Kompetansemål

Beskrive de sentrale prinsippene i den spesielle og generelle relativitetsteorien og gjøre rede for hvordan disse har endret vår forståelse av tid, rom og felt

4A: Referansesystemer

Et referansesystem er et system man beskriver bevegelse i forhold til.

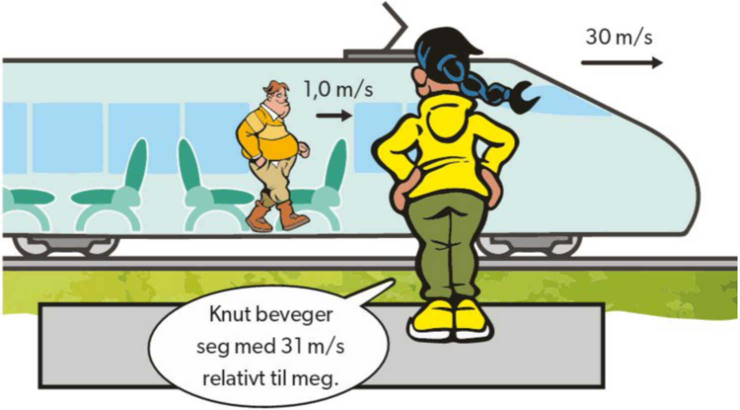


Figure: Addisjonsregelen for fart i Newtons mekanikk

4A: Galileitransformasjoner for posisjon

$$x = x' + V \cdot t$$
$$t = t'$$

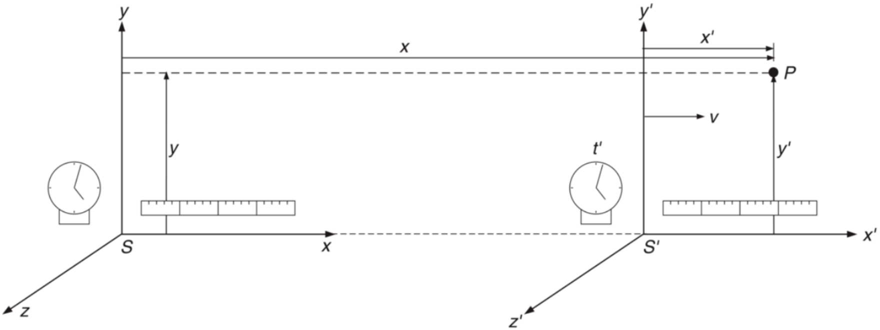


Figure: Galileitransformasjonen for posisjon

$$v_x = \frac{d}{dt}\left(x' + V \cdot t\right) = v'_x + V$$

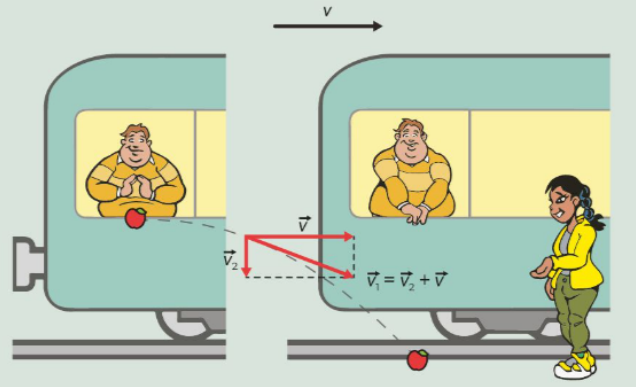


Figure: Galileitransformasjonen for fart

4A: Newtons 1. lov (treghetsloven)

Dersom det ikke virker noen krefter på en gjenstand, eller hvis summen av kreftene på det er lik null, så vil gjenstanden enten forbli i ro eller fortsette å bevege seg med konstant fart i en rettlinjet bevegelse.

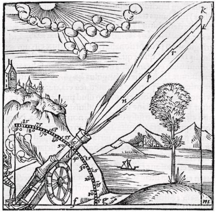


Figure: Aristoteles mente at bevegelsen bare fortsetter så lenge det virker en kraft.

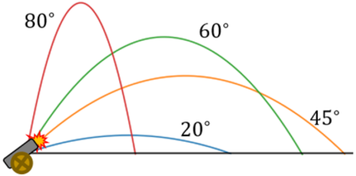


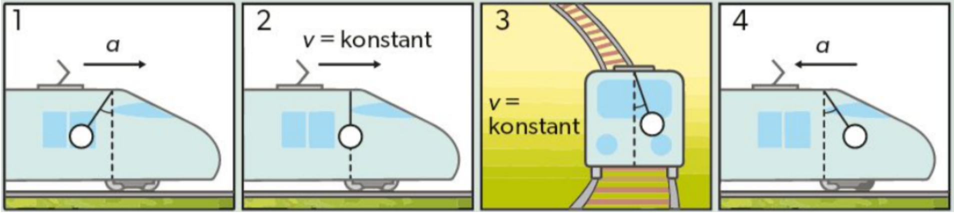
Figure: Isaac Newton (1643–1727) var den første som klart uttalte at en bevegelse fortsetter så lenge det ikke virker noen kraft på den.

4A: Treghetssystem

Et treghetssystem er et referansesystem der treghetsloven (Newtons 1. lov) gjelder.

Newtons 1. lov

Dersom det ikke virker noen krefter på en gjenstand, eller hvis summen av kreftene på det er lik null, så vil gjenstanden enten forbli i ro eller fortsette å bevege seg med konstant fart i en rettlinjet bevegelse.



Spørsmål

I hvilke situasjoner, i togets referansesystem, gjelder treghetsloven?

Corioliseffekten

Corioliseffekten beskriver hvordan en bevegelse, som er rettlinjet i forhold til et koordinatsystem i ro, avbøyes dersom koordinatsystemet roterer. Avbøyningen er ikke forårsaket av en reell fysisk kraft, men av rotasjonen. (snl.no)

Dette **lavtrykket** over Island roterer mot klokken på grunn av balanse mellom corioliseffekten og trykkgradienten.

Luften/skyene beveger seg mot sentrum i et lavtrykk.

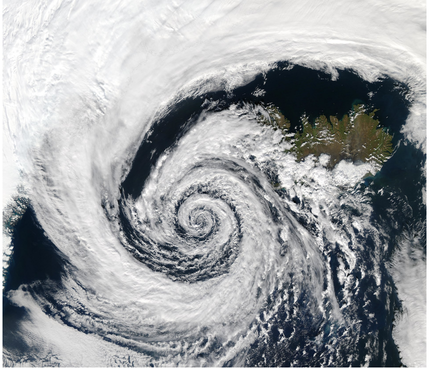


Figure: (no.wikipedia)

Forestill deg en sky som beveger seg fra nord til sør.

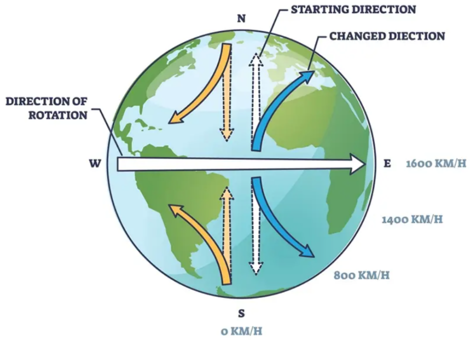


Figure: https://www.studyiq.com/articles/coriolis-force-coriolis-effect/

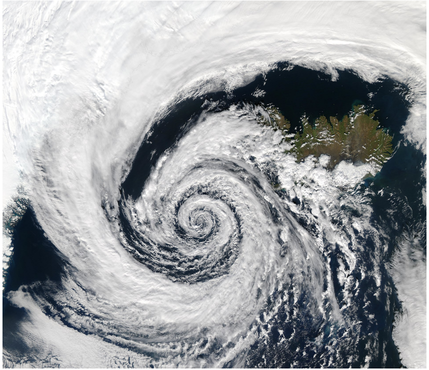
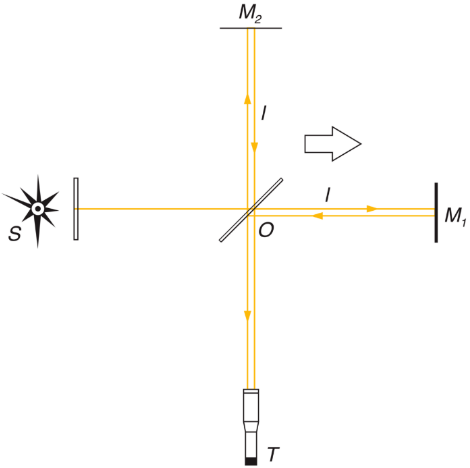


Figure: Lavtrykk over Island

4B: Michelson-Morley-eksperimentet (1887)

Ifølge eter-forestillingen skulle forskjellen i reisetid, Δt, være $\Delta t = \frac{v^2 l}{c^3}$



Lovene i mekanikken har samme form i alle treghetssystemer.

