

## i Kopi av Fremside

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i IMAA2012, IMAA2022, IMAG2012, IMAG2022, IMAT2012 og IMAT2022

Eksamensdato: 10.05.2024

Eksamenstid (fra-til): 09:00 - 13:00

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** Hjelpemiddelkode C. Godkjent kalkulator. Ingen håndskevrne eller trykte hjelpemidler, formelark er lagt ved eksamen som en pdf-fil.

**Faglig kontakt under eksamen:**

Tlf.: Stine Marie Berge (93478689)

**Faglig kontakt møter i eksamenslokalet: Nei**

### ANNEN INFORMASJON:

**Skaff deg overblikk over oppgavesettet** før du begynner på besvarelsen din.

**Les oppgavene nøye**, gjør dine egne antagelser og presiser i besvarelsen hvilke forutsetninger du har lagt til grunn i tolkning/avgrensning av oppgaven. Faglig kontaktperson kontaktes kun dersom det er direkte feil eller mangler i oppgavesettet. Henvend deg til en eksamensvakt hvis du mistenker feil og mangler. Noter spørsmålet ditt på forhånd.

**Håndtegninger:** I oppgave [2, 7] er det lagt opp til å besvare på ark. Andre oppgaver skal besvares direkte i Inspira. Nederst i oppgaven finner du en sjusifret kode. Fyll inn denne koden øverst til venstre på arkene du ønsker å levere. Det anbefales å gjøre dette underveis i eksamen. Dersom du behøver tilgang til kodene etter at eksamenstiden har utløpt, må du klikke «Vis besvarelse».

**Vekting av oppgavene:** er gitt for hver oppgave. Det blir ikke gitt minus-poeng for feil eller manglende svar. Maksimal poengsum er 100 poeng på hele eksamen.

**Varslinger:** Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspira. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst til høyre.

**Trekk fra/avbrutt eksamen:** Blir du syk under eksamen, eller av andre grunner ønsker å levere blankt/avbryte eksamen, gå til "hamburgermenyen" i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.

**Tilgang til besvarelse:** Etter eksamen finner du besvarelsen din i arkivet i Inspira. Merk at det kan ta én virkedag før eventuelle håndtegninger vil være tilgjengelige i arkivet.

## 1 Kopi av Oppgave 1: Partiell derivasjon

### Oppgave 1 (10 Poeng)

Denne oppgaven skal besvares i Inspira. Du skal ikke legge ved utregninger på papir.

a)

Gitt funksjonen  $f(x, y) = 3x^2 + 2y - 4$ .

Finn verdiene til de partiellderiverte i punktet  $(1, 1)$ .

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1) = \frac{\partial}{\partial x} f(x, y)|_{(1,1)} = \boxed{\phantom{00}}.$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1, 1) = \frac{\partial}{\partial y} f(x, y)|_{(1,1)} = \boxed{\phantom{00}}.$$

b)

Gitt funksjonen  $g(x, y) = \sqrt{x^4 + 2x^2y + 2xy^2 + 3}$ ,  $x \geq 0, y \geq 0$ .

Finn verdiene til de partiellderiverte i punktet  $(1, 2)$ . Angi svarene med 2 desimaler.

$$\frac{\partial g}{\partial x}(1, 2) = \frac{\partial}{\partial x} g(x, y)|_{(1,2)} = \boxed{\phantom{00}}.$$

$$\frac{\partial g}{\partial y}(1, 2) = \frac{\partial}{\partial y} g(x, y)|_{(1,2)} = \boxed{\phantom{00}}.$$

Maks poeng: 10

## 2 Kopi av Oppgave 2, kritiske punkt

### Oppgave 2 (10 Poeng)

Denne oppgaven skal besvares på papir (med sjusifret kode) som skannes inn.

La  $f(x, y) = 8xy - 2x^2 - y^4$ .

a)

Finn de kritiske punktene til funksjonen  $f$ .

b)

Klassifiser de kritiske punktene til funksjonen  $f$ . Med andre ord, avgjør om de kritiske punktene er sadelpunkter, lokale maksimumspunkter, lokale minimumspunkter, eller ingen av delene.

Maks poeng: 10

### 3 Kopi av Oppgave 3: Retningsderivert

#### Oppgave 3 (10 Poeng)

Denne oppgaven skal besvares i Inspira. Du skal ikke legge ved utregninger på papir.

