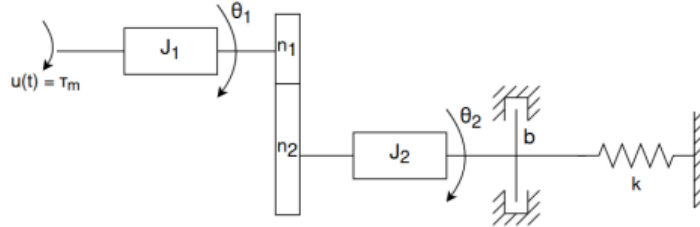


## Metody Modelowania Matematycznego - Projekt nr 5

Projekt 5. Dany jest układ mechaniczny przedstawiony na poniższym rysunku:



Należy wyprowadzić model układu oraz zaimplementować go w symulacji. Symulator powinien umożliwiać pobudzenie układu przynajmniej trzema rodzajami sygnałów wejściowych (prostokątny o skończonym czasie trwania, trójkątny, harmoniczny). Symulator powinien umożliwiać zmianę wszystkich parametrów układu oraz sygnałów wejściowych. Należy użyć metody Rungego-Kutty 4-go rzędu oraz metody Eulera oraz na wspólnym wykresie pokazać wyniki symulacji (prędkości i położenia wału  $J_2$ ) z obu tych metod.

### 1. Parametry techniczne

Język Programowania:

Python

Użyte Biblioteki:

matplotlib - do rysowania wykresów

wx - GUI

Scipy, numpy - obliczenia matematyczne

### 2. Wyprowadzenie równania różniczkowego

$$(1). J_1 \ddot{\theta}_1(t) = T_m - T_z$$

$$(2). J_2 \ddot{\theta}_2(t) = T_z' - b * \dot{\theta}_2(t) - k * \theta_2(t), \quad T_z' = \frac{n_2}{n_1} = T_z$$

$$(3). n_2 \theta_2(t) = n_1 \theta_1(t)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{d^2}{dt^2} \theta_1 \quad v_1 = \frac{d}{dt} \theta_1$$

$$\varepsilon_2 = \frac{d^2}{dt^2} \theta_2 \quad v_2 = \frac{d}{dt} \theta_2$$

$$\varepsilon_2(t) * [J_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 * J_1] + b * v_2(t) + k * \theta_2(t) - \frac{n_2}{n_1} * T_m = 0$$

$$\dot{x}_2 * [J_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 * J_1] + x_2 * b + x_1 * k - \frac{n_2}{n_1} * T_m = 0$$

$$\dot{x}_2 = \frac{-b}{[J_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 * J_1]} * x_2 + \frac{-k}{[J_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 * J_1]} * x_1 + \frac{\frac{n_2}{n_1}}{[J_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 * J_1]} * T_m = 0$$

$$\dot{x}_2 = A * x_2 + B * x_1 + C * T_m = 0$$

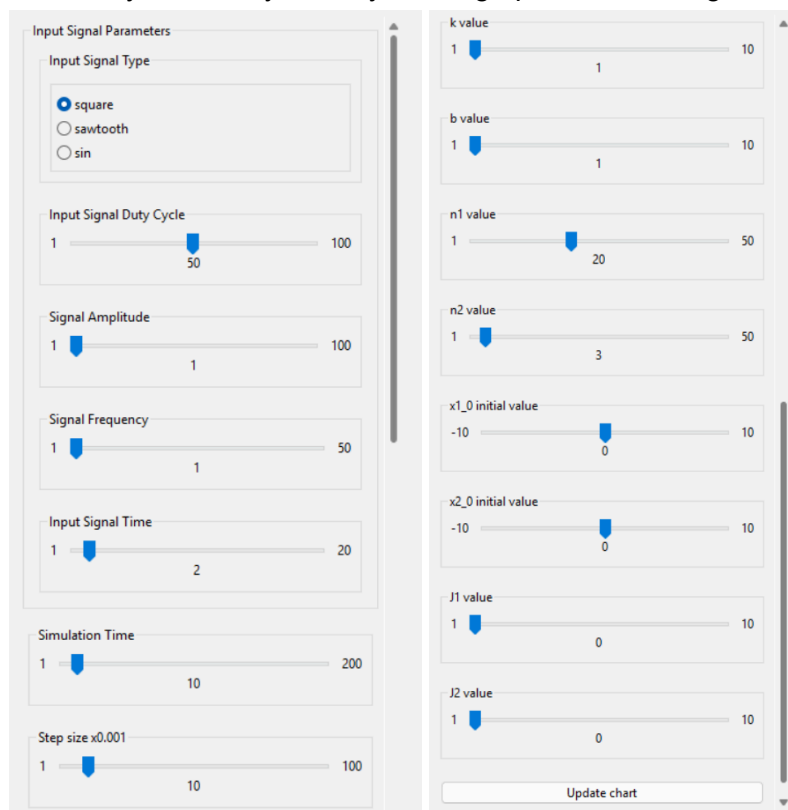
$$A = \frac{-b}{J_2 + (\frac{n_2}{n_1})^2 J_1} \quad B = \frac{-k}{J_2 + (\frac{n_2}{n_1})^2 J_1} \quad C = \frac{\frac{n_2}{n_1}}{J_2 + (\frac{n_2}{n_1})^2 J_1}$$