Dette betyr at ingen mekaniske eksperimenter kan avgjøre om et system er i ro eller i jevn, rettlinjet bevegelse.

I boken *Dialogen om de to verdenssystemene (geosentrisk og heliosentrisk)* fra 1632, beskrev han et tankeeksperiment om et skip som beveger seg med jevn fart:

> *«Lukk deg inne i et rom under dekk på et stort skip som beveger seg jevnt og rett frem. Alle bevegelser du observerer der inne, dråper som faller, fisker som svømmer, eller en flue som flyr, vil arte seg på nøyaktig samme måte som når skipet ligger stille.»*

4B: Hva betyr det at lovene har samme form i alle treghetssystemer?

Det betyr at alle lovene i mekanikken, som for eksempel Newtons lover, har *samme matematiske form* i alle treghetssystemer.

Galilei-transformasjon: $x' = x - Vt, \quad v' = v - V \quad$ og $\quad t' = t.$

$$v' = \frac{dx'}{dt} = \frac{d(x - Vt)}{dt} = v - V$$

$$a' = \frac{dv'}{dt} = \frac{d(v - V)}{dt} = a$$

$$\Rightarrow \quad F' = ma' = ma = F$$

Konklusjon: Akselerasjonen er den samme i begge treghetssystemene, og derfor har Newtons 2. lov

$$F = ma$$

samme *form* i både treghetssystem S og treghetssystem S'.

4B: Einsteins postulater (1905)

Spesiell relativitetsteori bygger på to grunnleggende postulater som utvider Galileis relativitetsprinsipp til også å gjelde lys og elektromagnetisme:

1. **Alle fysikkens lover har samme form i alle treghetssystemer.**

   Dette er en videreføring av Galileis relativitetsprinsipp: ingen eksperimenter (verken mekaniske eller elektromagnetiske) kan avsløre om et system beveger seg med konstant fart eller står stille.

2. **Lyshastigheten i vakuum er den samme i alle treghetssystemer.**

   Lysets hastighet er $c = 3.00 \times 10^8 \ \mathrm{m/s}$ for alle observatører. Dette bryter med Galilei-transformasjonene.

Konsekvens: For at begge postulater skal være sanne, må vi erstatte Galilei-transformasjonen med ***Lorentz-transformasjonen*** ⚠ , der både posisjons- og tids-koordinatene endres når man går fra ett treghetssystem til et annet.

4B: Definisjon av en hendelse

En hendelse er noe som skjer på et bestemt punkt i **tid og rom**.

Eksempler:

- Et lynnedslag som treffer bakken.
- To biler som kolliderer.
- En fotball som sparkes.

For å beskrive en hendelse trenger vi **fire koordinater:**

$$(t, x, y, z)$$

Disse kalles ofte *rom-tid-koordinater*.

4B: Definisjon av samtidighet

To hendelser i punktene A og B i et treghetssystem skjer samtidig dersom to lyssignaler som sendes ut ved hendelsene, møtes i midtpunktet mellom A og B.

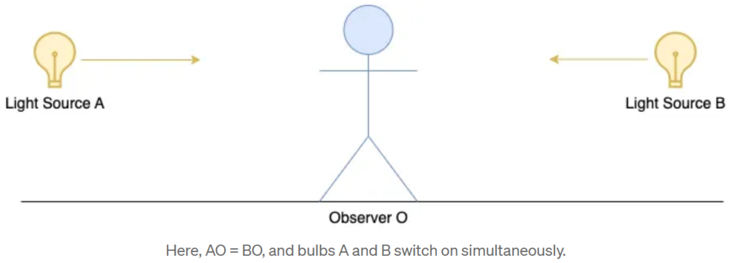
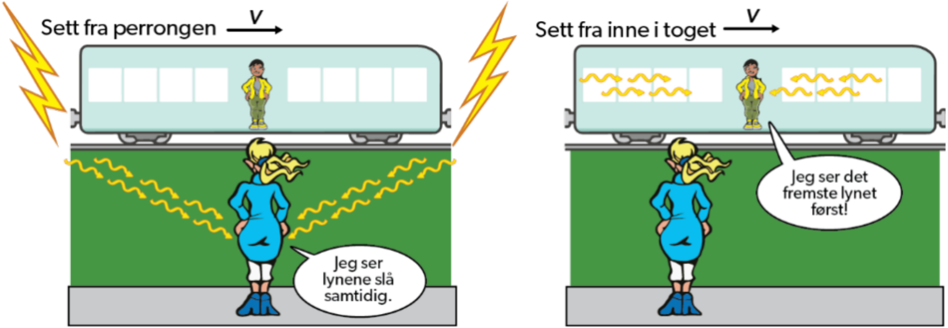


Figure: https://www.cantorsparadise.com/simultaneity-absolute-or-relative-94b4ae69179b

4B: Samtidighet er relativt

- Når to hendelser skjer samtidig på to ulike steder i ett treghetssystem, skjer de *ikke* samtidig i et annet treghetssystem som beveger seg i forhold til det første.
- Når to hendelser skjer samtidig på samme sted, skjer de samtidig i alle treghetssystemer.



4B: Metode for å synkronisere to klokker i samme treghetssystem

En blitz er plassert midt mellom to observatører. Observatørene har tidligere avtalt å nullstille klokkene sine (t=0) med en gang de ser lyset fra blitzen.

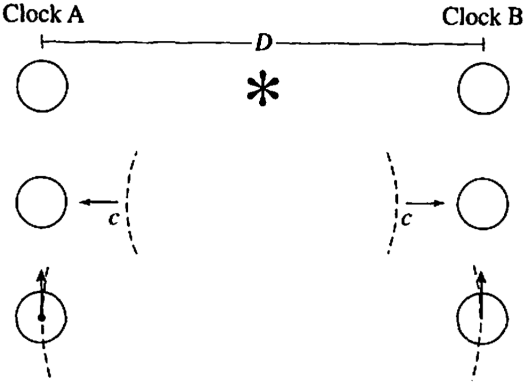


Figure: Special Relativity (T. M. Helliwell)

4C: Hviletid og hvilelengde

Hviletid er tidsintervallet mellom **to hendelser** som skjer på **samme sted** i et treghetssystem.

Hviletiden måles med en klokke som er **i ro** i forhold til systemet der hendelsene skjer.

