i Forside

Eksamensoppgåve i IMAA1002, IMAG1002, IMAT1002, VB6040 Matematikk for ingeniørfag 1
Dato: 10.12.2024

Fagleg kontakt:
IMAA1002 (Ålesund)
Elias Sandal
IMAG1002 og VB6040 (Gjøvik)
Anders Oulie
IMAT1002 (Trondheim)
Torkil Utvik Stai
Alice Petronella Hedenlund

Kjem til eksamenslokalet: NEI

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel:
C: Spesifiserte trykte og handskrivne hjelpemidlar tillat. Bestemt, enkel kalkulator tillat.
Vi spesifiserer at *ingen* trykte eller handskrivne hjelpemidlar er tillatne, med unntak av det vedlagte formelarket.
Tillatne kalkulatorar:

- Casio FX-82CW, Casio FC100 V2, Casio fx-82ES PLUS og Casio fx-82EX
- Citizen SR-270X og Citizen SR-270X College
- Hewlett Packard HP30S

ANNA INFORMASJON:

Les oppgåvene nøye og gjer opp dine eigne meiningar. Presiser i svara kva for føresetnadar du har lagt til grunn i tolking/avgrensing av oppgåva.

Fagleg kontaktperson kontaktast berre dersom det er direkte feil eller manglar i oppgåvesettet. Vend deg til ei eksamensvakt om du meiner det er feil eller manglar. Noter spørsmålet ditt på førehand.

FAGSPESIFIKK INFORMASJON

Handteikningar:
I oppgåve **1, 6, 9 og 14** er det lagt opp til at du skal svare på ark. Andre oppgåver skal du svare direkte på i Inspera. Nedst i oppgåva finn du ein sjusifra kode. Fyll inn denne koden øvst til venstre på dei arka du ynskjer å levere.

Det er tilrådd å gjere dette undervegs i eksamen. Dersom du treng tilgang til kodane etter at eksamenstida har gått ut, må du klikke «Sjå levering».

Du er sjølv ansvarleg for å fylle inn riktige kodar på eventuelle handteikningsark/ark for handteikningar. Les difor informasjonen om omslagsarket nøye. Eksamenskontoret kan ikkje garantere at feilaktig utfylte ark blir lagt til svara dine.

Vekting av oppgåvene:

Det er molig å oppnå totalt 100 poeng.

Oppgåve 5 gir maksimalt 4 poeng.

Oppgåve 10 gir maksimalt 5 poeng.

Oppgåve 2, 3, 4 og 12 gir maksimalt 6 poeng.

Oppgåve 7 gir maksimalt 7 poeng.

Oppgåve 1, 6, 8, 9 og 13 gir maksimalt 8 poeng.

Oppgåve 11 og 14 gir maksimalt 10 poeng.

Varslingar:

Eventuelle beskjedar under eksamen (f.eks. ved feil i oppgåvesettet), sendes ut via varslingar i Inspera. Eit varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen i Inspera. Du kan finne att varselet ved å klikke på bjølla i øvre høgre hjørne på skjermen.

Trekk frå/avbroten eksamen:

Dersom du ynskjer å levere blankt/avbryte eksamen, gå til «hamburgarmenyen» i øvre høgre hjørne og vel «Lever blankt». Dette kan ikkje angrast sjølv om prøven framleis er open.

Tilgang til svara dine:

Etter eksamen finn du svara dine under tidlegare prøver i Inspera. Merk at det kan ta ein vyrkedag før eventuelle handteikningar vert tilgjengelege under «tidlegare prøvar».

1 Oppgave/Oppgåve 1

Du skal svara på denne oppgåva på papir (med sjusifra kode) som vert skanna inn.

Du blir gitt tre elektriske komponentar A, B og C som du ønsker å finne den elektriske motstanden til. Motstanden til komponent A er x, komponent B har motstand y, og komponent C har motstand z. Dessverre har du ikkje tilgang til å måle motstanden av komponentane kvar for seg, men du har tilgang til tre forskjellige kretsar som du kan måle motstanden i.

