Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва. Вариант №32

Мажитов М. А.

9 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Докладчик

- Мажитов Магомед Асхабович
- Студент группы НКНбд-01-21
- Студ. билет 1032216461
- Российский университет дружбы народов

Цели

Изучить жесткую модель хищник-жертва и построить эту модель.

- Модель Лотки—Вольтерры — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь её авторов, которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами. [3]

Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях [3]:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает

3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

Теоретическое введение

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв.

Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Теоретическое введение

Математический анализ этой (жёсткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние, всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени такая система вернётся в изначальное состояние.

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решения) будет находиться в точке $x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}$.

Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0) = x_0, y(0) = y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей $x(0), y(0)$. Колебания совершаются в противофазе.

Задачи

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
2. Построить график зависимости численности хищников и численности жертв от времени
3. Найти стационарное состояние системы

Вариант 32:

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.25x(t) + 0.025y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.45y(t) - 0.045y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 8, y_0 = 11$. Найдите стационарное состояние системы.

Выполнение лабораторной работы

Математическая модель

Опираясь на теоретический материал построим модели на языке Julia.

Результат работы программы Julia

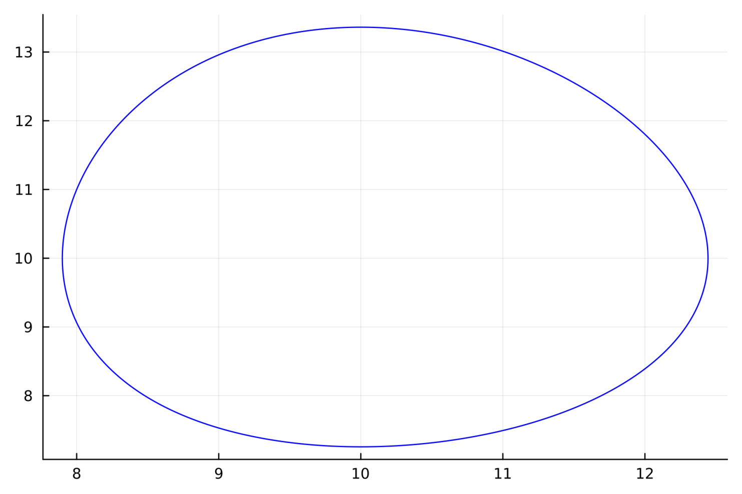

Рис. 1: График зависимости численности хищников от численности жертв

Результат работы программы Julia

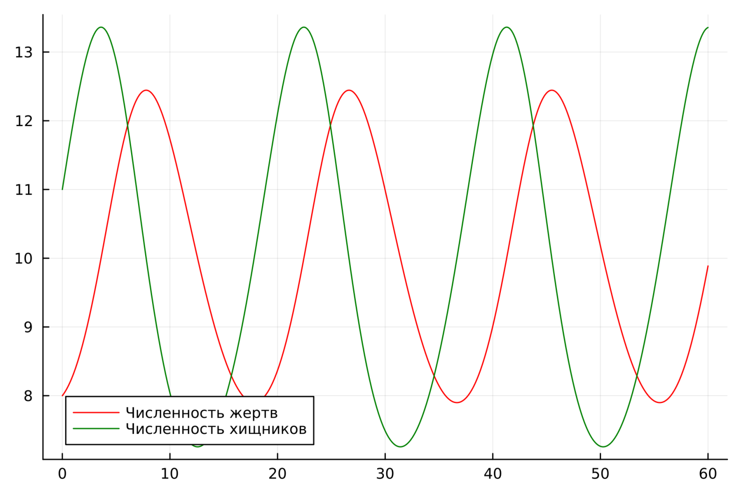

Рис. 2: График зависимости численности хищников и численности жертв от времени

Результат работы программы Julia

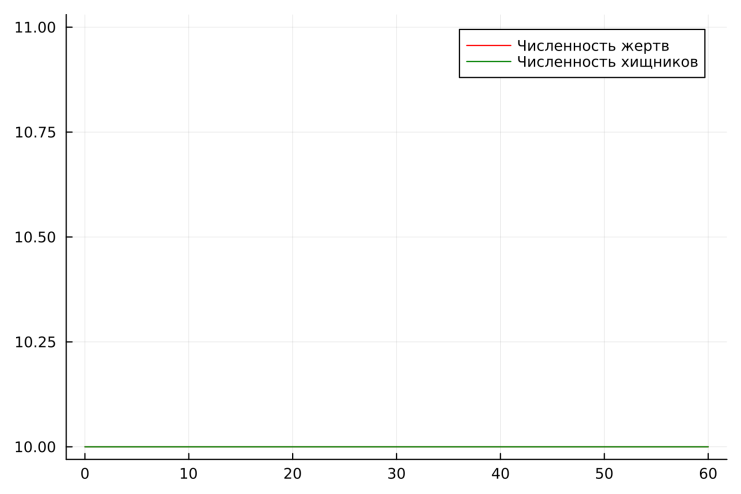

Рис. 3: Стационарное состояние системы

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построена модель на языках Julia.

Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[3] Модель Лотки—Вольтерры:
https://math-it.petrsu.ru/users/semenova/MathECO/Lections/Lotka_Volterra.pdf