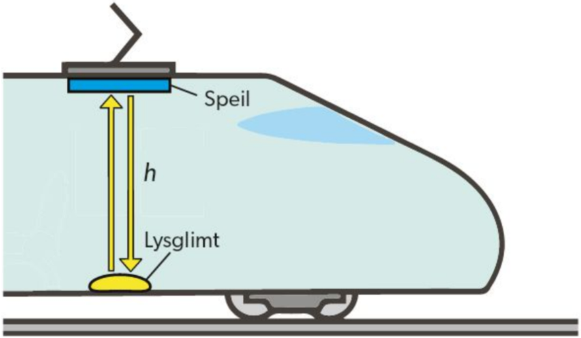
$$t_0 = \text{hviletid}$$

Hvilelengde er lengden av en gjenstand målt med en meterstokk som er i ro i forhold til gjenstanden.

$$L_0 = \text{hvilelengde}$$

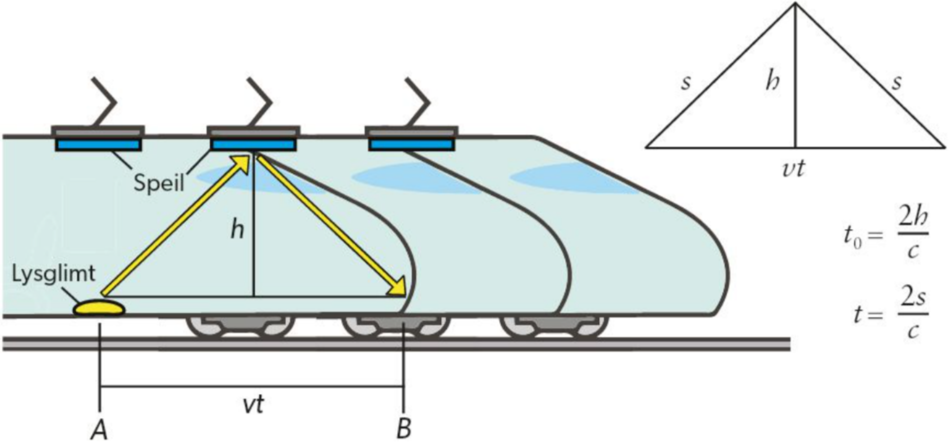
Lyset bruker tiden t_0 fra gulvet opp til speilet og ned igjen til gulvet, målt med en klokke som er i ro i forhold til toget.

$$t_0 = \frac{2h}{c} \iff h = \frac{1}{2} c t_0$$



4C: Utledning av formel for hviletid (2/3)

Lyset bruker tiden t fra A opp til speilet og ned til B, målt med klokker som er i ro i forhold til bakken.



$$t_0 = \frac{2h}{c}$$

$$t = \frac{2s}{c}$$

4C: Utledning av formel for hviletid (3/3)

Pytagoras:

$$s^2 = \left(\frac{1}{2}vt\right)^2 + h^2$$

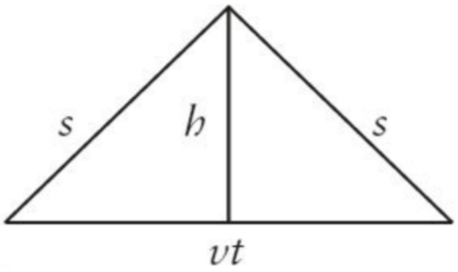
Sett inn

$$s = \frac{1}{2}ct$$

og

$$h = \frac{1}{2}ct_0$$

og løs for t.



4C: Tidsforlengelse (tidsdilatasjon)

- Tiden mellom to hendelser som skjer på **samme sted** i treghetssystem A, er hviletiden t_0.
- I et annet treghetssystem B, som beveger seg med farten v i forhold til A, skjer hendelsene på **forskjellige steder**, og tidsintervallet som måles der er t.

Sammenhengen mellom tidene:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

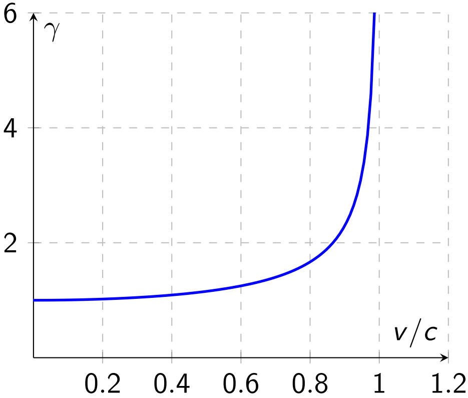
Tolkning: En klokke som beveger seg med hastighet v går **saktere** sett fra et annet treghetssystem.

4C: Lorentzfaktoren

Lorentzfaktoren beskriver hvordan tid, lengde og masse endrer seg når et objekt beveger seg med hastighet v nær lyshastigheten c:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

- Når $v \ll c$, er $\gamma \approx 1$ (klassisk grense).
- Når v nærmer seg c, øker γ kraftig.
- $\gamma \in [1, \infty\rangle$
- $\gamma^{-1} = \sqrt{1 - (v/c)^2} \in [0, 1\rangle$



Ser at $\gamma \in [1, \infty\rangle$.

4C: Tidsforlengelse med Lorentzfaktor

- Tiden mellom to hendelser som skjer på **samme sted** i treghetssystem A, er hviletiden t_0.
- I et annet treghetssystem B, som beveger seg med farten v i forhold til A, måles et lengre tidsintervall, t.

Sammenhengen mellom tidene:

$$t = \gamma\, t_0, \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \qquad \gamma \in [1, \infty\rangle$$

Omvendt:

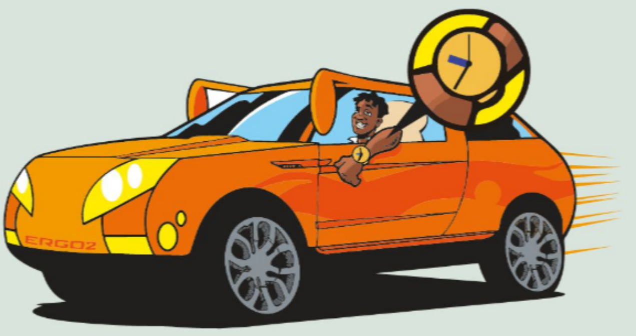
$$t_0 = \sqrt{1-(v/c)^2} \cdot t, \qquad \sqrt{1-(v/c)^2} \in [0, 1\rangle$$

Tolkning: Klokker som beveger seg i forhold til oss, **tikker saktere**.

4C: Hvem sin klokke viser hva?

Elias kjører en «framtidsbil» med farten $v = 0{,}60c$ i forhold til oss.

- Hvem sin klokke, vår eller Elias sin, viser tidsintervallet t, og hvem sin klokke viser tidsintervallet t_0?
- Hvor lang tid observerer vi at sekundviseren på Elias sin klokke bruker på ett tikk?
- Hvor mange sekunder viser Elias sin klokke når vår klokke har tikket ett sekund?



$$t = \gamma t_0, \quad \gamma \in [1, \infty\rangle$$

$$t_0 = \sqrt{1-(v/c)^2}\cdot t, \quad \sqrt{1-(v/c)^2} \in [0, 1\rangle$$

4C: Myonekspressen (1/2)

Myoner dannes når energirike protoner fra verdensrommet treffer molekyler i jordatmosfæren. Dette skjer ca. 10 km over bakken.

Myonene har en hvile-levetid på 2,20 μs og farten v = 0,998c i forhold til jordoverflaten.

Ifølge klassisk fysikk skulle myonene bevege seg strekningen

$$s = v \cdot t_0 = 0,998 \cdot 3,00 \cdot 10^8 \ m/s \cdot 2,20 \cdot 10^{-6} \ s = 659 \ m$$

før de forsvinner.

Likevel kan vi observere dem ved jordoverflaten. Hvordan kan det ha seg?

