

## i Forside

**Eksamensoppgåve i IMAA1002, IMAG1002, IMAT1002, VB6040 Matematikk for ingeniørfag 1**

**Dato: 10.12.2024**

**Fagleg kontakt:**

**IMAA1002 (Ålesund)**

Elias Sandal

**IMAG1002 og VB6040 (Gjøvik)**

Anders Oulie

**IMAT1002 (Trondheim)**

Torkil Utvik Stai

Alice Petronella Hedenlund

**Kjem til eksamenslokalet: NEI**

**Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel:**

C: Spesifiserte trykte og handskrivne hjelpemidler tillat. Bestemt, enkel kalkulator tillat.

Vi spesifiserer at *ingen* trykte eller handskrivne hjelpemidler er tillatne, med unntak av det vedlagte formelarket.

Tillatne kalkulatorar:

- Casio FX-82CW, Casio FC100 V2, Casio fx-82ES PLUS og Casio fx-82EX
- Citizen SR-270X og Citizen SR-270X College
- Hewlett Packard HP30S

### **ANNA INFORMASJON:**

**Les oppgåvene nøye og gjer opp dine egne meiningar.** Presiser i svara kva for føresetnadar du har lagt til grunn i tolking/avgrensing av oppgåva.

**Fagleg kontaktperson kontaktast berre dersom det er direkte feil eller manglar i oppgåvesettet.** Vend deg til ei eksamensvakt om du meiner det er feil eller manglar. Noter spørsmålet ditt på førehand.

### **FAGSPESIFIKK INFORMASJON**

**Handteikningar:**

I oppgåve **1, 6, 9 og 14** er det lagt opp til at du skal svare på ark. Andre oppgåver skal du svare direkte på i Inspira. Nedst i oppgåva finn du ein sjusifra kode. Fyll inn denne koden øvst til venstre på dei arka du ynskjer å levere.

Det er tilrådd å gjere dette undervegs i eksamen. Dersom du treng tilgang til kodane etter at eksamenstida har gått ut, må du klikke «Sjå levering».

Du er sjølv ansvarleg for å fylle inn riktige kodar på eventuelle handteikningsark/ark for handteikningar. Les difor informasjonen om omslagsarket nøye. Eksamenskontoret kan ikkje garantere at feilaktig utfylte ark blir lagt til svara dine.

**Vekting av oppgåvene:**

Det er mulig å oppnå totalt 100 poeng.  
 Oppgåve 5 gir maksimalt 4 poeng.  
 Oppgåve 10 gir maksimalt 5 poeng.  
 Oppgåve 2, 3, 4 og 12 gir maksimalt 6 poeng.  
 Oppgåve 7 gir maksimalt 7 poeng.  
 Oppgåve 1, 6, 8, 9 og 13 gir maksimalt 8 poeng.  
 Oppgåve 11 og 14 gir maksimalt 10 poeng.

**Varslingar:**

Eventuelle beskjedar under eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), sendes ut via varslingar i Inspira. Eit varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen i Inspira. Du kan finne att varselet ved å klikke på bjølla i øvre høyre hjørne på skjermen.

**Trekk frå/avbroten eksamen:**

Dersom du ynskjer å levere blankt/avbryte eksamen, gå til «hamburgarmenyen» i øvre høyre hjørne og vel «Lever blankt». Dette kan ikkje angrast sjølv om prøven framleis er open.

**Tilgang til svara dine:**

Etter eksamen finn du svara dine under tidlegare prøver i Inspira. Merk at det kan ta ein vrykedag før eventuelle handteikningar vert tilgjengelege under «tidlegare prøvar».

## 1 Oppgave/Oppgåve 1

*Du skal svare på denne oppgåva på papir (med sjusifra kode) som vert skanna inn.*

Du blir gitt tre elektriske komponentar **A**, **B** og **C** som du ønsker å finne den elektriske motstanden til. Motstanden til komponent **A** er  **$x$** , komponent **B** har motstand  **$y$** , og komponent **C** har motstand  **$z$** . Dessverre har du ikkje tilgang til å måle motstanden av komponentane kvar for seg, men du har tilgang til tre forskjellige kretsar som du kan måle motstanden i.

- Krets 1 har ein motstand på  **$212\ \Omega$**  og har **2** av komponent **A**, **3** av komponent **B** og **4** av komponent **C**. Det vil si at vi får likninga  **$2x + 3y + 4z = 212$** .
- Krets 2 har ein motstand på  **$101\ \Omega$**  og har **1** av komponent **A**, **5** av komponent **B** og **0** av komponent **C**. Det vil si at vi får likninga  **$x + 5y = 101$** .
- Krets 3 har ein motstand på  **$158\ \Omega$**  og har **8** av komponent **A**, **0** av komponent **B** og **4** av komponent **C**. Det vil si at vi får likninga  **$8x + 4z = 158$** .

Løys likningssettet for å finne motstanden  **$x$** ,  **$y$**  og  **$z$**  til kvar av dei tre komponentane.

---

Maks poeng: 8

## 2 Oppgave/Oppgåve 2

Du skal svare på denne oppgåva i Inspira. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

$$\text{La } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Kva er determinanten til matrisa  $A$ ?

$$\det(A) = \boxed{\phantom{000}}$$

Rund av svaret til nærmaste heiltal.

---

Maks poeng: 6

## 3 Oppgave/Oppgåve 3

Du skal svare på denne oppgåva i Inspira. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

$$\text{La } T: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \text{ være lineærtransformasjonen gitt ved } T(x, y, z) = \begin{bmatrix} 2x - 3z \\ 2y + 4z \end{bmatrix}.$$

$$\text{Finn ei matrise } A \text{ slik at } T(x, y, z) = A \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

$A =$

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

---

Maks poeng: 6

## 4 Oppgave/Oppgåve 4

Du skal svare på denne oppgåva i Inspira. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

La

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ og } \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ c \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Finn konstanten  $c$  slik at vektoren  $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -25 \end{bmatrix}$  ligg i underrommet  $\text{span}(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ .

$$c = \boxed{\phantom{000}}$$

Rund av til nærmaste heiltal.

---

Maks poeng: 6

## 5 Oppgave/Oppgave 5

Du skal svare på denne oppgåva i Inspira. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

Kva for ein av dei følgjande er ein basis for  $\mathbb{R}^3$ ?

Vel eitt alternativ

- ☐  $\{(-1, 0, 0), (-1, 1, 1)\}$
- ☐  $\{(1, 1, 0), (0, 0, 2), (1, 1, 2), (1, 1, 1)\}$
- ☐  $\{(1, 1, 0), (0, 0, 2), (1, 1, 2)\}$
- ☐  $\{(1, 1, 0), (0, 1, 0), (1, 0, 0)\}$
- ☐  $\{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$
- ☐  $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 1)\}$
- ☐  $\{(1, 0, 0), (1, 1, 2)\}$

Merk at i denne oppgåva bruker vi notasjonen

$$(x, y, z) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

---

Maks poeng: 4

## 6 Oppgave/Oppgave 6

Du skal svare på denne oppgåva på papir (med sjusifra kode) som vert skanna inn.

La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}.$$

Finn inversmatrisa  $A^{-1}$ .

---

Maks poeng: 8

## 7 Oppgave/Oppgave 7

Du skal svare på denne oppgåva i Inspira. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

Sjå på det komplekse talet  $z = 4 - 2i$ . Rund av til 2 desimalars nøyaktighet.

1. Kva er realdelen og kva er imaginærdelen til  $z$ ?

$$\operatorname{Re}(z) = \boxed{\phantom{000}}, \operatorname{Im}(z) = \boxed{\phantom{000}}$$

2. Skriv  $z$  på polarform. Vinklane skal være i radianar og ligge i intervallet  $[-\pi, \pi)$ .

$$z = \boxed{\phantom{000}} (\cos(\boxed{\phantom{000}}) + i \sin(\boxed{\phantom{000}}))$$

3. Skriv  $z$  på eksponentialform. Vinklane skal være i radianar og ligge i intervallet  $[-\pi, \pi)$ .

$$z = \boxed{\phantom{000}} \exp(i \boxed{\phantom{000}})$$

---

Maks poeng: 7

## 8 Oppgave/Oppgave 8

Du skal svare på denne oppgåva i Inspira. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

La  $z_1 = 2 + i$  og  $z_2 = 5 + 5i$ . Finn den kartesiske forma til dei følgande komplekse tala.

1.  $z_1 z_2 = \boxed{\phantom{000}} + \boxed{\phantom{000}} i$

2.  $\overline{z_1} z_2 = \boxed{\phantom{000}} + \boxed{\phantom{000}} i$

3.  $\frac{z_1}{z_2} = \boxed{\phantom{000}} + \boxed{\phantom{000}} i$

Rund av til eitt desimal etter komma.

---

Maks poeng: 8

## 9 Oppgave/Oppgåve 9

*Du skal svare på denne oppgåva på papir (med sjusifra kode) som vert skanna inn.*

Finn alle løysingane til likninga  $z^3 = 8i$ .

---

Maks poeng: 8

## 10 Oppgave/Oppgåve 10

*Du skal svare på denne oppgåva i Inspira. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.*

Finn verdien til integralet

$$\int_0^3 x^2 e^{x^3/3} dx = \boxed{\phantom{000}}$$

Rund av til nærmaste heiltal.

---

Maks poeng: 5

## 11 Oppgave/Oppgave 11

Du skal svare på denne oppgåva i Inspira. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

La  $f(t) = t^3 e^t$ .

1. Kva for eit av følgande uttrykk er  $f'(t)$ ?

Vel eitt alternativ

- ☐  $f'(t) = 3t^3 e^t + t^2 e^t$
- ☐  $f'(t) = (3t^2 + t^3) e^t$
- ☐  $f'(t) = 2t^2 e^t + t^3 e^t$
- ☐  $f'(t) = 2t^2 e^t$
- ☐  $f'(t) = 3t^2 e^t$
- ☐  $f'(t) = t^3 e^t$

2. Kva for ei av følgande differensiallikningar har funksjonen  $f$  som ei løysing?

Vel eitt alternativ

- ☐  $tf'(t) - 2f(t) = 0$
- ☐  $tf'(t) - e^t f(t) = 0$
- ☐  $tf'(t) - e^t f(t) = 0$
- ☐  $f'(t) - 3f(t)/t - f(t) = 0$
- ☐  $f'(t) - (t^2 - e^t)f(t) = 0$
- ☐  $f'(t) - 3f(t)/t = 0$

---

Maks poeng: 10



## 12 Oppgave/Oppgave 12

Du skal svare på denne oppgåva i Inspira. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

Finn løysinga på initialverdiproblemet

$$y(x)y'(x) = e^{3x}, \quad y(0) = 1.$$

Vel eitt alternativ

☐  $y(x) = \sqrt{\frac{2}{3}e^{6x} + 1}$

☐  $y(x) = \sqrt{\frac{2}{3}e^{3x} + \frac{1}{3}}$

☐  $y(x) = e^{3x}$

☐  $y(x) = e^{-3x}$

☐  $y(x) = \sqrt{\frac{2}{3}e^{3x} + 1}$

☐  $y(x) = \frac{2}{3}e^{3x} + \frac{1}{3}$

☐  $y(x) = \frac{2}{3}e^{-3x}$

---

Maks poeng: 6

## 13 Oppgave/Oppgave 13

Du skal svare på denne oppgåva i Inspira. Du skal ikkje leggja ved utrekningar på papir.

Differensiallikninga  $4y''(x) - 4y'(x) + y(x) = \cos(2x)$  har ei partikulær løysing på forma  $y_p(x) = A \cos(2x) + B \sin(2x)$ .

Finn konstantane  $A$  og  $B$ .

$A =$    $, B =$

Rund av til to desimal etter komma.

---

Maks poeng: 8

## 14 Oppgave/Oppgåve 14

*Du skal svare på denne oppgåva på papir (med sjusifra kode) som vert skanna inn.*

Sjå på følgande system av førsteordens differensiallikningar

$$x_1'(t) = 3x_1(t) + x_2(t),$$

$$x_2'(t) = x_1(t) + x_2(t).$$

1. Skriv systemet på matriseform, altså på forma  $\vec{x}'(t) = A \cdot \vec{x}(t)$  kor  $A$  er ei matrise og

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}.$$

2. Finn eigenverdiane og eigenvektorane til matrisa  $A$ .
3. Finn den generelle løysinga til systemet av differensiallikningar.
4. Finn løysinga av systemet som tilfredsstill initialvilkåra  $x_1(0) = 2$  og  $x_2(0) = \sqrt{2}$ .

---

Maks poeng: 10