Oblig 9

Magnus Isaksen

18. november 2015

Exercise 1

a)

Når vi skal finne multiplisiteten til en Einstein krystall med N oscillatorer og en total energi $E = q\Delta\epsilon$

q er antallet energipakker og representerer derfor den totale energien i systemet.

N er antallet tilstander denne totale energien skal fordeles på. Altså hvordan energipakkene er fordelt i krystallen.

Dermed for å finne multiplisiteten må man se på hvor mange mulige måter energipakkene kan fordeles i krystallen.

Antall måter er $\Omega = \frac{(q+N-1)!}{(q+N-1-q)!(q!)} = \frac{(q+N-1)!}{q!(N-1)!}$ som da er det vi ville vise.

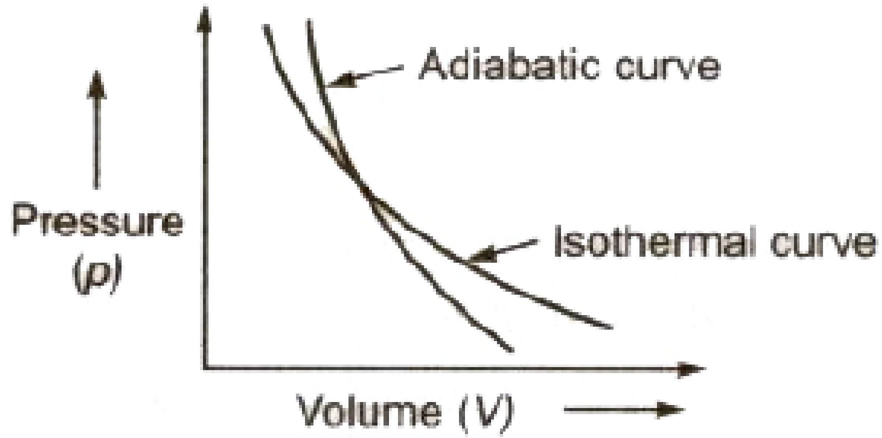
b)

Den idelle gasslov er $pV = TNk$

En adiabatisk prosess er når det ikke finnes noe varmeutveksling mellom omgivelsene og systemet.

En isoterm prosess er når det er varmeutveksling mellom systemet og omgivelsene.

I det isoterme tilfellet er temperaturen konstant siden systemet kan slippe ut energi til omgivelsene hvis det det blir for varmt eller ta inn energi hvis det er for kaldt. Men i den adiabatiske er vil temperaturen øke dersom volumet blir mindre og temperaturen øker, mens den vil minke hvis volumet blir større og trykket mindre.



c)

Endring i entropien i en ideell gass finner vi med.

$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_V}{T} dT = 3Nkln\frac{T_2}{T_1}$

Exercise 0.15

a)

Har $\varepsilon_i = S_i mB$ og partisjonsfunksjonen $Z = \sum_i exp\beta\varepsilon_i = \sum exp(\beta S_i mB)$ med $\beta = \frac{1}{kT}$ dette gir for en spinn tilfellet med spinn muligheter opp og ned.

$Z = exp(-\beta\varepsilon) + exp(\beta\varepsilon) = 2cosh(\beta\varepsilon) = 2cosh(\beta S_i mB)$

b)

For N spin tilstander

$Z = \sum_{S_1} \sum_{S_2} ... \sum_{S_N} exp(\frac{-\varepsilon(S_1+S_2...S_N}{kT}) = Z_1^N$

Da alle har spinn opp og ned vil vi få samme partisjonsfunksjon for alle tilstanden og dermed har vi $Z = Z_1^N$

Da alle partikler er fiksert til spesielle punkt deler vi ikke med N! da de er adskillbare.

c)

Helmholz fri energi finner vi med

$F = -kT\ln(z_N) = -kT\ln(Z_1^N) = -kTN\ln(2cosh(\frac{mB}{kT}) = -KTN(\ln 2 + \ln(cosh(\frac{mB}{kT})))$

d)

Entropien er gitt som

$S = (\frac{\partial F}{\partial T})_{V,N}$

$S = -\frac{\partial}{\partial T}(-kTN(\ln 2 - \ln cosh(\frac{mB}{kT})))$

$S = kN(\ln 2 - \ln cosh(\frac{mB}{kT}) - \frac{mB}{kT}tanh(\frac{mB}{kT}))$

e)

Gjennomsnitts spinnet finner vi ved

$\bar{S_i} = \sum S_i P(S_i)$

$P(S_i) = \frac{1}{Z_i}\sum exp(-\varepsilon/kT)$

$\bar{S_i} = \frac{1}{Z_1}(exp(-mB/kT) - exp(mB/kT))$

$\bar{S_i} = \frac{2sinh(\frac{mB}{kT})}{2cosh(\frac{mB}{kT})} = tanh(\frac{mB}{kT})$

f)

Når B blir stor går gjennomsnittet mot 1. Da B feltet blir sterkt vil den rette spinnene i en retning.

Når T blir stor går gjennomsnittet mot 0. Vil energien i partiklene føre til at B feltet ikke klarer å påvirke hvordan spinn partiklene har.

g)

Siden B og T er reelle tall vil B feltet påvirke hvordan spinnene retter seg. Dermed er sannsynlighetene alltid litt større mot