4C: Myonekspressen (2/2)

Målt fra jordoverflaten har myonene farten $v = 0,998c$. Det gir lorentzfaktoren

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0{,}998c}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,998^2}} = 15,82 \approx 15,8$$

Sett fra jordoverflaten blir levetiden

$$t = \gamma t_0 = 15,82 \cdot 2,20\ \mu s = 34,80\ s \approx 34,8\ \mu s$$

På denne tiden beveger myonene seg strekningen s i jordas referansesystem:

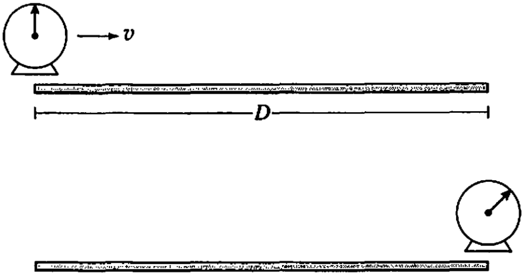
$$s = v \cdot t = 0,998 \cdot 3,00 \cdot 10^8\ s \cdot 34,0 \cdot 10^{-6}\ s = 10,4\ km$$

En klokke med farten v beveger seg forbi en stav med hvilelengde L_0, $(D = L_0)$.

$$t = \gamma t_0$$

t er tiden vi måler at klokka bruker på å bevege seg lengden L_0.

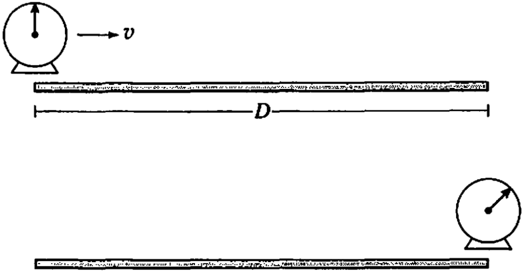
t_0 et tiden som klokken viser når den er vis-à-vis stavens høyre endepunkt.



Sett fra vårt treghetssystem, har staven lengden $L_0 = v \cdot t$.

Sett fra klokken sitt treghetssystem, har staven lengden $L = v \cdot t_0$.

$$t = \gamma t_0$$
$$\frac{L_0}{v} = \gamma \frac{L}{v}$$
$$L_0 = \gamma L$$
$$L = L_0 \sqrt{1 - (v/c)^2}$$



Lengden til en gjenstand som beveger farten v i forhold til oss, blir forkortet med faktoren $\gamma^{-1} = \sqrt{1 - (v/c)^2}$.

4C: Lengdeforkortelse

En gjenstand med hvilelengden L_0 beveger seg med farten v i forhold til oss. Da måler vi en kortere lengde L, gitt ved

$$L = L_0\sqrt{1 - (v/c)^2}$$

Lengden blir altså kortere, med faktoren

$$\sqrt{1 - (v/c)^2} \in [0, 1\rangle$$

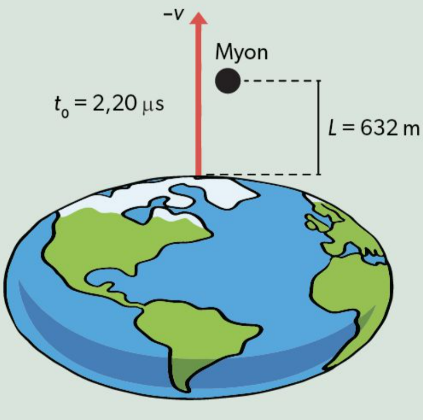
sammenlignet med hvilelengden L_0.

4C: Myonekspressen

I myonets eget referansesystem er avstanden til jorda forkortet med faktoren $\sqrt{1-(v/c)^2}$:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1-(v/c)^2}$$
$$L \approx 10{,}0 \text{ km} \cdot \sqrt{1-(0{,}998)^2} \approx 0{,}63 \text{ km}$$

For myonet virker derfor avstanden til jordoverflaten så liten at det rekker ned til jorden før det henfaller.



Sett fra myonene beveger jorda seg oppover med farten $v = 0{,}998c$. Avstanden ned til jordoverflaten er $L_0 = 10$ km målt fra jorda. Men sett fra myonene er avstanden bare 0,63 km.

4D: Relativistisk bevegelsesmengde

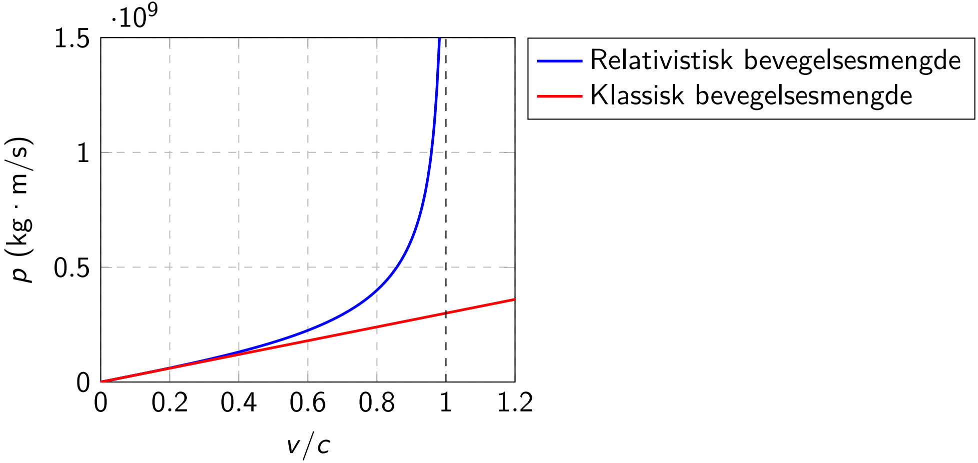
Når en gjenstand med massen m beveger seg med farten v, er bevegelsesmengden til gjenstanden gitt ved

$$p = \gamma m v$$

der $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$.

- Med dette relativistiske uttrykket for p viser det seg at bevaringsloven for bevegelsesmengde gjelder i alle treghetssystemer, slik Einsteins 1. postulat krever.
- Det er først når farten er større enn 10 % av lysfarten at vi trenger å ta hensyn til relativitetsteorien.

4D: Grafen til relativistisk bevegelsesmengde (1 kg)



4D: Akselerasjon av protoner ved LHC (Oppgave)

Regn ut kraften som trengs for å øke farten til et proton fra 0,010c til 0,090c i løpet av 1,0 sekund.

4D: Akselerasjon av protoner ved LHC (Løsning)

Regn ut kraften som trengs for å øke farten til et proton fra 0,010c til 0,090c i løpet av 1,0 sekund.

Løsning:
Når farten er mindre enn 10 % av lysfarten, kan vi regne klassisk:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 0{,}080 \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{1{,}0}\ \mathrm{N} = 4{,}0 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{N}$$

4D: Akselerasjon av protoner ved LHC (Oppgave)

Regn ut kraften som trengs for å øke farten fra 0,91c til 0,99c i løpet av 1,0 s.

4D: Akselerasjon av protoner ved LHC (Løsning)

Regn ut kraften som trengs for å øke farten fra 0,91c til 0,99c i løpet av 1,0 s.

Løsning: Når farten er større enn 10 % av lysfarten, må vi ta hensyn til relativistiske effekter:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\gamma_2 v_2 - m\gamma_1 v_1}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t}(\gamma_2 v_2 - \gamma_1 v_1)$$

$$= \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}}{1{,}0}\left(\frac{0{,}99 \cdot 3{,}00 \cdot 10^8}{\sqrt{1-(0{,}99)^2}} - \frac{0{,}91 \cdot 3{,}00 \cdot 10^8}{\sqrt{1-(0{,}91)^2}}\right) \text{ N}$$

$$\approx 2{,}4 \cdot 10^{-18} \text{ N}$$

4D: Akselerasjon av protoner ved LHC (Eksempel 8 side 180)

Hvorfor kan vi ikke akselerere partikler opp til lysfarten?

