{OP_0}]_B = \begin{pmatrix}t\alpha\\t\beta\\t\gamma\end{pmatrix}$ $\begin{cases}x=\alpha t\\y=\beta t\\z=\gamma t\end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$

scrittura delle coordinate del punto

eq. parametrica della retta

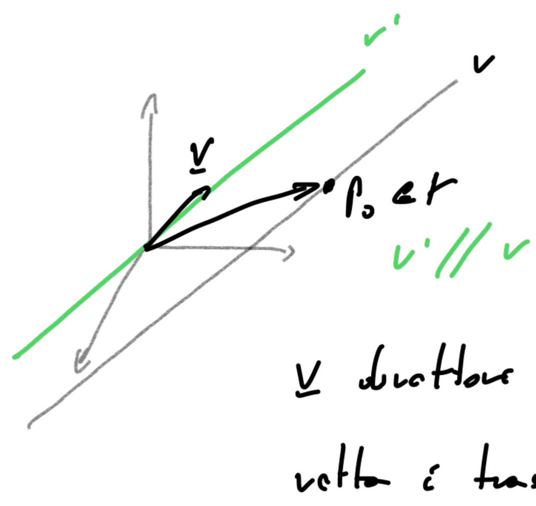
vettoriale:
$\vec{OP} = t\vec{OP_0} = t\underline{v}$ $t \in \mathbb{R}$

coordinate:
$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = t\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\end{pmatrix}$ $t \in \mathbb{R}$

parametrica:
$\begin{cases}x=\alpha t\\y=\beta t\\z=\gamma t\end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$

tutti modi di modificare un vettore per uno scalare t generico

trasl. dell'origine:
$P = O + t\underline{v}$ $t \in \mathbb{R}$



r' // r ma $O \in r'$

$\underline{v}$ direttore della retta

retta è traslazione di tutti i suoi punti per il vettore?

$\vec{OP_0} + t\underline{v} = \vec{OP} \in r$ $t \in \mathbb{R}$

trasla tutti i suoi punti come il generico P_0

$P = P_0 + t\underline{v}$ $t \in \mathbb{R}$