Vi har funksjonsuttrykket  $f(x, y) = 3x^2 - 2xy + 2y^2$ .

a)

Finn gradienten i punktet  $(x, y) = (1, 1)$ .

$$\nabla f(1, 1) = \boxed{\phantom{00}} \vec{i} + \boxed{\phantom{00}} \vec{j}$$

b)

Vi starter i punktet  $(1, 1)$ , og beveger oss i retningen  $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j} = \frac{3}{5}\vec{e}_1 + \frac{4}{5}\vec{e}_2$ .

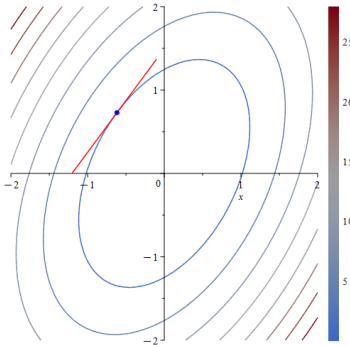
Finn den retningsderiverte.

$$D_{\vec{u}}f(1, 1) = \boxed{\phantom{00}}$$

c)

Figuren under viser nivåkurver for funksjonen  $f$ . I tillegg viser figuren en tangentlinje til nivåkurven i et valgt punkt. Hvilken retning vil gradientvektoren ha i punktet?

- Alternativ 1: Gradientvektoren i punktet vil være **parallel** med tangentlinjen.
- Alternativ 2: Gradientvektoren i punktet vil stå **vinkelrett** på tangentlinjen.
- Alternativ 3: Retningen til gradientvektoren i punktet er **verken parallel eller vinkelrett** på tangentlinjen.



Svar: Alternativ  (skriv enten 1, 2, eller 3 i svarfeltet).

Maks poeng: 10

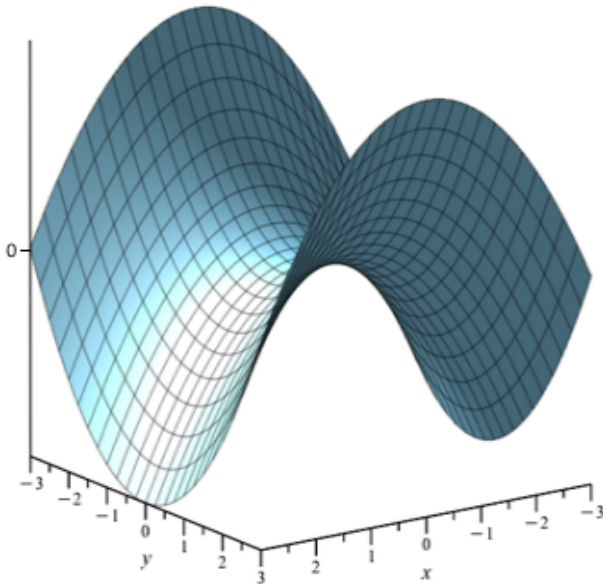
#### 4 Kopi av Oppgave 4: Graf-forståelse

##### Oppgave 4 (10 Poeng)

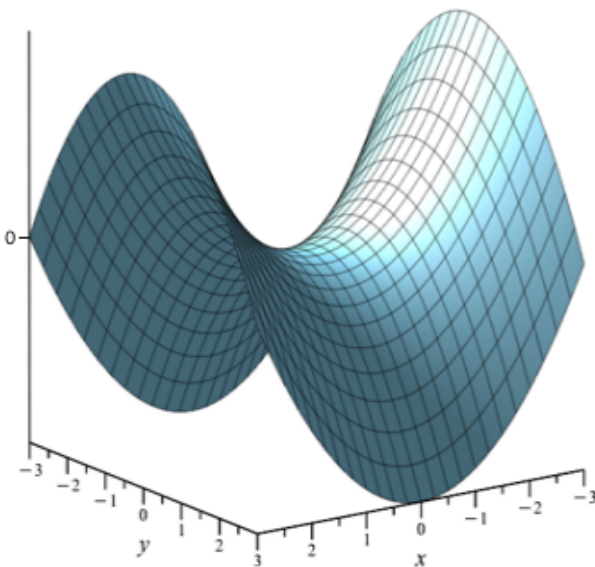
Denne oppgaven skal besvares i Inspira. Du skal ikke legge ved utregninger på papir.

Hvilken funksjon hører sammen med hvilken graf?