4D: Relativistisk totalenergi og relativistisk kinetisk energi

Den relativistiske totalenergien til en gjenstand er gitt ved

$$E = \gamma mc^2$$

Den relativistiske kinetiske energien til en gjenstand er gitt ved

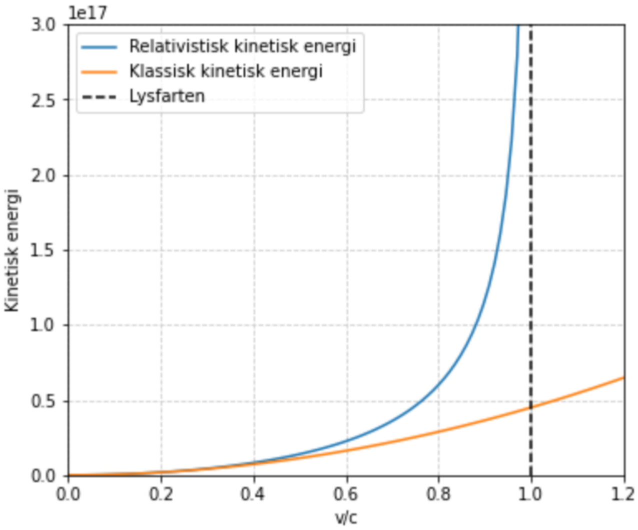
$$E_k = E - E_0$$

der $E = \gamma mc^2$ er totalenergien, og $E_0 = mc^2$ er hvileenergien til gjenstanden.

Det er enkelt å vise at den relativistiske kinetiske energien kan skrives som

$$E_k = mc^2(\gamma - 1)$$

4D: Grafen til relativistisk og klassisk kinetisk energi



4D: Sammenhengen mellom energi og bevegelsesmengde

Dersom vi setter sammen uttrykkene for bevegelsesmengde, $p = \gamma m v$, og totalenergi, $E = \gamma m c^2$, får vi en nyttig sammenheng mellom energi og bevegelsesmengde:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

$$E^2 = (pc)^2 + E_0^2$$

Utledningen er en fin regneøvelse.

Formelen gjelder også for $m = 0$, og gir oss formelen for bevegelsesmengden til fotoner:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

4D: Protoner i akselerator (Eksempel 9 side 183)

I en akselerator har et proton fått den kinetiske energien 2,50 GeV.

a) Bestem protonets totale energi i joule.

Løsning: Protonets hvileenergi er $E_0 = 0{,}9383$ GeV. Den totale energien er da

$$\begin{aligned} E &= E_k + E_0 \\ &= 2{,}50 \text{ GeV} + 0{,}9383 \text{ GeV} \\ &= 3{,}4383 \text{ GeV} \\ &= 3{,}4383 \cdot 10^9 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ &\approx 5{,}50 \cdot 10^{-10} \text{ J} \end{aligned}$$

4D: Protoner i akselerator (Eksempel 9 side 183)

I en akselerator har et proton fått den kinetiske energien 2,50 GeV.

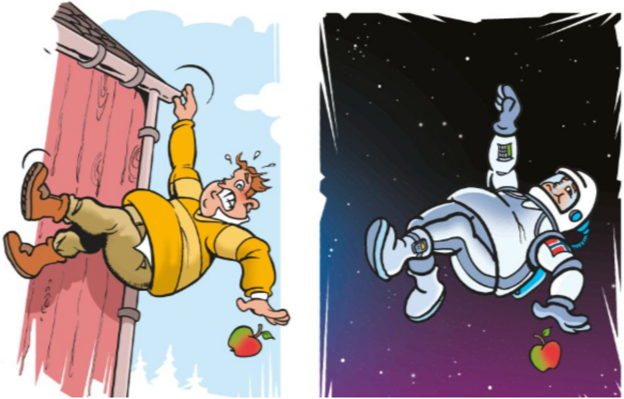
b) Bestem bevegelsesmengden til protonet.

Løsning: Vi løser formelen $E^2 = (pc)^2 + E_0^2$ med hensyn på bevegelsesmengden p og setter inn $E = 3{,}4383$ GeV og $E_0 = 0{,}9383$ GeV:

$$
\begin{aligned}
p &= \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{c} \\
&= \frac{\sqrt{(3{,}4383 \cdot 10^9 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19})^2 - (0{,}9383 \cdot 10^9 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19})^2}}{3{,}00 \cdot 10^8}\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s} \\
&\approx 1{,}76 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}
\end{aligned}
$$

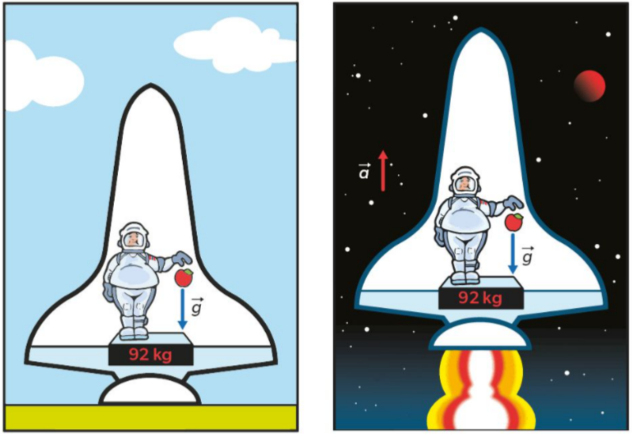
4E: Ekvivalensprinsippet del 1 i den generelle relativitetsteorien

Et referansesystem i fritt fall er ekvivalent med et treghetssystem.



4E: Ekvivalensprinsippet del 2 i den generelle relativitetsteorien

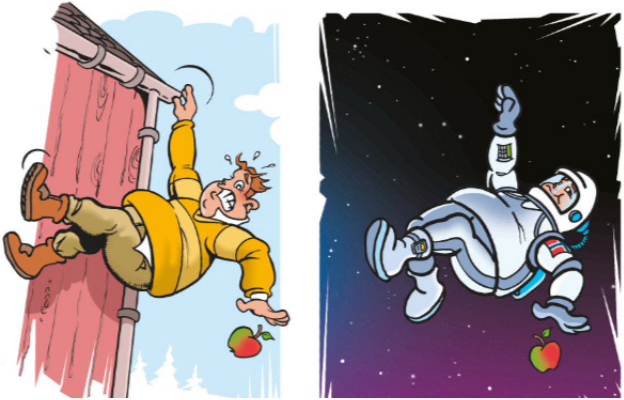
Det er ikke mulig å avgjøre om vi er i et gravitasjonsfelt med feltstyrken g eller i et akselerert referansesystem med akselerasjonen $a = g$. Situasjonene er ekvivalente.



4E: Einsteins treghetssystem

Et referansesystem i fritt fall i et **lokalt** område der gravitasjonsfeltet er homogent, er et treghetssystem.

Dersom Knut er i fritt fall, kan Knut hevde at han er i ro, og at det er bakken som akselererer mot ham.



4E: Det generelle relativitetsprinsippet

For å kunne beskrive inhomogene gravitasjonsfelt postulerte Einstein et **utvidet relativitetsprinsipp**: alle fysikkens lover skal ha samme form i alle referansesystemer, også i akselererte systemer.

Det generelle relativitetsprinsippet: Fysikkens lover har samme form i alle referansesystemer.

- Den generelle relativitetsteorien likestiller alle referansesystemer og sier at gravitasjon er ekvivalent med akselerasjon.
- Teorien er derfor en **gravitasjonsteori**.
- Gravitasjon er ikke lenger en kraft, men en **geometrisk egenskap ved tidrommet**.

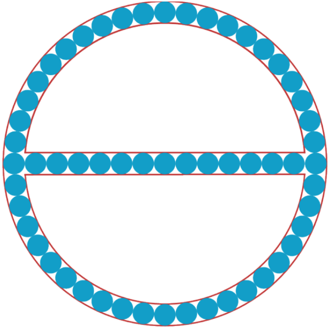
Sirkelens omkrets og diameter: O og d
Antall kuler rundt sirkelen: n_O
Antall kuler langs diameteren: n_d
Diameteren til kulene: x

$$O = \pi \cdot d$$

Men omkretsen kan også uttrykkes som:

$$O \approx n_0 \cdot x \approx \pi \cdot n_d \cdot x \Leftrightarrow \pi \approx \frac{n_O}{n_d}$$

Vi kan altså finne en tilnærmet verdi for π ved å dele antall kuler i omkretsen på antall kuler i diameteren.

