

Konvolusjon

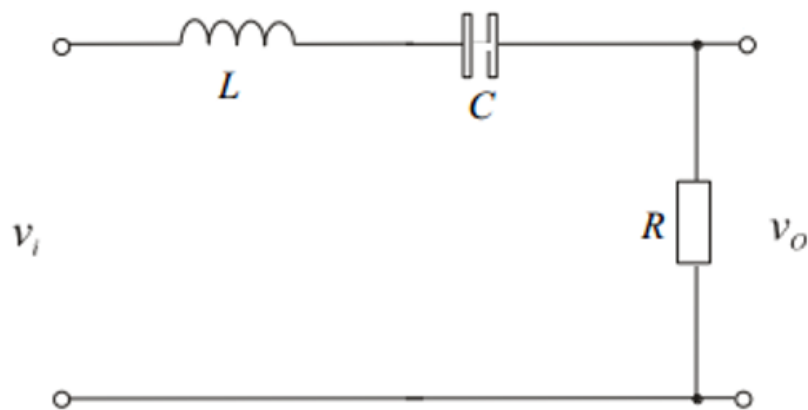
Dette er siste uke med fokus på integraltransformer, og i den sammenheng skal vi se på den litt mystiske operasjonen ”konvolusjon”. Dette er en operasjon mellom to funksjoner, $h(t)$, $x(t)$, og som gir ut en ny funksjon (fortsett av t). Konvolusjon er definert slik:

$$(h * x)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau$$

Dette er som nevnt ganske mystiske greier. Målet for denne uken er å forstå hvorfor dersom $x(t)$ er et opptak av stemmen din og $h(t)$ er et opptak av en pistol som går av i nidarosdomen så vil $(h * x)(t)$ være lyden av din stemme i nidarosdomen.

Oppgaver

- 1 Under er en krets.



Bytt ut hver komponent med sine ekvivalenter i s-planet, slik som vi gjorde i ert-2-2.

Finn forholdet mellom $V_o(s)$ og $V_i(s)$.

—Intermanus—

OPPGAVETID: x minutter

Samme metode som ert-2-2, erstatt komponenter, regn ut ekvivalenter, sett opp et uttrykk.

FASIT:

$$\begin{aligned}
Z_{eq} &= sL + \frac{1}{sC} + R \\
I &= \frac{V_i}{Z_{eq}} \\
V_o &= IR \\
&= \frac{sR}{s^2L + \frac{1}{C} + sR} V_i
\end{aligned} \tag{1}$$

Dette forholdet har vi sett er viktig da det gjelder uansett hva input er for noe. Forholdet ga oss altså en måte å forutse hvordan output kom til å se ut for en gitt input-funksjon. Dette forholdet kalles "transferfunksjonen" til systemet, og betegnes ofte $V_o(s) = H(s)V_i(s)$. Vi skal nå se hvordan dette egentlig er noe dere er kjent med fra før av.

2] Basert på transferfunksjonen $V_o(s) = H(s)V_i(s)$ du fant i oppgave 1, gjør følgende:

a) Sett inn $s = j\omega$ og finn $V_o(j\omega) = H(j\omega)V_i(j\omega)$

b) Finn $V_o(j\omega)$ dersom $v_i(t) = \delta(t)$

—Intermanus—

OPPGAVETID: x minutter

Kommentarer til oppgaver, viktige momenter å få med, tips, etc.

FASIT:

a)

$$V_{ut}(j\omega) = \frac{j\omega}{j\omega R + \frac{1}{C} - L\omega^2} V_{inn}(j\omega)$$

b) Samme som tf.

Så dersom input-signalet er delta-pulsen så får vi transferfunksjonen som utsignal. Hadde vi tatt invers-Fourier på dette signalet for å få $h(t)$ hadde vi fått "impuls-responsen" til systemet. Impulsresponsen og transferfunksjonen forteller oss noe om systemets iboende egenskaper.

3] Finn $|H(j\omega)|$. Velg $c = L = 1, R = 2$ og plott $|H(j\omega)|$ som en funksjon av ω . Klarer du å si noe kvalitativt om kretsens oppførsel?

—Intermanus—

OPPGAVETID: x minutter

Kommentarer til oppgaver, viktige momenter å få med, tips, etc.

FASIT:

$$|H| = \omega/(\omega^2 + 1)$$

Og som vi har sett tidligere så lar transferfunksjonen oss enkelt beregne hvordan responsen til et system ser ut for et gitt input-signal.

4] Anta at $v_i(t) = e^{-|t|} \implies V_i(j\omega) = \frac{2}{\omega^2 + 1}$ blir påtrykt denne kretsen. Husk at $V_o(j\omega) = H(j\omega)V_i(j\omega)$. Klarer du å finne $v_o(t)$? ;-)

—Intermanus—

OPPGAVETID: x minutter

Det er poenget at de ikke skal få til denne, dette leder mot konvolusjon som et verktøy.

FASIT:

Fasit