$a_2\ddot{y}+a_1\dot{y}+a_0y=b$ $\quad a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{R}$, $a_2 \neq 0$

$b(x) = P(x)e^{ax}\cos bx$ $\quad b\neq 0,\ a\in\mathbb{R}$

oppure $P(x)e^{ax}\sin bx$

I metodo: $y_P(x) = x^m e^{ax}\left(Q_1(x)\cos bx + Q_2(x)\sin bx\right)$

$$m = \begin{cases} 0 & \text{se } a+jb \text{ non risolve l'eq. caratt.} \\ \text{moltipl. alg.} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

... Q_1, Q_2 stesso grado di P, a coeff. reali incogniti

II metodo: $b(x) = P(x)\,\mathrm{Re}\left[e^{(a+jb)x}\right] = \mathrm{Re}\left[P(x)e^{(a+jb)x}\right]$

oppure se sin: Im $\quad\mathrm{Im}$

si cerca una soluzione particolare di: $a_2\ddot{z}+a_1\dot{z}+a_0z = P(x)e^{(a+jb)x}$

$z_p(x) = Q(x)x^m e^{(a+jb)x}$ $\quad m$ = come prima

Q ha stesso grado P a coeff. complessi

trovata $z_p \to y_p = \mathrm{Re}\, z_p$

oppure se sin: $y_p = \mathrm{Im}\, z_p$

Calcolare l'intg.: $\int e^{2x}\cos x\, dx$

- due volte per parti
- trovo l'iniziale, quindi ereo equazione in incognita l'iniziale I

... $I = \frac{1}{2}e^{2x}\cos x + \frac{1}{4}e^{2x}\sin x - \frac{1}{4}I$

$\frac{5}{4}I = \ldots \quad \to I = [\ldots]\frac{4}{5} + c$

. Risolvi $z^2 + 2\,\mathrm{Re}\,z\,\mathrm{Im}\,z\,j = 0$ in $\mathbb{C}$

ricerca radice $\in$ valore

non estraggo radice quadrata (si fa solo nel caso: $z^2 = z_0$)

$\to z = x+jy$ $\quad$ quante sol. in un sistema non lineare? incerto

$(x+jy)^2 + 2xyj = 0$

$x^2 + 2jxy - y^2 + 2jxy = 0$

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 4xy = 0 \end{cases} \to$ unica sol $z = 0$

$y = 0 \lor x = 0$

. Prova che $f(x) = e^{1+x^2}$ è invertibile in $(0,+\infty)$ e calcola $(f^{-1})'(e^2)$

- provare che è invertibile

$\to$ strettamente monotona nest

$\to$ segno f' in $(0,+\infty)$

$f'(x) = \underbrace{e^{1+x^2}}_{>0}\underbrace{2x}_{>0}$ $\quad (0,+\infty)$

T. DERIVAZ. FUNZ. INVERSA

$\to e^{1+x^2} = e^2 \to x = 1 > 0$

$f'(1) = 2e^2$

$(f^{-1})'(e^2) = \frac{1}{f'(1)} = \boxed{\frac{1}{2e^2}}$

. Al variare di $\alpha\in\mathbb{R}$, $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{\sin\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} + \frac{\alpha}{n^6}}{\frac{2}{n^6}}$

converto in $\lim_{n\to 0^+}$?

$\sin\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n^2} - \left(\frac{1}{n^2}\right)^3\frac{1}{6} + o\left(\frac{1}{n^6}\right)$ $\quad$ Taylor!

.. $\lim_{n\to+\infty} = \dfrac{\alpha - \frac{1}{6}}{2}$

se denom fosse $\frac{2}{n^7}$

$\ldots = \dfrac{n(\alpha-\frac{1}{6})}{2} \xrightarrow[n\to+\infty]{} \begin{cases} +\infty & \alpha > 1/6 \\ 0 & \alpha = 1/6 \\ -\infty & \alpha < 1/6 \end{cases}$

ma ci siamo dimenticati di $o\left(\frac{1}{n^6}\right) \to$ non è abbastanza veloce per $\frac{1}{n^7}$

quindi aumento Taylor $2° \to 3°$ ✓ $\quad \dfrac{\ldots}{\frac{2}{n^{10}}} \to \begin{matrix} +\infty \\ 1/5! \\ -\infty \end{matrix}$

attenzione a non buttare via troppo di $o()$

qui la stima asintotica non sarebbe abbastanza precisa

$\to$ Taylor per aumentare polinomio

. $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{e^{-x} - \cos\sqrt{2x}}{\left[\sqrt{x+x^2} - \sqrt{x}\right]^2} = \frac{0}{0}$ f. i.

La De L.H?

con le radici si complica ✗

$= \lim_{x\to 0^+} \dfrac{\ldots}{x^2} = \ldots$ cambio strada

$\left[\sqrt{x+x^2} - \sqrt{x}\right]^2 = \left[\sqrt{x}\left(\sqrt{1-x} - 1\right)\right]^2 \sim \left[\sqrt{x}\left(\frac{1}{2}x\right)\right]^2 = x\frac{1}{4}x^2$

$\to \lim_{x\to 0^+} \dfrac{e^{-x} - \cos\sqrt{2x}}{\frac{1}{4}x^3}$ $\quad e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$

$\cos\sqrt{2x} = 1 - \frac{1}{2}(\sqrt{2x})^2 + \frac{1}{4!}(\sqrt{2x})^4 + o(x^2)$

$\to \lim_{x\to 0^+} \dfrac{1 - x + \frac{1}{2}x^2 - 1 + x + \frac{1}{6}x^2 + o(x^2)}{\frac{x^3}{4}} = +\infty$

. Per quali $\alpha > 0$ l'intg. imp. $\int_0^{+\infty} \dfrac{\ln(1+e^x)}{\sqrt{x} + x^\alpha + 3x}$ converge?

- si divide $\int_0^1 + \int_1^{+\infty}$ e studio converg.za di ciascuna

$f(x) \ldots \underset{x\to 0^+}{\sim} \begin{cases} \frac{\ln 2}{\sqrt{x}} & \alpha > \frac{1}{2} & \text{conv. } \int_0^1 \\ \frac{\ln 2}{2\sqrt{x}} & \alpha = \frac{1}{2} & \text{conv } \int_0^1 \\ \frac{\ln 2}{x^\alpha} & \alpha < \frac{1}{2} & \text{conv. } \int_0^1 \end{cases}$ $\quad \forall\alpha$ in 0^+

finito $\to$ conv.

infinito $\to$ div

$f(x) \ldots x\to+\infty$

$\ln(1+e^x) \sim \ln e^x = x$

$1+e^x \sim e^x$

⚠ $F(1+e^x) \sim F(e^x)$ No, ma ln sì in questo caso $\quad x\to+\infty$

$f(x) \sim \dfrac{x}{3x + x^\alpha} \sim \begin{cases} \frac{x}{x^\alpha} & \alpha > 1 & \text{conv. se } \alpha > 2 \\ 1/4 & \alpha = 1 & \text{div} \\ 1/3 & \alpha < 1 & \text{div} \end{cases}$ (fn costante è come rettangolo a base infinita!)