Kopi av Fremside

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i IMAA2012, IMAA2022, IMAG2012, IMAG2022, IMAT2012 og IMAT2022

Eksamensdato: 10.05.2024

Eksamenstid (fra-til): 09:00 - 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Hjelpemiddelkode C. Godkjent kalkulator. Ingen håndskevne eller trykte hjelpemidler, formelark er lagt ved eksamen som en pdf-fil.

Faglig kontakt under eksamen:
Tlf.: Stine Marie Berge (93478689)

Faglig kontakt møter i eksamenslokalet: Nei

ANNEN INFORMASJON:

Skaff deg overblikk over oppgavesettet før du begynner på besvarelsen din.

Les oppgavene nøye, gjør dine egne antagelser og presiser i besvarelsen hvilke forutsetninger du har lagt til grunn i tolkning/avgrensing av oppgaven. Faglig kontaktperson kontaktes kun dersom det er direkte feil eller mangler i oppgavesettet. Henvend deg til en eksamensvakt hvis du mistenker feil og mangler. Noter spørsmålet ditt på forhånd.

Håndtegninger: I oppgave **[2, 7]** er det lagt opp til å besvare på ark. Andre oppgaver skal besvares direkte i Inspera. Nederst i oppgaven finner du en sjusifret kode. Fyll inn denne koden øverst til venstre på arkene du ønsker å levere. Det anbefales å gjøre dette underveis i eksamen. Dersom du behøver tilgang til kodene etter at eksamenstiden har utløpt, må du klikke «Vis besvarelse».

Vekting av oppgavene: er gitt for hver oppgave. Det blir ikke gitt minus-poeng for feil eller manglende svar. Maksimal poengsum er 100 poeng på hele eksamen.

Varslinger: Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspera. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst til høyre.

Trekk fra/avbrutt eksamen: Blir du syk under eksamen, eller av andre grunner ønsker å levere blankt/avbryte eksamen, gå til "hamburgermenyen" i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.

Tilgang til besvarelse: Etter eksamen finner du besvarelsen din i arkivet i Inspera. Merk at det kan ta én virkedag før eventuelle håndtegninger vil være tilgjengelige i arkivet.

1 Kopi av Oppgave 1: Partiell derivasjon

Oppgave 1 (10 Poeng)
Denne oppgaven skal besvares i Inspera. Du skal ikke legge ved utregninger på papir.

a)
Gitt funksjonen $f(x, y) = 3x^2 + 2y - 4$.

Finn verdiene til de partiellderiverte i punktet $(1, 1)$.

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1,1) = \frac{\partial}{\partial x} f(x,y)|_{(1,1)} = \boxed{}\,.$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1,1) = \frac{\partial}{\partial y} f(x,y)|_{(1,1)} = \boxed{}\,.$$

b)
Gitt funksjonen $g(x, y) = \sqrt{x^4 + 2x^2y + 2xy^2 + 3}, \quad x \geq 0\,,\; y \geq 0$.

Finn verdiene til de partiellderiverte i punktet $(1, 2)$. Angi svarene med 2 desimaler.

$$\frac{\partial g}{\partial x}(1,2) = \frac{\partial}{\partial x} g(x,y)|_{(1,2)} = \boxed{}\,.$$
$$\frac{\partial g}{\partial y}(1,2) = \frac{\partial}{\partial y} g(x,y)|_{(1,2)} = \boxed{}\,.$$

Maks poeng: 10

2 Kopi av Oppgave 2, kritiske punkt

Oppgave 2 (10 Poeng)
Denne oppgaven skal besvares på papir (med sjusifret kode) som skannes inn.

La $f(x, y) = 8xy - 2x^2 - y^4$.

a)
Finn de kritiske punktene til funksjonen f.

b)
Klassifiser de kritiske punktene til funksjonen f. Med andre ord, avgjør om de kritiske punktene er sadelpunkter, lokale maksimumspunkter, lokale minimumspunkter, eller ingen av delene.

Maks poeng: 10

3 Kopi av Oppgave 3: Retningsderivert

Oppgave 3 (10 Poeng)
Denne oppgaven skal besvares i Inspera. Du skal ikke legge ved utregninger på papir.

Vi har funksjonsuttrykket $f(x, y) = 3x^2 - 2xy + 2y^2$.

a)
Finn gradienten i punktet $(x, y) = (1, 1)$.

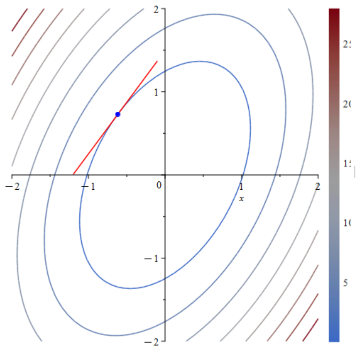
$\nabla f(1,1) = \square \; \overrightarrow{i} + \square \; \overrightarrow{j}$

b)
Vi starter i punktet $(1, 1)$, og beveger oss i retningen $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j} = \frac{3}{5}\vec{e_1} + \frac{4}{5}\vec{e_2}$.
Finn den retningsderiverte.

$D_{\vec{u}} f(1,1) = \square$

c)
Figuren under viser nivåkurver for funksjonen f. I tillegg viser figuren en tangentlinje til nivåkurven i et valgt punkt. Hvilken retning vil gradientvektoren ha i punktet?

- Alternativ 1: Gradientvektoren i punktet vil være **parallell** med tangentlinjen.
- Alternativ 2: Gradientvektoren i punktet vil stå **vinkelrett** på tangentlinjen.
- Alternativ 3: Retningen til gradientvektoren i punktet er **verken parallell eller vinkelrett** på tangentlinjen.



Svar: Alternativ $\square$ (skriv enten 1, 2, eller 3 i svarfeltet).

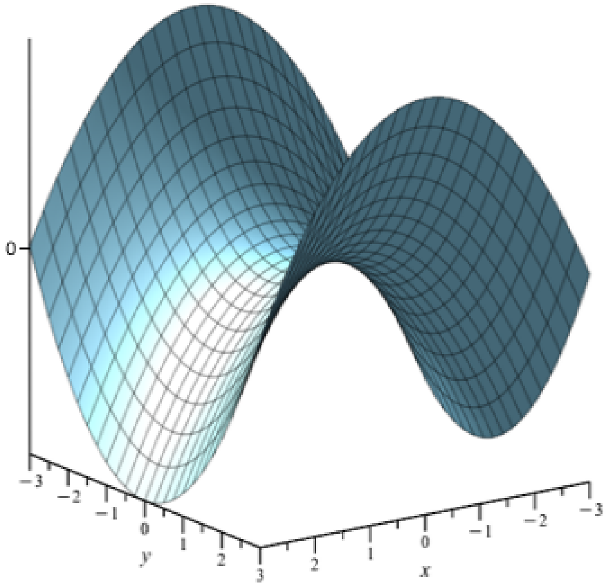
Maks poeng: 10

4 Kopi av Oppgave 4: Graf-forståelse

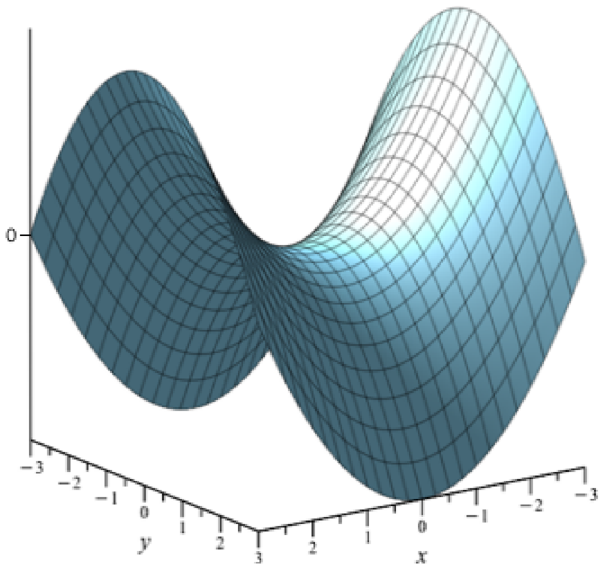
Oppgave 4 (10 Poeng)
Denne oppgaven skal besvares i Inspera. Du skal ikke legge ved utregninger på papir.

Hvilken funksjon hører sammen med hvilken graf?

