Отчёт по лабораторной работе №8 Математическое моделирование

Модель конкуренции двух фирм. Вариант №32

Выполнил: Мажитов Магомед Асхабович

Содержание

1	Цель работы	4							
2	2 Теоретическое введение								
3	Задание	8							
4	Выполнение лабораторной работы4.1Построение математической модели. Решение с помощью программ4.1.1Julia4.1.2Результаты работы кода на Julia	10 10 10 13							
5	Вывод	15							
6	Список литературы. Библиография	16							

Список иллюстраций

4.1	График в 1 случае														13
4.2	График во 2 случае														14

1 Цель работы

Изучить и построить модель конкуренции двух фирм.

2 Теоретическое введение

Обозначим:

N - число потребителей производимого продукта.

S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

M – оборотные средства предприятия

au - длительность производственного цикла

p - рыночная цена товара

 \tilde{p} - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

 δ - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

k - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

Q(S/p) – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q=q-k\frac{p}{S}=q(1-\frac{p}{p_{cr}})$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу вре-

мени. Эта функция падает с ростом цены и при $p=p_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p_{cr}=Sq/k$. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть, Q(S/p)=0 при $p\geq p_{cr}$) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{ar}})p - k$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1-\frac{p}{p_{cr}}))$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ . При заданном М уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0$$

равновесное значение цены p равно

$$p=p_{cr}(1-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq})$$

Тогда уравнения динамики оборотных средств приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau}(\frac{p}{p_{cr}}-1) - M^2(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}})^2\frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

Это уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию dM/dt=0

$$\widetilde{M_{1,2}} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\tilde{p}\frac{\tau}{\delta}), b = kNq\frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

Получается, что при больших постоянных издержках (в случае $a^2 < 4b$) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, $b << a^2$) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы.

При b << a стационарные значения M равны

$$\widetilde{M_{+}} = Nq\frac{\tau}{\delta}(1-\frac{\tilde{p}}{p_{cr}})\tilde{p}, \widetilde{M_{-}} = k\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p_{cr}-\tilde{p})}$$

Первое состояние \widetilde{M}_+ устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние \widetilde{M_{-}} неустойчиво, так, что при $M<\widetilde{M}_-$ оборотные средства падают (dM/dt<0), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу \widetilde{M}_- соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр δ всюду входит в сочетании с τ . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: $\delta=1$, а параметр τ будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

3 Задание

Вариант 32:

Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a1}{c1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 N q}$$

$$a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$$

$$b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$$

$$c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$$

$$c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

также введена нормировка $t=c_1\Theta$

Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед M_1M_2 будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{split} \frac{dM_1}{d\Theta} &= M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.00033) M_1 M_2 - \frac{a1}{c1} M_1^2 \\ \\ \frac{dM_2}{d\Theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{split}$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$M_0^1 = 3.3 \ M_0^2 = 2.2$$

$$p_{cr} = 26 \ N = 33 \ q = 1$$

$$\tau_1 = 25 \ \tau_2 = 14$$

$$\tilde{p}_1 = 5.5 \ \tilde{p}_2 = 11$$

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Построение математической модели. Решение с помощью программ

4.1.1 Julia

```
Код программы для 1 случая:

using Plots

using DifferentialEquations

kr = 26

t1 = 25

p1 = 5.5

t2 = 14

p2 = 11

N = 33

q = 1

a1 = kr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q)

a2 = kr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N *q)

b = kr / (t1 * t1 * t2 * t2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)

c1 = (kr - p1) / (t1 * p1)

c2 = (kr - p2) / (t2 * p2)
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
    M1, M2 = u
    du[1] = u[1] - b / c1*u[1] * u[2] - a1 / c1*u[1] * u[1]
    du[2] = c2 / c1*u[2] - b / c1*u[1] * u[2] - a2 / c1*u[2] * u[2]
end
v0 = [3.3, 2.2]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] \text{ for } u \text{ in sol.} u]
M2 = [u[2] \text{ for } u \text{ in sol.} u]
T = [t for t in sol.t]
plt = plot(
  dpi = 600,
  legend = true)
plot!(plt, T, M1, label = "Оборотные средства фирмы #1", color = :green)
plot!(plt, T, M2, label = "Оборотные средства фирмы #2", color = :red)
savefig(plt, "lab08_1.png")
  Код программы во 2 случае:
using Plots
using DifferentialEquations
```

```
kr = 26
t1 = 25
p1 = 5.5
t2 = 14
p2 = 11
N = 33
q = 1
a1 = kr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q)
a2 = kr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N *q)
b = kr / (t1 * t1 * t2 * t2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)
c1 = (kr - p1) / (t1 * p1)
c2 = (kr - p2) / (t2 * p2)
function ode_fn(du, u, p, t)
    M1, M2 = u
    du[1] = u[1] - b / c1 *u[1] * u[2] - a1 / c1*u[1] * u[1]
    du[2] = c2 / c1*u[2] - (b / c1 + 0.00033)*u[1] * u[2] - a2 / c1*u[2] * u[2]
end
v0 = [3.3, 2.2]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] \text{ for } u \text{ in sol.u}]
M2 = [u[2] \text{ for } u \text{ in sol.} u]
T = [t for t in sol.t]
```

```
plt = plot(
    dpi = 600,
    legend = :topright)

plot!(plt, T, M1, label = "Оборотные средства фирмы #1", color = :green)

plot!(plt, T, M2, label = "Оборотные средства фирмы #2", color = :red)

savefig(plt, "lab08_2.png")
```

4.1.2 Результаты работы кода на Julia

На следующих рисунках изображены итоговые графики.(рис. [4.1])

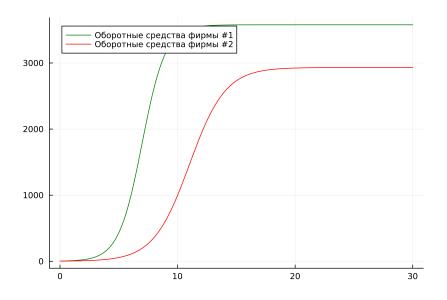


Рис. 4.1: График в 1 случае

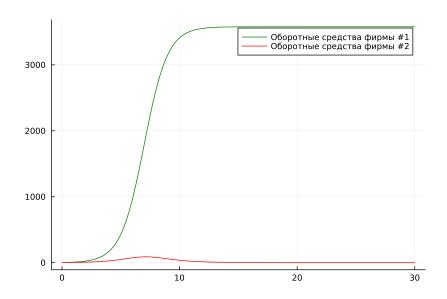


Рис. 4.2: График во 2 случае

5 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена и построена конкуренции двух фирм на языке Julia.

6 Список литературы. Библиография

- [1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/
- [2] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/
- [3] Мальтузианская модель pocta: https://www.stolaf.edu//people/mckelvey/envision.dir/malthus
- [4] Математические модели конкурентной среды: https://dspace.spbu.ru/bitstream/11701/1201
- [5] Разработка математических моделей конкурентных процессов: https://www.academia.edu/ умейко_РАЗРАБОТКА_МАТЕМАТИЧЕСКОЙ_МОДЕЛИ_КОНКУРЕНТНЫХ_ПРОЦЕС-СОВ