Модель хищник-жертва. Вариант №32

Выполнил: Мажитов Магомед Асхабович

Содержание

# 1 Цель работы

Изучить жесткую модель хищник-жертва и построить эту модель.

# 2 Теоретическое введение

* Модель Лотки—Вольтерры — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь её авторов, которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами. [3]

Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях [3]:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

В этой модели – число жертв, - число хищников. Коэффициент описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены и в правой части уравнения).

Математический анализ этой (жёсткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние, всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени такая система вернётся в изначальное состояние.

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решения) будет находиться в точке . Если начальные значения задать в стационарном состоянии , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей . Колебания совершаются в противофазе.

# 3 Задачи

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
2. Построить график зависимости численности хищников и численности жертв от времени
3. Найти стационарное состояние системы

# 4 Задание

Вариант 32:

Для модели «хищник-жертва»:

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: Найдите стационарное состояние системы.

# 5 Выполнение лабораторной работы

## 5.1 Построение математической модели. Решение с помощью программ

### 5.1.1 Julia

Код программы для нестационарного состояния:

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
x0 = 8  
y0 = 11  
  
a = 0.25  
b = 0.025  
c = 0.45  
d = 0.045  
  
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 x, y = u  
 du[1] = -a\*u[1] + b \* u[1] \* u[2]  
 du[2] = c \* u[2] - d \* u[1] \* u[2]  
end  
  
v0 = [x0, y0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax=0.05)  
X = [u[1] for u in sol.u]  
Y = [u[2] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(dpi=300,legend=false)  
  
plot!(plt, X, Y, color=:blue)  
  
savefig(plt, "lab05\_1.png")  
  
plt2 = plot( dpi=300, legend=true)  
  
plot!(plt2, T, X, label="Численность жертв", color=:red)  
  
plot!(plt2, T, Y, label="Численность хищников", color=:green)  
  
savefig(plt2, "lab05\_2.png")

Код программы для стационарного состояния:

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
a = 0.25  
b = 0.025  
c = 0.45  
d = 0.045  
  
x0 = c / d   
y0 = a / b   
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 x, y = u  
 du[1] = -a\*u[1] + b \* u[1] \* u[2]  
 du[2] = c \* u[2] - d \* u[1] \* u[2]  
end  
  
v0 = [x0, y0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax=0.05)  
X = [u[1] for u in sol.u]  
Y = [u[2] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt2 = plot(dpi=300, legend=true)  
  
plot!(plt2, T, X, label="Численность жертв", color=:red)  
  
plot!(plt2, T, Y, label="Численность хищников", color=:green)  
  
savefig(plt2, "lab05\_3.png")

### 5.1.2 Результаты работы кода на Julia

На следующих рисунках изображены итоговые графики.(рис. [[1](#fig:001)])