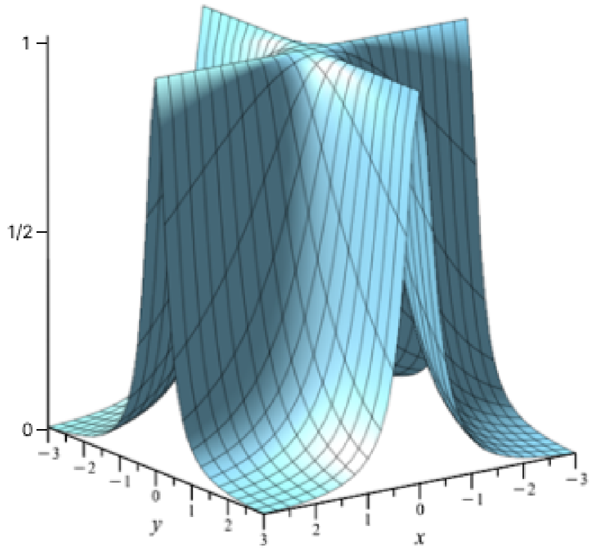
Figur A



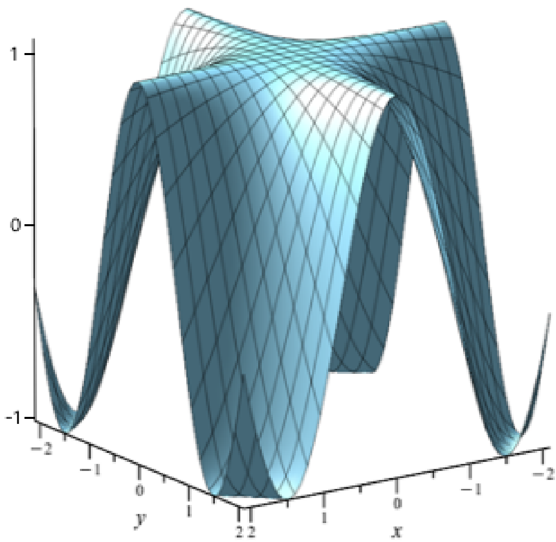
Figur B



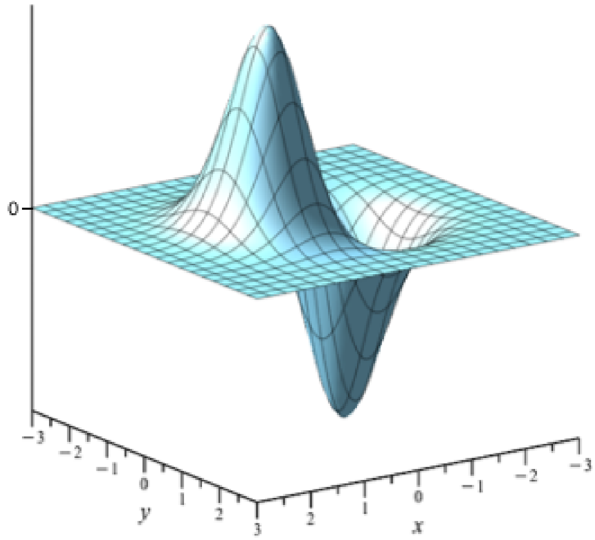
Figur C



Figur D



Figur E



Skriv bare én av bokstavene A, B, C, D, E i hvert felt under.

- Funksjonen $f(x, y) = \cos(xy)$ og figuren ______ hører sammen.
- Funksjonen $f(x, y) = y^2 - x^2$ og figuren ______ hører sammen.
- Funksjonen $f(x, y) = \dfrac{1}{1 + x^2y^2}$ og figuren ______ hører sammen.
- Funksjonen $f(x, y) = x \cdot e^{-x^2-y^2}$ og figuren ______ hører sammen.
- Funksjonen $f(x, y) = x^2 - y^2$ og figuren ______ hører sammen.

Maks poeng: 10

5 Kopi av Oppgave 5: Taylor 1D

Oppgave 5 (10 Poeng)

Denne oppgaven skal besvares i Inspera. Du skal ikke legge ved utregninger på papir.

La $f(x) = \tan x, \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}.$

a)

Finn verdiene til f' og f'' i punktet $x = \frac{\pi}{4}$. Angi svaret korrekt avrundet til 3 desimaler.

$f'(\frac{\pi}{4}) =$ ☐ .

$f''(\frac{\pi}{4}) =$ ☐ .

b)

Lag det 2. ordens taylorpolynomet $P_2(x)$ om punktet $x = \frac{\pi}{4}$ for funksjonen f. Bruk polynomet $P_2(x)$ til å finne en tilnærming til verdien $\tan(\frac{\pi}{4} + 0.1)$. Angi svaret korrekt avrundet til 3 desimaler.

$\tan(\frac{\pi}{4} + 0.1) \approx P_2(\frac{\pi}{4} + 0.1) =$ ☐ .

Maks poeng: 10