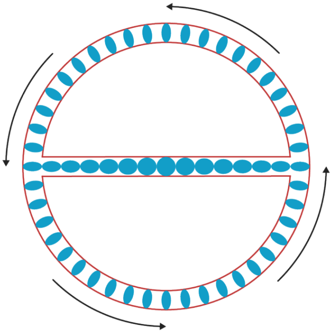


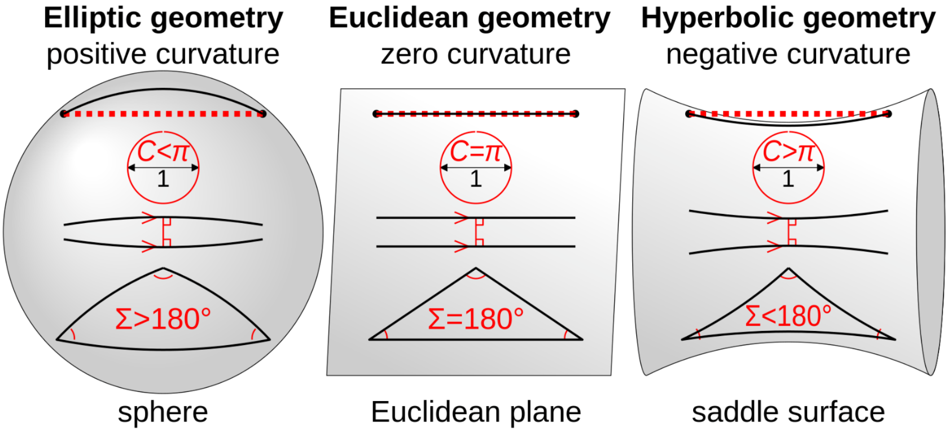
4E: Tidrommets geometri er hyperbolsk

Dersom vi roterer skiva, vil alle kulene langs kanten bli kortere i fartsretningen. Det betyr at vi trenger flere kuler for å dekke inn den samme omkretsen.

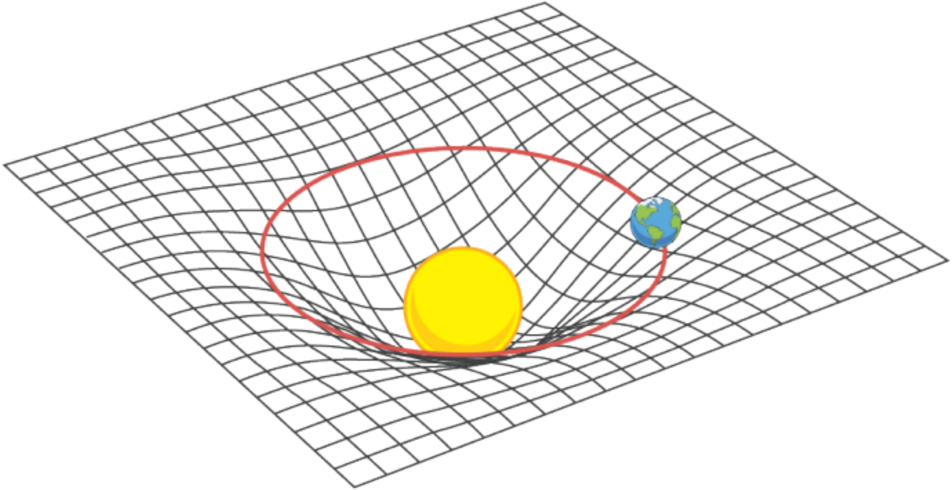
$$\pi < \frac{n_O}{n_d}$$

- Einstein konkluderte med at når kulene får en sentripetalakselerasjon, så endrer geometrien seg fra flat til krum.
- Ekvivalensprinsippet sier at det ikke er forskjell mellom et akselerert referansesystem og et gravitasjonsfelt.
- Da må det også være slik at jorda, sola og andre store gjenstander endrer geometrien rundt deg.



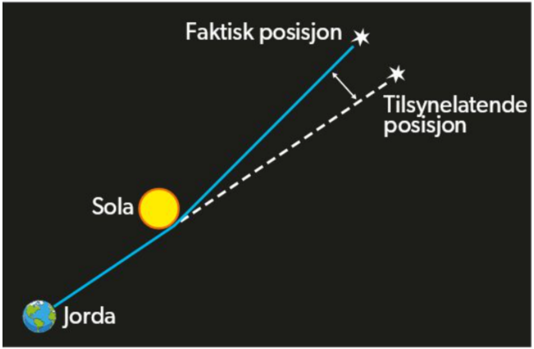

Elliptic geometry
positive curvature
Euclidean geometry
zero curvature
Hyperbolic geometry
negative curvature
C<π
1
C=π
1
C>π
1
Σ>180°
Σ=180°
Σ<180°
sphere
Euclidean plane
saddle surface

4E: Fra spesiell til generell relativitetsteori



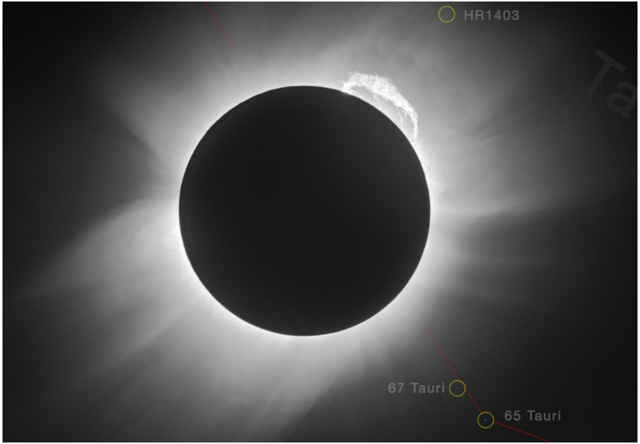
4F: Lysavbøybning i gravitasjonsfelt

- Lys som beveger seg, følger en rett linje i tidrommet.
- Siden rommet er krumt, blir lyset avbøyd.
- Graden av avbøyning forteller oss hvor mye masse som forårsaker avbøyningen.
- Vi kan bruke dette for å finne massen til galakser.

