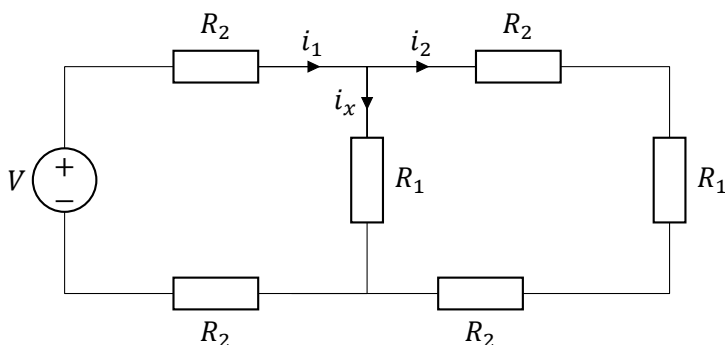


Øving 6 - Lineær algebra

Obligatoriske oppgaver

E1 Kretsen under modellerer en høyttaler, og du finner den i ERT-ykt 7.



a) Skriv i_x som en funksjon av i_1 og i_2 .

b) Bruk Ohms lov og Kirchhoffs spenningslov til å sette opp en 2×2 lineært likningssystem for i_1 og i_2 . Løs systemet, og sammenlikne med ERT-ykt 7.

E2 La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Finn A^{-1} og løs $Ax = b$.

Anbefalte oppgaver

E1 Skriv likningssystemet

$$\begin{cases} x - 4y + 28z = -2 \\ -x + y - 7z = -31 \\ x + 2y - 14z = 64 \end{cases}$$

om til matriseform, og løs.

D2 Hvilke av matrisene

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{og} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

er på trappeform? Hvilke av dem er på redusert trappeform?

C3 Løs ligningssystemene

$$\text{a) } \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 4 \end{array} \right]$$

$$\text{b) } \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 & 3 \end{array} \right]$$

$$\text{c) } \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right]$$

$$\text{d) } \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

$$\text{e) } \left[\begin{array}{cc|c} i & 1 & -1 \\ 1 & i & i \end{array} \right]$$

$$\text{f) } \left[\begin{array}{cc|c} 1-i & 1 & 1 \\ 1 & i & 1+i \end{array} \right]$$

$$\text{g) } \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 1 \\ i & 1 & 1 & 1+i \end{array} \right]$$

$$\text{i) } \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -6 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & 4 & 10 \end{array} \right]$$

- C4** Anta at vi har et ligningssystem med m ligninger og n ukjente. Hvilke av de ni forskjellige tilfellene i følgende tabell er mulige?

	$m < n$	$m = n$	$m > n$
ingen løsninger			
én løsning			
uendelig mange løsninger			

- C5** La z være en løsning av ligningen $z^2 + z + 1 = 0$. Finn en løsning av ligningssystemet med totalmatrise

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 & 9 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & z & z^2 & 0 & 0 \\ 1 & z^2 & z & 0 & 0 \end{array} \right]$$

- D6** Avgjør hvorvidt ligningssystemet gitt ved

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & -1 & -1 \end{array} \right]$$

har en løsning.

- E7** La $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ være to vektorer i \mathbb{R}^2 .

Regn ut $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ og $\frac{1}{2}\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$, og tegn en figur som viser vektorene \mathbf{u} , \mathbf{v} , $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ og $\frac{1}{2}\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$ i planet.

D8 Finn ut om en vektor er en lineærkombinasjon av de andre:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

E9 Finn en vektor som ikke er en lineærkombinasjon av:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 18 \\ 4 \end{bmatrix}$$

E10 Finn en tredje vektor i samme plan som disse to vektorene:

$$\begin{bmatrix} -3 \\ -7 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \begin{bmatrix} 8 \\ -8 \\ -4 \end{bmatrix}$$

C11 La A og B være matriser, og \mathbf{v} en vektor:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \\ -8 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Regn ut, eller forklar hvorfor uttrykkene ikke gir mening:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } AB & \text{d) } B^2 & \text{g) } BAv \\ \text{b) } BA & \text{e) } A + B & \text{h) } B^T \\ \text{c) } A^2 & \text{f) } (A + I_3)\mathbf{v} & \text{i) } \mathbf{v}^T \mathbf{v} \end{array}$$

C12 Løs likningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ der

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

C13 Finn en kvadratisk matrise A slik at: $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ og $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

C14 Bestem om matrisene er inverterbare, og finn om mulig den inverse matrisen.

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$