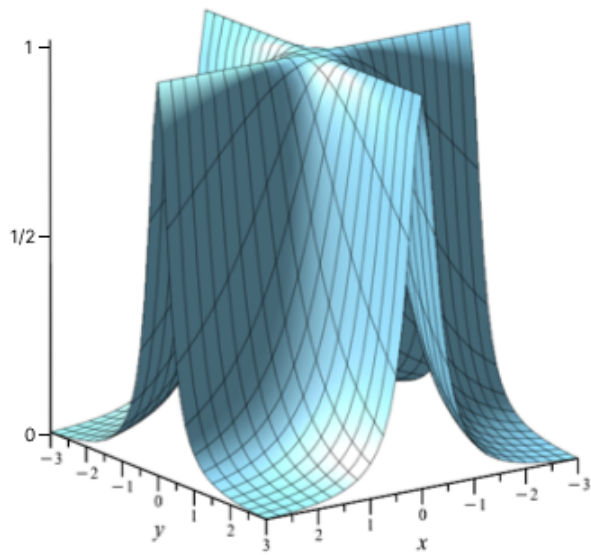
Figur A



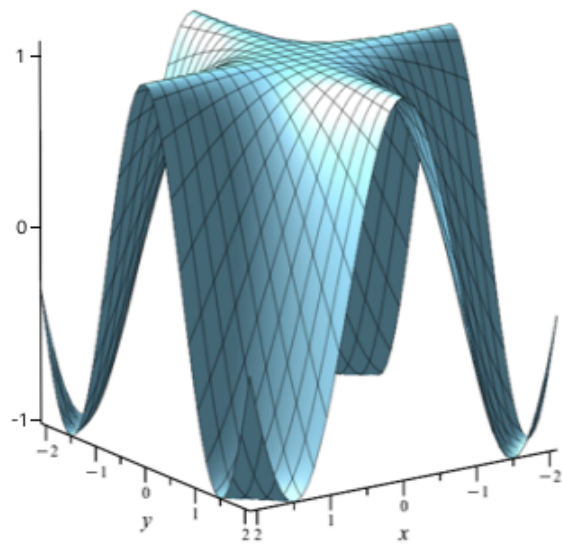
Figur B



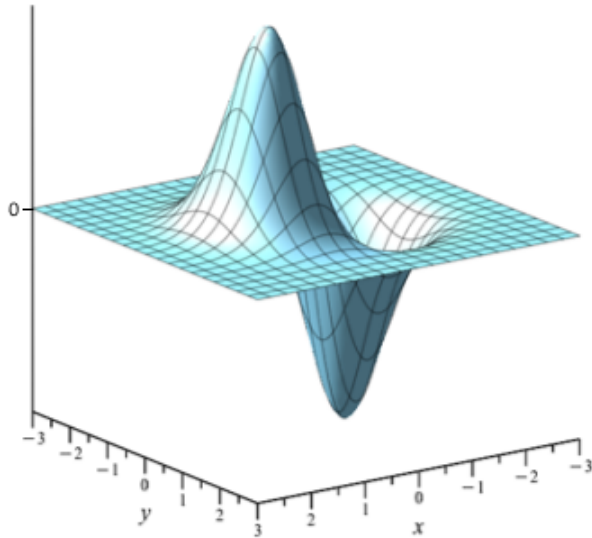
Figur C



Figur D



Figur E



Skriv bare én av bokstavene A, B, C, D, E i hvert felt under.

- Funksjonen  $f(x, y) = \cos(xy)$  og figuren  hører sammen.
- Funksjonen  $f(x, y) = y^2 - x^2$  og figuren  hører sammen.
- Funksjonen  $f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 y^2}$  og figuren  hører sammen.
- Funksjonen  $f(x, y) = x \cdot e^{-x^2 - y^2}$  og figuren  hører sammen.
- Funksjonen  $f(x, y) = x^2 - y^2$  og figuren  hører sammen.

---

Maks poeng: 10

## 5 Kopi av Oppgave 5: Taylor 1D

### Oppgave 5 (10 Poeng)

Denne oppgaven skal besvares i Inspira. Du skal ikke legge ved utregninger på papir.

La  $f(x) = \tan x$ ,  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ .

a)

Finn verdiene til  $f'$  og  $f''$  i punktet  $x = \frac{\pi}{4}$ . Angi svaret korrekt avrundet til 3 desimaler.

$$f'(\frac{\pi}{4}) = \boxed{\phantom{000}}.$$

$$f''(\frac{\pi}{4}) = \boxed{\phantom{000}}.$$

b)

Lag det 2. ordens taylorpolynomet  $P_2(x)$  om punktet  $x = \frac{\pi}{4}$  for funksjonen  $f$ . Bruk polynomet  $P_2(x)$  til å finne en tilnærming til verdien  $\tan(\frac{\pi}{4} + 0.1)$ . Angi svaret korrekt avrundet til 3 desimaler.

$$\tan(\frac{\pi}{4} + 0.1) \approx P_2(\frac{\pi}{4} + 0.1) = \boxed{\phantom{000}}.$$

---

Maks poeng: 10