Determinanter

I denne øvingen skal vi se på en enkel metode for å avgjøre om lineære likningssystemer har løsning, og hvorvidt denne er entydig.

Standardoppgaver

I forrige uke løste vi systemene

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 7 & 3 \end{array}\right]$$

og

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 3 \end{array}\right]$$

og

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 6 \end{array}\right]$$

og

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 \end{array}\right]$$

S1 Alle punkter (x, y, z) som passer i likningen

$$ax + by + cz = d$$

ligger på ett og samme plan i rommet. (Dette lærte du på skolen.) Bruk dette til å forklare alt som skjedde i systemene ovenfor, og forklar hvordan du kan se om et når et 3×3-likningssystem har entydig løsning.

Gå nå i en eller annen kilde og finn ut hva en determinant er og hvordan man beregner den.

S2 Forklar hvorfor

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 3 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & 0 \end{array}\right]$$

har entydig løsning.

S3 Avgjør om likningssystemet

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 3 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

har entydig løsning.

Viderekomne oppgaver

$\boxed{\text{V1}}$ Ta stilling til påstanden:

> En lineær resistiv krets gir alltid opphav til en linæert likningssystem med entydig løsning.

$\boxed{\text{V2}}$ Løs likningssystemet

$$\left[\begin{array}{cc|c} a & b & m \\ d & e & n \end{array}\right]$$

$\boxed{\text{V3}}$ Løs likningssystemet

$$\left[\begin{array}{ccccccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$