

1. CONFIDENTIALITY

Magnus Jensen

- Motivation
 - Privat / Public key
 - Ciphertext
- Private key systemer
 - One Time Pad
 - XOR
 - Sikkerhed for One Time Pad B* røtforce
 - Sikkerhed I secret-key
 - Samme key flere gange
 - NONCE
 - Cost of attack
 - Ciphers
 - Stream ciphers
 - Block Ciphers
 - Pro / Con
 - Hastighed og Nøgler
- Public key systemer
 - Sikkerhed
 - Tilfældighed
 - Key længde
 - RSA
 - Nøgler
 - (De)Kryptering
 - OAEP
 - Public key til secrete key

CONFIDENTIALITY

1. Motivation

Confidentiality, eller fortrolighed - altså at vi holder ting gemt for andre, kan vi inden for kryptografi gøre på to måder.

1.1 Privat / Public key

Enten bruger vi **private key**, hvor alle parter kender en hemmelig kode, som ingen andre må kende.

Eller så bruger vi en **public key** system, hvor man har sin egen hemmelige nøgle, og andre har en offentlige nøgle.

Kort forklaret, kan **andre sende** noget krypteret under ens offentlige nøgle, og kun en selv med den hemmelige kan læse det.

1.2 Ciphertext

Så for begge gælder det at vi bruger en key til at krypter noget data, til hvad vi kalder **ciphertext**:

$$c = E_k(data)$$

2. Private key systemer

Lad os først tage et eksempel på hvordan **vi kan lave et private-key system**.

2.1 One Time Pad

One Time Pad er sådan et system, har hvad vi kalder **Ubetinget sikkerhed**, hvilket betyder simpelt at det er sikkert, og **intet kan være mere sikkert**.

Uanset mængden af **computerkræft** til rådighed, vil man ikke kunne vide indholdet af en ciphertext.

Dette er ideen bag **One Time Pad**, hvor at en key kun bruges en gang.

One Time Pad Key

- *Bruges kun en gang*
- *Er tilfældig*
- *Længde som besked*
- *Keys XOR's med beskeder for at få ciphertext*

Fordi XOR er en **uniform proces**, kan man ved at **have to fra sættes**

$$\{M, K, C\}$$

Altid udregne fat I den sidste.

2.1.1 XOR

Derfor så har vi at One Time Pad virker:

$$C \oplus K = (M \oplus K) \oplus K = M \oplus (K \oplus K) = M$$

2.1.2 Sikkerhed for One Time Pad

Key er **tilfældig**, så kun brute force kan virke.

Men fordi keyen er lige så lang som beskeden, vil det tage tiden 2^t hvor t er længden af m at brute force.

$$\text{brute force tid} = 2^t$$

2.1.2.1 BRUTEFORCE

Men her kommer **problemet** ved brute force, nemlig at vi bruger **XOR**.

Derfor vil **mange plausible løsninger** komme frem, og vi **ved ikke hvilken** der er rigtig.

One Time Pad virker kun, hvis både sender og modtager **kender alle keys** for hver eneste besked der vil sendes frem og tilbage.

2.2 Sikkerhed I secret-key

I virkelig verden deler **mange beskeder dog samme key**.

2.2.1 Samme key flere gange

Derfor bruger vi **computational security**. Som er sikkerhed så kraftig, at det tager **urealistisk lang tid** at bryde det.

Problem: hvis samme besked sendes under samme key flere gange, kan man se det.

2.2.2 NONCE

Det kan vi ikke lide, så derfor tager vores krypterings algoritme hvad vi kalder et **nonce**, der er unikt for hver kryptering.

Vores krypterings algoritme bliver da:

$$c = E_k(m, n)$$

Derfor vil en fremmed, aldrig kunne se at den samme besked er sendt flere gange under samme nøgle.

2.2.3 Cost of attack

Hvis en **fremmed får fat** i nogle beskeder og deres ciphertexter; kan han prøve at brute force deres nøgler.

Derfor bruger vi **lange nøgler**, med minimum 128 bit længde.

| *Private key: længde: 128 bit*

Da der så vil være 2^{128} **muligheder for nøglen**.

Hvilket er **for mange** til en fremmed at regne ud.