Parametry modelu:

- k - współczynnik sprężystości
- b - współczynnik tłumienia
- T - moment lub tarcie
- J - moment bezwładności
- theta - kąt obrotu
- n1, n2 - liczba zębów przekładni

### 3. Mechanika Programu

Parametry układu wybieramy z lewego panelu bocznego:



Modyfikacji podlegają:

a) Typ i parametry sygnału wejściowego

- Dla Prostokątnego (square): Wypełnienie PWM (Duty Cycle), Czas trwania Sygnału (Signal Time)

- Pozostałe parametry: Amplituda sygnału (Sig. Amplitude), Częstotliwość, (Sig. Frequency)

b) Parametry symulacji:

- Czas trwania symulacji (Simulation Time)

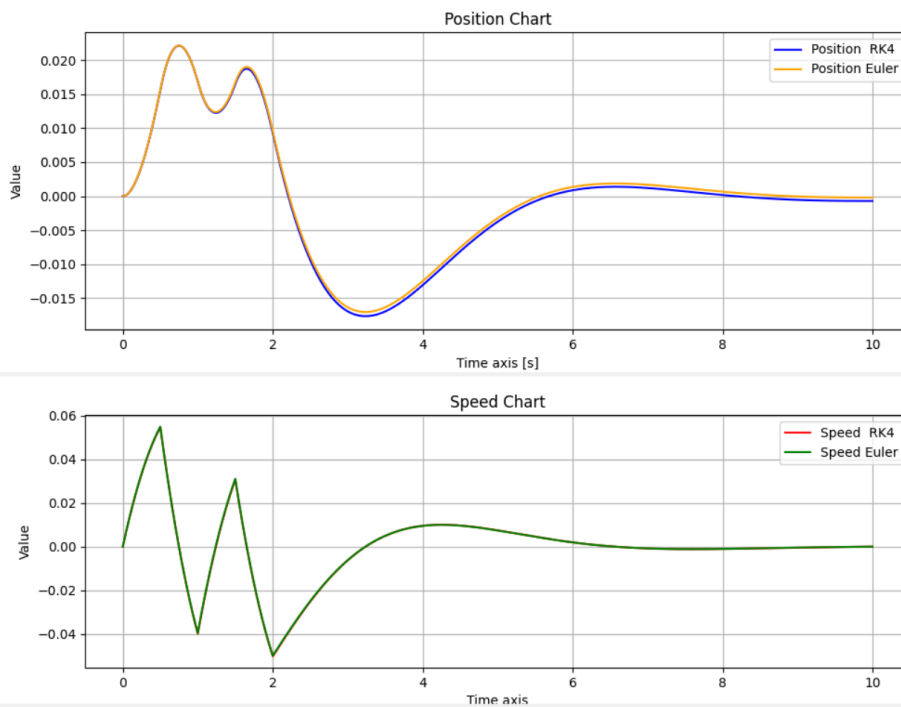
- Długość kroku między iteracjami (Step Size)

c) Wartości fizyczne elementów:

- k, współczynnik sprężystości

- b, współczynnik tłumienia
- n1 i n2, liczba zębów przekładni
- Wartości początkowe położenia ( $x1_0$ ) i prędkości ( $x2_0$ )
- J1 i J2, wartości momentów bezwładności
- c)Zatwierdzenie parametrów i aktualizacja wykresów
- Update Chart

Wyniki Przedstawione są na wykresach w prawej części ekranu



#### 4.Część matematyczna

Równanie różniczkowe liczone jest metodą Eulera i Runge-Kutte'go 4

Na wykresach uzyskujemy zależność odpowiednio położenia i prędkości od czasu, liczonych oboma metodami

#### 5.Wnioski

Wyniki obu metod są zbliżone lub nie, w zależności od wartości przyjętych parametrów

- Zmiana typu sygnału nie wpływa znacząco na różnicę między oboma metodami
- Zwiększenie/Zmniejszenie amplitudy nie zmienia różnic między oboma metodami
- Zwiększenie częstotliwości sygnału wejściowego znacząco potrafi zwiększyć różnicę wyników między metodami
- Po minięciu ustalonego Signal Time dla sygnału prostokątnego, układ po chwili stabilizuje się i zatrzymuje
- Zwiększenie długości kroku między iteracjami znacząco pogłębia różnice między wynikami obu metod
- Dla coraz większej ilości zębów 1 zębówki ( $n1$ ), wyniki obu metod coraz bardziej się różnią.
- Z kolei zmiana ilości zębów 2 przekładni, nie wpływa znacząco na wyniki obu metod
- Warunki początkowe nie powodują rozjazdu między wynikami obu metod, wykresy zaczynają się jedynie w różnych miejscach

-Zmiana wartości momentów bezwładności nie zwiększa różnic między metodami