- Krets 1 har ein motstand på $212\,\Omega$ og har 2 av komponent A, 3 av komponent B og 4 av komponent C. Det vil si at vi får likninga $2x+3y+4z=212$.
- Krets 2 har ein motstand på $101\,\Omega$ og har 1 av komponent A, 5 av komponent B og 0 av komponent C. Det vil si at vi får likninga $x+5y=101$.
- Krets 3 har ein motstand på $158\,\Omega$ og har 8 av komponent A, 0 av komponent B og 4 av komponent C. Det vil si at vi får likninga $8x+4z=158$.

Løys likningssettet for å finne motstanden x, y og z til kvar av dei tre komponentane.

Maks poeng: 8

2 Oppgave/Oppgåve 2

Du skal svara på denne oppgåva i Inspera. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

La $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Kva er determinanten til matrisa A?

$\det(A) = \square$

Rund av svaret til nærmaste heiltal.

Maks poeng: 6

3 Oppgave/Oppgåve 3

Du skal svara på denne oppgåva i Inspera. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

La $T\colon \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ være lineærtransformasjonen gitt ved $T(x, y, z) = \begin{bmatrix} 2x - 3z \\ 2y + 4z \end{bmatrix}$.

Finn ei matrise A slik at $T(x, y, z) = A \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$.

$A =$

$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\square$

Maks poeng: 6

4 Oppgave/Oppgåve 4

Du skal svara på denne oppgåva i Inspera. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

La

$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 0 \end{bmatrix}$ og $\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ c \\ 5 \end{bmatrix}$.

Finn konstanten c slik at vektoren $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -25 \end{bmatrix}$ ligg i underrommet $\text{span}(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$.

$c =$ ☐

Rund av til nærmaste heiltal.

Maks poeng: 6

5 Oppgave/Oppgåve 5

Du skal svara på denne oppgåva i Inspera. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

Kva for ein av dei følgande er ein basis for $\mathbb{R}^3$?

Vel eitt alternativ

- $\{(-1,0,0),\ (-1,1,1)\}$
- $\{(1,1,0),\ (0,0,2),\ (1,1,2),\ (1,1,1)\}$
- $\{(1,1,0),\ (0,0,2),\ (1,1,2)\}$
- $\{(1,1,0),\ (0,1,0),\ (1,0,0)\}$
- $\{(1,0,0),\ (1,1,0),\ (1,1,1)\}$
- $\{(1,0,0),\ (0,1,0),\ (0,0,1),\ (1,0,1)\}$
- $\{(1,0,0),\ (1,1,2)\}$

Merk at i denne oppgåva bruker vi notasjonen

$$(x,y,z) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

Maks poeng: 4

6 Oppgave/Oppgåve 6

Du skal svara på denne oppgåva på papir (med sjusifra kode) som vert skanna inn.

La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}.$$

Finn inversmatrisa A^{-1}.

Maks poeng: 8

7 Oppgave/Oppgåve 7

Du skal svara på denne oppgåva i Inspera. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

Sjå på det komplekse talet $z = 4 - 2i$. Rund av til 2 desimalars nøyaktigheit.

1. Kva er realdelen og kva er imaginærdelen til z?
   $\mathrm{Re}(z) =$ ☐ , $\mathrm{Im}(z) =$ ☐

2. Skriv z på polarform. Vinklane skal være i radianar og ligge i intervallet $[-\pi, \pi)$.
   $z =$ ☐ $(\cos($ ☐ $) + i\sin($ ☐ $))$

3. Skriv z på eksponentialform. Vinklane skal være i radianar og ligge i intervallet $[-\pi, \pi)$.
   $z =$ ☐ $\exp(i$ ☐ $)$

Maks poeng: 7

8 Oppgave/Oppgåve 8

Du skal svara på denne oppgåva i Inspera. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

La $z_1 = 2 + i$ og $z_2 = 5 + 5i$. Finn den kartesiske forma til dei følgande komplekse tala.

