

Annali: 2023/124

... conseg. del calc. differenziale

Come aiuta la f' nel calc. dei limiti

## T. di De L'Hôpital

Siano  $-\infty \leq a < b \leq +\infty$

siano  $f, g$  due fun. definite in  $(a, b)$  a valori in  $\mathbb{R}$

supp. che siano derivabili in  $(a, b)$  e che

$g, g' \neq 0$  definitivamente per  $x \rightarrow a^+$  (vicino ad  $a$ )

H.p.:

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = \text{uno tra } \begin{matrix} 0 \\ +\infty \\ -\infty \end{matrix}$$

$$\textcircled{2} \exists \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L \text{ (finito o infinito) } \text{ quando } \exists$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)}{g(x)} = L$$

quindi per  $\textcircled{1} \rightarrow \frac{0}{0}, \frac{+\infty}{+\infty}, \frac{-\infty}{-\infty}$

Se sono derivabili  $\Rightarrow$  usiamo  $f', g'$  per uscire dalla f.i.

Analogo  $x \rightarrow b^-$

Eg.:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} = \frac{0}{0}$   $f(x) \sim 0$  *non in una stima asintotica*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2} = \frac{1}{6}$$

che sono anche risultato sopra!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$$

applica T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x} = \frac{1}{2}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2}}{x} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓

per T.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{2x^3} = \frac{0}{0}$$

↓