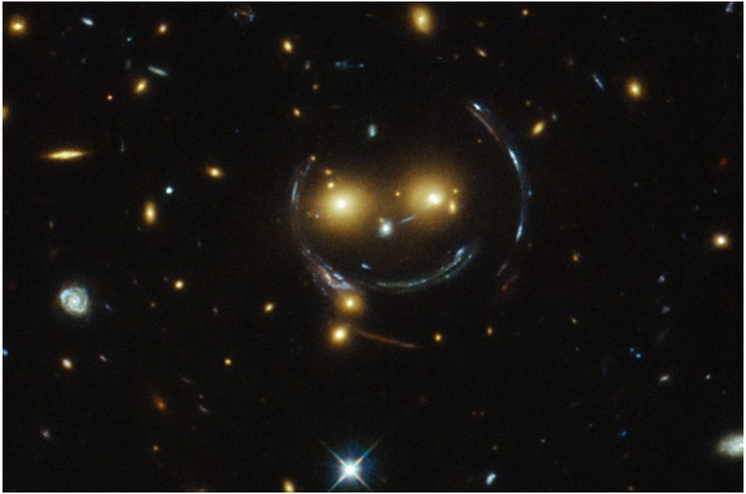


4F: Konsekvenser av den generelle relativitetsteorien

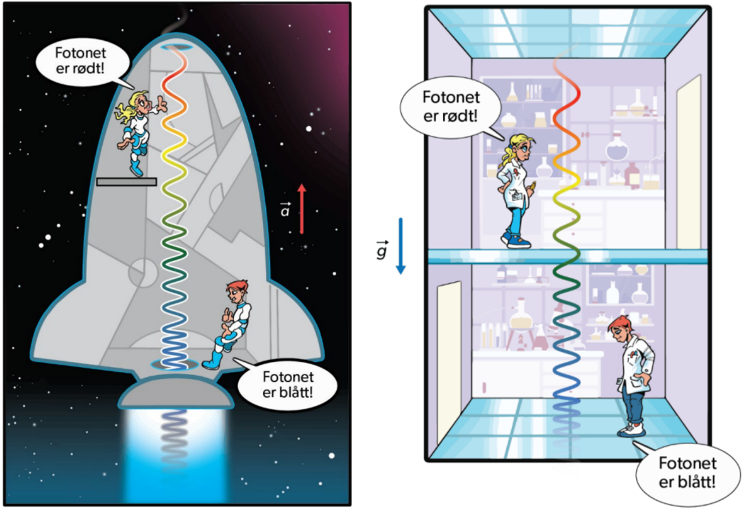
Under solformørkelsen i 1919 gjorde Arthur Eddington (britisk fysiker) observasjoner som beviste at gravitasjon kan bøye lys, noe som var forutsagt av den generelle relativitetsteorien.



Den smilende galaksehopen SDSS J1038+4849 sett med Hubble-teleskopet

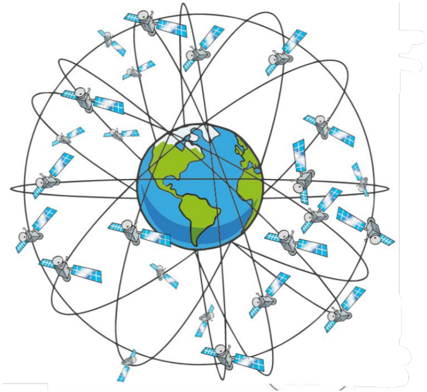


Klokkene tikker saktere i bunnen av et gravitasjonfelt.



4F: GPS

- Sett fra jorda har satellittene stor fart.
- Sett fra satellittene sin bane er jorda langt nede i et gravitasjonsfelt.

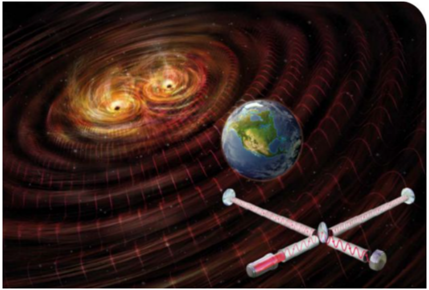


Totalresultatet er at klokkene på jorda saktner i forhold til klokkene om bord i GPS-satellittene.

Tidsforsinkelsen på grunn av satellittenes bevegelse er halvparten så stor som den gravitasjonelle tidsforsinkelsen. (T.M.Helliwell "Spesial Relativity" side 212.)

4F: Gravitasjonsbølger

Når det skjer dramatiske hendelser i verdensrommet, kan det oppstå gravitasjonsbølger i tidrommet. Dersom to svarte hull kolliderer en milliard lysår fra jorda, vil gravitasjonsbølgene forårsake utvidelser og sammentrekninger tilsvarende omtrent $1/100$ av størrelsen av en atomkjerne. (Mer om dette i Eksempel 11.)



Står ikke i boka: Hastighetstransformasjoner

Eksempel som kan komme på en eksamen? (Oppgave fra Aunivers.no)

To like romskip, A og B med fart $v = 0{,}25c$ passerer hverandre med motsatt fartsretning.

Hvilken påstand er feil?

1: Skip B har blitt kortere sett fra skip A.

2: Skip B passerer skip A med farten 0,50c sett fra skip A.

3: Skip B vil se at en klokke på skip A går saktere enn deres egen klokke.

4: Begge romskipene har samme bevegelsesmengde sett fra det andre skipet.

To treghetssystemer, S og S', beveger seg med farten V i forhold til hverandre langs samme rette linje.

I S og S' observerer vi at farten til en hendelse er henholdsvis v_x og v_x'.

$$v_x' = \frac{v_x - V}{1 - \frac{V \cdot v_x}{c^2}}$$

(T.M.Helliwell "Special Relativity" side 100–102)

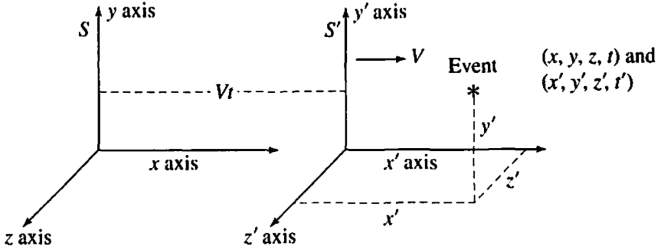


FIGURE 8.2
An event with coordinates (x, y, z, t) in S and (x', y', z', t) in S'.

I S er farten til A lik $0,99c$ og farten til B er:

$$v_x = -0,99c$$

La S' bevege seg mot høyre sammen med neshorn A.

Da er den relative farten mellom S og S' lik

$$V = 0,99c$$

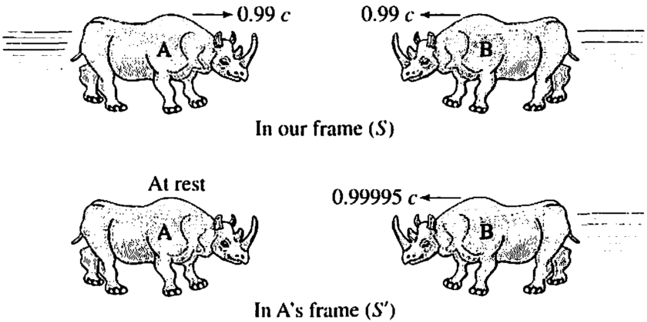


FIGURE 8.8
Rhinos in the ground frame and in the frame of the left-hand rhino. Lorentz contractions are not shown!

Hastighetstransformasjoner ⚠ Formel ikke pensum

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{V \cdot v_X}{c^2}}$$

$$v'_x = \frac{-0.99c - 0,99c}{1 - \frac{0,99c \cdot (-0,99c)}{c^2}}$$

$$v'_x = \frac{-1,98c}{1 + 0,99^2}$$

$$v'_x = -0,99995$$

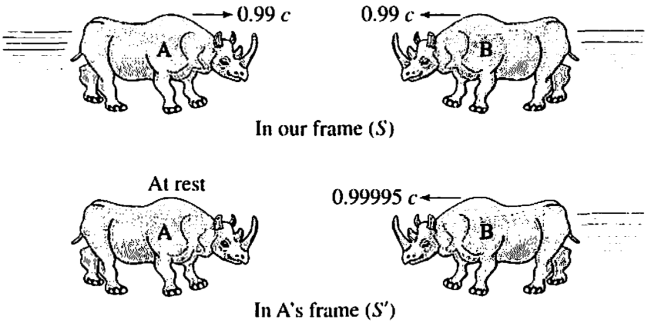


FIGURE 8.8
Rhinos in the ground frame and in the frame of the left-hand rhino. Lorentz contractions are not shown!

