Oblig2

Magnus Isaksen

19. oktober 2015

Exercise 0.8

a)

Vet at for ideell gass er det kjemiske potensialet uten noen annen påført kraft

$\mu = kT\ln(\frac{n}{n_Q})$

Hvor n er partikkel tettheten og n_Q er en samling av konstanter.

Setter vi på en elektrisk kraft $F = Nq\Phi$

Får vi $\mu = \frac{\partial F}{\partial N} = kT\ln(\frac{n}{n_Q}) + q\Phi$

Der q er ladningen og Φ er den elektiske kraften.

b)

For å finne likevekts tilstanden skal Helmholz fri energi vær lavest mulig.

Samtidig skal summen av krefter være 0.

Dette finner jeg ved den deriverte av μ med hensyn på x.

Slik at $\frac{d\mu}{dx} = 0$, da må μ være konstant.

c)

Siden vi antar at n(x) er antisymmetrisk over $n(L/2) = n_0$.

kan vi skrive

$n_0 - n(x) = -(n_0 - n(L-x))$

$2n_0 = n(x) + n(L-x)$

og for $x = 0$ er

$$2n_0 = n(0) + n(L) \tag{1}$$

Og siden det skal være i likevekt er $\mu(0) = \mu(L)$

Dermed er

$kT\ln(\frac{n(0)}{n_Q} + q\Phi(0) = kT\ln(\frac{n(L)}{n_Q} + q\Phi(L)$

Hvor $\Phi(0) = 0$ og $\Phi(L) = \Phi_L$

Slik at

$kT\ln(n(0)) = kT\ln(n(L)) + q\Phi_L$

Løser for $n(L)$

$\ln n(0) = \ln n(L) + \frac{q\Phi_L}{kT}$

$n(0) = n(L)e^{\frac{q\Phi_L}{kT}}$

Setter inn i 1

$2n_0 = n(L)e^{\frac{q\Phi_L}{kT}} + n(L)$

som gir

$n(L) = \frac{2n_0}{e^{\frac{q\Phi_L}{kT}}+1}$

Løser så for $n(0)$

$\ln n(L) = \ln n(0) - \frac{q\Phi_L}{kT}$

setter inn

$2n_0 = n(0)e^{-\frac{q\Phi_L}{kT}} + n(0)$

$n(0) = \frac{2n_0}{e^{-\frac{q\Phi_L}{kT}}+1}$

d)

Exercise 0.9

a)

Gibbs sum

$\sum_N \sum_{s(N)} e^{\frac{N\mu - \epsilon_{s(N)}}{kT}}$

gir

$1 + e^{\frac{\mu-\epsilon}{kt}} + e^{\frac{2\mu-4\epsilon}{kt}} + e^{\frac{3\mu-9\epsilon}{kt}}$

b)

Partikkel tallet

$< N >= \sum_N NP(N) = 0 * P(0) + 1 * P(1)$

Sannsynligheten $P(1) = \frac{e^{\frac{0.2eV-0.2eV}{kt}}}{1+e^{\frac{0.2eV-0.2eV}{kt}}} = \frac{1}{2}$

som da også gir

$< N >= \frac{1}{2}$

c)

For kjemisk potensiale 0.6eV

$P(0.6) = \frac{e^{\frac{2*0.6-4*0.2eV}{kt}}}{1+e^{0.2eV-0.2eV}kt+e^{\frac{2*0.6eV-4*0.2eV}{kt}}} = \frac{1}{2}$

Dette gir ladnings tilstand

$< N >= 0 * 1 + 1 * \frac{1}{2} + 2 * \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

d)

For lave temperaturer går T mot 0 og dermed også gjennomsnittstilstanden, slik at grunntilstanden er eneste mulige. og dermed må alle være i denne tilstanden.

Exercise 0.10

a)

$\sum_N \sum_{s(N)} e^{-\frac{\varepsilon_{s(N)} - N\mu}{kT}}$

Hvor N er partikkeltallet, ε er bindings energien, μ er det kjemiske potensialet, k er Boltzmanns konstant og T er temperatur.

Grensene er satt slik at hvis N er 4 går grensen fra 0 til 3. Fikk ikke et helt tydelig bilde av hvordan s(N) oppførte seg, men tror grensene her går også som for N.

b)

For at

$P(1) = \frac{e^{\frac{\mu - \varepsilon(1)}{kT}}}{1 + e^{\frac{\mu - \varepsilon(1)}{kT}}} = \frac{X}{Z_G}$

Hvor $X = e^{\frac{\mu - \varepsilon(1)}{kT}}$

c)

For nøyaktig fire molekyler

$P(4) = \frac{e^{\frac{4\mu - 16\varepsilon(1)}{kT}}}{1 + e^{\frac{\mu - \varepsilon(1)}{kT}} + e^{\frac{2\mu - 4\varepsilon(1)}{kT}} + e^{\frac{3\mu - 9\varepsilon(1)}{kT}} + e^{\frac{4\mu - 16\varepsilon(1)}{kT}}} = \frac{X^4}{Z_G}$

d)

Herfra har jeg ikke fått gjordt resten. Var mye som var litt vanskelig å forstå i denne obligen.