

# **Отчёт по лабораторной работе №7**

## **Математическое моделирование**

**Модель распространения рекламы. Вариант №32**

Выполнил: Мажитов Магомед Асхабович

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Задание</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>9</b>
4.1	Построение математической модели. Решение с помощью программ	9
4.1.1	Julia . . . . .	9
4.1.2	Результаты работы кода на Julia . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Вывод</b>	<b>14</b>
<b>6</b>	<b>Список литературы. Библиография</b>	<b>15</b>

## Список иллюстраций

2.1	График решения уравнения модели Мальтуса . . . . .	6
2.2	График логистической кривой . . . . .	7
4.1	График в 1 случае . . . . .	12
4.2	График во 2 случае . . . . .	13
4.3	График во 3 случае . . . . .	13

# 1 Цель работы

Изучить модель распространения рекламы и построить её.

## 2 Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:  $\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $\alpha_1 > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от

затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ . эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

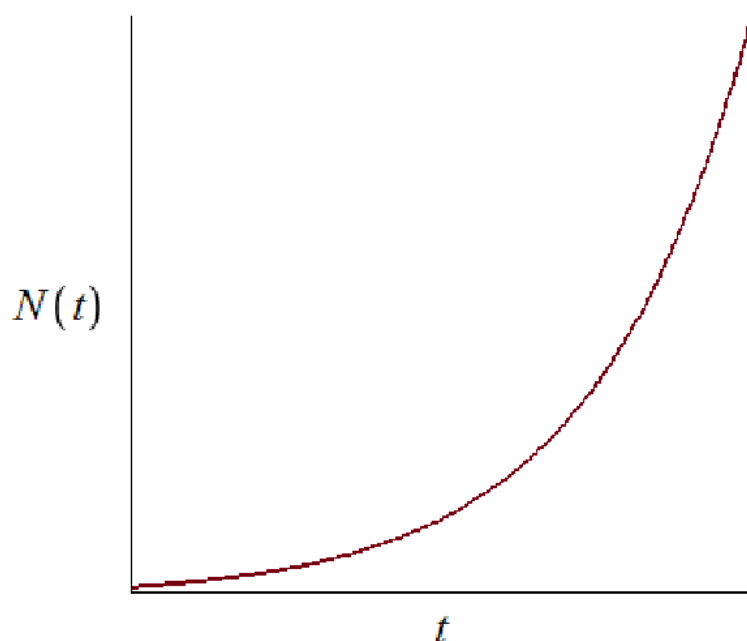


Рис. 2.1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  получаем уравнение логистической кривой

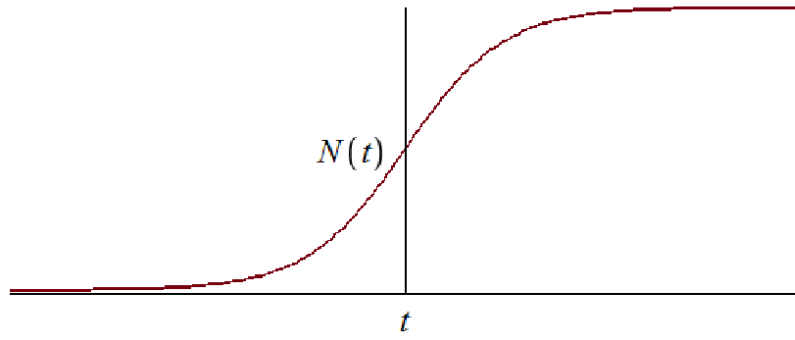


Рис. 2.2: График логистической кривой

### 3 Задание

Вариант 32:

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.  $\frac{dn}{dt} = (0.54 + 0.000016n(t))(N - n(t))$
2.  $\frac{dn}{dt} = (0.000021 + 0.38n(t))(N - n(t))$
3.  $\frac{dn}{dt} = (0.2 \cos t + 0.2 \cos (2t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 609$ , в начальный момент о товаре знает 4 человек.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.



## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Построение математической модели. Решение с помощью программ

#### 4.1.1 Julia

Код программы для 1 случая:

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 609
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.54 + 0.00016*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
```

```
T = [t for t in sol.t]
```

```
plt = plot(dpi = 600, title = "Эффективность распространения рекламы (1) ", legend= True,  
plot!(plt, T, n, color = :red)
```

```
savefig(plt, "lab07_1.png")
```

Код программы во 2 случае:

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
N = 609
```

```
n0 = 4
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
```

```
    (n) = u
```

```
    du[1] = (0.000021 + 0.38*u[1])*(N - u[1])
```

```
end
```

```
v0 = [n0]
```

```
tspan = (0.0, 0.1)
```

```
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
```

```
sol = solve(prob)
```

```
n = [u[1] for u in sol.u]
```

```
T = [t for t in sol.t]
```

```
max_dn = 0;
```

```
max_dn_t = 0;
```

```
max_dn_n = 0;
```

```

for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

plt = plot(dpi = 600, title = "Эффективность распространения рекламы (2) ", legend=:none)
plot!(plt, T, n, color = :red)
plot!(plt, [max_dn_t], [max_dn_n], seriestype = :scatter, color = :red)

savefig(plt, "lab07_2.png")

