

- Confidentiality
  - Privat Key / Public key
  - Ciphertext
- Private Key System
  - One Time Pad
    - XOR
    - Sikkerhed for One Time Pad
      - Bruteforce
  - Sikkerhed I secret-key
    - Samme key flere gange
    - Cost of attack
  - Ciphers
    - Stream Ciphers
    - Block Ciphers
  - Pro / Con
    - Hurtig / Nøgler
- Public Key System
  - Sikkerhed
  - Tilfældighed
  - Exhaustive search
  - RSA
    - Nøgler
    - (De)Kryptering
  - OAEP
    - Pks til Sks

## Confidentiality

---

Confidentiality, eller fortrolighed - altså at vi holder ting gemt for andre, kan vi inden for kryptografien gøre på to måder

# Private og public key

---

## Privat key

Enten bruger vi **private key**, hvor alle parter kender en hemmelig kode, som ingen andre må kende.

## Public key

Eller så bruger vi en **public key** system, hvor man har sin egen hemmelige nøgle, og andre har en offentlige nøgle.

Kort sagt, kan **andre sende** noget krypteret under ens offentlige nøgle, og kun en selv med den hemmelige kan læse det.

## Ciphertext

Så for begge gælder det at vi bruger en key til at krypter noget data, til hvad vi kalder **ciphertext**:

$$c = E_k(\text{data})$$

## Private key systemer

---

Lad os først tage et eksempel på hvordan **vi kan lave et private-key system**.

### One Time Pad

One Time Pad, har hvad vi kalder Ubetinget sikkerhed, hvilket betyder simpelt at det er sikkert, og **intet kan være mere sikkert**.

Uanset mængden af **computerkræft** til rådighed, vil man ikke kunne vide indholdet af en ciphertext.

Dette er ideen bag **One Time Pad**, hvor at en key kun bruges en gang.

## One Time Pad

- Keys bruges kun en gang
- Keys er lige så lange som beskeder
- Keys **XOR's** med beskeder for at få ciphertekst

Fordi XOR er en **uniform proces**, kan man ved at have ved at **have to fra sættes**

$$\{M, K, C\}$$

Altid få fat i den sidste.

## XOR

Derfor så har vi at One Time Pad virker:

$$C \oplus K = (M \oplus K) \oplus K = M \oplus (K \oplus K) = M$$

## Sikkerhed for One Time Pad

Key er **tilfældig**, så kun brute force kan virke.

Men fordi keyen er lige så lang som beskeden, vil det tage tiden  $2^t$  hvor  $t$  er længden af  $m$  at brute force.

$$\text{brute force tid} = 2^t$$

## Brute force

Men her kommer **problemet** ved brute force, nemlig at vi bruger **XOR**.

Derfor vil **mange plausible løsninger** komme frem, og vi **ved ikke hvilken** der er rigtig.

**One Time Pad virker kun**, hvis både sender og modtager **kender alle keys** for hver eneste besked der vil sendes frem og tilbage.

## Sikkerhed I secret-key

I virkelig verden deler **mange beskeder dog samme key**.

### Samme key flere gange

Derfor bruger vi **computational security**. Som er sikkerhed så kraftig, at det tager **urealistisk lang tid** at bryde det.

**Problem:** hvis samme besked sendes under samme key flere gange, kan man se det.

### NONCE

Det kan vi ikke lide, så derfor tager vores krypterings algoritme hvad vi kalder et **nonce**, der er unikt for hver kryptering.

Vores krypterings algoritme bliver da:

$$c = E_k(m, n)$$

Derfor vil en fremmed, aldrig kunne se at den samme besked er sendt flere gange under samme nøgle.

### Exhaustive search

Hvis en fremmed får fat i nogle beskeder og deres ciphertexter; kan han prøve at brute force deres nøgler.

Derfor bruger vi **lange nøgler**, med minimum 128 bit længde.

Private key: længde: 128 bit

Da der så vil være  $2^{128}$  **muligheder for nøglen**.

Hvilket er **for mange** til en fremmed at regne ud.