Et angreb vil altså have et for højt - **Cost of attack**.

2.3 Ciphers

I private key systemer, bruger vi to forskellige måde at lave ciphers på.

2.3.1 Stream ciphers

Streamciphers gør det muligt at **lave keys** der er **lige så lange som vores beskeder**.

| $G(k, n)$

Den tager vores *normale key* og vores *nonce*, hvorfor vi nu kan bruge XOR.

| $c = m \oplus G(K, n)$

Forskellen ved dette og den rigtige One Time Pad, er at G **kun ser tilfældig ud, men ikke er det**.

Det **kaldes** stream cipher, da man blot vil kunne **initialisere G** og så bare **streame fra den**.

2.3.2 Block Ciphers

I stedet for at kryptere hele beskeden på en gang, så sker det **over flere gange**.

Der findes forskellige måder:

- **OFB: Output Feedback**
- **CBC: Cipher Block Chaining**
- **CTR: Counter Mode**

Alle tre måder virker ved:

$$c = ENC_k(m, IV)$$

Hvor IV (initialization vector) blot er det samme som nonce.

Output Feedback kan bruges som en **stream** til at XOR med, og bruges som: $ENC_k(IV)$, $ENC_k(ENC_k(IV))$, ...

$$OFM = ENC_k(IV), ENC_k(ENC_k(IV)), \dots$$

I **Cipher Block Chaining** arbejder vi altså med **blokke af data**, hvor den **sidste er pattet**. Vi lader krypteringen tage den sidste ciphertekst som input

$$C_i = ENC_k(M_i \oplus C_{i-1})$$

Og lader

$$C_0 = IV$$

I **Counter Mode** gør vi tæt på det samme, men holder en counter:

$$C_i = ENC_k(IV + i) \oplus M_i$$

2.4 Pro / Con

2.4.1 Hastighed og Nøgler

Pro: Secret key systemer er hurtige, 10-100 Mbytes/sec ved software, hurtigere med dedikeret hardware

Con: Key skal være delt før data sendes. Specielt problem hvis flere brugere skal kommunikere og alle have hinanden nøgle.

3. Public key systemer

Her har hvert part som sagt en privat og en offentlig nøgle.

Hvor man krypter med en public nøgle, og den private nøgle der passer til - er så den eneste der kan dekryptere beskeden igen.

3.1 Sikkerhed

Der er en **speciel sammenhæng** i mellem ens private og en public nøgle - men som er meget svær at regne ud.

Så har man en public key, er det virkelig **svært at udregne den private nøgle**.

Derfor vil en fremmed der har en c og en publik key, ikke kunne se indholdet.

3.1.1 Tilfældighed

Det er desuden vigtigt at hver kryptering indeholder noget tilfældigt.

For hvis man får en c, vil man blot kunne kryptere en masse indtil man får:

$$c' = c$$

Hvorfor man ved hvad c er.

3.1.2 Key længde

Der findes algoritme der kan "hurtigt" udregne **sk fra pk**.

Så derfor bruger vi i public-key systemer meget større keys.

Jeg mindes vi brugte 2048 bit.

Public key længde: 2048 bit

3.2 RSA

Er en måde at lave Public Key systemet på.

3.2.1 Nøgler

Publik keyen består af to numre:

$$Pk = e \text{ og } n$$

Og Secrete key består af:

$$Sk = d \text{ og } n$$

N kaldes for modulet og er et **produkt af to primtal**. De andre numre er valgt til at tilfredstille en bestemt relation.

3.2.2 (De)Kryptering

Så på grund af matematik (?) så virker kryptering ved:

$$c = m^e \% n$$

Og igen på grund af matematik så virker dekryptering ved at sige:

$$m = c^d \% n$$

3.2.3 OAEP

En fremmed kan dog **lege med dekrypterings algoritmen**, og se hvordan den **opfører sig**, og derfor få visse information om secret keyen.

Derfor kan man bruge RSA+OAEP, der padder ens besked med noget tilfældigt data.

3.2.3.1 PUBLIC KEY TIL SECRETE KEY

Man kunne f.eks bruge RSA+OAEP til at **opsætte secret key system** med, derved få nemmere og hurtigere sikkerhed.