TMA4111 Matematikk 3 for MTELSYS

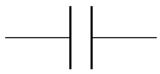
Laplacetransformasjonen

Dette er en introduksjon til hva økten skal handle om. Den bør være kortfattet.

Standardoppgaver

Resistans er en størrelse definert som v/i, forholdet mellom spenningen over- og strømmen gjennom en komponent. Denne størrelsen er viktig for å modellere komponenter i en krets. Men hva skjer med komponenter hvor spenningen og strømmen ikke øker proposjonalt med hverandre? Det vil si: Hvordan skal vi modellere komponenter som kondensatorer og spoler?

Under er de fysiske sammenhengene mellom spenning og strøm i kondensatorer og spoler gjengitt. Det er ingen enkel, proposjonalt sammenheng mellom strømmen og spenningen i disse komponentene.

Navn	Formel	Symbol
Kondensator	$\frac{d}{dt}v_C(t) = \frac{1}{C}i_C(t)$	C 
Spole	$v_L(t) = L\frac{d}{dt}i_L(t)$	L 

$\boxed{1}$ Bruk Laplace på hver side av begge formlene i tabellen over og finn et uttrykk for den "resistans-aktige" sammenhengen $V_i(s)/I_i(s)$ i hver av de to reaktive komponentene ($i = L$ samt $i = C$) hvis initialbetingelsene er 0. Gjør det samme for den "vanlige" sammenhengen $v_R(t) = i_R(t) \cdot R$.

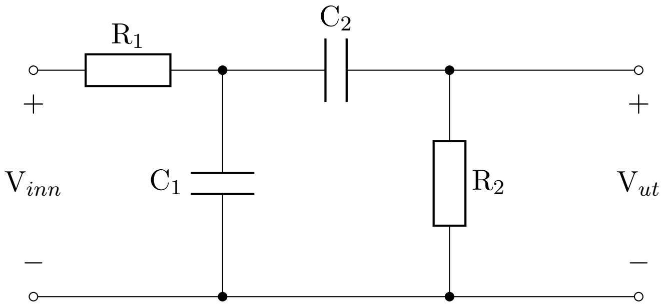
Dette kalles impedans og er et generalisert uttrykk for resistans som tar høyde for den ikke-proposjonale naturen til spoler og kondensatorer. Bemerk at impedans er en størrelse som ikke eksisterer i tidsplanet, men i s-planet. Impedans skrives ofte med bokstaven $Z(s)$.

Her er fasit til forrige oppgave.

Navn	Impedans
Motstand	$Z_R(s) = R$
Kondensator	$Z_C(s) = \frac{1}{sC}$
Spole	$Z_L(s) = sL$

Vi kan videre se hvordan Laplace og Impedans kan la oss analysere kompliserte kretser.

Under er gjengitt en mystisk krets.



Man kan ved hjelp av fysikkens lover regne seg fram til at kretsen må oppfylle følgende ligning:

$$\frac{d^2}{dt^2}V_{ut} + a\frac{d}{dt}V_{ut} + bV_{ut} = c\frac{d}{dt}V_{in} \tag{1}$$

Hvor $a,\ b,\ c > 0$.

$\boxed{2}$ Gjør Laplace-transformasjonen på hver side av ligning (1) og finn et uttrykk for $V_{ut}(s)$ dersom $V_{ut}(t=0) = \frac{d}{dt}V_{ut}(t=0) = V_{inn}(t=0) = 0$.

Hvis impedans på en måte er det samme som resistans kan vi bruke reglene om serie- og parallellkobling av resistanser for å lage ekvivalente impedanser.

Introduserer serieimpedans og parallelimpedans

$\boxed{3}$ Finn Z_eq i kretsen, bruk den til å finne $I(s)$ i kretsen. Bruk dette til å finne et uttrykk for $V_ut(s)$.

Gjør det samme med en krets til for å hamre inn poenget

se i kreyzig og indel for inspirasjon

se på ert-2-1 for å finne inspo til speilbildeoppgaver.

Dagens fun-fact