

Мухомедов Азиль

Группа НКНБ-01-20

Домашняя работа №3.

№2. $f(x) = 100x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \min$ $x^0 = (0; 10)^T$, $\varepsilon_1 = 0,1$, $M = 10$.
 $x_1 = ?$

Метод Ньютона

1) $\nabla f(x) = \begin{pmatrix} 200x_1 \\ 2x_2 \end{pmatrix} \Rightarrow H(x) = \begin{pmatrix} 200 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

2) $k=0$

3) $\nabla f(x_0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 20 \end{pmatrix}$

4) $\|\nabla f(x_0)\| = \|(0; 20)\| = 20 \not\leq \varepsilon_1$ 5) $k \neq M$

6) $H(x_0) = \begin{pmatrix} 200 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

7) $H^{-1}(x_0) = \begin{pmatrix} 0,005 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix}$

8) $H^{-1}(x_0) > 0$

9) $d_0 = -H^{-1}(x_0) \cdot \nabla f(x_0) = -\begin{pmatrix} 0,005 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 20 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -10 \end{pmatrix}$

10) $x_1 = x_0 + t_0 \cdot d_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+0 \\ 10+(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$t_0 = 1$

$x_1 = (0; 0)$

№3. $f(x) = 100(x_2 - x_1^2) + (1 - x_1)^2 \rightarrow \min$ $x^0 = (2; 3)^T$

Метод Ньютона

$k=5$ $\varepsilon_2 = 0,1$

$f(x) = 100x_2 + 1 - 2x_1 - 99x_1^2$

1) $\nabla f(x) = \begin{pmatrix} -198x_1 - 2 \\ 100 \end{pmatrix} \Rightarrow H(x) = \begin{pmatrix} -198 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

2) $k=0$

3) $\nabla f(x_0) = \begin{pmatrix} -398 \\ 100 \end{pmatrix}$

4) $\|\nabla f(x_0)\| = \|(-398; 100)\| = 410,371$

5) $k \neq M$

6) $H(x_0) = \begin{pmatrix} -198 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

7) $\det(H) = 0 \Rightarrow$ Далее решаем через ЛГС, т.к. определитель

Равен 0 \Rightarrow матрица Гессе вырожденная \Rightarrow обратной матрицы не существует.

МГС

Первые 5 шагов такие же как и в методе Ньютона \Rightarrow начнем с 6 шага

6) $t_0 = 1/10$

7) $x_1 = x_0 - t_0 \cdot \nabla f(x_0) = (2, 3) - \frac{1}{10}(-398, 100) = (41,8; -7)$

8) $f(x_1) - f(x_0) = -99(41,8^2 - 2^2) - 2(41,8 - 2) + 100(-7 - 3) + 1 < 0$

9) $\|x_1 - x_0\| = \|(39,8; -10)\| = 41,03 \neq \varepsilon_2$

2) $k=1$

3) $\nabla f(x_1) = \begin{pmatrix} -8278,4 \\ 100 \end{pmatrix}$

4) $\|\nabla f(x_1)\| = \|(-8278,4; 100)\| = 8279,004$

5) $k \neq M$

6) $t_1 = 1/100$

7) $x_2 = x_1 - t_1 \cdot \nabla f(x_1) = (41,8; -7) - \frac{1}{100}(-8278,4; 100) = (869,64; -17)$

8) $f(x_2) - f(x_1) = -99(869,64^2 - 41,8^2) - 2(869,64 - 41,8) + 100(-17 + 7) < 0$

9) $\|f(x_2) - f(x_1)\| \neq \varepsilon_2$

2) $k=2$

3) $\nabla f(x_2) = \begin{pmatrix} -172190,72 \\ 100 \end{pmatrix}$

4) $\|\nabla f(x_2)\| = 172190,75$

5) $k \neq M$

6) $t_2 = 1/10$

7) $x_3 = x_2 - t_2 \cdot \nabla f(x_2) = (869,64; -17) - \frac{1}{10}(-172190; 100) = (18088,64; -27)$

2) $k=3$

3) $\nabla f(x_3) = \begin{pmatrix} -3581552,72 \\ 100 \end{pmatrix}$

4) $\|\nabla f(x_3)\| = 3581552,721$

6) $t_3 = 1/10$

7) $x_4 = (18088,64; -27) - \frac{1}{10}(-3581552,72; 100) = (376243,912; -37)$

$$2) k=4$$

$$3) \nabla f(x_4) = (-74\ 496\ 294, 58; 100)$$

$$4) \nabla f(x_4) =$$

$$6) t_4 = 1/10$$

$$7) x_5 = (376243, 91; -37) - (1/10) \cdot (-74\ 496\ 294, 58; 100) = (7825873, 37; -47)$$

$$2) k=5$$

$$3) \nabla f(x_5) = (\cancel{7825873}, \cancel{37}, \cancel{-47}) \cdot (-1\ 549\ 522\ 929, 26; 100)$$

$$6) t_5 = 1/10$$

$$7) x_6 = (7825873, 37; -47) - (1/10) \cdot (\overbrace{-1\ 549\ 522\ 929, 26}^{\text{above}}) \cdot (\cancel{7825873}, \cancel{37}, \cancel{100}) = (162\ 778\ 166, 3; -57)$$