Et angreb vil altså have et for højt - **Cost of attack**.

Cost of attack

## Ciphers

I secrete key systemer, bruger vi to forskellige måde at lave ciphers på.

### Stream ciphers

Streamciphers gør det muligt at lave keys der er lige så lange som vores beskeder.

$G(k, n)$

Den tager vores *normale* key og vores nonce, hvorfor vi nu kan bruge XOR.

$c = m \oplus G$

**Forskellen** ved dette og den rigtige One Time Pad, er at **G kun ser tilfældig ud, men ikke er det.**

Det **kaldes** stream cipher, da man blot vil kunne **initialisere G** og så bare **streame fra den.**

### Block Ciphers

I stedet for at kryptere hele beskeden på en gang, så sker det **over flere gange.**

Der findes forskellige måder:

- **OFB: Output Feedback**
- **CBC: Cipher Block Chaining**
- **CTR: Counter Mode**

Alle tre måder virker ved:

$c = \text{ENC}_k(m, IV)$

Hvor IV (initialization vector) blot er det samme som nonce.

I **Output Feedback** kan **bruges** som en **stream** til at XOR med, og bruges som:  $ENCK(IV), ENCK(ENCK(IV)), \dots$

$$OFM = ENCK(IV), ENCK(ENCK(IV)), \dots$$

I **Cipher Block Chaining** arbejder vi altså med **blokke af data**, hvor den **sidste** er **pattet**. Vi lader cipherteksten tage den sidste ciphertekst som input

$$C_i = ENCK(M_i \oplus C_{i-1})$$

Og lader

$$C_0 = IV$$

I **Counter Mode** gør vi tæt på det samme, men holder en counter:

$$C_i = ENK(IV + i) \oplus M_i$$

## Pro / Con

### Hurtig

hurtigt 10-100 Mbytes/sec ved software, hurtigere ved dedikeret hardware

### Nøgler

key skal være delt før data sendes. Specielt problem hvis flere brugere skal kommunikere og alle have hinanden nøgle.

## Public key systemer

---

### Nøgler

Her har hvert part som sagt en privat og en offentlig nøgle.

Hvor man krypter med en public nøgle, og den private nøgle der passer til - er så den eneste der kan dekryptere beskeden igen.

## Sikkerhed

Der er en **speciel sammenhæng** i mellem ens private og en public nøgle - men som er meget svær at regne ud.

Så har man en public key, er det virkelig svært at udregne den private nøgle.

Derfor vil en fremmed der har en c og en publik key, ikke kunne se indholdet.

## Tilfældighed

Det er desuden vigtigt at hver kryptering indeholder noget tilfældigt.

For hvis man får en c, vil man blot kunne kryptere en masse indtil man får:

$$c' = c$$

Hvorfor man ved hvad c er.

## Exhaustive Search

Der findes algoritme der kan "hurtigt" udregne **sk fra pk**.

Så derfor bruger vi i public-key systemer meget større keys.

Jeg mindes vi brugte 2048 bit.

$$\text{Public key længde. 2048 bit}$$

## RSA

Er en måde at lave Public Key systemet på.

## Nøgler

Publik kexen består af to numre:

$$Pk = n \text{ og } e$$

Og Secrete key består af:

$$Sk = n \text{ og } d$$

N kaldes for modulet og er et **produkt af to primtal**. De andre numre er valgt til at tilfredstille en bestemt relation.

## kryptering

Så på grund af matematik (?) så virker kryptering ved:

$$c = m^e \% n$$

## Dekryptering

Og igen på grund af matematik så virker dekryptering ved at sige:

$$m = c^d \% n$$

## OAEP

En fremmed kan dog **lege med dekrypterings algoritmen**, og se hvordan den **opfører sig**, og derfor få visse information om secret keyen.

Derfor kan man bruge RSA+OAEP, der padder ens besked med noget tilfældigt data.

## Public key til secrete key

Man kunne f.eks bruge RSA+OAEP til at **opsætte secret key system** med, derved få nemmere og hurtigere sikkerhed.