

Øving 10 - Differensiallikninger

Obligatoriske oppgaver

- 1 Delbrøksoppspaltning er en teknikk for å spalte store stygge brøker. Denne undervises gjerne i forbindelse med integrasjon eller laplacetransform. Å lære seg å spalte alle verdens brøker er en del jobb, og ikke kjempenyttig, men står i Adams på s. 344. I denne oppgaven skal vi spalte

$$\frac{1}{(s+1)(s^2+1)} = \frac{A}{s+1} + \frac{Bs+C}{s^2+1}.$$

Finn A , B og C .

(Hint: gang opp med $(s+1)(s^2+1)$ og sammenlikne begge sider av den resulterende likningen. Det er også mulig å spalte slik:

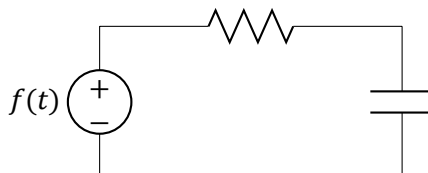
$$\frac{1}{(s+1)(s^2+1)} = \frac{1}{(s+1)(s+i)(s-i)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+i} + \frac{C}{s-i}$$

men dette blir mer jobb.)

- 2 Dersom du summerer spenningsfallet over kretsen under, vil du få en variant av likningen

$$y'(t) + y(t) = f(t).$$

Finn den analytiske løsningen når $f(t) = \sin t$.



Anbefalte oppgaver

- 1 Løs initialverdiproblemet

$$2y' = xy, \quad y(0) = -2.$$

- 2 Løs initialverdiproblemet

$$y' = 1 - y^2, \quad y(0) = 0.5$$

- 3 Newtons avkjølingslov sier at temperaturen T i en kott elgtunge som settes inn i kjøleskapet (eller ut av kjøleskapet, eller inn i stekeovnen osv), følger initialverdiproblemet

$$T'(t) + \alpha(T(t) - T_k) = 0 \quad T(0) = T_0,$$

der t er tiden, T_0 er temperaturen til elgtungen i det den settes inn i kjøleskapet, T_k er temperaturen i kjøleskapet, og α er en konstant som avhenger av varmeflyten mellom elgtungen og omgivelsene.

En melkekartong der temperaturen i melken var 6°C , ble stående på kjøkkenbenken i 2 timer. Da var temperaturen steget til 13°C . Lufttemperaturen i kjøkkenet var 20°C . Vi regner med at Newtons avkjølingslov gjelder, det vil si at temperaturendringen per tidsenhet i melken er proporsjonal med differansen mellom lufttemperaturen og temperaturen i melken.

- a) Sett opp en differensialligning for temperaturen T i melken som funksjon av tiden t , og vis at den har løsning av formen

$$T(t) = A + Be^{-\alpha t}$$

der A er lufttemperaturen. Finn konstantene B og α .

- b) Da temperaturen i melken var 15°C , ble kartongen satt inn i kjøleskapet. Etter 1 time var temperaturen i melken sunket til 12°C . Hva var temperaturen i kjøleskapet?

- 4 Finn en ligning for en kurve som passerer gjennom $(2, 3)$ og har stigning $\frac{2x}{1+y^2}$.