Paradokser

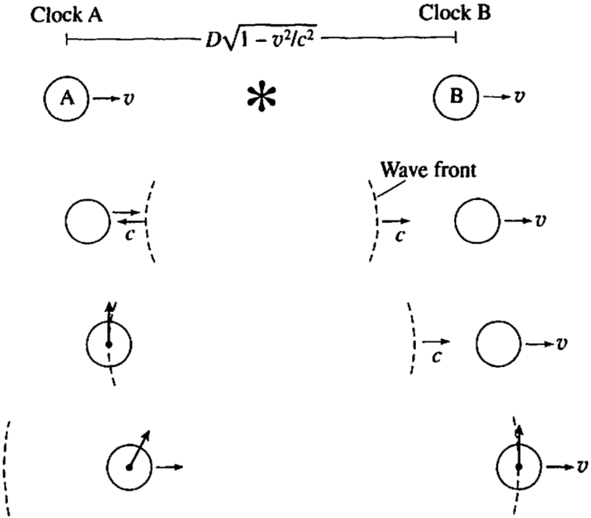
$$t = \gamma \cdot t_0 \quad , \quad \gamma \in [1, \infty\rangle$$

$$L_0 = \sqrt{1 - (v/c)^2} \cdot L \quad , \quad \sqrt{1 - (v/c)^2} \in [0, 1\rangle$$

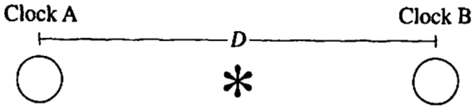
Sett fra vårt ståsted, nullstilles klokke A *før* klokke B.

Man kan vise at klokke A har et forsprang på $t_A = \frac{vD}{c^2}$.

(T.M.Helliwell side 68-71)



Hvordan kan Elias sin klokke tikke saktere en vår klokke, når vår klokke tikker saktere enn Elias sin klokke?



Vi bruker to synkronierte klokker for å måle at ett tikk på Elias klokke tar $t = 1,25\ s$. Lengden D mellom våre to klokker er $D = 0,60 \cdot c \cdot 1,25\ s$.

Elias ser to klokker som kommer mot han med farten $v = 0.60c$. Akkurat når klokke B passerer Elias ser han at klokka B viser null og at den bakerste klokken (A) har et forsprang på $t_A = vD/c^2$

$$t_A = vD/c^2 = 0,60c \cdot 0,60c \cdot 1,25s/c^2 = 0,60^2 \cdot 1,25s = 0,45s$$

Hvordan kan Elias sin klokke tikke saktere en vår klokke, når vår klokke tikker saktere enn Elias sin klokke?

Elias vet at klokke A skal vise tiden $1,25\ s$ akkurat ide klokke A suser forbi bilen.

$$1,25\ s = 0,45\ s + x$$

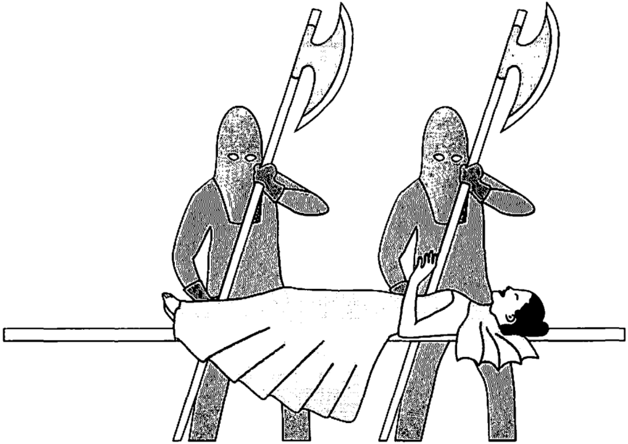
Elias ser derfor at klokke A har tikket totalt $x = 0,80\ s$ i løpet av passeringen. Men klokke A er en klokke som er i bevegelse i forhold til Elias, og Elias måler med sin klokke at tidsintervallet $0,80\ s$ tar tiden $\gamma \cdot 0,80\ s = 1,25 \cdot 0,80\ s = 1,0\ s$.

Magikerens assistent

- Magikerens assistent er 5 fot høy.
- Hun ligger horisontalt på et bord.
- Bødlene står 3 fot fra hverandre.
- Bødlene har blitt enige om å slå øksene ned i bordet når deres synkroniserte klokker viser $t = 0$.

Diskuter

Hvordan kan magikeren få assistenten gjennom forestillingen i ett stykke?



Magikerens assistent sett fra bødlenes referansesystem

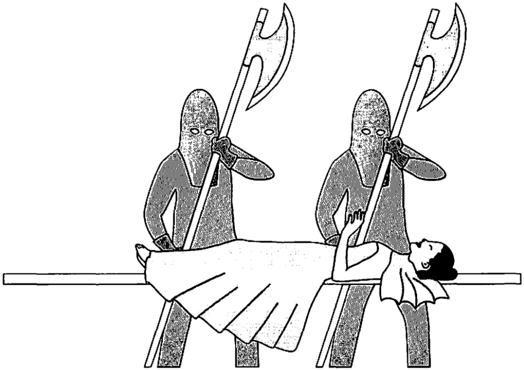
Magikerens plan er å sende assistenten forbi bødlene med farten $v = (4/5)c = 0,80c$.

Lorentzfaktoren blir:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0{,}8c}{c}\right)^2}} = \frac{5}{3} \approx 1,6667$$

I bødlenes referansesystem blir assistenten lengdeforkortet til

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{5 \ fot}{1,6667} = 3 \ fot$$

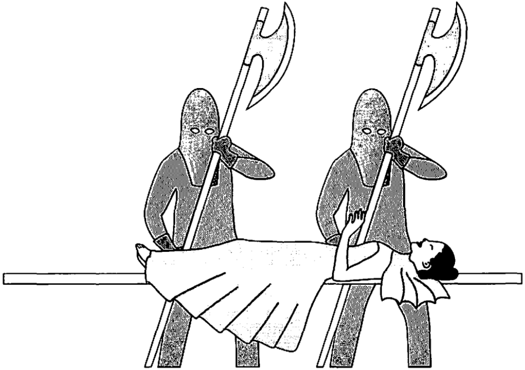


Magikerens assistent sett fra assistentens referansesystem

Assistenten er skeptisk.

I hennes referansesystem er det bødlene som kommer mot henne med farten $v = 0,80c$, og avstanden mellom bødlene blir lengdeforkortet til:

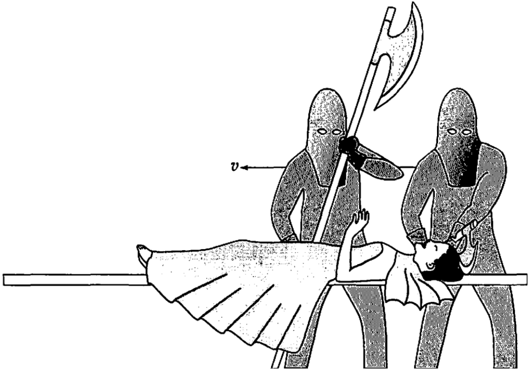
$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{3\ \mathit{fot}}{1,667} = 1,8\ \mathit{fot}$$



Magikerens assistent

Mange paradokseer i relativitetsteori oppstår fordi man ikke tar høyde for at samtidighet er relativt.

- I bødlenes referansesystem slår øksene ned i bordet samtidig.
- **I assistentens referansesystem slår den høyre øksen ned først.**



Den høyre øksen slår ned i bordet $2,4384$ *ns* før den venstre.

$$\frac{vL_0}{c^2} = \frac{0,80c \cdot (3,0 \ fot)}{c^2} \approx 2,438 \ ns$$

Magikerens assistent

Sett fra assistentens referansesystem blir dette tidsintervallet $2,438$ *ns* forlenget til omtrent $4,064$ *ns*.

$$t = \gamma \cdot t_0 = 1,667 \cdot 2,438 \ ns \approx 4,064 \ ns$$

I løpet av dette tidsintervallet har assistenten forlyttet seg strekningen

$$d = v \cdot t = 0,80c \cdot 4,064 \ ns = 0,9754 \ m \approx 3,2 \ fot$$

Altså er alt vel: Den venstre øksen slår ned i bordet $3,2 \ fot + 1,8 \ fot = 5 \ fot$ fra assistentens hode.