1. $z_1 z_2 =$ ☐ $+$ ☐ i

2. $\overline{z_1} z_2 =$ ☐ $+$ ☐ i

3. $\frac{z_1}{z_2} =$ ☐ $+$ ☐ i

Rund av til eitt desimal etter komma.

Maks poeng: 8

9 Oppgave/Oppgåve 9

Du skal svara på denne oppgåva på papir (med sjusifra kode) som vert skanna inn.

Finn alle løysingane til likninga $z^3 = 8i$.

Maks poeng: 8

10 Oppgave/Oppgåve 10

Du skal svara på denne oppgåva i Inspera. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

Finn verdien til integralet

$$\int_0^3 x^2 e^{x^3/3} \mathrm{d}x = \boxed{}$$

Rund av til nærmaste heiltal.

Maks poeng: 5

11 Oppgave/Oppgåve 11

Du skal svara på denne oppgåva i Inspera. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

La $f(t) = t^3 e^t$.

1. Kva for eit av følgande uttrykk er $f'(t)$?

Vel eitt alternativ

- $f'(t) = 3t^3 e^t + t^2 e^t$
- $f'(t) = (3t^2 + t^3)e^t$
- $f'(t) = 2t^2 e^t + t^3 e^t$
- $f'(t) = 2t^2 e^t$
- $f'(t) = 3t^2 e^t$
- $f'(t) = t^3 e^t$

2. Kva for ei av følgande differensiallikningar har funksjonen f som ei løysing?

Vel eitt alternativ

- $tf'(t) - 2f(t) = 0$
- $tf'(t) - e^t f(t) = 0$
- $tf'(t) - e^t f(t) = 0$
- $f'(t) - 3f(t)/t - f(t) = 0$
- $f'(t) - (t^2 - e^t)f(t) = 0$
- $f'(t) - 3f(t)/t = 0$

Maks poeng: 10

12 Oppgave/Oppgåve 12

Du skal svara på denne oppgåva i Inspera. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

Finn løysinga på initialverdiproblemet
$$y(x)y'(x) = e^{3x}, \qquad y(0) = 1.$$

Vel eitt alternativ

- $y(x) = \sqrt{\frac{2}{3}e^{6x} + 1}$
- $y(x) = \sqrt{\frac{2}{3}e^{3x} + \frac{1}{3}}$
- $y(x) = e^{3x}$
- $y(x) = e^{-3x}$
- $y(x) = \sqrt{\frac{2}{3}e^{3x} + 1}$
- $y(x) = \frac{2}{3}e^{3x} + \frac{1}{3}$
- $y(x) = \frac{2}{3}e^{-3x}$

Maks poeng: 6

13 Oppgave/Oppgåve 13

Du skal svara på denne oppgåva i Inspera. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

Differensiallikninga $4y''(x) - 4y'(x) + y(x) = \cos(2x)$ har ei partikulær løysing på forma $y_p(x) = A\cos(2x) + B\sin(2x)$.

Finn konstantane A og B .

$A =$ ☐ , $B =$ ☐

Rund av til to desimal etter komma.

Maks poeng: 8

14 Oppgave/Oppgåve 14

Du skal svara på denne oppgåva på papir (med sjusifra kode) som vert skanna inn.

Sjå på følgande system av førsteordens differensiallikningar

$$x_1'(t) = 3x_1(t) + x_2(t),$$
$$x_2'(t) = x_1(t) + x_2(t).$$

1. Skriv systemet på matriseform, altså på forma $\vec{x}\,'(t) = A \cdot \vec{x}(t)$ kor A er ei matrise og $\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$.
2. Finn eigenverdiane og eigenvektorane til matrisa A.
3. Finn den generelle løysinga til systemet av differensiallikningar.
4. Finn løysinga av systemet som tilfredsstill initialvilkåra $x_1(0) = 2 \quad \text{og} \quad x_2(0) = \sqrt{2}.$

Maks poeng: 10