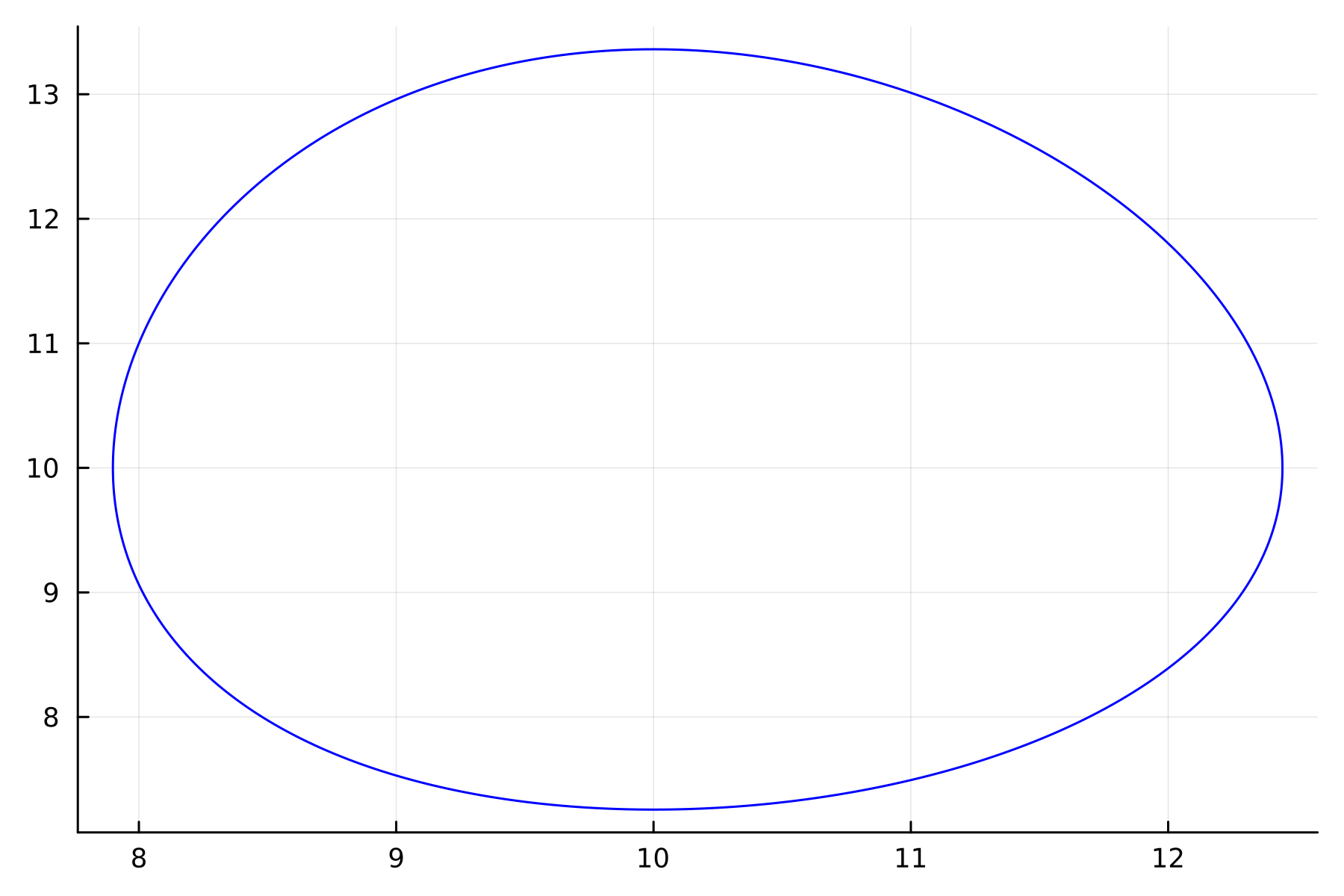


Figure 1: График зависимости численности хищников от численности жертв

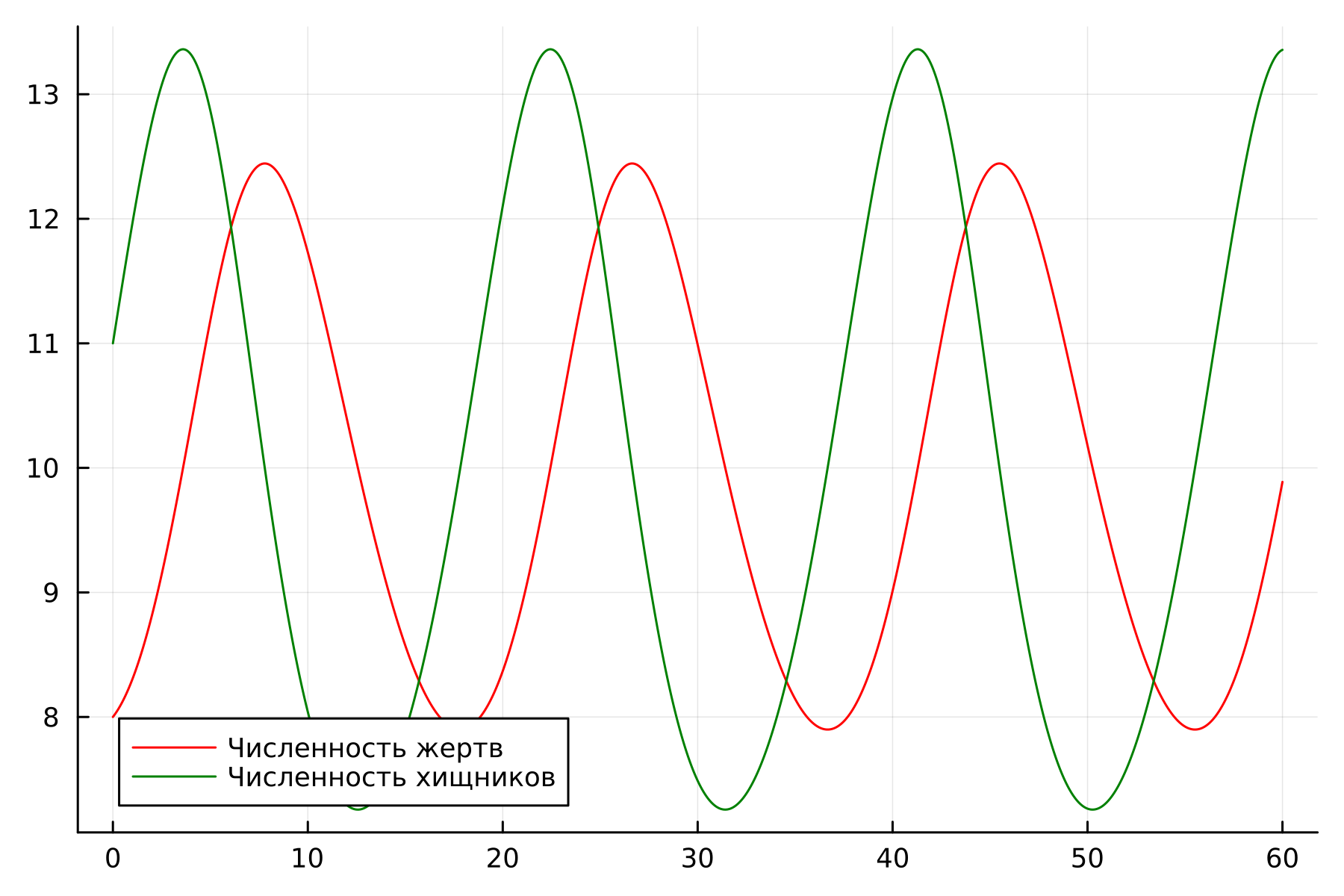


Figure 2: График зависимости численности хищников и численности жертв от времени

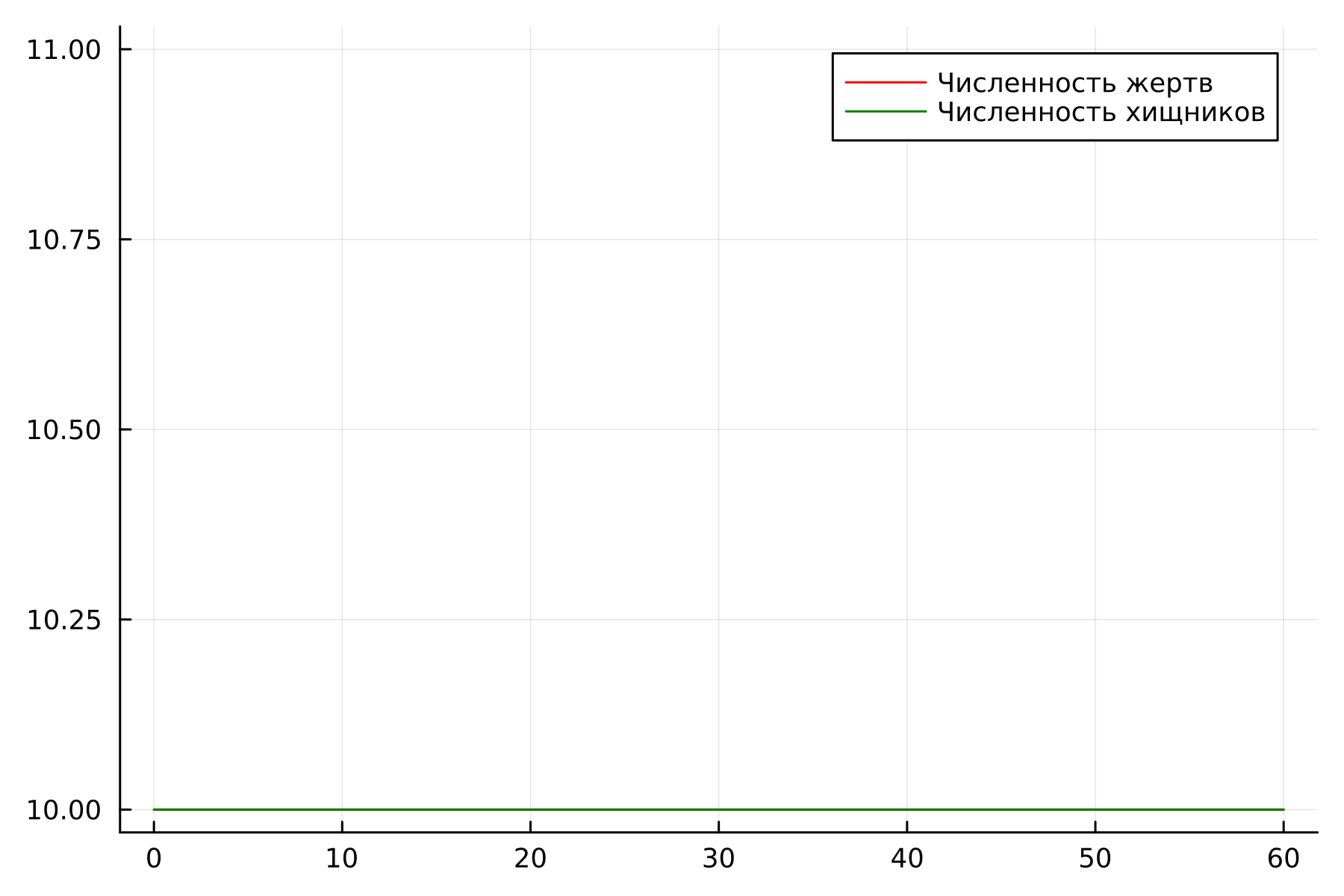


Figure 3: Стационарное состояние системы

# 6 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построена модель на языках Julia.

# 7 Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[3] Модель Лотки—Вольтерры: https://math-it.petrsu.ru/users/semenova/MathECO/Lections/Lotka\_Volterra.pdf