```

Код программы в 3 случае:

```

using Plots
using DifferentialEquations

N = 609
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.2*cos(t) + 0.2*cos(2*t)*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)

```

```

sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi = 600, title = "Эффективность распространения рекламы (3) ", legend = :none)
plot!(plt, T, n, color = :red)

savefig(plt, "lab07_3.png")

```

#### 4.1.2 Результаты работы кода на Julia

На следующих рисунках изображены итоговые графики.(рис. [4.1])

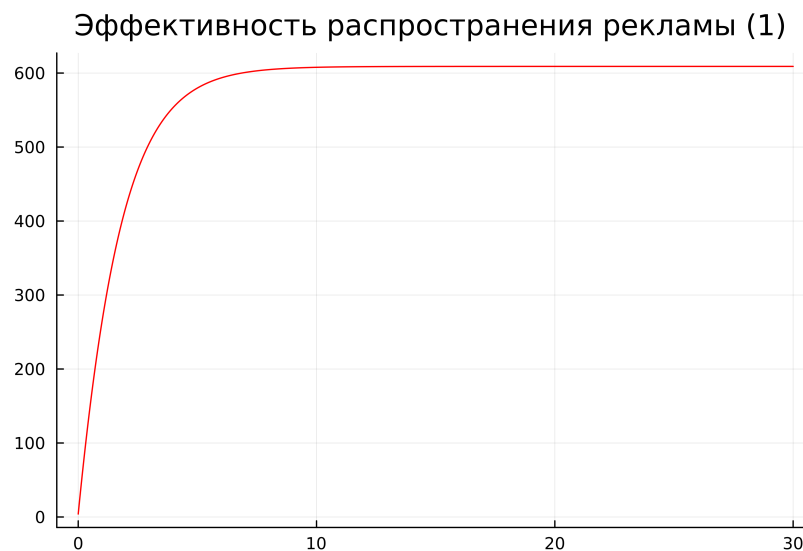


Рис. 4.1: График в 1 случае

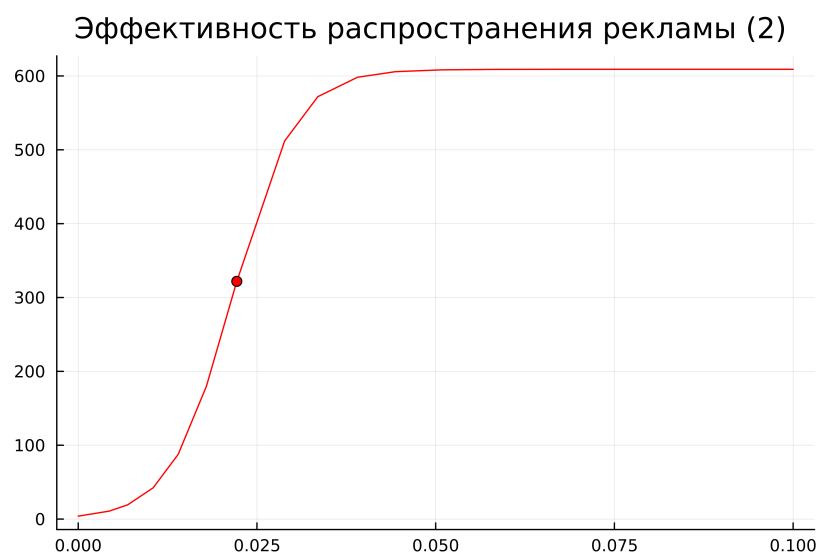


Рис. 4.2: График во 2 случае

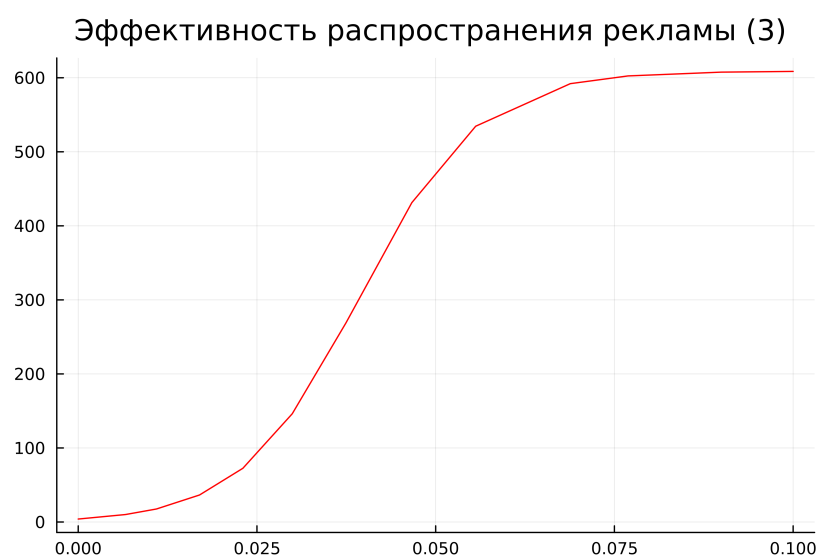


Рис. 4.3: График во 3 случае

## 5 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена и построена модель распространения рекламы на языке Julia.

## 6 Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>

[2] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>

[3] Мальтузианская модель роста: <https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus>